УМК

ГЕОМЕТРИЯ

Л.С. Атанасян

ВСЕ ДОМАШНИЕ РАБОТЫ

7 класс

ФГОС

ЛадКом

К УЧЕБНИКУ И РАБОЧЕЙ ТЕТРАДИ

Все домашние работы по ГЕОМЕТРИИ за 7 класс к учебнику и рабочей тетради Атанасяна Л. С., Бутузова В. Ф. и др.

ФГОС

Стандарт
Москва
2015

УДК 882 (075)
ББК 812 Р-7
325

Серия
«Домашний репетитор.
Решебники для родителей»
*(учебно-методическое издание
для взрослых)*

Захарцов М. А.
Все домашние работы по геометрии за 7 класс к учебнику и рабочей тетради Атанасяна Л. С., Бутузова В. Ф. и др. (Геометрия. 7—9 классы. Учебник; Геометрия. Рабочая тетрадь. 7 класс. Издательство «Просвещение» 2012—2014). ФГОС. М.: ООО «Стандарт», 2015. — 224 с.

ISBN 978-5-91336-218-6

Наш «Решебник» содержит ответы ко всем заданиям и упражнениям учебника и рабочей тетради УМК Геометрия 7 класс Л. С. Атанасяна и др.
Здесь подробно разобраны методы и способы их выполнения, показан правильный путь решения. Издание адресовано исключительно родителям учащихся, для проверки домашних заданий и помощи в решении задач.

Введение

В курсе геометрии 7 класса УМК Л.С.Атанасяна систематизируются знания учащихся о простейших геометрических фигурах и их свойствах; вводится понятие равенства фигур; вводится понятие теоремы; вырабатывается умение доказывать равенство треугольников с помощью изученных признаков; вводится новый класс задач — на построение с помощью циркуля и линейки; вводится одно из важнейших понятий — понятие параллельных прямых; даётся первое представление об аксиомах и аксиоматическом методе в геометрии; вводится аксиома параллельных прямых; рассматриваются новые интересные и важные свойства треугольников (в данной теме доказывается одна из важнейших теорем геометрии — теорема о сумме углов треугольника). Она позволяет дать классификацию треугольников по углам (остроугольный, прямоугольный, тупоугольный), а также установить некоторые свойства и признаки равенства прямоугольных треугольников.

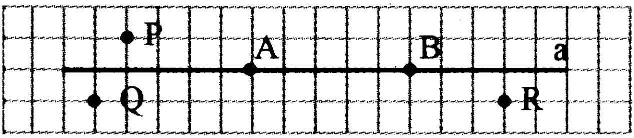
Наш «Решебник» структурирован согласно заданиям учебника и рабочей тетради. Его главное преимущество состоит в том, что он позволяет наметить правильный путь исследования, проконтролировать точность выполнения различных по сложности задач и упражнений по геометрии. С помощью «Решебника» учащиеся смогут добиться хороших результатов на уроках и эффективно подготовиться к ЕГЭ.

Родители, используя наше издание, в короткий срок способны стать квалифицированными домашними репетиторами для собственных детей.

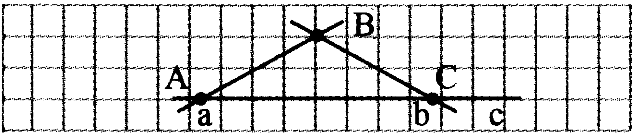
Учебник

Глава I.
Начальные геометрические сведения.

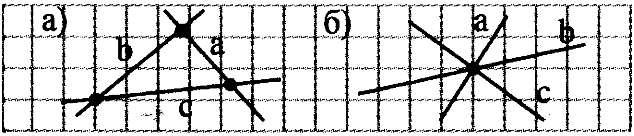
1. $A \in a; B \in a; P \notin a; Q \notin a; R \notin a.$



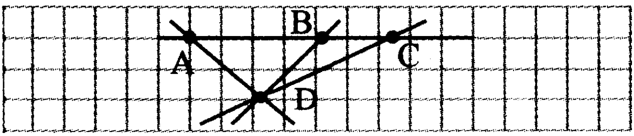
2. $A, B \in a; B, C \in b; A, C \in c.$



3. **а)** Три точки; **б)** одна точка.



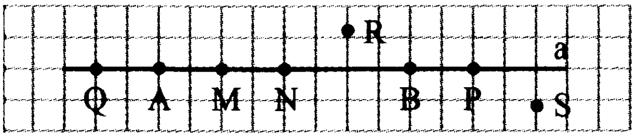
4. $A, B, C \in a; \quad D \notin a.$
Получилось четыре прямых:
$AD,\ DB,\ CD,\ AB.$



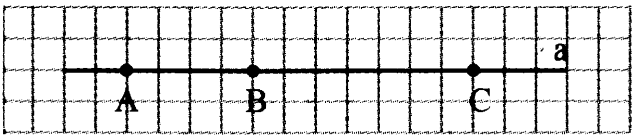
5. **а)** $M, N \in [AB]$;

б) $Q, P \in a; Q, P \notin [AB]$;

в) $R, S \notin a$.



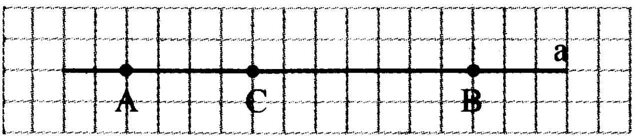
6. Получилось три отрезка $[AB]$, $[BC]$ и $[AC]$.



7. **а)** $C \in [AD]$, $C \in [BD]$, $C \in [AC]$, $C \in [BC]$;

б) $B \notin [CD]$.

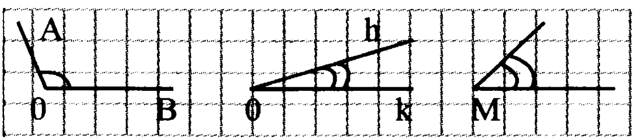
8. $A, B \in a$; $C \in [AB]$.



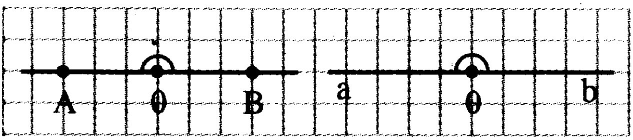
а) Лучи $[AB)$ и $[AC)$ – совпадают, лучи $[BC)$ и $[BA)$ – совпадают;

б) Луч $[CB)$ является продолжением луча $[CA)$.

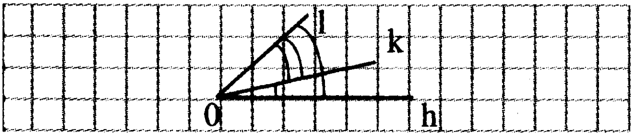
9. Неразвернутые углы. $\angle AOB$; $\angle hk$; $\angle M$.



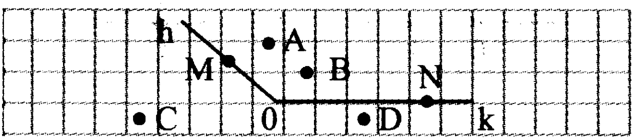
10. Развернутые углы:
$\angle AOB = 180°; \angle ab = 180°$.



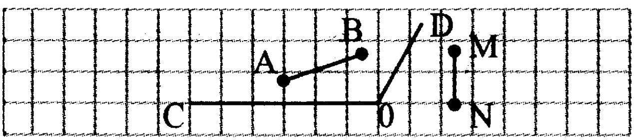
11. Углы, образованные данными лучами:
$\angle hk$; $\angle kl$; $\angle hl$.



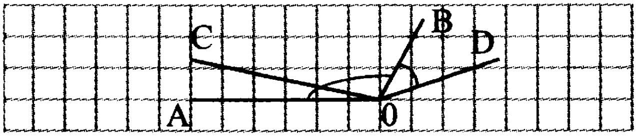
12. Неразвернутый угол $\angle hk$.
A, B—лежат внутри угла;
C, D—лежат вне угла;
M, N—лежат на сторонах угла.



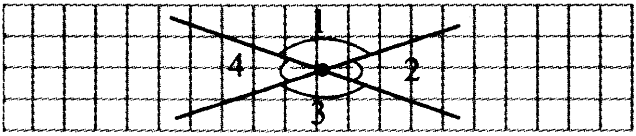
13. $[AB]$—лежит внутри угла;
$[MN]$—лежит вне угла.



14. Неразвернутый угол $\angle AOB$.



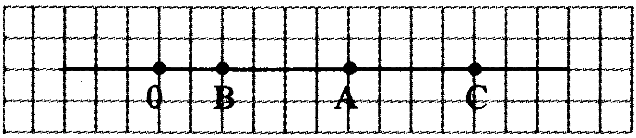
15. Образуются 4 неразвернутых угла.



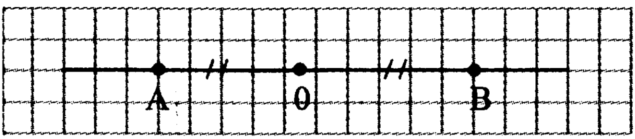
16. Внутри $\angle kh$ лежат точки M и A;
вне $\angle kh$ лежат точки C и B;
на сторонах $\angle kh$ лежат точки D и B.

17. Луч l делит $\angle AOB$ на два угла;
луч h делит $\angle AOB$ на два угла.

18. $OB < OA$; $OC > OA$; $OB < OC$.

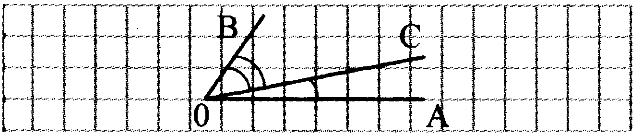


19. **а)** $AO = OB$, при наложении они совпадают;
б) $OA < AB$, при наложении они не совпадают.

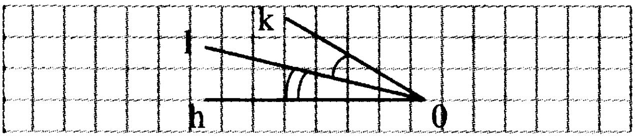


20. **а)** Точка B – середина отрезка AC;
точка C – середина отрезка AE;
точка D – середина отрезка CE;
б) Точка D – середина отрезка CE;
в) Точка C – середина отрезков AE и BD.

21. $\angle AOB > \angle AOC$.



22. **а)** l – биссектриса угла hk, $\angle hl = \angle lk$, значит, при наложении углы совпадут;
б) $\angle hl < \angle hk$, значит, при наложении углы не совпадут.



23. **а)** OB биссектриса $\angle AOC$;
OD биссектриса $\angle BOF$;
OC биссектриса $\angle AOE$;
б) Луч OC является биссектрисой $\angle BOD$, $\angle AOE$.

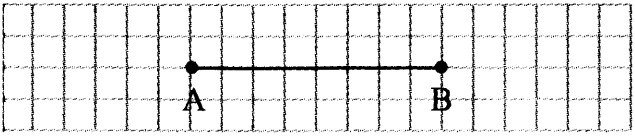
24. Ширина 17 см=170 мм, длина 22 см=220 мм.

25. Толщина 15 мм, количество листов $384 : 2 = 192$, толщина одного листа в учебнике $15 : 192 = 0,078$.

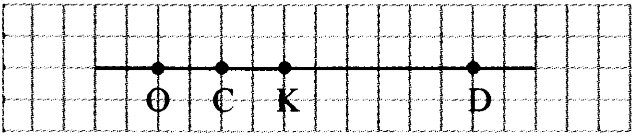
26. **а)** $AB = 2KL$;
$PQ = 3KL$;

$EF = 5KL;$
$CD = 6KL;$
б) $KL = 0,5AB;$
$PQ = 1,5AB;$
$EF = 2,5AB;$
$CD = 3AB.$

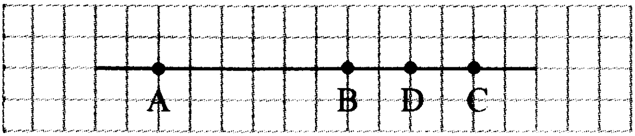
27. $OD = 2AB; OK = \frac{1}{2}AB;$



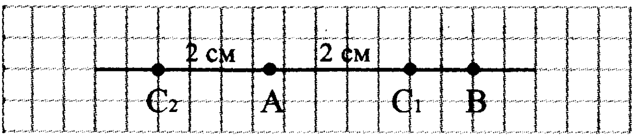
$OC = \frac{1}{4}AB.$



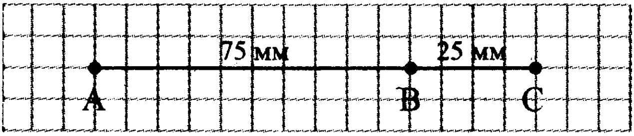
28. $AB = BC; BD = DC.$



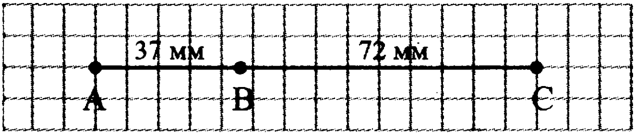
29. Можно отметить две таких точки, одну влево от A, вторую вправо от A.



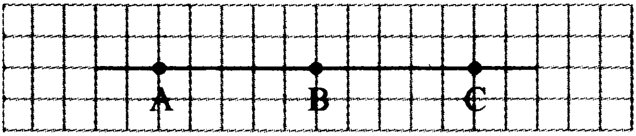
30. $AC = AB + BC; AC = 7,8$ см+25 мм =
= 78 мм+25 мм = 103 мм = 10 см 3 мм.
Ответ: 10 см 3 мм.



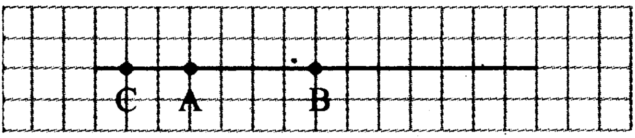
31. **а)** $BC = AC - AB = 7,2$ см$-3,7$ см $= 3,5$ см.
Ответ: 3,5 см;
б) $BC = AC - AB = 4$ см-4 мм =
= 40 мм−4 мм = 36 мм. Ответ: 36 мм.



32. **1)** $AC = AB + BC = 12$ см + 13,5 см =
= 25,5 см;

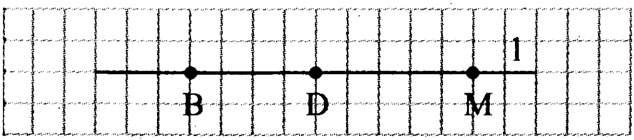


2) $AC = BC - BA = 13,5$ см − 12 см = 1,5 см.

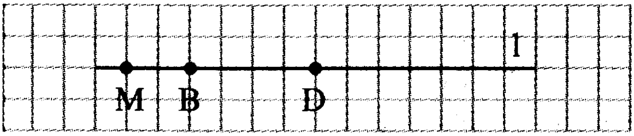


Ответ: 25,5 см или 1,5 см.

33. **1)** $BM = BD + DM = 7$ см$+16$ см $= 23$ см;



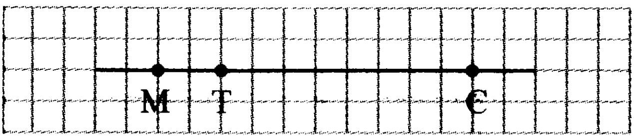
2) $BM = DM - BD = 16$ см $- 7$ см $= 9$ см.



Ответ: 23 см или 9 см.

34. **1)** $AC = CB = AB : 2 = 64 : 2 = 32$ см;
2) $AD = AC - CD = 32$ см $-$ 15 см $=$ 17 см;
3) $BD = BC + CD = 32$ см $+$ 15 см $=$ 47 см.
Ответ: $BD = 47$ см, $DA = 17$ см.

35. $TC = MC - MT = 650$ км $-$ 170 км $=$ 480 км.



Ответ: расстояние между Тверью и Санкт-Петербургом 480 км.

36. Решение в учебнике.

37. **а) 1)** $AC = CB = AB : 2 = 2 : 2 = 1$(см) – так как C – середина AB;
2) $AO = OC = AC : 2 = 1 : 2 = 0,5$(см) – так как O – середина AC;
3) $OB = OC + CB = 0,5$ см $+ 1$ см $= 1,5$ см.

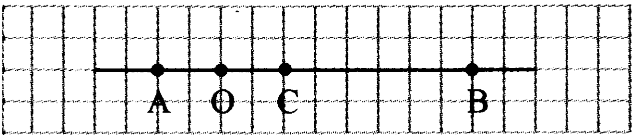
Ответ: $AC = 1$ см; $CB = 1$ см; $AO = 0,5$ см; $OB = 1,5$ см;

б) 1) $AC = CB = 3,2$(м) – так как C – середина AB;

2) $AB = 2 \cdot CB = 2 \cdot 3,2 = 6,4$ (м) – так как $AC = CB$;

3) $AO = OC = AC : 2 = 3,2 : 2 = 1,6$(м) – так как O – середина AC;

4) $OB = OC + CB = 1,6$ м $+ 3,2 = 4,8$ м.



Ответ: $AB = 6,4$ м; $AC = 3,2$ м; $AO = 1,6$ м; $OB = 4,8$ м.

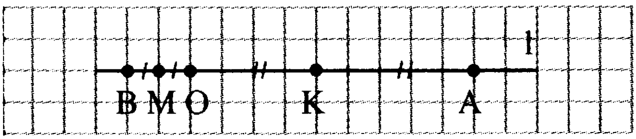
38. **а)** Точка K – середина отрезка OA, точка M – середина отрезка OB.

1) $OK = KA = OA : 2 = 12 : 2 = 6$ (см).

2) $OM = BM = BO : 2 = 9 : 2 = 4,5$ (см).

3) $MK = OK + OM = 6 + 4,5 = 10,5$ (см).

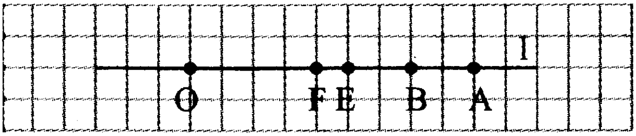
Ответ: 10,5 см.



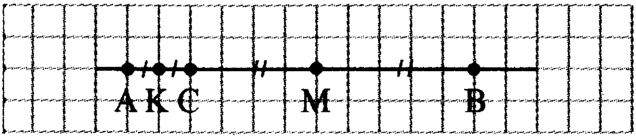
б) Точка E – середина отрезка OA, точка F – середина отрезка OB.

1) $OE = EA = OA : 2 = 12 : 2 = 6$ (см).

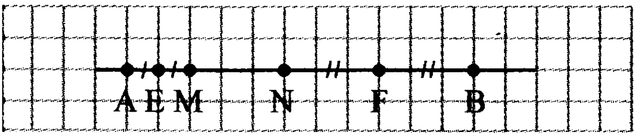
2) $OF = FB = OB : 2 = 9 : 2 = 4,5\,(\text{см})$.
3) $FE = OE - OF = 6 - 4,5 = 1,5\,(\text{см})$.
Ответ: $1,5$ см.



39. $AB = a, C \in AB; K \in AC, AK = KC; M \in CB,$ $CM = MB$.
$AB = AK+KC+CM+MB$, так как $AK = KC$ и $CM = MB$, то $AB = KC+KC+CM+CM = = 2KC + 2CM = 2\,(KC + CM) = 2KM$;
$KM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}a$.
Ответ: $\frac{1}{2}a$.



40. $AB = 28$ см, $MN \in AB; E \in AM, AE = EM;$ $F \in NB, NF = FB; EF = 16$ см.



1) $AE + FB = AB - EF = 28$ см $- 16$ см $=$ $= 12$ см;
2) $EM + NF = AE + FB$, так как $AE = EM$ и $NF = FB$.

