Вариант № 21165269

1. Задание 1 № 25479

Шариковая ручка стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 300 рублей после повышения цены на 25%?

Решение.

После повышения цены ручка станет стоить 30 + 0,25 $\cdot$ 30=37,5 рубля. Разделим 300 на 37,5:

$$\frac{300}{37,5} = \frac{3000}{375} = 8.$$

Значит, можно будет купить 8 ручек.

Ответ: 8.

2. Задание 2 № 263791

На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена серебра в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какой была цена серебра 30 октября. Ответ дайте в рублях за грамм.

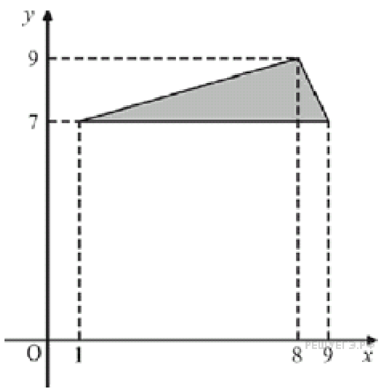
Решение.

Из графика видно, что 30 октября цена серебра составляла 15,4 рубля за грамм.

Ответ: 15,4.

3. Задание 3 № 500905

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;7) (9;7) (8;9).



Решение.

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту. Поэтому:

$$S = \frac{1}{2} \cdot (9-1)(9-7) = 8.$$

Ответ:8.

4. Задание 4 № 321299

На борту самолёта 23 мест рядом с запасными выходами и 28 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 100 мест.

Решение.

В самолете 23 + 28 = 51 мест удобны пассажиру В., а всего в самолете 100 мест. Поэтому вероятность того, что пассажиру В. достанется удобное место равна 51 : 100 = 0,51.

5. Задание 5 № 2683

Найдите корень уравнения $\log_5(5-x)=\log_5 3.$

Решение.

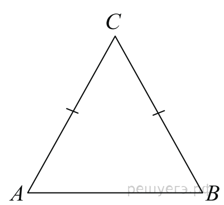
Последовательно получаем:

$$\log_5(5-x)=\log_5 3 \Leftrightarrow 5-x=3 \Leftrightarrow x=2.$$

Ответ: 2.

6. Задание 6 № 27744

В треугольнике ABC угол A равен 38°, $AC = BC$. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Треугольник ABC равнобедренный, углы при его основании равны. Поэтому

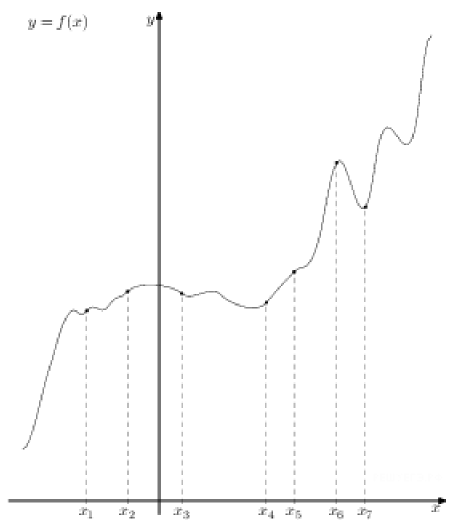
$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 2\angle A = 104^\circ.$$

Ответ: 104.

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: 1.2.1 Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла, 5.1.1 Треугольник

7. Задание 7 № 317545

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и семь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_7. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



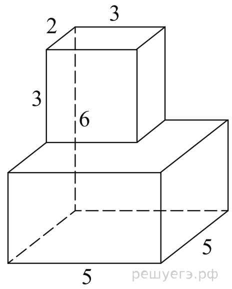
Решение.

Положительным значениям производной соответствуют интервалы, на которых функция $f(x)$, возрастает. На них лежат точки x_1, x_2, x_4, x_5, x_6, x_7. Таких точек 6.

Ответ:6.

8. Задание 8 № 25875

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Решение.