3) $MN = EF - (EM + NF) =$
$= EF - (AE + FB) = 16$ см $- 12$ см $= 4$ см.
Ответ: 4 см.

41. Практическое задание.

42. Практическое задание.

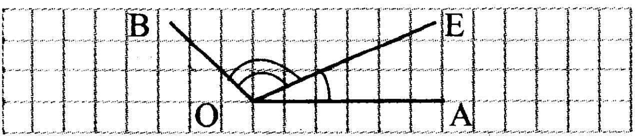
43. Практическое задание.

44. Практическое задание.

45. Если градусные меры двух углов равны, то и сами углы равны.

46. **а)** $\angle AOX = 40°$;
$\angle BOX = 60°$;
$\angle AOB = 20°$;
$\angle COB = 20°$;
$\angle DOX = 130°$;
б) $\angle AOB = \angle COB = 20°$;
в) $\angle AOB = \angle COB = 20°$;
$\angle XOA = \angle AOC = 40°$;
$\angle COD = \angle ZOD = 50°$;
г) $\angle AOX = 40$;
$\angle AOB = 20°$;
$\angle AOC = 40°$;
$\angle AOD = 90°$;
$\angle AOZ = 140°$.

47. $\angle AOB = \angle AOE + \angle EOB$;



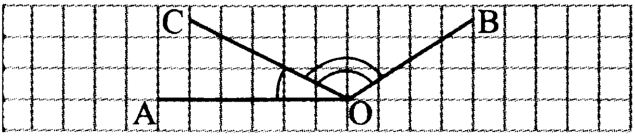
а) $\angle AOB = \angle AOE + \angle EOB = 44° + 77° = 121°$;

б) $\angle AOB = \angle AOE + \angle EOB = 12°37' + 108°25' =$
$= 120°62' = 121°02'$.

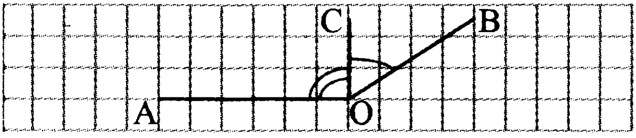
Ответ: **а)** $\angle AOB = 121°$;

б) $\angle AOB = 121°02'$.

48. $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$ – свойство измерения углов. $\angle AOC$ на 18° меньше $\angle COB$,
значит $\angle AOC = \angle COB - 18°$,
тогда $\angle AOB = \angle COB - 18° + \angle COB$;
$78° = 2\angle COB - 18°$;
$2\angle COB = 78° + 18°$;
$2\angle COB = 96°$;
$\angle COB = 48°$.
Ответ: $\angle COB = 48°$.



49. $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$ – свойство измерения углов. $\angle AOC$ На 15° больше $\angle COB$, значит $\angle COB = \angle AOC - 15°$, тогда $\angle AOB = \angle AOC +$
$+ \angle AOC - 15; 155° = 2\angle AOC - 15°$;
$2\angle AOC = 155° + 15°$;
$2\angle AOC = 170°; \angle AOC = 85°$.
Ответ: $\angle AOC = 85°$.



50. $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$ – свойство измерения углов. $\angle AOB = 3\angle BOC$ – по условию, значит,

$\angle AOC = 3\angle BOC + \angle BOC$,

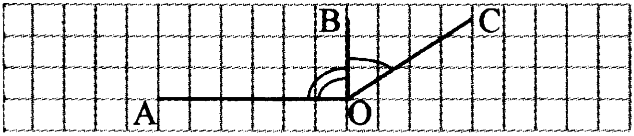
$\angle AOC = 4\angle BOC$,

$4\angle BOC = 108°$,

$\angle BOC = 27°$,

$\angle AOB = 3\angle BOC = 3 \cdot 27° = 81°$.

Ответ: $\angle AOB = 81°$.



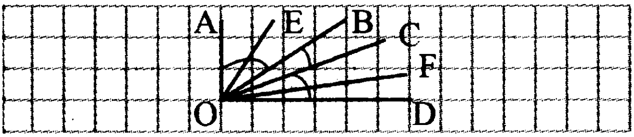
51. **1)** $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = 90° : 3 = 30°$;

2) OE и OF – биссектрисы $\angle AOB$ и $\angle COD$, значит, $\angle EOB = \angle COF = 30° : 2 = 15°$;

3) $\angle EOF = \angle EOB + \angle BOC + \angle COF =$

$= 15° + 30° + 15° = 60°$.

Ответ: $\angle EOF = 60°$.



52. По условию $\angle ZOV = \angle VOY$ и

$\angle YOU = \angle UOX$,

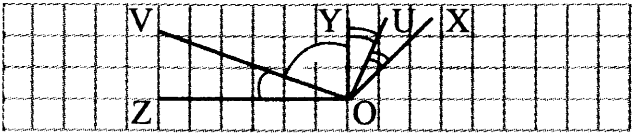
$\angle ZOX = \angle ZOV + \angle VOY + \angle YOU + \angle UOX =$

$= \angle VOU + \angle VOU + \angle YOU + \angle YOU = 2\angle VOU +$

$+ 2\angle YOU = 2(\angle VOU + \angle YOU) = 2\angle VOU =$

$= 2\angle UOV = 2 \cdot 80° = 160°$.

Ответ: $\angle XOZ = 160°$.



53. $\angle kl = \angle lh$,

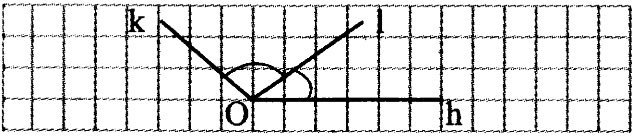
$\angle kh = \angle kl + \angle lh = \angle hl + \angle hl = 2\angle hl$;

$\angle hk$ – не развернутый, значит,

$2\angle hl < 180°, \angle hl < 180° : 2$,

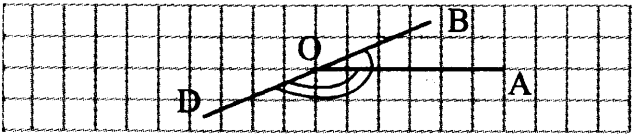
$\angle hl < 90°$.

$\angle hl$ не может быть ни прямым, ни развернутым.



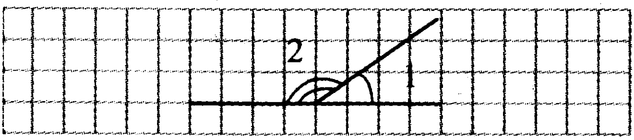
54. $\angle AOB$ – острый, а $\angle AOD$ – тупой, значит,

$\angle AOB < \angle AOD$.

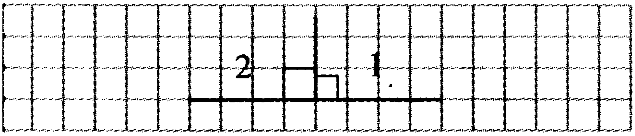


55. 1 – острый угол;

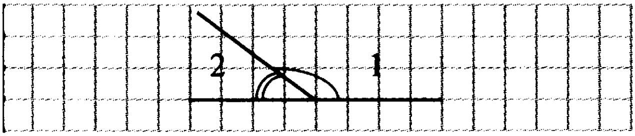
2 – смежный угол.



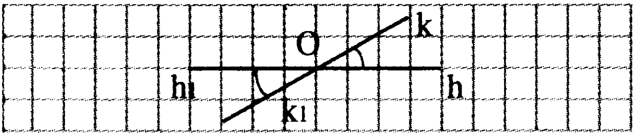
1 – прямой угол;
2 – смежный угол.



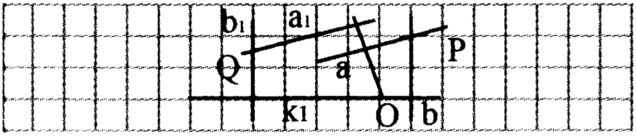
1 – тупой угол; 2 – смежный угол.



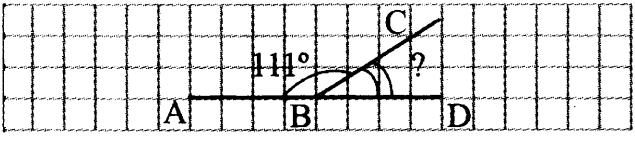
56. Вертикальные углы $\angle hk$ и $\angle h_1k_1$.



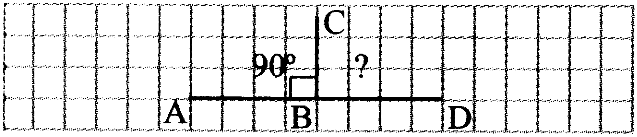
57. $b \perp OM$, $b_1 \perp OM$, $a \perp ON$, $a_1 \perp ON$.



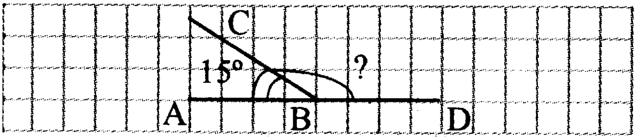
58. По свойству смежных углов:
а) $\angle CBD = 180° - 111° = 69°$;



б) $\angle CBD = 180° - 90° = 90°$;



в) $\angle CBD = 180° - 15° = 165°$.



59. $180° - 90° = 90°$. Если один из смежных углов прямой, то второй тоже прямой.

60. Пусть $\angle A$ и $\angle B$ смежные, и $\angle A = \angle B$, тогда,
$180° - \angle A = \angle B$,
$\angle A + \angle B = 180°$,
$2\angle A = 180°$,
$\angle A = \angle B = 90°$. Верно.

61. **а)** $\angle hk = \angle kl - 40°$;
$180° - \angle hk = \angle kl$;
$180° - (\angle kl - 40°) = \angle kl$;
$180° - \angle kl + 40° = \angle kl$;
$2\angle kl = 220°$;
$\angle kl = 110°$;
$\angle hk = 110° - 40° = 70°$.
б) $\angle hk = \angle kl + 120°$;
$180° - \angle hk = \angle kl$;
$180° - (\angle kl + 120°) = \angle kl$;
$180° - \angle kl - 120° = \angle kl$;

$2\angle kl = 60°$;

$\angle kl = 30°$;

$\angle hk = 30° + 120° = 150°$.

в) $\angle hk = \angle kl + 47°18'$;

$180° - \angle hk = \angle kl$;

$180° - (\angle kl + 47°18') = \angle kl$;

$180° - \angle kl - +47°18' = \angle kl\,(180° = 179°60')$;

$2\angle kl = 179°60' - 47°18'$;

$2\angle kl = 132°42'$;

$\angle kl = 66°21'$;

$\angle hk = 66°21' + 47°18' = 113°39'$.

г) $\angle hk = 3\angle kl$;

$180° - \angle hk = \angle kl$;

$180° - 3\angle kl = \angle kl$;

$4\angle kl = 180°$;

$\angle kl = 45°$;

$\angle hk = 3 \cdot 45° = 135°$.

д) $\angle hk : \angle kl = 5 : 4$;

$\frac{\angle hk}{\angle kl} = \frac{5}{4}$;

$4\angle hk = 5\angle kl$;

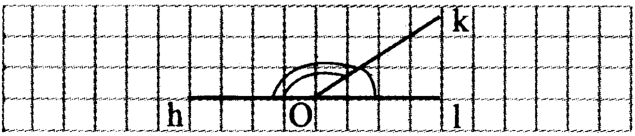
$\angle kl = \frac{4}{5}\angle hk = 0,8\angle hk; 180° - \angle hk = \angle kl$;

$180° - \angle hk = 0,8\angle hk$;

$1,8\angle hk = 180°$;

$\angle hk = 100°$;

$\angle kl = 0,8 \cdot 100° = 80°$.

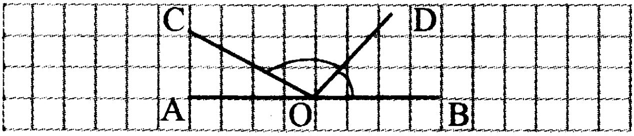


62. **1)** $\angle BOD = \angle COD = \angle COB : 2 =$
$= 148^\circ : 2 = 74^\circ$.

2) $\angle AOC = 180^\circ - \angle COB = 180^\circ - 148^\circ = 32^\circ$.

3) $\angle AOD = \angle AOC + \angle COD = 32^\circ + 74^\circ = 106^\circ$.

Ответ: $\angle AOD = 106^\circ$.



63. Даны два равных угла $\angle a_1 = \angle a_2$, и два смежных с ними угла $\angle b_1$ и $\angle b_2$.

$\angle a_1 + \angle b_1 = 180^\circ$ и $\angle a_2 + \angle b_2 = 180^\circ$;

$\angle a_1 + \angle b_1 = \angle a_2 + \angle b_2$;

$\angle b_1 = \angle b_2 + (\angle a_2 - \angle a_1)$,

(так как $\angle a_1 = \angle a_2$, то $\angle a_2 - \angle a_1 = 0$);

значит, $\angle b_1 = \angle b_2$.

Смежные с ними углы равны.

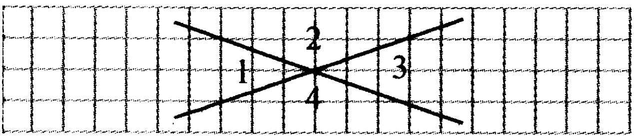
64. $\angle 1 = \angle 3$ и $\angle 2 = \angle 4$ как вертикальные, а
$\angle 2 = 180^\circ - \angle 3, \quad \angle 3 = 180^\circ - \angle 2$ как смежные.

а) $\angle 2 = \angle 4 = 117^\circ$;

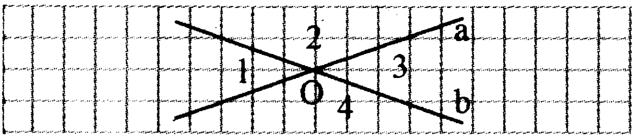
$\angle 1 = \angle 3 = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$.

б) $\angle 1 = \angle 3 = 43^\circ 27'$;

$(180^\circ = 179^\circ 60')\ \angle 2 = \angle 4 = 179^\circ 60' - 43^\circ 27' =$
$= 136^\circ 33'$.



65. **а)** $\angle 1 + \angle 3 = 114°$;
1) $\angle 1$ и $\angle 3$ вертикальные, значит,
$\angle 1 = \angle 3 = 114° : 2 = 57°$;
2) $\angle 2$ и $\angle 4$ вертикальные, значит,
$\angle 2 = \angle 4 = 180° - 57° = 123°$.
Ответ: $\angle 1 = \angle 3 = 57°$, $\angle 2 = \angle 4 = 123°$;
б) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 220°$;
1) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360°$;
$\angle 4 = 360° - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) =$
$= 360° - 220° = 140°$;
2) $\angle 2$ и $\angle 4$ вертикальные, значит,
$\angle 2 = \angle 4 = 140°$;
3) $\angle 1$ и $\angle 3$ вертикальные, значит,
$\angle 1 = \angle 3 = 180° - 140° = 40°$.
Ответ: $\angle 1 = \angle 3 = 40°$; $\angle 2 = \angle 4 = 140°$.



66. **а)** $\angle 2$ и $\angle 4$ вертикальные, значит, $\angle 2 = \angle 4 = 220° : 2 = 110°$. $\angle 1$ и $\angle 3$ вертикальные, значит, $\angle 1 = \angle 3 = 180° - 110° = 70°$.
Ответ: $\angle 1 = \angle 3 = 70°$, $\angle 2 = \angle 4 = 110°$;
б) $\angle 1 = \angle 3$,
$\angle 2 = \angle 4$ и $3(\angle 1 + \angle 3) = \angle 2 + \angle 4$, значит,
$3(\angle 1 + \angle 1) = \angle 2 + \angle 2$,
$3 \cdot 2\angle 1 = 2\angle 2$,
$3\angle 1 = \angle 2$,
$\angle 1 + \angle 2 = 180°$,

$\angle 1 + 3\angle 1 = 180°$,

$4\angle 1 = 180°$,

$\angle 1 = \angle 3 = 45°$,

$\angle 2 = \angle 4 = 3\angle 1 = 135°$.

Ответ: $\angle 1 = \angle 3 = 45°$; $\angle 2 = \angle 4 = 135°$.

в) $\angle 2 - \angle 1 = 30°$,

$\angle 2 = 30° + \angle 1$,

$\angle 1 + \angle 2 = 180°$,

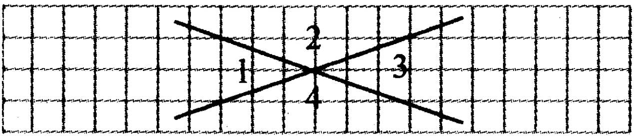
$\angle 1 + 30° + \angle 1 = 180°$,

$2\angle 1 = 150°$,

$\angle 1 = \angle 3 = 75°$,

$\angle 2 = \angle 4 = \angle 1 + 30° = 105°$.

Ответ: $\angle 1 = \angle 3 = 75°, \angle 2 = \angle 4 = 105°$.



67. $\angle 1 = \angle 4$,

$\angle 2 = \angle 5$,

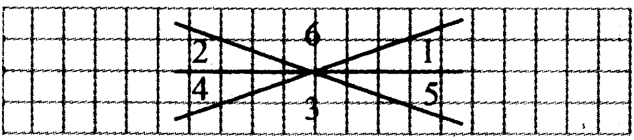
$\angle 3 = \angle 6$ – вертикальные.

$\angle 1 + \angle 6 + \angle 2 = 180°$,

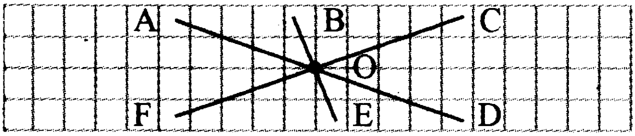
так как $\angle 6 = \angle 3$,

то $\angle 1 + \angle 3 + \angle 2 = 180°$.

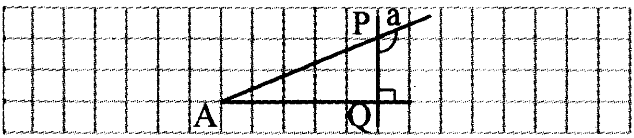
Ответ: $\angle 1 + \angle 3 + \angle 2 = 180°$.



68. $\angle AOB = \angle EOD = 50°$,
$\angle FOE = \angle BOC = 70°$,
$\angle AOF = \angle COD$ – вертикальные.
1) $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 50° + 70° = 120°$;
2) $\angle AOF = \angle COD = 180° - \angle AOB - \angle FOE =$
$= 180° - 50° - 70° = 60°$;
3) $\angle BOD = \angle BOC + \angle COD = 70° + 60° = 130°$;
4) $\angle COE = \angle COD + \angle DOE = 60° + 50° = 110°$.
Ответ: $\angle AOC = 120°$, $\angle BOD = 130°$,
$\angle COE = 110°$, $\angle COD = 60°$.



69. Обе прямые AP и AQ не могут быть перпендикулярными прямой a, так как AP и PQ – пересекающиеся прямые.



70. Если $f \perp a$, $d \perp a$, $c \perp a$, то прямые f, d и c не пересекаются, а по условию c, d и f проходят через одну точку A, значит, все три эти прямые одновременно перпендикулярными a не могут быть. Следовательно, только одна из трех прямых может быть перпендикулярна прямой a.

Вопросы для повторения к главе I.

1. Через любые две точки можно провести прямую, притом только одну.
2. Две прямые либо имеют только одну общую точку, либо не имеют общих точек.
3. Отрезок – это часть прямой, ограниченная двумя точками.
4. Луч – это имеющая начало часть прямой. Точка начала луча разделяет прямую на две части. Обычно луч обозначают либо малой латинской буквой (например, луч h), либо двумя большими латинскими буквами, первая из которых обозначает начало луча, а вторая – какую-нибудь точку на луче (например, луч AO).
5. Угол – это геометрическая фигура, которая состоит из точки и двух лучей, исходящих из этой точки. Лучи называются сторонами угла, а их общее начало – вершиной угла.
6. Угол называется развернутым, если обе его стороны лежат на одной прямой.
7. В геометрии две фигуры, имеющие одинаковую форму и одинаковые размеры, называют равными.
8. Наложим один отрезок на другой так, чтобы конец одного отрезка совместился с концом другого. Если при этом два других конца также совместятся, то отрезки полностью совместятся и, значит, они равны. Если же два других конца не совместятся, то меньшим считается

тот отрезок, который составляет часть другого.

9. Точка отрезка, делящая его пополам, т.е. на два равных отрезка, называется серединой отрезка.

10. Наложим один угол на другой так, чтобы сторона одного угла совместилась со стороной другого, а две другие оказались по одну сторону от совместившихся сторон. Если две другие стороны также совместятся, то углы полностью совместятся и, значит, они равны. Если же эти стороны не совместятся, то меньшим считается тот угол, который составляет часть другого.

11. Биссектрисой угла называется луч, исходящий из вершины угла и делящий его на два равных угла.

12. $AB = AC + CB$.

13. Масштабная миллиметровая линейка, штангенциркуль, рулетка и т. д.

14. Градусной мерой угла называется положительное число, которое показывает, сколько раз градус и его части укладываются в данном угле.

15. $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$.

16. Угол называется острым, если он меньше $90°$, т. е. меньше прямого угла, прямым, если он равен $90°$, тупым, если он больше $90°$, но меньше $180°$, т. е. больше прямого, но меньше развернутого угла.

17. Два угла называются смежными, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями одна другой. Сумма смежных углов равна 180°.

18. Два угла называются вертикальными, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого. Вертикальные углы равны.

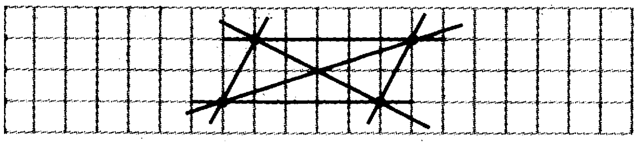
19. Две пересекающиеся прямые называются перпендикулярными (или взаимно перпендикулярными), если они образуют четыре прямых угла.

20. Рассмотрим прямые a и b, перпендикулярные к прямой c. Мысленно перегнем рисунок по прямой c так, чтобы верхняя часть рисунка наложилась на нижнюю. Лучи образованные прямой a наложатся, аналогично для прямой b. Значит, прямые a и b не пересекаются.

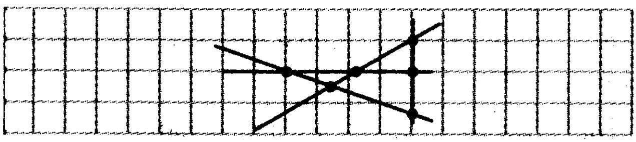
21. Экер, теодолит.

Дополнительные задачи.

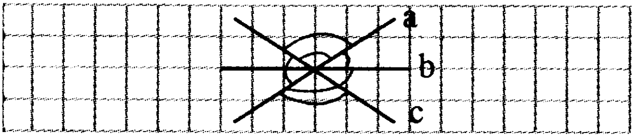
71. 6 прямых.



72. 6 точек.



73. 12 углов.



74. $MP = 24,$

$MN = 2NP,$

$MN + NP = MP,$

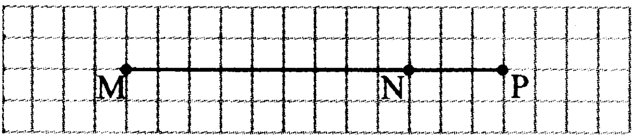
$2NP + NP = 24,$

$3NP = 24,$

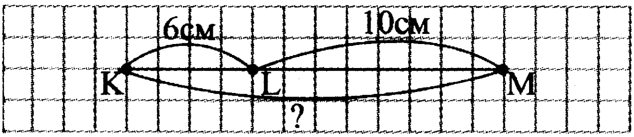
$NP = 8\,(\text{см})\,,$

$NM = 2NP = 2 \cdot 8 = 16\,(\text{см})\,.$

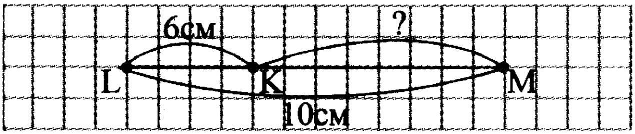
Ответ: а) 8 см. б) 16 см.



75. **1)** $KM = KL + LM = 6 + 10 = 16$ (см).

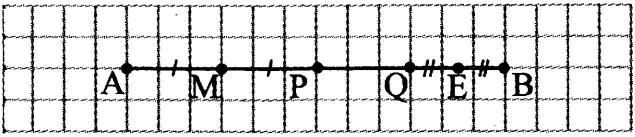


2) $KM = LM - LK = 10 - 6 = 4$ (см).



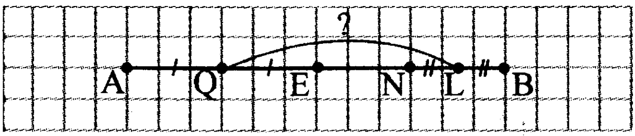
Ответ: 16 см или 4 см.

76. $AP = 2PQ = 2QB$,
$AB = AP + PQ + QB$,
$2PQ + PQ + PQ = a$,
$4PQ = a$,
$PQ = QB = \frac{a}{4}$,
$AP = 2PQ = \frac{a}{2}$.



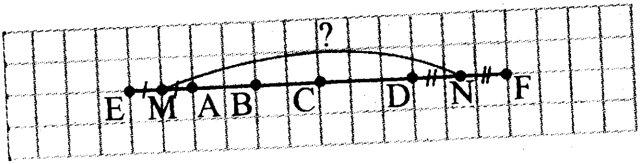
а) $QE = EB = \frac{1}{2}QB = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{a}{8}$,
$AE = AP + PQ + QE = \frac{a}{2} + \frac{a}{4} + \frac{a}{8} =$
$= \frac{4a}{8} + \frac{2a}{8} + \frac{a}{8} = \frac{7a}{8}$;
б) $QE = EB = \frac{1}{2}QB = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{a}{8}$,
$AM = MP = AP : 2 = \frac{a}{2} : 2 = \frac{a}{4}$,
$ME = MP + PQ + QE = \frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{a}{8} =$
$= \frac{2a}{8} + \frac{2a}{8} + \frac{a}{8} = \frac{5a}{8}$.
Ответ: **а)** $\frac{7a}{8}$; **б)** $\frac{5a}{8}$.

77. **а)** $AB = m$;
$AE = EN = NB$;
$AQ = QE$;
$NL = LB$;



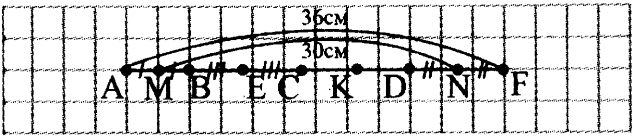
1) $AE = EN = NB$ и $AE + EN + NB = AB$,
значит, $AE = EN = NB = \frac{m}{3}$;

2) $AQ = QE$, $NL = LB$ и $AE = NB$, значит,
$AQ = QE = NL = LB = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{3} = \frac{m}{6}$;
3) $QL = QE + EN + NL = \frac{m}{6} + \frac{m}{3} + \frac{m}{6} =$
$= \frac{m}{6} + \frac{2m}{6} + \frac{m}{6} = \frac{4m}{6} = \frac{2m}{3}$.
Ответ: $\frac{2m}{3}$.
б) $EF = m$;
$EA = AB = BC = CD = DF$;
$EM = MA$;
$DN = NF$.



1) $EA = AB = BC = CD = DF$ и
$EA + AB + BC + CD + DF = EF$, значит,
$EA = AB = BC = CD = DF = \frac{m}{5}$.
2) M и N середины отрезков EA и DF и $EA =$ $= DF$, значит $EM = MA = DN = NF =$ $= \frac{1}{2}EA = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{5} = \frac{m}{10}$.
3) $MN = EF - EM - NF = m - \frac{m}{10} - \frac{m}{10} =$
$= \frac{9m}{10} - \frac{m}{10} = \frac{8m}{10} = \frac{4m}{5}$.
Ответ: $\frac{4m}{5}$.

78. $AF = 36$;
$MN = 30$;
$AM = MB$;
$DN = NF$;
$BE = EC$;
$CK = KD$;
1) $AF - MN = AM + NF$,



$AM + NF = 36 - 30 = 6$ (см) ;

2) $AM = MB$ и $DN + NF$,

значит, $AM + NF = MB + ND = 6$ (см) ;

3) $BD = MN - (MB + ND) = 30 - 6 = 24$ (см) ;

4) $BE = EC$ и $CK = KD$,

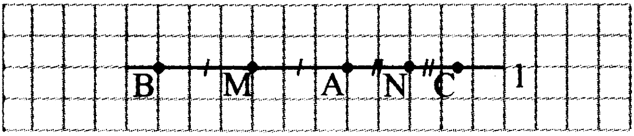
значит, $EK = \frac{1}{2}BD = 12$ (см) .

Ответ: 12 (см).

79. 1 случай: точки B и C лежат по разные стороны от точки A.

$AM = MB$;

$AN = NC$.



1) $BA = BM + MA = 2BM = 2MA$

(т. к. $BM = MA$);

$AC = AN + NC = 2AN = 2NC$

(т. к. $AN = NC$).

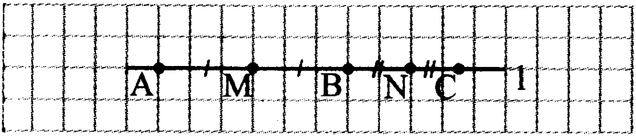
2) $BC = BA + AC = 2MA + 2AN =$

$= 2(MA + AN) = 2MN$.

2 случай: точки B и C лежат по одну сторону от точки A.

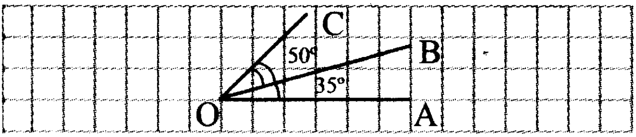
1) $BA = BM + MA = 2BM = 2MA$

(т. к. $BM = MA$);

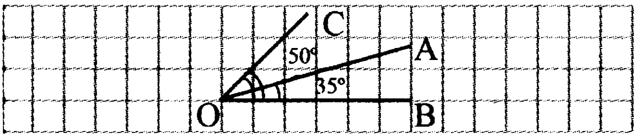


$AC = AN + NC = 2AN = 2NC$
(т. к. $AN = NC$).
2) $BC = BN + NC = BN + AN = BN + AM +$
$+ MB + BN = 2BN + 2MB = 2(BN + MB) =$
$= 2MN.$

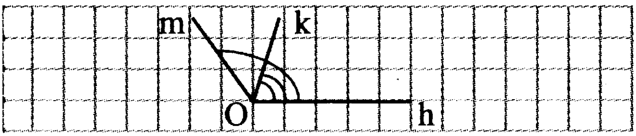
80. **1)** $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 35° + 50° = 85°.$



2) $\angle AOC = \angle BOC - \angle AOC = 50° - 35° = 15°.$
Ответ: 85° или 15°.



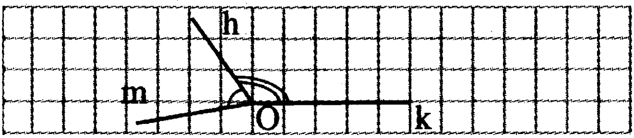
81. 1 случай:
$\angle km = \angle hm - \angle hk = 150° - 120° = 30°.$



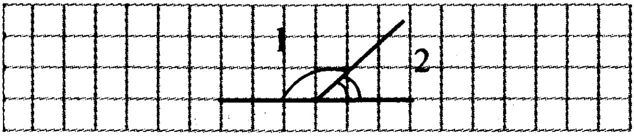
2 случай:

$\angle km = \angle kh + \angle hm = 360° - (120° + 150°) =$
$= 360° - 270° = 90°.$

Ответ: 30° или 90°.



82. $\angle 1$ и $\angle 2$ смежные;

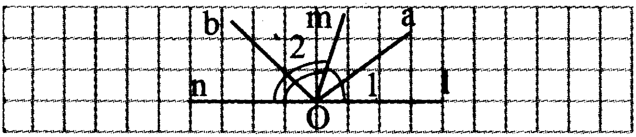


а) $\angle 1 = \angle 2 + 45°,$
$\angle 1 + \angle 2 = 180°,$
$\angle 2 + 45° + \angle 2 = 180°,$
$2\angle 2 = 135°,$
$\angle 2 = 67,5° = 67°30',$
$\angle 1 = 67°30' + 45° = 112°30';$

б) $\angle 1 - \angle 2 = 35°,$
$\angle 1 = 35° + \angle 2,$
$\angle 1 + \angle 2 = 180°,$
$35° + \angle 2 + \angle 2 = 180°,$
$2\angle 2 = 145°,$
$\angle 2 = 72,5° = 72°30',$
$\angle 1 = 35° + 72°30' = 107°30'.$

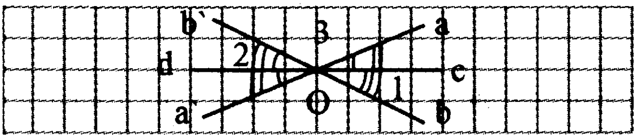
Ответ: **а)** $\angle 1 = 112°30'; \angle 2 = 67°30';$
б) $\angle 1 = 107°30'; \angle 2 = 72°30'.$

83. $\angle 1$ и $\angle 2$ смежные,
a – биссектриса $\angle 1$,
b – биссектриса $\angle 2$.



$\angle lm = \angle la = \angle ma$ так как a – биссектриса $\angle 1$;
$\angle nm = \angle nb = \angle bm$ так как b – биссектриса $\angle 2$.
$\angle ln = \angle nb + \angle bm + \angle ma + \angle al =$
$= \angle bm + \angle bm + \angle ma + \angle ma = 2\angle bm + 2\angle ma =$
$= 2(\angle bm + \angle ma) = 2\angle ba$;
$\angle ba = 180° : 2 = 90°$.
Ответ: 90°.

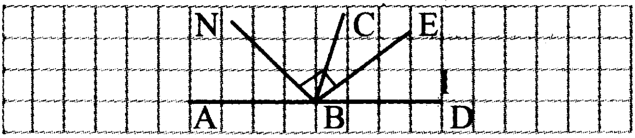
84. $\angle 1 = \angle 2$ – вертикальные,
d – биссектриса $\angle 2$,
c – биссектриса $\angle 1$;



1) $\angle 1$ и $\angle 3$ – смежные, значит, $\angle 1 + \angle 3 = 180°$;
2) $\angle 1 = \angle 2$, значит, $\angle ac = \angle bc = \angle b' = \angle a'$.
Следовательно, $\angle db' + \angle 3 + \angle ac = 180°$;
$\angle dc = 180°$ – развернутый угол, по определению развернутого угла лучи d и c – лежат на одной прямой.

85. $\angle ABN = \angle NBC$;
$\angle CBE = \angle DBE$;

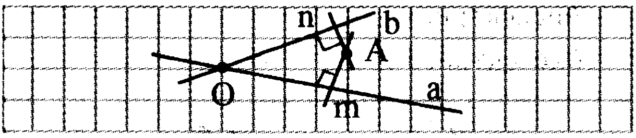
$\angle EBN = 90°$;



$\angle ABD = \angle ABN + \angle NBC + \angle CBE + \angle EBD =$
$= \angle NBC + \angle NBC + \angle CBE + \angle CBE = 2\angle NBC +$
$+ 2\angle CBE = 2(\angle NBC + \angle CBE) = 2\angle NBE =$
$= 2 \cdot 90° = 180°$,

$\angle ABD$ – развернутый, следовательно, точки A, B и D лежат на одной прямой.

86. **1)** Предположим, согласно условию задачи, что точки m и n совпадают, то есть лежат на одной прямой l;



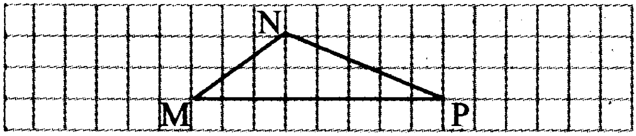
2) Тогда получается $l \perp a$ и $l \perp b$, то есть одна прямая перпендикулярна двум различным прямым a и b.

3) Значит, a и b не пересекаются согласно утверждению: «Две прямые, перпендикулярные к третей, не пересекаются» - а это противоречит условию.

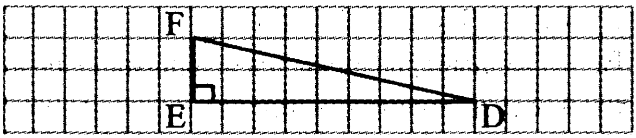
4) Наше предложение не верно, n и m – не совпадают.

Глава II.
Треугольники.

87. Углы: M, N, P.
Стороны: MN, NP, MP.

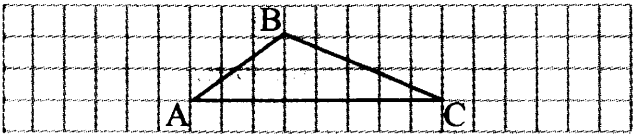


88. **а)** Против $\angle D$ лежит сторона FE,
против $\angle F$ лежит сторона DE,
против $\angle E$ лежит сторона FD;
б) Против стороны DE лежит $\angle F$,
против стороны FD лежит $\angle E$,
против стороны EF лежит $\angle D$;
в) К стороне DE примыкают углы $\angle E$ и $\angle D$,
к стороне EF примыкают углы $\angle E$ и $\angle F$,
к стороне FD примыкают углы $\angle F$ и $\angle D$.

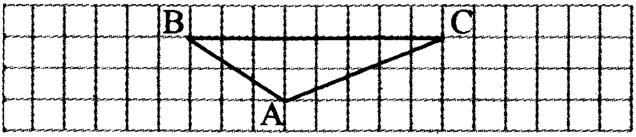


89. Самостоятельное задание.
Начертить треугольник ABC с заданными условиями.

90. **1)** $AC = 2AB = 2 \cdot 17 = 34\,(\text{см})$;
2) $BC = AC - 10 = 34 - 10 = 24\,(\text{см})$;
3) $P = AB + AC + BC = 17 + 34 + 24 = 75\,(\text{см})$.
Ответ: 75 см.



91. $P = 48$см,
$AB = 18$см,
$BC - AC = 4,6$см;



1) $BC + AC = P - AB = 48 - 18 = 30$ (см);
2) $BC - AC = 4,6$см,
$BC = AC + 4,6$ (см);
3) $BC + AC = AC + 4,6 + AC = 2AC + 4,6$;
$2AC + 4,6 = 30$; $2AC = 25,4$;
$AC = 12,7$ (см);
4) $BC = AC + 4,6 = 12,7 + 4,6 = 17,3$ (см).
Ответ: 12,7 см и 17,3 см.

92. Если периметры двух треугольников не равны, то и сами треугольники не будут равны, так как периметр треугольника – это сумма всех сторон треугольника, а в равных треугольниках соответственные стороны равны.