Объем данного многогранника равен сумме объемов параллелепипедов со сторонами 2, 3, 3 и 5, 5, 3:

$$V = V_1 + V_2 = 2 \cdot 3 \cdot 3 + 5 \cdot 5 \cdot 3 = 18 + 75 = 93.$$

Ответ: 93.

9. Задание 9 № 63651

Найдите значение выражения $-4\sqrt{3}\sin(-780^\circ)$.

Решение.

$$-4\sqrt{3}\sin(-780^\circ) = 4\sqrt{3}\sin 780^\circ = 4\sqrt{3}\sin(720^\circ + 60^\circ) = 4\sqrt{3}\sin 60^\circ = 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6.$$

Ответ: 6.

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: 1.2.3 Синус, косинус, тангенс и котангенс числа, 1.2.4 Основные тригонометрические тождества, 1.4.4 Преобразования тригонометрических выражений, 1.2.1 Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла, 1.2.2 Радианная мера угла, 1.2.5 Формулы приведения, 1.2.6 Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов , 1.2.7 Синус и косинус двойного угла

10. Задание 10 № 513886

Груз массой 0,4 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 24$ с — период колебаний, $v_0 = 0,6$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 10 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Решение.

Найдем скорость груза через 10 секунд после начала колебаний:

$$v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T} = 0,6 \cdot \sin \frac{2\pi \cdot 10}{24} = 0,6 \cdot \sin \frac{5\pi}{6} = 0,6 \cdot \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) = 0,6 \cdot \sin \frac{\pi}{6} = 0,6 \cdot 0,5 = 0,3$$

Найдем кинетическую энергию груза через 10 секунд после начала колебаний:

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{0,4 \cdot 0,3^2}{2} = 0,018$$

Ответ: 0,018

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: Тригонометрические уравнения и неравенства

11. Задание 11 № 119075

Две трубы наполняют бассейн за 48 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 1 час. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение.

За одну минуту первая труба наполняет $\frac{1}{60}$ бассейна, а обе трубы — $\frac{1}{48}$ бассейна. Следовательно, вторая труба наполняет $\frac{1}{48}-\frac{1}{60}=\frac{1}{240}$ бассейна в минуту. Поэтому одна вторая труба наполнит бассейн за 240 минут, то есть, за 4 часа.

Ответ: 4.

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: Задачи на совместную работу

12. Задание 12 № 3585

Найдите наибольшее значение функции $y=3\operatorname{tg}x-3x+5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y'=3\cdot\frac{1}{\cos^2 x}-3=3\left(\frac{1}{\cos^2 x}-1\right)=3\operatorname{tg}^2 x.$$

Найденная производная неотрицательна на заданном отрезке, заданная функция возрастает на нем, поэтому наибольшим значением функции на отрезке является

$$y(0)=3\operatorname{tg}0-3\cdot 0+5=5.$$

Ответ: 5.

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: 3.2.5 Точки экстремума функции, 3.2.6 Наибольшее и наименьшее значения функции, 4.2.1 Применение производной к исследованию функций и построению графиков, Наименьшее (наибольшее) значение функции на границе отрезка , Наименьшее (наибольшее) значение функции во внутренней точке отрезка , Наименьшее (наибольшее) значение функции на бесконечном промежутке

13. Задание 13 № 484546

Решите уравнение $(2\cos^2 x-\cos x)\cdot\sqrt{-11\operatorname{tg}x}=0.$

Решение.

Произведение двух множителей равно нулю, если хотя бы один из них равен нулю, а другой при этом не теряет смысла:

$$(2\cos^2 x-\cos x)\cdot\sqrt{-11\operatorname{tg}x}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2\cos^2 x-\cos x=0,\\ \operatorname{tg}x\le 0,\end{cases}\\ \operatorname{tg}x=0.\end{array}\right.$$