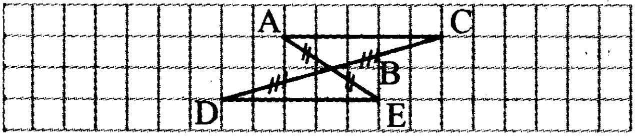
93. $AB = BE$,
$DB = BC$ – по условию.
а) $\angle ABC = \angle DBE$ – вертикальные.
$AB = BE$,
$DB = BC$,

$\angle ABC = \angle DBE \Rightarrow \triangle ABC = \triangle BED$

(по 2 сторонам и углу между ними);

б) Так как $\triangle ABC = \triangle BED$,

то $\angle A = \angle E = 42^\circ$ и $\angle C = \angle D = 47^\circ$.



94. **а)** $AB = AC$,

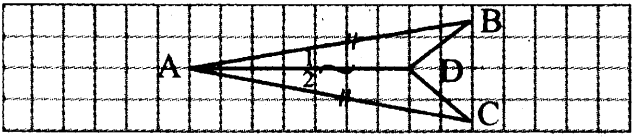
AD – общая,

$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD$

(по 2 сторонам и углу между ними);

б) Так как $\triangle ABD = \triangle ACD$,

то $BD = DC = 5$ и $AB = AC = 15$.



95. **а)** $AD = BC$,

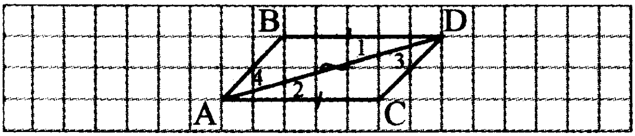
AC – общая,

$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA$

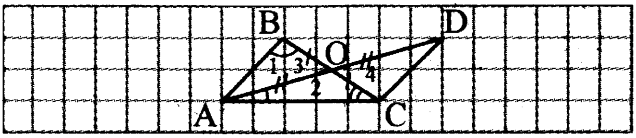
(по 2 сторонам и углу между ними);

б) Так как $\triangle ABC = \triangle CDA$,

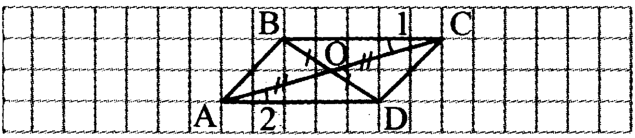
то $AB = DC = 14$ и $BC = AD = 17$.



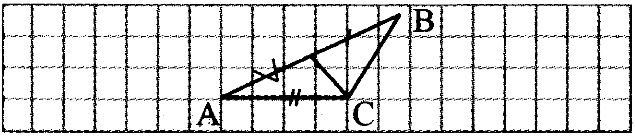
96. **а)** $AO = DO$,
$BO = CO$,
$\angle BOA = \angle COD$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AOB = \triangle DCO$
(по 2 сторонам и углу между ними);
б) Так как $\triangle AOB = \triangle DCO$,
то $\angle OCD = \angle ABO = 74°$,
$\angle ACD = \angle ACB + \angle OCD = 36° + 74° = 110°$.

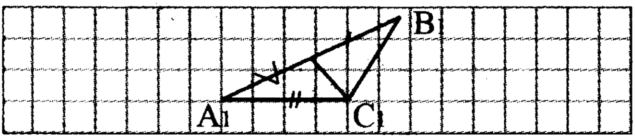


97. **1)** $BO = DO$,
$AO = CO$,
$\angle BOA = \angle COD$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AOB = \triangle COD$
(по 2 сторонам и углу между ними);
2) Так как $\triangle AOB = \triangle COD$,
то $AB = DC$, и $\angle BAC = \angle ACD$;
3) $AB = DC$,
AC – общая,
$\angle BAC = \angle DCA \Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA$
(по 2 сторонам и углу между ними).

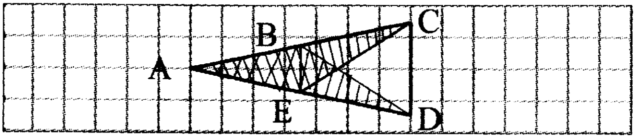


98. **1)** $AB = A_1B_1$,
$AC = A_1C_1$,
$\angle A = \angle A_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$
(по 2 сторонам и углу между ними);
2) Так как $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$,
то $BC = B_1C_1$,
$\angle B = \angle B_1$;
3) $BP = AB - AP$,
$B_1P_1 = A_1B_1 - A_1P_1 \Rightarrow BP = B_1P_1$;
4) $BC = B_1C_1$, $BP = B_1P_1$,
$\angle B = \angle B_1 \Rightarrow \triangle BPC = \triangle B_1P_1C_1$
(по 2 сторонам и углу между ними).

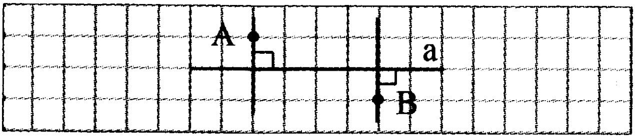




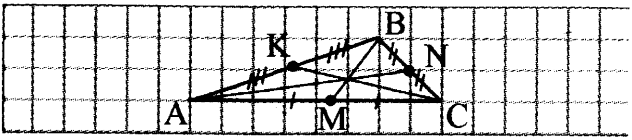
99. **1)** $AC = AD$,
$AB = AE$,
$\angle A$ - общий $\Rightarrow \triangle ACE = \triangle ADB$
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle ABD = \angle AEC$;
2) $\angle CBD, \angle ABD$ – смежные $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CBD = 180° - \angle ABD$;
$\angle DEC$, $\angle AEC$ – смежные $\Rightarrow \angle DEC =$
$= 180° - \angle AEC \Rightarrow \angle CBD = \angle DEC$.



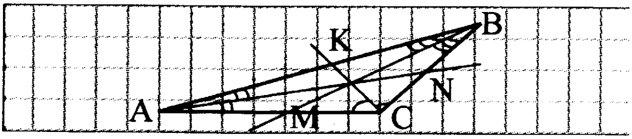
100. Выполнить рисунок по заданию.



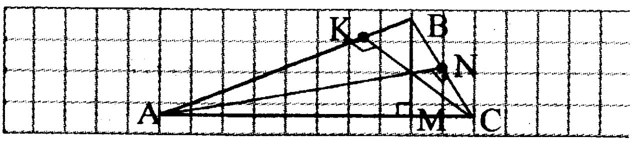
101. *AN*, *BM*, *CK* – медианы.



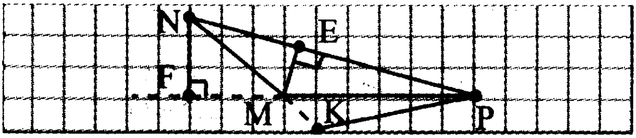
102. *AN*, *BM*, *CK* – биссектрисы.



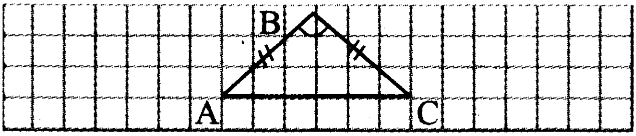
103. **а)** *BM*, *AN*, *CK* – высоты;



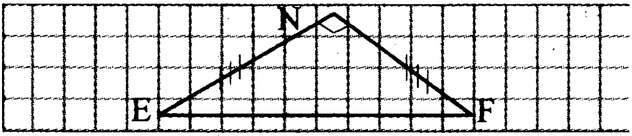
б) *NF*, *EM*, *PK* – высоты.



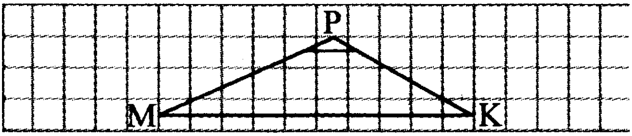
104. **а)** $\angle B$ – острый;



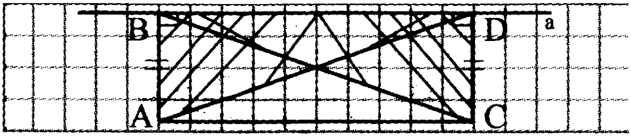
б) $\angle N$ – прямой;



в) $\angle P$ – тупой.



105. **а)** $AB = CD$,
BD – общая,
$\angle ABD = \angle CDB = 90° \Rightarrow \triangle ABD = \triangle CDB$
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AD = BC$,
$\angle BAD = \angle DCB$,
$\angle ADB = \angle CBD$;
б) $\angle CBD = \angle ADB = 44°$,
$\angle ABC = \angle ABD - \angle CBD = 90° - 44° = 46°$.



106. а) $AD = DE$,

$BD = DC$,

$\angle ADB = \angle CDE$ – вертикальные $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ECD$,

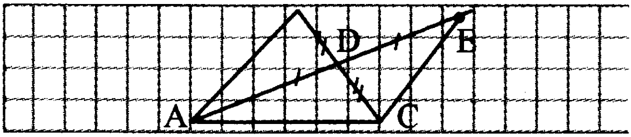
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABD = \angle DCE$,

$\angle BAD = \angle CED$;

б) $\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE =$

$= \angle ACD + \angle ABD = 56^\circ + 40^\circ = 96^\circ$.



107. Пусть стороны треугольника a, b, c и

$a = b$, тогда, $a = 2c$.

$P = a + b + c$;

$a + a + c = 50$;

$2a + c = 50$;

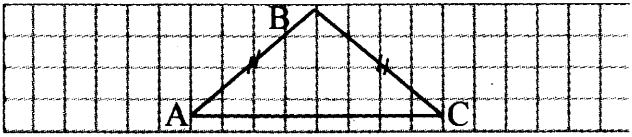
$2 \cdot 2c + c = 50$;

$5c = 50$;

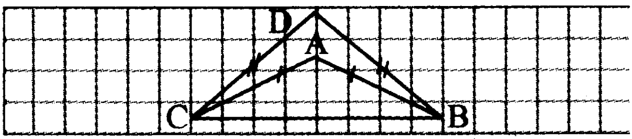
$c = 10$;

$a = b = 2c = 20$.

Ответ: 10 см, 20 см и 20 см.

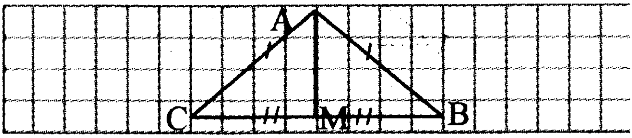


108. **1)** $AC = AB$;
$CD = BD = CB$;
$P_{ABC} = AB + BC + AC = 2AB + BC$;
$P_{BCD} = CD + BD + CB = 3BC$.
2) $3BC = 45$;
$BC = 15$;
$2AB + BC = 40$;
$2AB = 40 - 15$;
$2AB = 25$;
$AB = 12,5$.
Ответ: $AB = 12,5$см, $BC = 15$см.

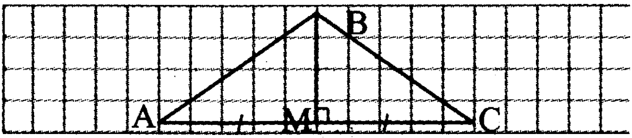


109. $AC = AB$;
$CV = BM$;
$P_{ABM} = AM + (BM + AB)$;
$P_{ABC} = AB + AC + CB = 2AB + 2BM =$
$= 2(AB + BM)$
$2(AB + BM) = 32$;
$AB + BM = 16$;
$AM + (BM + AB) = 24$;
$AM + 16 = 24$;
$AM = 8$ (см).

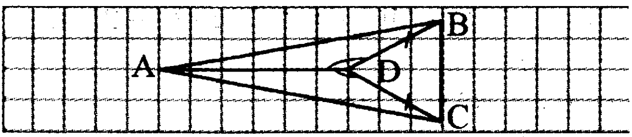
Ответ: $AM = 8$ см.



110. BM – медиана и высота.
$AM = CM$,
BM – общая,
$\angle AMB = \angle CMB = 90° \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AMB = \triangle CMB$
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AB = BC$.



111. $CD = DB$,
AD – общая,
$\angle ADC = \angle ADB \Rightarrow \triangle ADC = \triangle ADB$
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AC = AB \Rightarrow \triangle ABC$ –равнобедренный.

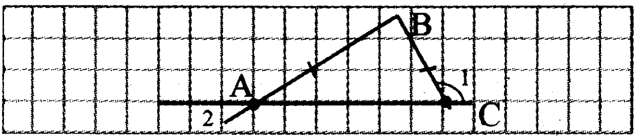


112. $AB = BC \Rightarrow \triangle ABC$ – равнобедренный $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BAD = \angle BCA$.
$\angle 1$ и $\angle ACB$ – смежные, значит, $\angle ACB =$

$= \angle BAD = 180° - \angle 1 = 180° - 130° = 50°.$

$\angle BAD$ и $\angle 2$ – вертикальные, значит,

$\angle 2 = \angle BAD = 50°.$



113. **а)** $MN = PQ$,

$NO = OQ$,

$\angle N = \angle Q = 90° \Rightarrow \triangle NOM = \triangle QOP$

(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle NOM = \angle QOP$,

$MO = PO \Rightarrow \triangle MOP$ – равнобедренный $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle OMP = \angle OPM$;

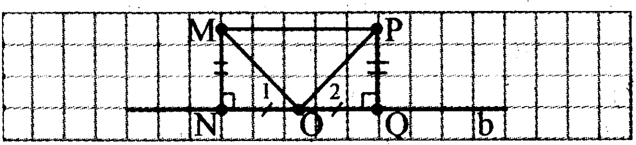
б) $\angle NOM = \angle QOP$;

$\angle NOM + \angle QOP + \angle MOP = 180°$;

$2\angle NOM + 105° = 180°$;

$2\angle NOM = 75°$;

$\angle NOM = 37,5° = 37°30'$.



114. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$;

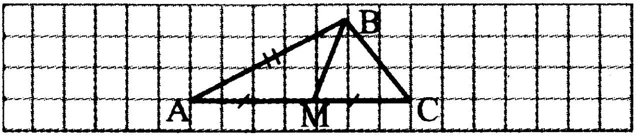
BM и B_1M_1 – медианы.

Так как $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$,

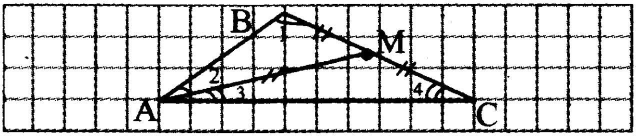
то $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$,

$\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$, $AM = A_1M_1$,

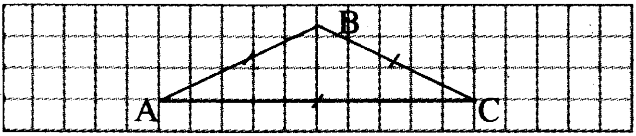
так как BM и B_1M_1 – медианы,
$AC = A_1C_1$. $AB = A_1B_1$,
$AM = A_1M_1$,
$\angle BAC = \angle B_1A_1C_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle A_1B_1M_1$,
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow BM = B_1M_1$.



115. $AM = BM = CM \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABM$ и $\triangle AMC$ равнобедренные $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle MBA = \angle MAB$ и $\angle MAC = \angle MCA$.
$\angle BAC = \angle BAM + \angle MAC = \angle ABC + \angle BCA$.



116. **1)** $\triangle ABC$ – равнобедренный, так как
$AB = BC \Rightarrow \angle A = \angle C$;
2) $\triangle ABC$ – равнобедренный, так как
$AB = AC \Rightarrow \angle B = \angle C \Rightarrow \angle A = \angle B = \angle C$;
3) Из 1 и 2 $\Rightarrow \angle A = \angle B = \angle C$.

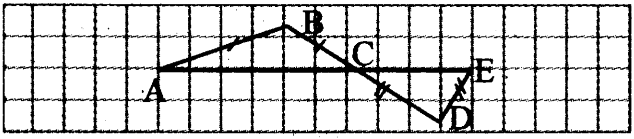


117. **1)** $\triangle ABC$ – равнобедренный, так как $AB = BC \Rightarrow \angle BAC = \angle BCA$;

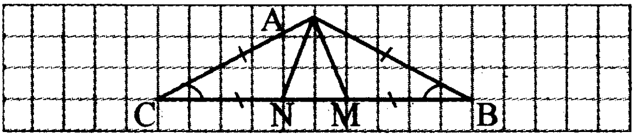
2) $\triangle CDE$ – равнобедренный, так как $DC = DE \Rightarrow \angle DEC = \angle DCE$;

3) $\angle ACB$ и $\angle DCE$ – вертикальные $\Rightarrow$ $\Rightarrow \angle ACB = \angle DCE$;

4) $\angle BAC = \angle ACB = \angle DCE = \angle CED$.

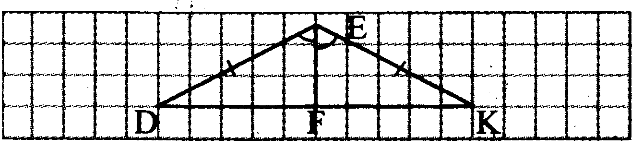


118. $AC = AB$,
$BM = CN$,
$\angle B = \angle C$
(так как $\triangle ABC$ – равнобедренный) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle BAM = \triangle CAN$
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AN = AM \Rightarrow \triangle ANM$ – равнобедренный.



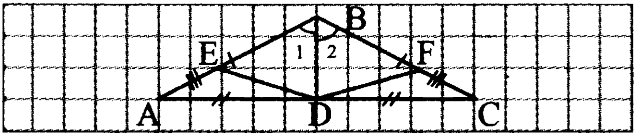
119. $ED = EK$,
EF – общая,
$\angle D = \angle K$
(так как $\triangle DEK$ – равнобедренный) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle DEF = \triangle KEF$
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow DF = KF = \frac{1}{2}DK = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$ (см);
$\angle DEF = \angle KEF = 43°$;
$\angle EFD = \angle EFK$.
$\angle DEK = \angle DEF + \angle KEF = 2\angle DEF =$
$= 2 \cdot 43° = 86°$;
$\angle DFK$ – развернутый,
$\angle EFD = \angle EFK \Rightarrow$
$\angle EFK = 180° : 2 = 90°$.
Ответ: $KF = 8$ см, $\angle DEK = 86°, \angle EFD = 90°$.

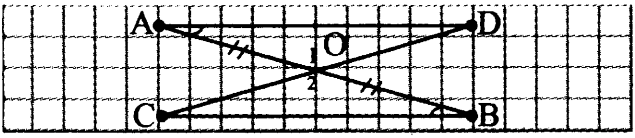


120. $AD = DC$,
$AB = BC$,
$AE = CF$;
а) $AB = BC$,
$AE = CF \Rightarrow BE = BF$.
$BE = BF$,
BD – общая,
$\angle ABD = \angle CBD$ (медиана в равнобедренном треугольнике, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle BDE = \triangle BDF$,
(по 2 сторонам и углу между ними);
б) $AE = CF$,
$AD = CD$,
$\angle BAD = \angle ACB$,

($\triangle ABC$ – равнобедренный) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AED = \triangle CFD$,
(по 2 сторонам и углу между ними).

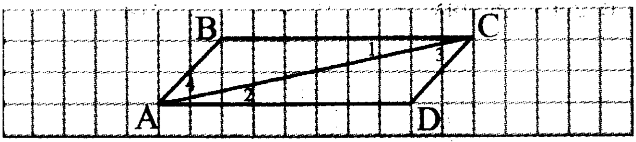


121. **а)** $AO = OB$,
$\angle OAD = \angle OBC$,
$\angle AOD = \angle BOC$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle CBO = \triangle DAO$,
(по стороне и 2 прилежащим углам),
значит, $AD = CB$ и $CO = OD$;
б) $BC = AD = 15$ см,
$CD = OC + OD$,
так как $CO = OD$,
то $CO = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot 26 = 13$ (см).

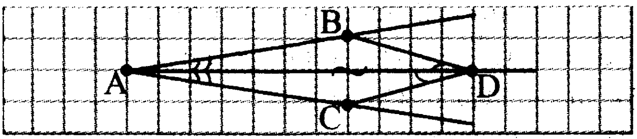


122. **а)** AC – общая,
$\angle 1 = \angle 2$,
$\angle 3 = \angle 4 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA$,
(по стороне и 2 прилежащим углам),
значит, $AB = CD$,
$BC = AD$,
$\angle ABC = \angle ADC$;

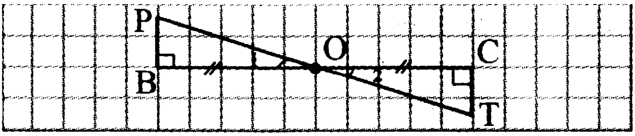
б) $AB = CD = 11$,
$BC = AD = 19$.



123. AD – общая,
$\angle BAD = \angle CAD$,
$\angle BDA = \angle CDA \Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD$,
(по стороне и 2 прилежащим углам),
значит, $BD = CD$.



124. $CO = BO$,
$\angle C = \angle B = 90°$,
$\angle COT = \angle BOP$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle BPO = \triangle CTO$
(по стороне и 2 прилежащим углам),
значит, $OP = OT$, $\angle P = \angle T$.



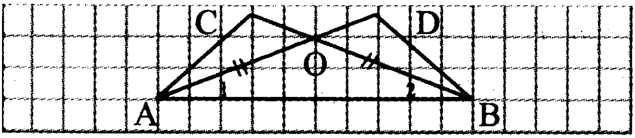
125. $AO = BO$,
$\angle DAC = \angle DBC$,
$\angle COA = \angle BOD$ (вертикальные) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle DBO = \triangle CAO$,.

(по стороне и 2 прилежащим углам),

значит, $AC = BD$,

$\angle C = \angle D$.



126. AB – общая,

$\angle DAB = \angle CBA$,

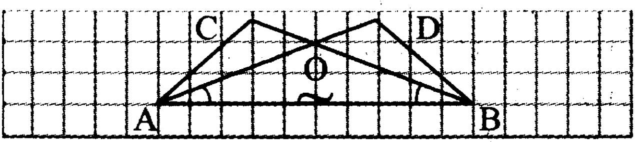
$\angle CAB = \angle DBA \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle BAD$,

(по стороне и 2 прилежащим углам),

значит, $BD = AC = 13$.

Ответ: 13 см.



127. **1)** $AB = A_1B_1$,

$BC = B_1C_1$,

$\angle B = \angle B_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$,

(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$

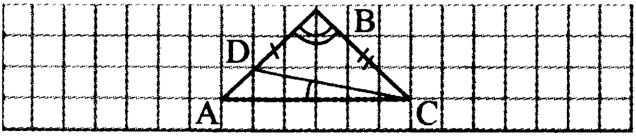
$\Rightarrow AC = A_1C_1$,

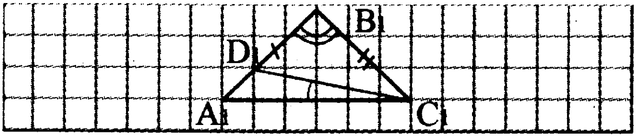
$\angle A = \angle A_1$,

$\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$;

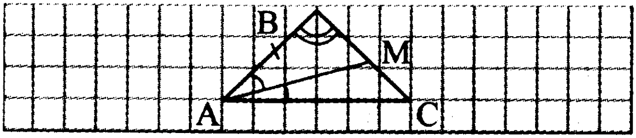
2) $\angle BCD = \angle ACB - \angle ACD$,

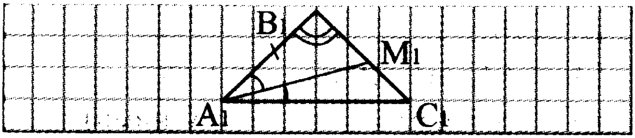
$\angle B_1C_1D_1 = \angle A_1C_1B_1 - \angle A_1C_1D_1;$
$\angle ACB = \angle A_1C_1B_1,$
$\angle DCA = \angle D_1C_1A_1 \Rightarrow \angle BCD = \angle B_1C_1D_1;$
3) $BC = B_1C_1,$
$\angle B = \angle B_1,$
$\angle BCD = \angle B_1C_1D_1 \Rightarrow \triangle BCD = \triangle B_1C_1D_1,$
(по стороне и 2 прилежащим углам).



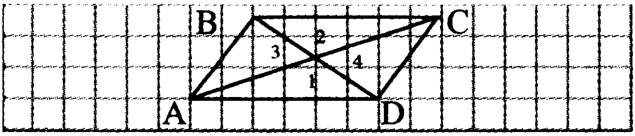


128. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1,$
AM и A_1M_1 – биссектрисы.
$AB = A_1B_1,$
$\angle B = \angle B_1,$
$\angle BAM = \angle B_1A_1M_1,$
(так как $\angle A = \angle A_1$ и AM и A_1M_1 – биссектрисы) $\Rightarrow \triangle ABM = \triangle A_1B_1M_1,$
(по стороне и 2 прилежащим углам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AM = A_1M_1.$





129. **1)** $AO = CO$,
$\angle BCO = \angle DAO$,
$\angle AOD = \angle BOC$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow\ \triangle BOC = \triangle DOA$,
(по стороне и 2 прилежащим углам),
значит, $BO = DO$;
2) $BO = DO$,
$AO = CO$,
$\angle BOA = \angle DOC$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle BOA = \triangle DOC$,
(по 2 сторонам и углу между ними).



130. $BC = B_1C_1$,
$\angle B = \angle B_1$,
$\angle C = \angle C_1 \Rightarrow\ \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$,
(по стороне и 2 прилежащим углам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AB = A_1B_1$,
$AC = A_1C_1$,
$\angle A = \angle A_1$.
Так как CO и C_1O_1 – медианы и $AB = A_1B_1$,
то $AO = OB = A_1O_1 = O_1B_1$;
а) $AC = A_1C_1$,

$AO = A_1O_1$,

$\angle A = \angle A_1 \Rightarrow \triangle AOC = \triangle A_1O_1C_1$,

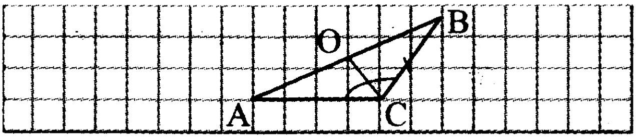
(по 2 сторонам и углу между ними);

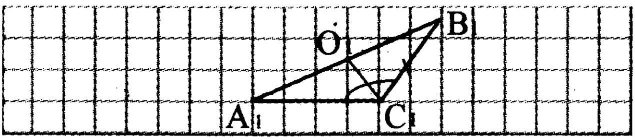
б) $BC = B_1C_1$,

$BO = B_1O_1$,

$\angle B = \angle B_1 \Rightarrow \triangle BCO = \triangle B_1C_1O_1$,

(по 2 сторонам и углу между ними).





131. **1)** $EF = NP$,

$DF = MP$,

$\angle F = \angle P \Rightarrow \triangle DEF = \triangle MNP$,

(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow DE = MN$,

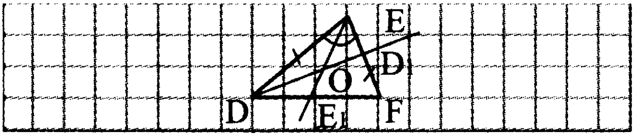
$\angle EDF = \angle NMP$,

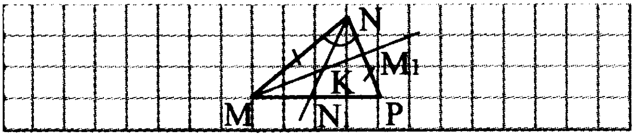
$\angle FED = \angle PNM$;

2) Так как DO и MK – биссектрисы, $\angle EDF$ и $\angle NMP$, и $\angle EDF = \angle NMP$, то $\angle EDO = \angle NMK$.

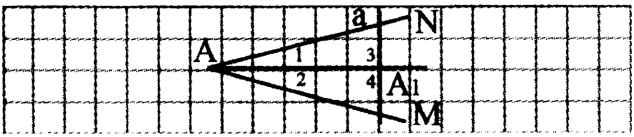
Так как EO и NK – биссектрисы, $\angle FED$ и $\angle PNM$, и $\angle FED = \angle PNM$, то $\angle DEO = \angle MNK$;

3) $DE = MN$,
$\angle FED = \angle PNM$,
$\angle DEO = \angle MNK \Rightarrow \triangle DOE = \triangle MKN$,
(по стороне и 2 прилежащим углам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle DOE = \angle MKN$.



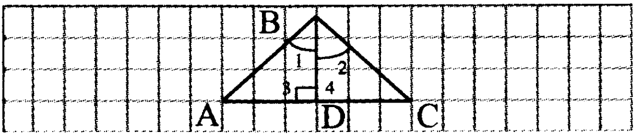


132. $\angle 1 = \angle 2$ (так как AA_1 - биссектриса),
$\angle 3 = \angle 4 = 90°$ (так как $a \perp AA_1$),
AA_1 - общая $\Rightarrow \triangle AA_1N = \triangle AA_1M$,
(по стороне и 2 прилежащим углам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AM = AN \Rightarrow \triangle MAN$ – равнобедренный.

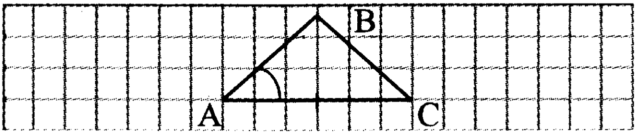


133. BD – общая,
$\angle 1 = \angle 2$ (так как BD - биссектриса),
$\angle 3 = \angle 4 = 90°$,
(так как BD – высота) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle CBD$,

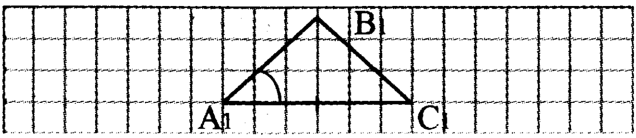
(по стороне и 2 прилежащим углам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AB = CB \Rightarrow \triangle ABC$ – равнобедренный.



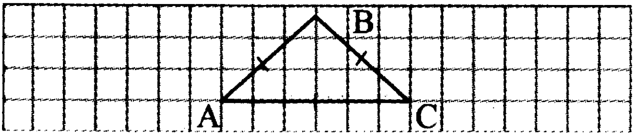
134. **1)** $\triangle ABC$,
$\triangle A_1B_1C_1$ – равнобедренные треугольники,
$\angle A = \angle A_1 \Rightarrow \angle C = \angle C_1 = \angle A = \angle A_1$;



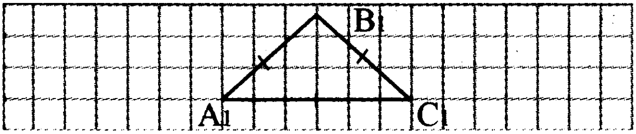
2) $AC = A_1C_1$,
$\angle C = \angle C_1$,
$\angle A = \angle A_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$,
(по стороне и 2 прилежащим углам).



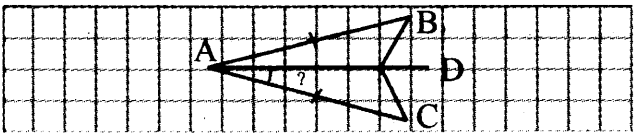
135. **1)** Так как $\triangle ABC$,
$\triangle A_1B_1C_1$ – равносторонние треугольники,
то $AB = AC = BC$ и $A_1B_1 = A_1C_1 = B_1C_1$;
2) Так как $AB = A_1B_1$,
то $AB = AC = BC = A_1B_1 = A_1C_1 = B_1C_1$;



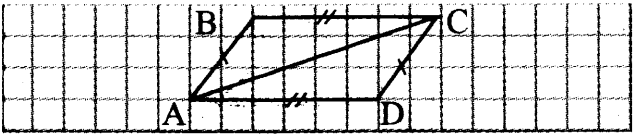
3) $AB = A_1B_1$,
$AC = A_1C_1$,
$BC = B_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$,
(по трем сторонам).



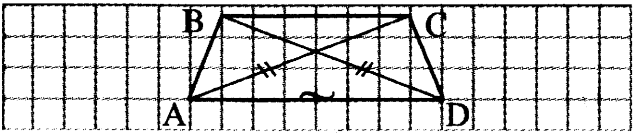
136. $AB = AC$,
$BD = CD$,
AD – общая $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD$,
(по трем сторонам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle DAC = \angle DAB \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CAD = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \cdot 50° = 25°$.



137. $AB = CD$,
$BC = AD$,
AC – общая $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA$,
(по трем сторонам) $\Rightarrow \angle B = \angle D$.

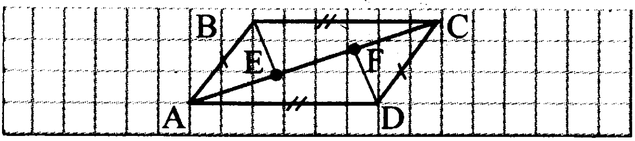


138. **а)** $AB = CD$,
$BC = AC$,
AD – общая $\Rightarrow$ $\triangle ABD = \triangle DCA$,
(по трем сторонам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CAD = \angle ADB$ и $\angle BAD = \angle CDA$;
б) $\angle BAC = \angle BAD - \angle CAD$,
$\angle CDB = \angle CDA - \angle BDA$,
так как $\angle CAD = \angle ADB$,
$\angle BAD = \angle CDA \Rightarrow \angle BAC = \angle CDB$.

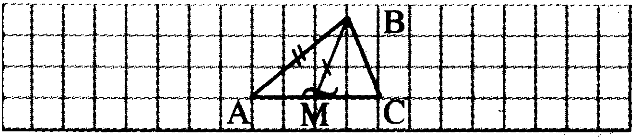


139. **а)** $AB = CD$,
$AD = BC$,
AC – общая $\Rightarrow$ $\triangle ADC = \triangle CBA$,
(по трем сторонам) $\Rightarrow \angle ABC = \angle ADC$,
$\angle BAC = \angle DCA$,
$\angle BCA = \angle DAC$,
$\angle ABE = \frac{1}{2}\angle ABC$,
$\angle ADF = \frac{1}{2}\angle ADC$ и $\angle ABC = \angle ADC \Rightarrow$
$\Rightarrow$ $\angle ABE = \angle ADF$;
б) $AB = CD$,
$\angle BAC = \angle DCA$ (из а),
$\angle CDF = \angle ABE \Rightarrow$ $\triangle ABE = \triangle CDF$,

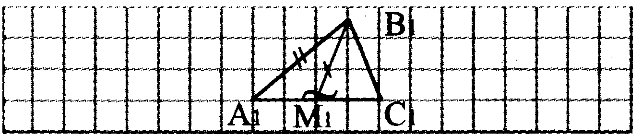
(по стороне и 2 прилежащим углам).



140. **1)** $AC = A_1C_1$,
$AM = MC$ и $A_1M_1 = M_1C_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow AM = A_1M_1 = MC = M_1C_1$;

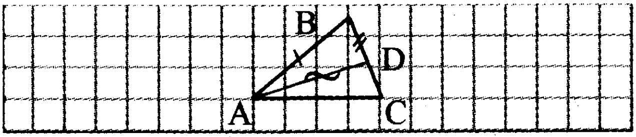


2) $AB = A_1B_1$,
$BM = B_1M_1$,
$AM = A_1M_1$ (из 1) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle A_1B_1M_1$,
(по трем сторонам) $\Rightarrow \angle A = \angle A_1$;
3) $AB = A_1B_1$,
$AC = A_1C_1$,
$\angle A = \angle A_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$,
(по 2 сторонам и углу между ними).

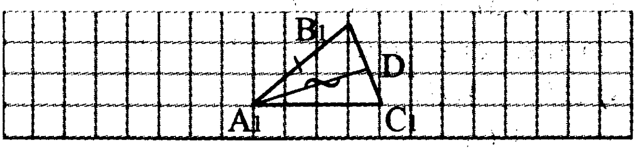


141. **1)** $AB = A_1B_1$,
$AD = A_1D_1$,

$BD = B_1D_1 \Rightarrow \triangle ABD = \triangle A_1B_1D_1$,
(по трем сторонам) $\Rightarrow \angle B = \angle B_1$,
$\angle BAD = \angle B_1A_1D_1$;

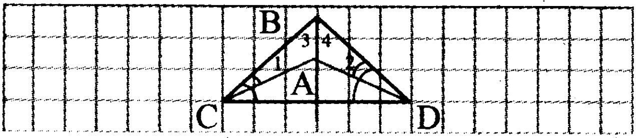


2) Так как AD и A_1D_1 биссектрисы,
$\angle BAD = \angle B_1A_1D_1$,
то $\angle BAD = \angle DAC = \angle B_1A_1D_1 = \angle D_1A_1C_1$,
значит $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$;
3) $AB = A_1B_1$,
$\angle B = \angle B_1$,
$\angle BAC = \angle B_1A_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$,
(по стороне и 2 прилежащим углам).

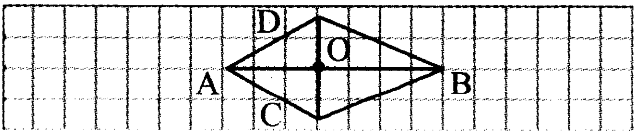


142. Случай 1:
а) Так как $\triangle ADC$ и $\triangle BCD$ – равнобедренные с общим основанием DC,
то $AC = AD$ и $BC = BD$.
$AC = AD$,
$BC = BD$,
AB – общая $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ABD$,
(по трем сторонам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CBO = \angle DBO$, $\angle ADB = \angle ACB$;

б) $BC = BD$,
BO – общая,
$\angle CBO = \angle DBO \Rightarrow \triangle CBO = \triangle DBO$,
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow DO = OC$;



Случай 2:
а) Так как $\triangle ADC$ и $\triangle BCD$ – равнобедренные с общим основанием DC,
то $AC = AD$ и $BC = BD$.
$AC = AD$,
$BC = BD$,
AB – общая $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ABD$,
(по трем сторонам) $\Rightarrow \angle CBO = \angle DBO$,
$\angle ADB = \angle ACB$;
б) $BC = BD$,
BO – общая,
$\angle CBO = \angle DBO \Rightarrow \triangle CBO = \triangle DBO$,
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow DO = OC$.



143. **а)** Хордами окружности являются отрезки:
MN, CD, AB;

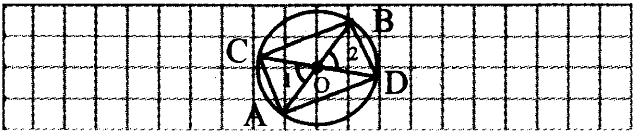
б) Диаметром окружности является отрезок AB;

в) Радиусами окружности являются отрезки OB, OA, OP.

144. **а)** $OA = OB = R$;
$CO = OD = R$;
$\angle AOC = \angle BOD$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ACO = \triangle DBO$,
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow BD = AC$;

б) $OC = OD = R$;
$BO = OA = R$;
$\angle COB = \angle AOD$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle COB = \triangle AOD$,
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow BC = AD$;

в) $AO = OD = R$;
$CO = BO = R \Rightarrow \triangle COB$,
$\triangle AOD$ равнобедренные $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle OAD = \angle ODA$,
$\angle OCB = OB$;
$\triangle COB = \triangle AOD \Rightarrow \angle OAD = \angle OCB \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle DAB = ABD$.