Из уравнения $2\cos^2 x-\cos x=0\Leftrightarrow\cos x(2\cos x-1)=0$ получаем $\cos x=\frac{1}{2}$, так как $\cos x\ne 0.$ Решением уравнения $\cos x=\frac{1}{2}$ является $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}.$ Одно из которых лежит в первой четверти (и, значит, для него неравенство $\operatorname{tg}x\le 0$ не выполняется), а другое — в четвертой четверти (для него неравенство $\operatorname{tg}x\le 0$ выполняется), значит, решением этой системы является серия $x=-\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$

Осталось решить второе уравнение совокупности:

$$\operatorname{tg}x=0\Leftrightarrow x=\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$$

Ответ: $\left\{-\frac{\pi}{3}+2\pi k,\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2

Обоснованно получен верный ответ в пункте а или пункте б, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения уравнения и отбора корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

14. Задание 14 № 517748

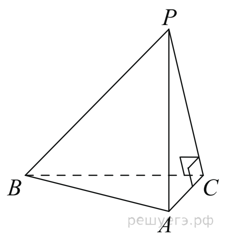
В треугольной пирамиде $PABC$ с основанием ABC известно, что $AB = 17$, $PB = 10$, $\cos\angle PBA = \frac{32}{85}$. Основанием высоты этой пирамиды является точка C. Прямые PA и BC перпендикулярны.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите объем пирамиды $PABC$.

Решение.

а) Прямая BC перпендикулярна плоскости APC, поскольку она перпендикулярна прямым PA и PC. Значит, прямые AC и BC перпендикулярны.



б) По теореме косинусов $PA = \sqrt{PB^2 + BA^2 - 2PB \cdot BA \cdot \cos\angle PBA} = \sqrt{261}$.

По теореме Пифагора:

$$AC^2 + BC^2 = 289,\ AC^2 + PC^2 = 261,\ BC^2 + PC^2 = 100,\ PC^2 = 36,\ BC^2 = 64,\ AC^2 = 225;$$
$$PC = 6,\ BC = 8,\ AC = 15.$$

Значит, объем пирамиды равен $\frac{1}{3}PC \cdot \frac{AC \cdot BC}{2} = 120.$

Ответ: б) 120.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Источник: ЕГЭ — 2017. Резервный день 28.06.2017. Вариант 502 (С часть)., Задания 14 (С2) ЕГЭ 2017

15. Задание 15 № 520823

Решите неравенство $2\log_2(1-2x) - \log_2\left(\frac{1}{x} - 2\right) \le \log_2(4x^2 + 6x - 1)$.

Решение.

Левая часть неравенства определена при $0 < x < \frac{1}{2}$, при этих значениях переменной неравенство принимает вид:

$$x(1-2x) \le 4x^2 + 6x - 1 \Leftrightarrow 6x^2 + 5x - 1 \ge 0 \Leftrightarrow (x+1)(6x-1) \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le -1, \\ x \ge \frac{1}{6}. \end{array}\right.$$

Учитывая ограничение $0 < x < \frac{1}{2}$, получаем $\frac{1}{6} \le x < \frac{1}{2}$. При найденных значениях переменной правая часть исходного неравенства определена, поэтому все они входят в ответ.

Ответ: $\left[\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right)$.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением/исключением точки 4	

ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Источник: ЕГЭ — 2018. Основная волна 01.06.2018. Вариант 991 (С часть). Он же: вариант 751 (резервный день 25.06.2018), Задания 15 (С3) ЕГЭ 2018

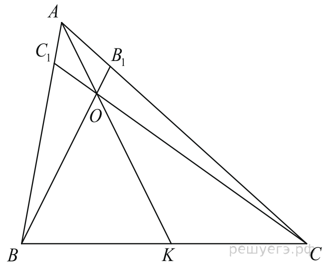
16. Задание 16 № 515689

Точки B_1 и C_1 лежат на сторонах соответственно AC и AB треугольника ABC, причём $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B$. Прямые BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O.

а) Докажите, что прямая AO делит пополам сторону BC.

б) Найдите отношение площади четырёхугольника AB_1OC_1 к площади треугольника ABC, если известно, что $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B = 1 : 4$.

Решение.