145. **1)** Так как $MP = PK$,
то по определению $\triangle AOD$ равнобедренный;

2) Так как $O \in MK$,

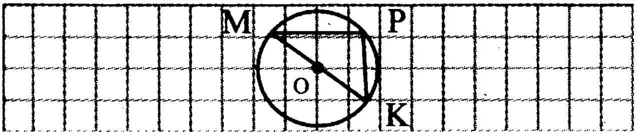
$MO = OK = r$,

то PO – медиана этого равнобедренного треугольника, опущенного на основание $\Rightarrow$

$\Rightarrow PO$ является биссектрисой и высотой $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MOP = \angle ROP = 90°$.

Ответ: $\angle POM = 90°$.



146. $AO = OB = OC = OD$,

(радиусы одной окружности),

$\angle 1 = \angle 2$ (вертикальные) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOD = \triangle COB$,

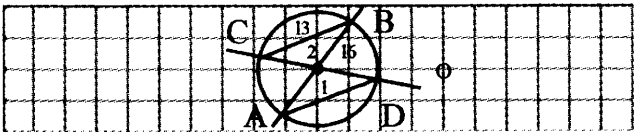
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AD = CB = 13$,

$AO = OB = OC = OD = 8$.

$P_{AOD} = AO + DO + AD = 8 + 8 + 13 = 29$ (см).

Ответ: 29 см.



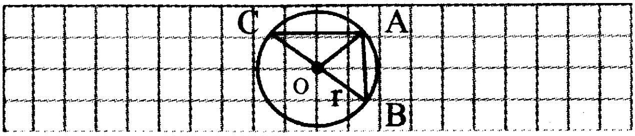
147. $CO = OB = r$,

OA – общая,

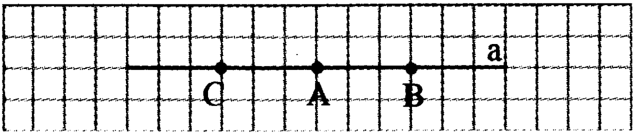
$\angle AOB = \angle COA = 90°$,

(так как $\angle AOB = 90°$,

а $\angle AOB$ и $\angle COA$ (смежные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AOB = \triangle AOC$,
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AC = AB$.

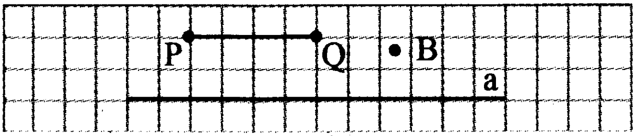


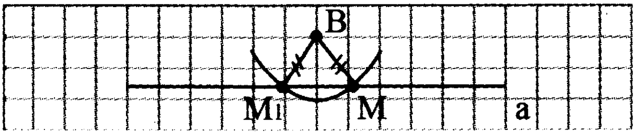
148. $BC = 2AB$.



149. 1 случай.

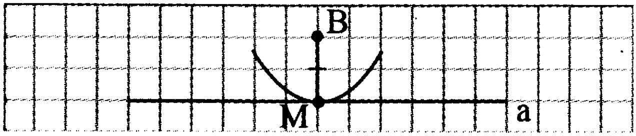
На прямой существуют две точки, удаленные от B на расстояние PQ;





2 случай.

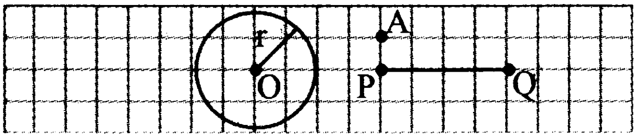
На прямой существует одна точка, удаленная от B на расстояние PQ.



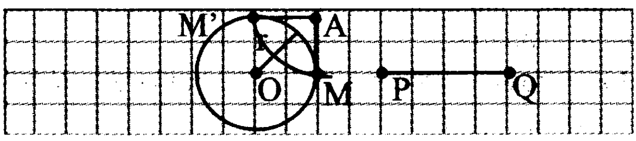
3 случай.

Нет такой точки на прямой a, удовлетворяющей условию; Чтобы отметить точку M на прямой a, необходимо построить окружность с центром в точке B и радиусом, равным длине отрезка PQ. В первом случае окружность пересекла прямую в двух точках, которые являлись искомыми; во втором случае окружность пересекла прямую в одной точке, которая также являлась искомой; в третьем случае окружность и прямая не пересекаются, значит, задача в этом случае решения не имеет.

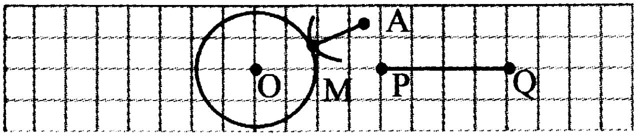
150. 1 случай.



Существуют две точки, удаленные от A на расстояние PQ;



2 случай.

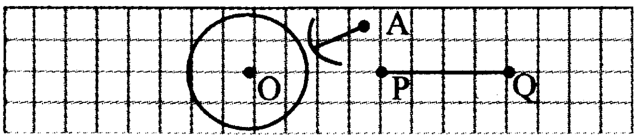


Существует одна точка, удаленная от A на расстояние PQ;

3 случай.

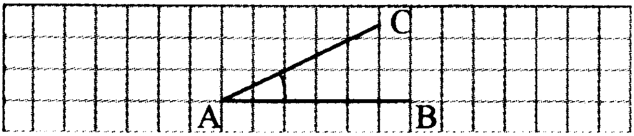
Нет такой точки на окружности удовлетворяющей условию.

Чтобы отметить точку M на окружности, необходимо построить окружность с центром в точке A и радиусом, равным длине отрезка PQ. В первом случае окружность пересекла данную окружность в двух точках, которые являлись искомыми; во втором случае окружность пересекла данную окружность одной точке, которая также являлась искомой; в третьем случае окружность с данной окружностью не пересекаются, значит, задача в этом случае решения не имеет.



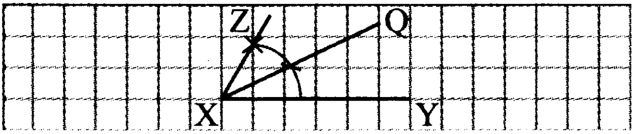
151. Построение:

1) С помощью циркуля построим $\angle YXQ$, равный $\angle BAC$;



2) От луча XQ с помощью циркуля отложим еще раз $\angle QXZ$, равный $\angle BAC$;

3) Получим $\angle YXZ$, равный двум $\angle BAC$, что и требовалось построить.

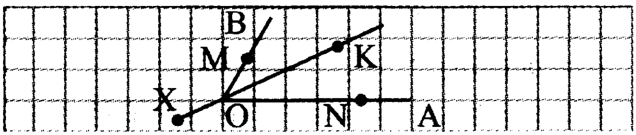


152. Построение:

1) Построим окружность с центром в точке O произвольного радиуса. Окружность пересечет стороны угла в точках M и N;

2) Построим две окружности с одинаковым радиусом, который больше половины длины отрезка MN. Одна окружность с центром в точке M, а другая с центром в точке N. Эти окружности пересекутся в точке K;

3) Соединим точки O и K, на продолжении луча KO отметим точку X, OX – искомый луч, $\angle XOA = \angle XOB > 90°$.

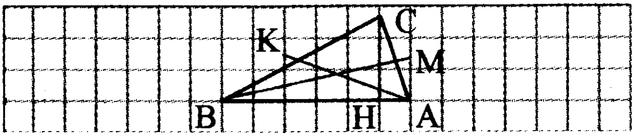


153. Решение в учебнике.

154. **а)** биссектриса AK;

б) медиана BM;

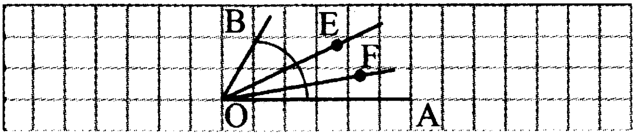
в) высота CH.



155. **1)** С помощью треугольника построим $\angle AOB = 90°$;

2) Построим биссектрису OE, получим $\angle AOE = \angle BOE = 45°$;

3) Построим OF – биссектрису $\angle AOE$, получим $\angle AOF = \angle EOF = 22°30'$.



Вопросы для повторения к главе II.

1. Треугольник – это геометрическая фигура, образованная тремя отрезками, которые соединяют три не лежащие на одной прямой точки. Три точки, образующие треугольник, называются вершинами треугольника, а отрезки – сторонами треугольника. Стороны треугольника образуют в вершинах треугольника три угла. Сумма длин трех сторон треугольника называется его периметром.

2. Два треугольника называются равными, если их можно совместить наложением.

3. Теорема – утверждение, справедливость которого устанавливается путем рассуждений. Доказательство теоремы – рассуждения, устанавливающие справедливость теоремы.

4. Теорема.

   Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

   Доказательство.

   Рассмотрим треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, у которых $AB = A_1B_1, AC = A_1C_1, \angle A = \angle A_1$. Докажем, что $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Так как $\angle A = \angle A_1$, то $\triangle ABC$ можно наложить на $\triangle A_1B_1C_1$ так, что вершина A совместится с вершиной A_1, а стороны AB и AC наложатся соответственно на лучи A_1B_1 и A_1C_1. Поскольку $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, то сторона AB совместится со стороной A_1B_1, а сторона AC – со стороной A_1C_1; в частности, совместятся точки B и B_1, C и C_1. Следовательно, совместятся стороны BC и B_1C_1. Итак, $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ полностью совместятся, значит, они равны. Теорема доказана.

5. Отрезок AH называется перпендикуляром, про-

веденной из точки A к прямой a, если прямые AH и a перпендикулярны.

6. Теорема. Из точки, не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, и притом только один.

7. Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется медианой треугольника. Любой треугольник имеет три медианы.

8. Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны, называется биссектрисой треугольника. Любой треугольник имеет три биссектрисы.

9. Перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону, называется высотой треугольника.

10. Треугольник называется равнобедренным, если две его стороны равны. Равные стороны называются боковыми сторонами, а третья сторона – основанием равнобедренного треугольника.

11. Треугольник, все стороны которого равны, называется равносторонним.

12. Теорема.

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

Доказательство.

Рассмотрим равнобедренный $\triangle ABC$ с основанием BC и докажем, что $\angle B = \angle C$. Пусть AD – биссектриса $\triangle ABC$. $\triangle ABD$ и $\triangle ACD$ равны по первому признаку равенства треугольников ($AB = AC$ по условию, AD – общая сторона, $\angle ADC = \angle ADB$, так как AD - биссектриса). В равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы, поэтому $\angle B = \angle C$. Теорема доказана.

13. В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой.

14. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

15. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

16. Определение – предложение, в котором разъясняется смысл того или иного выражения или названия. Окружность - геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки. Данная точка называется центром окружности, а отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой окружности, – радиусом окружности. Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется ее хордой. Хорда проходящая через центр окружности, называется ее диаметром.

17. Изобразим фигуры, данные в условии задачи: луч OC и отрезок AB. Затем циркулем построим окружность радиуса AB с центом O. Эта окружность пересечет луч OC в некоторой точке D. Отрезок OD – искомый.

18. Дан угол с вершиной A и луч OM. Проведем окружность произвольного радиуса с центром в вершине A данного угла. Эта окружность пересекает стороны угла в точках B и C. Затем проведем окружность того же радиуса с центром в начале данного луча OM. Она пересекает луч в точке D. После этого построим окружность с центром D, радиус которой равен BC. Окружности с центрами O и D пересекаются в двух точках. Одну из этих точек обозначим буквой E. Угол MOE – искомый.

19. Дан угол BAC. Проведем окружность произвольного радиуса с центром в вершине A. Она пересечет стороны угла в точках B и C. Затем проведем две окружности одинакового радиуса BC с центрами в точках B и C. Они пересекутся в двух точках, из которых хотя бы одна лежит внутри угла. Обозначим ее буквой E. Луч AE является биссектрисой данного угла BAC.

20. Дана прямая a и дана точка M, принадлежащая этой прямой. На лучах прямой a, исходящих из точки M, отложим равные отрезки MA и MB. Затем построим две окружности с центрами A и B радиуса AB. Они пересекутся в двух точках: P и Q. Проведем прямую через точку M и одну из этих точек, например прямую MP, это прямая – искомая, т. е. она перпендикулярна к данной прямой a.

21. Пусть AB – данный отрезок. Построим две окружности с центрами A и B радиуса AB. Они пересекутся в точках P и Q. Проведем прямую PQ. Точка O пересечения этой прямой с отрезком AB и есть искомая середина отрезка AB.

Дополнительные задачи.

156. Пусть $AB = x\,(\text{см})$,

тогда $BC = x + 2(\text{см})$,

а $AC = x + 1\,(\text{см})$.

Значит, $x + x + 2 + x + 1 = 15$;

$3x + 3 = 15$;

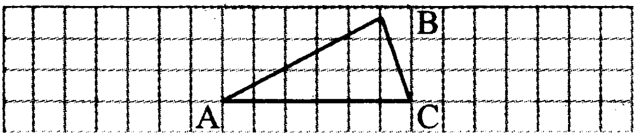
$3x = 12$;

$x = 4$;

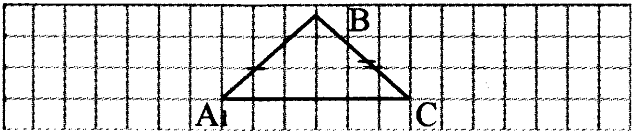
$x + 2 = 4 + 2 = 6$;

$x + 1 = 4 + 1 = 5$.

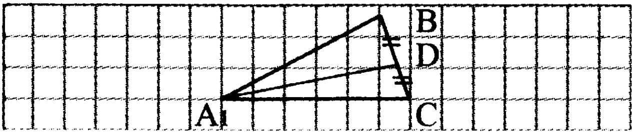
Ответ: $AB = 4, \quad BC = 6, \quad AC = 5$.



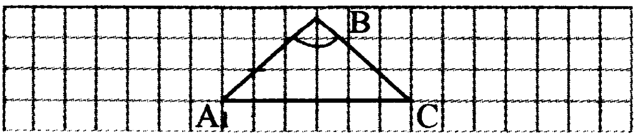
157. Пусть $AB = BC = x$ (см),
тогда $AC = x + 2$ (см),
значит, $x + x - (x + 2) = 3$;
$2x - x - 2 = 3$;
$x = 5$;
$x + 2 = 7$.
Ответ: $AB = BC = 5$ см, $AC = 7$ см.



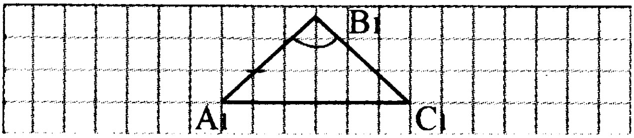
158. 1 случай: $P_{ABD} - P_{ADC} = 2$ (см);
2 случай: $P_{ADC} - P_{ABD} = 2$ (см).



159. **1)** Так как $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ – равнобедренные,
то $AB = BC$,
$A_1B_1 = B_1C_1 \Rightarrow AB = BC = A_1B_1 = B_1C_1$;

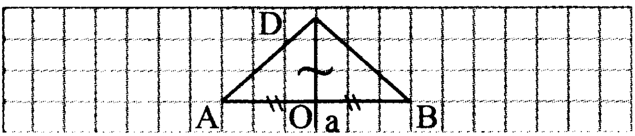


2) $AB = A_1B_1$,
$BC = B_1C_1$,

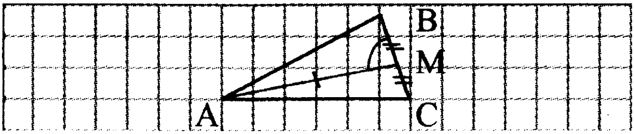


$\angle B = \angle B_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$
(по 2 сторонам и угла между ними).

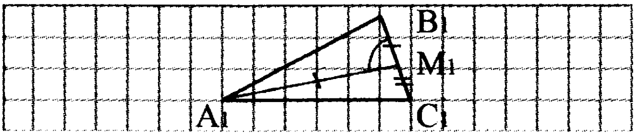
160. **а)** DO – общая,
$AO = OB$,
$\angle AOD = \angle BOD = 90° \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AOD = \triangle BOD$,
(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AD = DB$;
б) Докажем обратное утверждение:
если $DA = AB$,
то $D \in a$;
1) $AD = BD$,
$AO = OB$,
DO – общая $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AOD = \triangle BOD$,
(по трем сторонам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2; \angle 3 = \angle 4$;
2) $\angle 3$ и $\angle 4$ – смежные,
$\angle 3 = \angle 4$, $\angle 3 = \angle 4 = 90° \Rightarrow$
$\Rightarrow DO \perp AB$,
значит, OD и a совпадают $\Rightarrow D \in a$.



161. **1)** $AM = A_1M_1$,
$\angle AMB = \angle A_1M_1B_1$,
$BM = B_1M_1$
так как $BC = B_1C_1$,
AM и A_1M_1 – медианы $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle A_1B_1M_1$,
(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AB = A_1B_1$,
$\angle B = \angle B_1$;



2) $AB = A_1B_1$,
$BC = B_1C_1$,
$\angle B = \angle B_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$,
(по 2 сторонам и угла между ними).



162. **а) 1)** $AD = AE$,
$DB = CE$,
$\angle D = \angle E$,
(так как $\triangle ADE$ – равнобедренный) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ADB = \triangle AEC$,
(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AC = AB$;

$\angle DAB = \angle EAC$;

2) $\angle CAD = \angle CAB + \angle DAB$,

$\angle BAE = \angle CAB + \angle CAE$,

$\angle DAB = \angle EAC \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAD = \angle BAE$;

б) 1) $\angle D = \angle E$,

(так как $\triangle ADE$ - равнобедренный),

$\angle CAD = \angle BAE$,

$AD = AE \Rightarrow$

$\triangle DAC = \triangle EAB$,

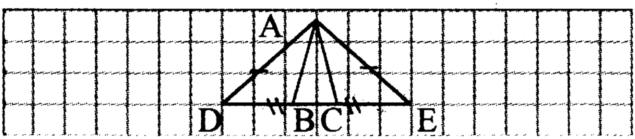
(по стороне и 2 прилежащим углам) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AC = AB$,

$DC = EB$;

2) $DC = DB + BC = EB = BC + CE \Rightarrow BD =$

$= CE$.



163. $AD = FC$ (условие),

$AE = CE$ (условие),

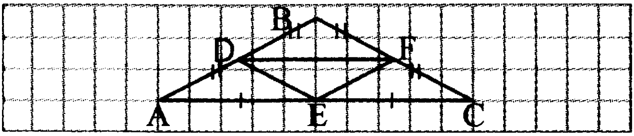
$\angle A = \angle C$

(так как $\triangle ABC$ - равнобедренный) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ADE = \triangle CFE$

(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow DE = EF \Rightarrow \triangle DFE$ – равнобедренный.



164. **1)** $AB = BC = AC$,

$AD = BE = CF \Rightarrow$

$\Rightarrow AE = BF = CD$;

$\angle A = \angle B = \angle C = 60°$

так как $\triangle ABC$ – равносторонний;

2) $AD = EB = FC$,

$AE = BF = DC$,

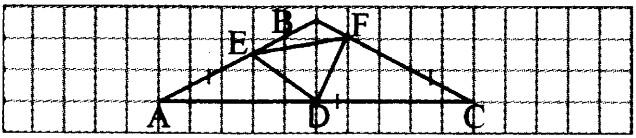
$\angle A = \angle B = \angle C \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AED = \triangle BFE = \triangle CDF$

(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow ED = EF = DF \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle EDF$ – равносторонний.



165. **1)** $AO = OB$,

$CO = OD$,

$\angle AOC = \angle BOD$ (вертикальные) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOC = \triangle BOD$

(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle A = \angle B$;

2) $AK = BK_1$,

$AO = OB$,

$\angle A = \angle B \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AKO = \triangle BK_1O$

(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow KO = K_1O$,

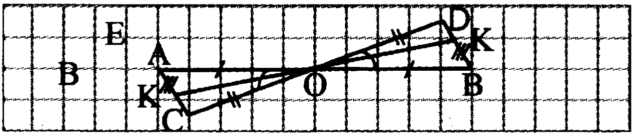
$\angle AOK = \angle BOK_1$;

3) AB – по условию отрезок,

$\angle AOK = \angle BOK_1$ (из 2) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AOK$ и $\angle BOK_1$ – вертикальные $\Rightarrow$

$\Rightarrow KK_1$ – лежит на одной прямой.



166. **1)** $AO = OB$,

$CO = OD$,

$\angle AOC = \angle BOD$ (вертикальные) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOC = \triangle BOD$

(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AC = BD$,

$\angle C = \angle D$,

$\angle A = \angle B$;

2) $OC = OD$,

$\angle C = \angle D$,

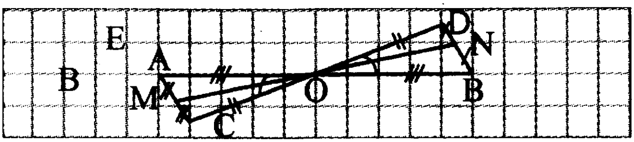
$MC = DN$ (так как $AM = MC$,

$DN = BN$ и $AC = DB$) $\Rightarrow$

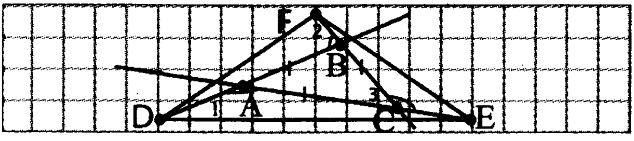
$\Rightarrow \triangle MOC = \triangle NOD$

(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$

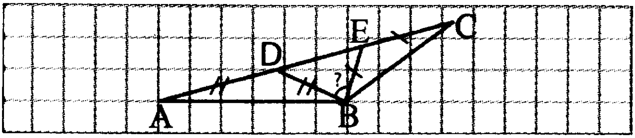
$\Rightarrow OM = ON$.



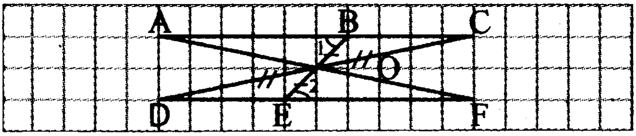
167. **1)** Так как $\triangle ABC$ равносторонний,
то $\angle CAB = \angle ABC = \angle ACB$,
так как $\angle 1$ и $\angle BAC$,
$\angle 2$ и $\angle ABC$,
$\angle 3$ и $\angle BCA$ – смежные,
то $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$;
2) $BF = AD = CE$,
$BD = AE = FC$
(так как $AB = BC = AC$ и $AD = BF = CE$),
$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle DBF = \triangle FCE = \triangle EAD$
(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow FD = DE = EF \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle DFE$ – равносторонний.



168. **1)** $\triangle ABD$ – равнобедренный $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle A = \angle DBA = 38°$;
$\triangle BEC$ – равнобедренный $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle C = \angle EBC = 32°$;
2) $\angle DBE = \angle ABC - \angle ABD - \angle CBE =$
$= 110° - 38° - 32° = 40°$.
Ответ: $40°$.

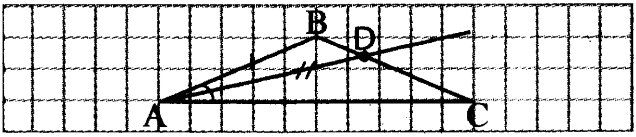


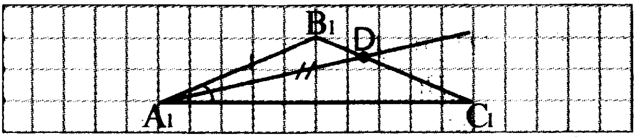
169. **1)** $BO = OE$,
$CO = OD$,
$\angle BOC = \angle EOD$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle BOC = \triangle EOD$
(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle ACO = \angle FDO$,
$BC = DE$;
2) $\angle ACO = \angle FDO$,
$DO = CO$,
$\angle AOC = \angle FOD$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ACO = \triangle FDO$
(по стороне и 2 прилежащим углам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AC = DF$;
3) $BC = DE$ и
$AC = AB + BC = DF = EF + DE \Rightarrow$
$\Rightarrow AB = EF$;
4) Чтобы измерить ширину озера AB, нужно измерить длину отрезка $FE = AB$.



170. **1)** Так как $\angle A = \angle A_1$ и
$AD = A_1D_1$ – биссектрисы,
то $\angle BAD = \angle B_1A_1D_1$;

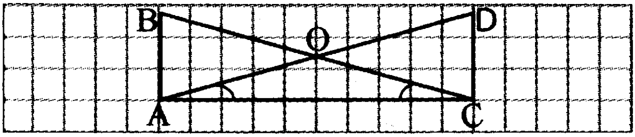
2) $AB = A_1B_1$,
$AD = A_1D_1$,
$\angle BAD = \angle B_1A_1D_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle BAD = \triangle B_1A_1D_1$
(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle B = \angle B_1$;
3) $AB = A_1B_1$,
$\angle A = \angle A_1$,
$\angle B = \angle B_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$
(по стороне и 2 прилежащим углам).



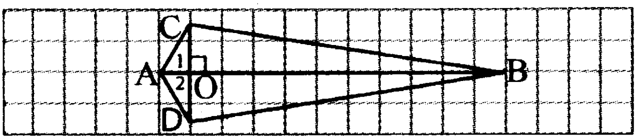


171. **1)** AC – общая,
$BC = AD$,
$\angle OAC = \angle OCA \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA$
(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BAC = \angle DCA$,
$\angle B = \angle D$,
$AB = CD$;
2) $AB = CD$,

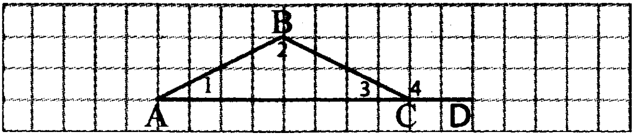
$\angle B = \angle D$,
$\angle BAO = \angle DCO$
(так как $\angle BAO = \angle BAC - \angle OAC$,
$\angle DCO = \angle DCA - \angle OCA$, и $\angle BAC = \angle DCA$,
$\angle OCA = \angle OAC$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABO = \triangle CDO$
(по стороне и 2 прилежащим углам).



172. **1)** $\triangle ADC$ – равнобедренный $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC$.
AO – высота, опущенная на основание CD,
так как $AB \perp CD \Rightarrow$
$\Rightarrow AO$ – биссектриса и медиана,
$\angle 1 = \angle 2$,
$CO = OD$;
2) AB – общая, $AC = AD$,
$\angle CAB = \angle DAB \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ACB = \triangle ADB$
(по 2 сторонам и угла между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow BC = BD$;
$\angle ACB = \angle ADB$.

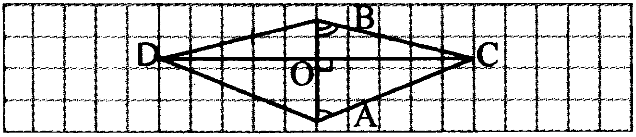


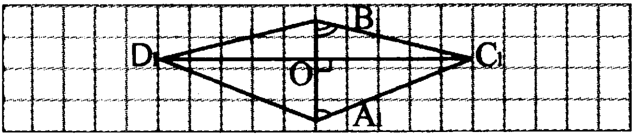
173. Сумма углов треугольника равна 180°,
то есть $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.
$\angle 3$ и $\angle 4$ – смежные,
значит $\angle 3 + \angle 4 = 180°$.
Приравняем оба равенства,
$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 3 + \angle 4$;
$\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$,
так как в треугольнике все углы больше 0°,
то $\angle 4 > \angle 2$ и $\angle 4 > \angle 1$.



174. **1)** Дополнительное построение:
$\angle ABD = \angle ABC$ и $BD = BC$:
$\angle A_1B_1D_1 = \angle A_1B_1C_1$ и
$B_1D_1 = B_1C_1$;
2) $\triangle DBC = \triangle D_1B_1C_1$ – равнобедренные
и BO, B_1O_1 – биссектрисы,
а значит медианы и высоты,
то есть $DO = OC = D_1O_1 = O_1C_1$,
$BO \perp DC$,
$B_1O_1 \perp D_1C_1$;
3) $OC = O_1C_1$,
$\angle A = \angle A_1$,
$\angle COA = \angle C_1O_1A_1 = 90° \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AOC = \triangle A_1O_1C_1$
(по катету и острому углу) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AO = A_1O_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = A_1B_1$
(так как $AB = AO + OB$ и
$A_1B_1 = A_1O_1 + O_1B_1$);
4) $AB = A_1B_1$,
$BC = B_1C_1$,
$\angle B = \angle B_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$
(по двум сторонам и углу между ними).





175. **1)** $\angle O$ – общий, $OA = OB$,
$OD = OE$ (так как $OD = OB + BD$,
$OC = OA + AC$ и $OA = OB$, $BD = AC$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ADO = \triangle BCO$
(по двум сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle D = \angle C$,
$\angle OAD = \angle OBC$;
2) $\angle OAD$ и $\angle 1$ – смежные $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 1 = 180° - \angle OAD$.
$\angle OBC$ и $\angle 2$ – смежные $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 1 = 180° - \angle OBC \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$;

3) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle D = \angle C$,
$BD = AC \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle BED = \triangle AEC$
(по стороне и 2 прилежащим углам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow DE = EC$;
4) OE – общая, $OD = OC$,
$DE = EC \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle OED = \triangle OCE$ (по 3 сторонам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle DOE = \angle COE \Rightarrow$
$\Rightarrow OE$ – биссектриса.

Описание способа построения биссектрисы угла.

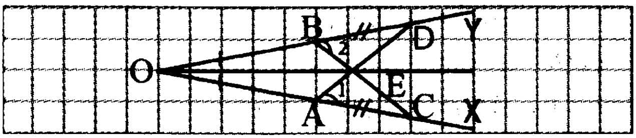
1) Построить окружность с центром в вершине угла произвольного радиуса. Окружность пересечет стороны угла в точках A и B;

2) Построить окружности с центрами в точках A и B также произвольного радиуса. Окружность с центром A и радиусом R пересечет сторону угла в точке C, аналогично окружность с центром B и радиусом R пересечет сторону угла в точке D;

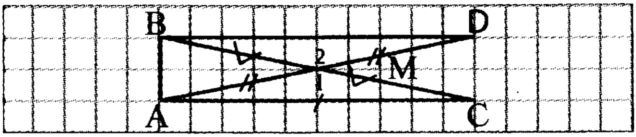
3) Построим отрезки AD и BC;

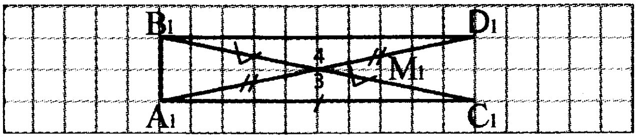
4) Отрезки пересекаются в точке E;

5) Соединим лучом вершину угла с точкой E. Получим луч OE – искомая биссектриса.

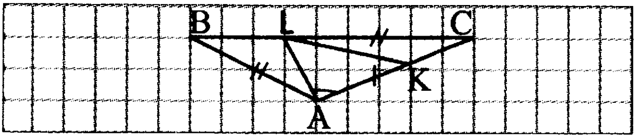


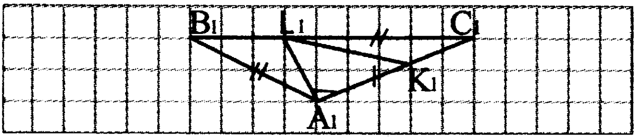
176. **1)** Дополнительное построение:
проведем AM и A_1M_1 за точки M и M_1
и отметим на продолжениях точки D и D_1 так,
чтобы $AM = MD$,
$A_1M_1 = M_1D_1$;
2) $AM = MD$,
$BM = MC$,
$\angle 1 = \angle 2$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle CMA = \triangle BMD$
(по двум сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AC = BD$ так как
$AC = A_1C_1$ и $BD = B_1D_1$.
Аналогично $\triangle C_1M_1A_1 = \triangle B_1M_1D_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow A_1C_1 = B_1D_1$;
3) $AB = A_1B_1$,
$AD = A_1D_1$
(так как $AM = A_1M_1$ и $AM = MD$,
$A_1M_1 = M_1D_1$) $BD = B_1D_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle A_1B_1D_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow$медианы BM и B_1M_1 этих треугольников
опущены на соответственно равные стороны
AD и A_1D_1;
4) $AB = A_1B_1$,
$AC = A_1C_1$,
$BC = B_1C_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по 3 сторонам).





177. **а) 1)** $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$,
$\angle A = \angle A_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$
(по двум сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle B = \angle B_1$,
$\angle C = \angle C_1$,
$BC = B_1C_1$;
2) а) $LC = L_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$,
$KC = K_1C_1$ (так как $KC = AC - AK$,
$K_1C_1 = A_1C_1 - A_1K_1$ и $AC = A_1C_1$,
$AK = A_1K_1$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle LCK = \triangle L_1C_1K_1$
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow LK = L_1K_1$;
б) $AB = A_1B_1$, $\angle B = \angle B_1$,
$BL = B_1L_1$ (так как $BL = BC - LC$,
$B_1L_1 = B_1C_1 - L_1C_1$ и $BC = B_1C_1$,
$LC = L_1C_1$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABL = \triangle A_1B_1L_1$
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AL = A_1L_1$.





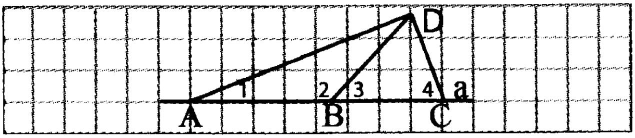
178. **1)** Предположим, что $AD = BD = CD$;

2) Тогда $\triangle ABD$, $\triangle BDC$,
$\triangle ADC$ – равнобедренные $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$,
$\angle 1 = \angle 4 \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 2 = \angle 3$.
Так как $\angle 2$ и $\angle 3$ – смежные,
то $\angle 2 = \angle 3 = 90° \Rightarrow$
$\Rightarrow$ в $\triangle ABD$: $\angle A = \angle B = 90°$;
в $\triangle BCD$: $\angle B = \angle C = 90°$;
в $\triangle ACD$: $\angle A = \angle C = 90°$;

3) Это противоречит теореме о том, что через точку, не лежащую на прямой можно провести единственный перпендикуляр к данной прямой, а у нас получилось 3;

4) Вывод: наше предположение не верно, то есть $CD \neq BD \neq AD$;

5) Возможен случай, когда $BD = CD$ и $\triangle BDC$ – равнобедренный, но и в этом случае $AD \neq CD$.



179. **1)** Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный, то $\angle B = \angle C$;

2) $CX = BX$,

$\angle QXC = \angle PXB$,

$\angle C = \angle B \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CQX = \triangle BPX$

(по стороне и 2 прилежащим углам) $\Rightarrow$

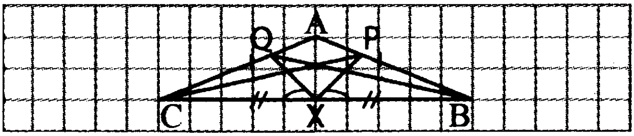
$\Rightarrow CQ = PB,\ QX = XP$;

3) $CQ = PB$, CB – общая,

$\angle C = \angle B \Rightarrow\ \triangle CQB = \triangle BPC$

(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow QB = BC$.



180. Ход построения:

1) Построим окружность с центром в точке A и радиусом R;

2) Эта окружность пересечет прямую l в двух точках; в одной точке, или не пересечет;

3) В зависимости от этого задача будет иметь два решения, одно, или не иметь решений.

1 случай.

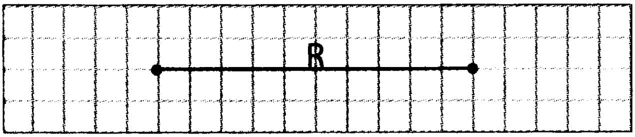
1) Центр искомой окружности может быть или в точке B, или в точке C; Задача имеет 2 решения. Окружность $(B; R)$, окружность $(C; R)$, $A \in (B; R)$, $A \in (C; R)$.

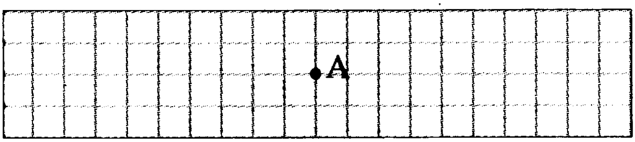
2 случай.

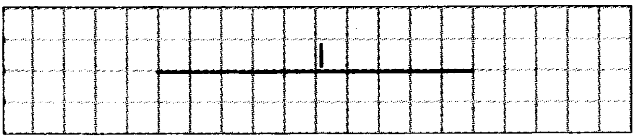
2) Центр искомой окружности D. Задача имеет одно решение. Искомая окружность $(D; R)$. $A \in (D; R)$.

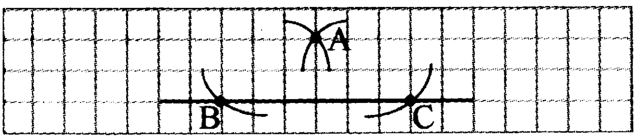
3 случай.

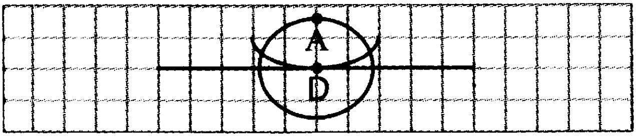
3) Задача не имеет решения. На прямой l нет точки, которая была бы удалена от A на расстояние R.

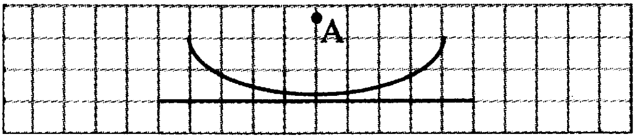












181. Самостоятельное задание.

182. **1)** Построим окружность с центром в точке A и радиусом, равным длине отрезка PQ;

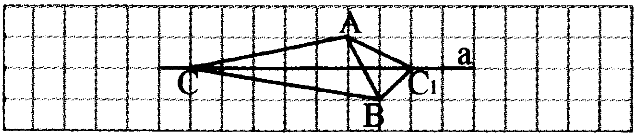
2) Окружность пересечет прямую a в двух точках (в одной точке, или не пересечет окружность). Обозначим эти точки C и C_1;

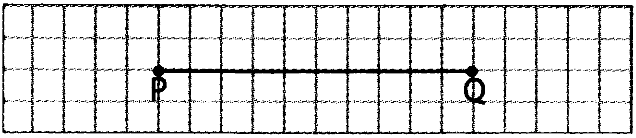
3) Соединим отрезками A, B, C и A, B, C_1, получим $\triangle ABC$ и $\triangle ABC_1$. Оба треугольника соответствуют требованиям задачи. Значит, данная задача имеет два решения.

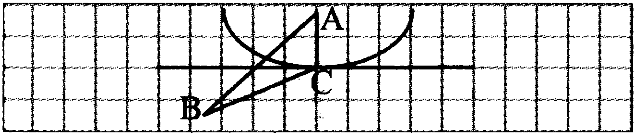
Эта задача может иметь одно решение и ни одного решения.