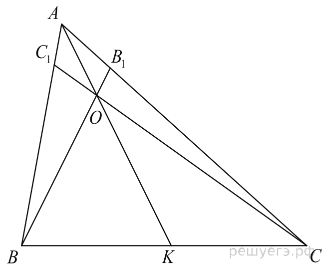
а) По теореме Менелая $\frac{CB}{BK}\cdot\frac{KO}{OA}\cdot\frac{AB_1}{B_1C}=1$ и $\frac{BC}{CK}\cdot\frac{KO}{OA}\cdot\frac{AC_1}{C_1B}=1$. Поскольку $\frac{AC_1}{C_1B}=\frac{AB_1}{B_1C}$, находим: $\frac{CB}{BK}=\frac{BC}{CK}\Leftrightarrow CK=BK$.

б) По теореме Менелая $\frac{AB}{AC_1}\cdot\frac{C_1O}{OC}\cdot\frac{CK}{KB}=1\Leftrightarrow\frac{C_1O}{OC}=\frac{1}{5}$. Также имеем $\frac{CA}{AB_1}\cdot\frac{B_1O}{OB}\cdot\frac{BK}{KC}=1\Leftrightarrow\frac{B_1O}{OB}=\frac{1}{5}$. Заметим, что треугольники AB_1B и BCB_1 имеют общую высоту, следовательно: $\frac{S_{AB_1B}}{S_{BCB_1}}=\frac{1}{4}$. Поэтому $\frac{S_{AB_1B}}{S_{ABC}}=\frac{1}{5}$. Аналогично доказываем, что $\frac{S_{CAC_1}}{S_{ABC}}=\frac{1}{5}$.

Треугольники AOC и AC_1O имеют общую высоту, поэтому $\frac{S_{AC_1O}}{S_{AOC}}=\frac{1}{5}\Leftrightarrow\frac{AC_1O}{AC_1C}=\frac{1}{6}\Leftrightarrow\frac{S_{AC_1O}}{S_{ABC}}=\frac{1}{30}$. Аналогично доказываем, что $\frac{S_{AB_1O}}{S_{ABC}}=\frac{1}{30}$. Тогда $\frac{S_{AB_1OC_1}}{S_{ABC}}=\frac{1}{15}$.

Ответ: $1:15$.

Приведём другое решение (Олег Цимбалист).



а) Из заданного по условию соотношения длин отрезков следует подобие треугольников ABC и AB_1C_1 с коэффициентом подобия, равным 5, из которого, в свою очередь, следует параллельность отрезков BC и B_1C_1. Отрезок B_1C_1 рассекает исходный треугольник ABC на треугольник AB_1C_1 и трапецию BC_1B_1C, в которой точка O — это точка пересечения диагоналей.

Точка пересечения диагоналей трапеции лежит на прямой, проходящей через точку пересечения продолжений боковых сторон трапеции и середины её оснований, из чего следует искомое утверждение.

б) Пусть в треугольнике ABC длина основания BC равна a, а высота, опущенная из вершины на основание BC, равна h. И пусть площадь треугольника ABC равна $S=\frac{1}{2}ah$, тогда $S_{AB_1C_1}=\frac{1}{25}S$.

Высота отсеченной трапеции BC_1B_1C составит $\frac{4}{5}h$. Диагонали трапеции отсекают от неё подобные треугольники BCO и B_1C_1O, в которых

$$\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{BO}{B_1O}=\frac{CO}{C_1O}=\frac{5}{1}.$$

Высоты этих треугольников тоже соотносятся как 5:1, следовательно, высота треугольника BCO составит 5/6 от высоты трапеции BC_1B_1C. Поэтому площадь $S_{BCO}=\frac{1}{2}a\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}h=\frac{2}{3}S$, а площадь треугольника B_1C_1O составит его 25-ю часть, то есть $S_{B_1C_1O}=\frac{2}{75}S$. Наконец, $S_{AB_1OC_1}=S_{AB_1C_1}+S_{B_1C_1O}=\frac{1}{25}S+\frac{2}{75}S=\frac{5}{75}S=\frac{1}{15}S$.

Итак, искомое соотношение равно 1:15.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*.	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен.	1

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

Источник: Типовые тестовые задания по математике, под редакцией И. В. Ященко 2017. Вариант 3. (Часть С)., Типовые тестовые задания по математике под редакцией И. В. Ященко, 2017. Задания С2, С4.
Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: Теоремы Чевы, Менелая, Ван-Обеля

17. Задание 17 № 507714

Гражданин Петров по случаю рождения сына открыл 1 сентября 2008 года в банке счёт, на который он ежегодно кладет 1000 рублей. По условиям вклада банк ежегодно начисляет 20% на сумму, находящуюся на счёте. Через 6 лет у гражданина Петрова родилась дочь, и 1 сентября 2014 года он открыл в другом банке счёт, на который ежегодно кладёт по 2200 рублей, а банк начисляет 44% в год. В каком году после очередного пополнения суммы вкладов сравняются, если деньги со счетов не снимают?

Решение.

Через n лет 1 сентября на первом счёте будет сумма (суммируем $n+1$ член геометрической прогрессии)

$$1000+1000\cdot 1,2+\ldots+1000\cdot 1,2^n=1000(1+1,2+\ldots+1,2^n)=1000\cdot\frac{1,2^{n+1}-1}{1,2-1}=5000(1,2^{n+1}-1)\text{ (руб.)}.$$

В это же время на втором счёте будет сумма

$$2200+2200\cdot 1,44+\ldots+2200\cdot 1,44^{n-6}=2200\cdot\frac{1,44^{n-5}-1}{1,44-1}=5000(1,44^{n-5}-1)\text{ (руб.)}.$$

Приравняем эти суммы и решим полученное уравнение:

$$5000(1,2^{n+1}-1)=5000(1,44^{n-5}-1)\Leftrightarrow 1,2^{n+1}=1,44^{n-5}\Leftrightarrow 1,2^{n+1}=1,2^{2(n-5)}\Leftrightarrow n+1=2n-10\Leftrightarrow n=11.$$

Таким образом, суммы на счетах сравняются через 11 лет после открытия первого вклада, то есть в 2019 году.

Ответ: 2019.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Получено верное выражение для суммы на счетах, но допущена вычислительная ошибка, приведшая к неверному ответу.	2
Получено уравнение на n ИЛИ верный ответ найден подбором.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

Источник: РЕШУ ЕГЭ — Предэкзаменационная работа 2014 по математике.
Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: Задачи о вкладах

18. Задание 18 № 511431

Найти все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}\dfrac{x-ax-a}{x-2+2a}\le 0,\\ x-4>ax.\end{cases}$$

имеет решения.

Решение.

Рассмотрим второе неравенство системы: $(1-a)x>4.$ Если $a=1,$ то неравенство, а значит и система не имеет решений. Если $a<1,$ то решение неравенства — луч $x>\frac{4}{1-a}.$ Если $a>1,$ то решение неравенства — луч $x<\frac{4}{1-a}.$

При $a\neq 1$ первое неравенство системы принимает вид: $\begin{cases}(1-a)\left(x-\frac{a}{1-a}\right)(x-2(1-a))\leq 0,\\ x\neq 2(1-a).\end{cases}$

Если $a>1,$ то решение этой системы — два луча с концами в точках $\frac{a}{1-a},$ $2(1-a).$ Если $a<1,$ то решение этой системы — полуинтервал с концами в точках $\frac{a}{1-a},$ $2(1-a).$

Очевидно, что при $a>1$, решение системы будет содержать луч, вида $(-\infty;\ b)$, где b меньшее из чисел $\frac{4}{1-a},$ $\frac{a}{1-a}$ и $2(1-a)$, а значит система будет иметь решение.

Чтобы решения были при $a<1$ необходимо и достаточно:

$$\begin{cases}a<1,\\ \frac{a}{1-a}\neq 2(1-a),\\ \left[\begin{array}{l}\frac{a}{1-a}>\frac{4}{1-a},\\ 2(1-a)>\frac{4}{1-a}.\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a<1,\\ a\neq 2,\\ a\neq\frac{1}{2},\\ \left[\begin{array}{l}1<a<4,\\ a<1-\sqrt{2},\\ 1<a<1+\sqrt{2}.\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow a<1-\sqrt{2}$$

Таким образом, исходная система неравенств имеет решения при $a\in(-\infty;\ 1-\sqrt{2})\cup(1;\ +\infty)$

Ответ: $(-\infty;\ 1-\sqrt{2})\cup(1;\ +\infty)$

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: Координаты (x, a)

19. Задание 19 № 515831

Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 48 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 12 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

Решение.

а) Пример: 1, 2, 3. Разность квадрата суммы и суммы квадратов равна 36 − 14 = 22. Если добавить число 4, то разность будет равна 100 − 30 = 70, что ровно на 48 больше, чем было.

б) Обозначим члены прогрессии $a_1, a_2, ..., a_n$. Тогда разность, вычисленная математиком в первый раз, равна

$$(a_1+a_2+...+a_n)^2-a_1^2-a_2^2=2a_n(a_1+a_2+...+a_{n-1})+2a_{n-1}(a_1+a_2+...+a_{n-2})+$$

$$+...+2a_3(a_1+a_2)+2a_2a_1.$$

Когда к прогрессии добавили член a_{n+1}, то вычисленная во второй раз разность отличается от первой дополнительным слагаемым

$$2a_{n+1}(a_1+a_2+...+a_n)=2(a_1+nd)\frac{2a_1+(n-1)d}{2}n=(a_1+nd)(2a_1+(n-1)d)n,$$

где d — разность прогрессии.

Из условия следует, что $a_1 \geq 0$ и $d \geq 1$, поэтому

$$(a_1+nd)(2a_1+(n-1)d)n \geq n^2(n-1).$$

Получаем неравенство $n^2(n-1) \leq 1440$, откуда $n \leq 11$. Значит, 12 членов в начальной прогрессии быть не может.

в) Из равенства $(a_1+nd)(2a_1+(n-1)d)n=1440$ следует, что n является делителем числа 1440. Значит, $n \neq 11$.

Если n = 10, получаем $(a_1+10d)(2a_1+9d)=144$. Если $d \geq 2$, то левая часть не меньше чем $90d^2 \geq 90 \cdot 4 = 360 > 144$. Следовательно, d = 1. Получаем уравнение $2a_1^2+29a_1-54=0$, которое не имеет целых решений. Если n = 9, получаем $(a_1+9d)(2a_1+8d)=160$. Если $d \geq 2$, то левая часть не меньше чем $72d^2 \geq 72 \cdot 4 = 288 > 160$. Следовательно, d = 1. Получаем уравнение $a_1^2+13a_1-44=0$, которое не имеет целых решений. Если n = 8, получаем $(a_1+8d)(2a_1+7d)=180$. Если $d \geq 2$, то левая часть не меньше чем $56d^2 \geq 56 \cdot 4 = 224 > 180$. Следовательно, d = 1. Получаем уравнение $2a_1^2+23a_1-124=0$, которое имеет единственный натуральный корень 4. Значит, прогрессия из восьми чисел 4, 5, 6, ..., 11 удовлетворяет условию задачи.

Ответ: а) 1, 2, 3; б) нет; в) 8.

Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	**Баллы**
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующий результатов: — обоснованное решение в п. *а*; — пример в п. *б*; — искомая оценка в п. *в*; — пример в п. *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Источник: Типовые тестовые задания по математике, под редакцией И. В. Ященко 2017. Вариант 10. (Часть С).

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: Последовательности и прогрессии

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	25479	8
2	263791	15,4
3	500905	8
4	321299	0,51
5	2683	2
6	27744	104
7	317545	6
8	25875	93
9	63651	6
10	513886	0,018
11	119075	4
12	3585	5