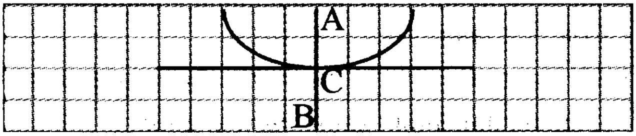
Пример: Одно решение.

Получим отрезок, а не треугольник. Задача не имеет решения.









183. Ход построения:

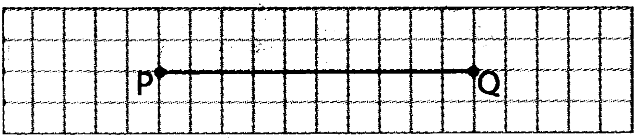
1) Построим окружность с центром в точке A и радиусом, равным длине отрезка PQ.

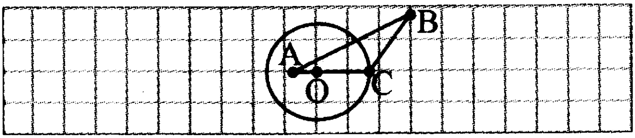
2) Окр. $(O; r)$ и окр. $(A; PQ)$ пересеклись в точке C.

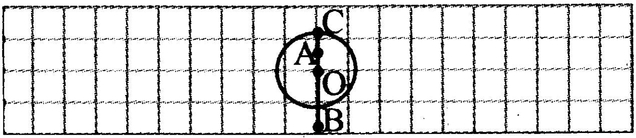
3) Соединим отрезками точки A, B, C, получим $\triangle ABC$.

Эта задача может иметь два или ни одного решения.

Пример: $\triangle ABC$ и $\triangle ABC_1$ – искомые решения. Получим отрезок, а не треугольник. Задача не имеет решения.







184. Ход построения:

1) Построим две окружности с центром в точке A и C и одинаковыми радиусами (больше $\frac{1}{2}AC$);

2) Эти окружности пересекаются в точках E и N;

3) EN и BC пересекаются в точке D – наша точка.

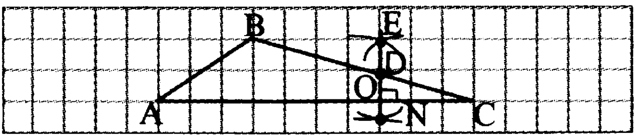
Доказательство:

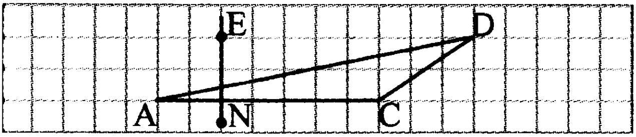
Рассмотрим $\triangle ACD$,

DO – серединный перпендикуляр $\Rightarrow$

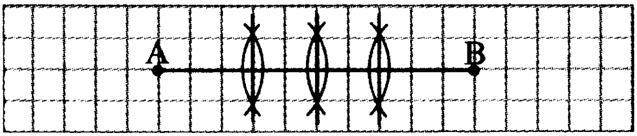
$\Rightarrow \triangle ACD$ – равнобедренный $\Rightarrow AD = AC$.

Но эта задача может не иметь решения. Пример: EN и BC не пересекаются. Нет такой точки $D \in [BC]$, чтобы $AD = DC$.





185. Чтобы разделить отрезок на 4 равные части, надо разделить его пополам. Затем, каждую половину – еще раз пополам.



Глава III.
Параллельные прямые.

186. **а) 1)** $\angle 1 = \angle 3 = 37°$ (как вертикальные).

2) $\angle 7 = \angle 5 = 143°$ (как вертикальные).

3) $\angle 3$, $\angle 5$ – соответственные углы при прямых a, b и секущей c $\angle 3 + \angle 5 = 37° + 143° = 180°$ $\Rightarrow a \parallel b$ по признаку параллельности прямых.

б) $\angle 1 = \angle 3$ (как вертикальные);

$\angle 6 = \angle 8$ (как вертикальные);

$\angle 1 = \angle 6$ (по условию) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle 3 = \angle 8$ так как $\angle 3$ и $\angle 8$ – накрест лежащие при прямых a, b и секущей c,

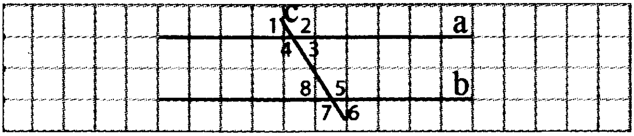
то $a \parallel b$ по признаку параллельности прямых.

в) 1) $\angle 1 = \angle 3 = 45°$ (как вертикальные);

так как $\angle 7 = 3 \cdot \angle 3$, то $\angle 7 = 135°$;

$\angle 5 = \angle 7 = 135°$ (как вертикальные).

2) $\angle 3$, $\angle 5$ – соответственные углы при прямых a, b и секущей c $\angle 3 + \angle 5 = 45° + 135° = 180°$ $\Rightarrow a \parallel b$ по признаку параллельности прямых.



187. **1)** $\triangle ABC$ – равнобедренный, так как $AB = BC \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$.

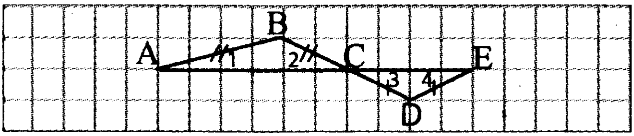
$\triangle CDE$ – равнобедренный, так как $CD = DE \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle 3 = \angle 4$.

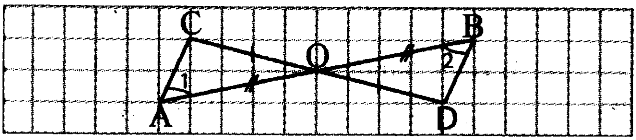
2) $\angle 2 = \angle 3$ (как вертикальные),

$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$.

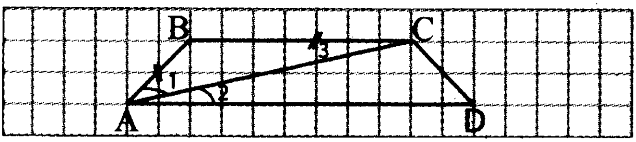
$\angle 1$ и $\angle 4$ – накрест лежащие при прямых AB, DE и секущей $AE \Rightarrow AB \parallel DE$ по признаку параллельности прямых.



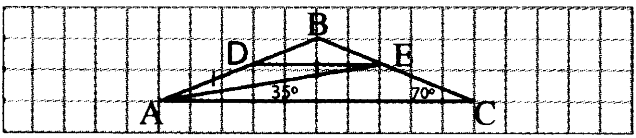
188. $AO = OB$, $CO = OD$, $\angle COA = \angle DOB$ (вертикальные) $\Rightarrow$ $\triangle AOC = \triangle BOD$ (по двум сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$ $\angle 1 = \angle 2$, а так как $\angle A$ и $\angle B$ – накрест лежащие при прямых AC, BD и секущей AB, то по признаку параллельности прямых $AC \parallel BD$.



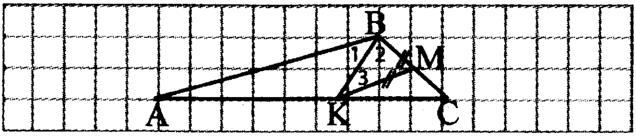
189. $\triangle ABC$ – равнобедренный,
так как $AB = BC \Rightarrow \angle 1 = \angle 3$.
$\angle 1 = \angle 2$ по условию, значит
$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.
$\angle 1$ и $\angle 3$ – накрест лежащие при прямых BC, AD и секущей $AC \Rightarrow BC \parallel AD$ по признаку параллельности прямых.



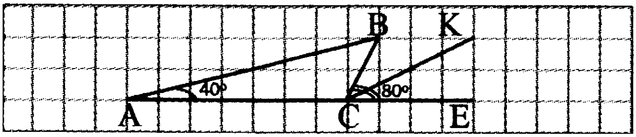
190. **1)** $\triangle ABC$ – равнобедренный, так как
$AB = BC \Rightarrow \angle BAC = \angle BCA = 70°$.
2) $\angle DAE = \angle BAC - \angle EAC = 70° - 35° = 35°$.
3) $\triangle ADE$ – равнобедренный, так как
$AD = DE \Rightarrow \angle DAE = \angle DEA = 35°$.
4) $\angle DEA = \angle EAC = 35°$, $\angle DEA$ и $\angle EAC$ – накрест лежащие при прямых DE и AC и секущей $AE \Rightarrow DE \parallel AC$ по признаку параллельности прямых.



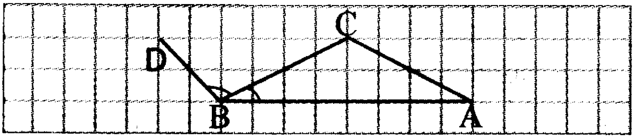
191. **1)** Так как $BM = MK$,
то $\triangle BMK$ – равнобедренный $\Rightarrow$ $\angle 2 = \angle 3$.
2) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3 \Rightarrow$ $\angle 1 = \angle 3$.
3) $\angle 1 = \angle 3$, а так как $\angle 1$ и $\angle 3$ – накрест лежащие при прямых AB и KM и секущей BK $\Rightarrow AB \parallel KM$ по признаку параллельности прямых.



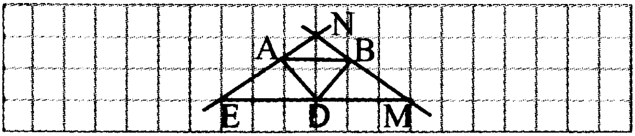
192. **1)** Так как CK – биссектриса,
$\angle BCK = \angle KCE = 40°$.
2) $\angle BAC$ и $\angle KCE$ – соответственные при прямых AB, CK и секущей $AC \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BAC = \angle KCE = 40°$ $\Rightarrow$
$\Rightarrow AB \parallel CK$ по признаку параллельности прямых.



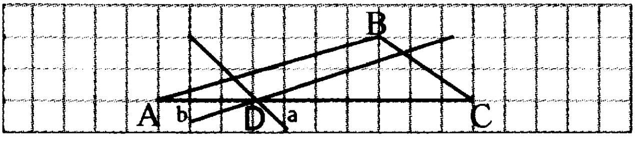
193. **1)** $\angle C = 180° - \angle B - \angle A =$
$= 180° - 70° - 40° = 70°$.
2) $\angle DBC = \angle CBA = 70°$;
$\angle C = \angle DBC = 70°$.
$\angle C$ и $\angle DBC$ – накрест лежащие при прямых DB и AC и секущей $BC \Rightarrow AC \parallel BD$ по признаку параллельности прямых.



194. $EM \parallel AB$; $NM \parallel AD$; $EN \parallel DB$.



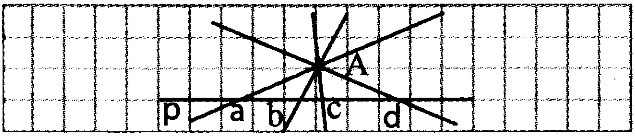
195. $a \parallel BC$; $b \parallel AB$.

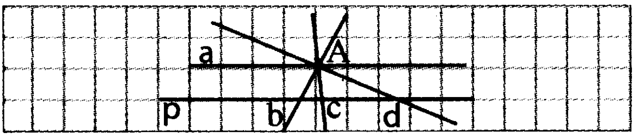


196. Через вершину C можно провести одну прямую, параллельную стороне AB.

197. 4 прямые.

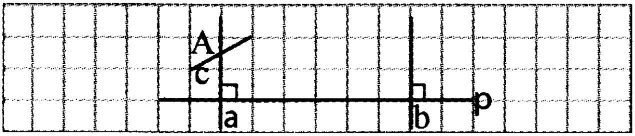
3 прямые (одна прямая параллельна прямой p).





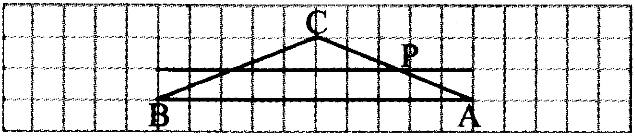
198. **1)** Так как $a \perp p$ и $b \perp p$, то $b \parallel a$ (по признаку параллельности прямых).

2) $c \cap a \Rightarrow c \cap b$ (следствие из аксиомы параллельных прямых).



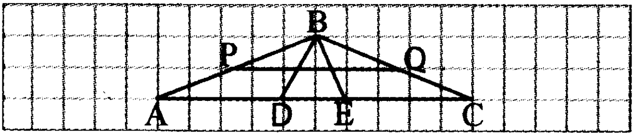
199. **1)** $BC \cap AB = B$, $AB \parallel p \Rightarrow BC \cap p$ (по следствию из аксиомы параллельных прямых).

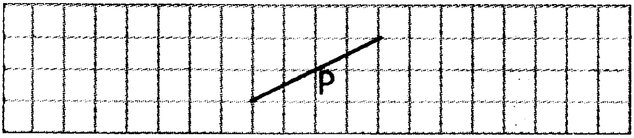
2) $CA \cap BA = A$, $AB \parallel p \Rightarrow AC \cap p$ (по следствию из аксиомы параллельных прямых).



200. **1)** Прямая AD пересекает прямые AB, AE, AC в точке, прямые BC и PQ по условию.

2) $AD \parallel p \Rightarrow$ p – пересекает прямые AB, AE, AC, BC, PQ по следствию: если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.





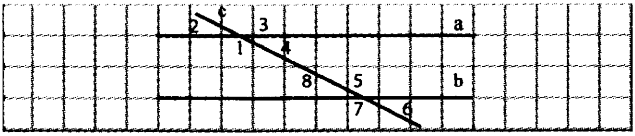
201. **1)** Так как $a \parallel b$, то $\angle 2 = \angle 3 \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 2 = \angle 3 = 210° : 2 = 105°$.
2) $\angle 1 = \angle 2 = 105°$,
$\angle 3 = \angle 4 = 105°$ – как вертикальные.
3) $\angle 2$, $\angle 6$ – смежные $\Rightarrow$ $\angle 2 + \angle 6 = 180°$.
$\angle 6 = 180° - 105° = 75° \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 5 = 75°$ (вертикальные).
4) $\angle 7 = \angle 6 = 75°$ как накрест лежащие при $a \parallel b$ и секущей c.
$\angle 8 = \angle 7 = 75°$ (как вертикальные).

202. **1)** $\angle 1$, $\angle 2$ – односторонние при a, b и секущей d, $\angle 1 + \angle 2 = 42° + 140° = 182° \Rightarrow a \nparallel b$.
2) $\angle 1$, $\angle 3$ – односторонние при a, c и секущей d, $\angle 1 + \angle 3 = 42° + 138° = 140° \Rightarrow a \parallel c$.
3) $\angle 2$, $\angle 3$ – односторонние при b, c и секущей d, $\angle 2 \neq \angle 3 \Rightarrow c \parallel b$.

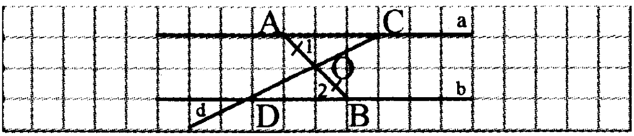
203. **а) 1)** Если $\angle 1 = 150°$ (усл.),
то $\angle 3 = \angle 1 = 150°$ (как вертикальные),
$\angle 5 = \angle 1 = 150°$
(как накрест лежащие при $a \parallel b$ и секущей c),
$\angle 7 = \angle 5 = 150°$ (как вертикальные).
2) $\angle 1$, $\angle 4$ – смежные, значит, $\angle 1 + \angle 4 = 180°$.
$\angle 4 = 180° - 150° = 30°$. $\angle 2 = \angle 4 = 30°$
(как вертикальные), $\angle 8 = \angle 4 = 30°$
(как накрест лежащие при $a \parallel b$ и секущей c),

$\angle 6 = \angle 8 = 30°$ (вертикальные).

б) Если $\angle 1 > \angle 4$ на $70°$, то пусть $\angle 1 = x$,
тогда $\angle 4 = x - 70$,
так как $\angle 1$, $\angle 4$ – смежные,
то $x + x - 70 = 180$; $2x = 250$;
$x = 125$; $\angle 1 = 125°$;
$\angle 4 = 125° - 70° = 55°$.
Рассуждая аналогично пункту (а), имеем:
$\angle 1 = \angle 3 = \angle 5 = \angle 7 = 125°$;
$\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 55°$.



204. Рассмотрим $\triangle AOC$ и $\triangle BOD$:
$AO = BO$ (усл.),
$\angle AOC = \angle BOD$ (вертикальные);
$\angle 1 = \angle 2$ (как накрест лежащие при $a \parallel b$ и секущей AB) $\Rightarrow \triangle AOC = \triangle BOD$ (по стороне у двум прилежащим углам) $\Rightarrow$ по определению равных треугольников $CO = OD$.



205. **1)** $\angle 2$ – вертикальный с углом $73° \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 2 = 73°$.
2) $\angle 2$, $\angle 3$ – односторонние при прямых

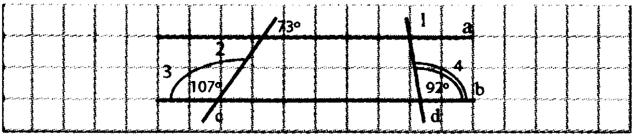
a, b и секущей c;

$\angle 2 + \angle 3 = 73° + 107° = 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow a \parallel b$ (по признаку).

3) $\angle 1$, $\angle 4$ – соответственные при $a \parallel b$ и секущей $d \Rightarrow \angle 1 = \angle 4 = 92°$.

Ответ: 92°.



206. **1)** $\angle C$ и $\angle B$ – односторонние при прямых AB и CD и секущей BC,

$\angle B + \angle C = 70° + 110° = 180° \Rightarrow AB \parallel CD$

(по признаку параллельности двух прямых).

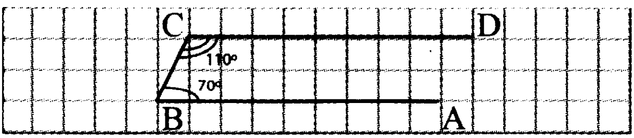
2) Пересекающиеся прямые AB и CD образуют $\triangle EBC$.

$\angle E + \angle B + \angle C = 180°$;

$\angle EBC = 70°$;

$\angle BCE = 180° - 110° = 70°$;

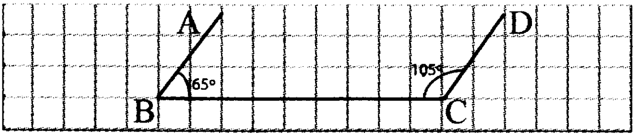
$\angle BEC = 180° - 70° - 70° = 40°$, треугольник существует $\Rightarrow$ прямые AB и CD могут быть пересекающимися.



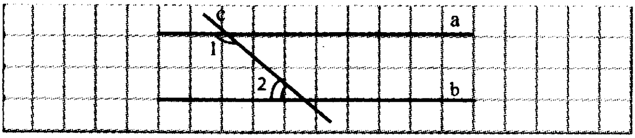
207. $\angle B$ и $\angle C$ – односторонние при прямых AB, CD и секущей BC.

$\angle B + \angle C = 65° + 105° = 170° \neq 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow AB \nparallel CD.$

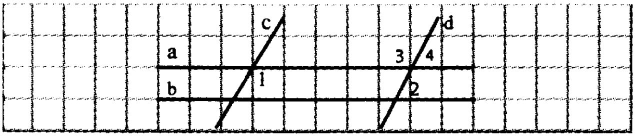
Согласно определению, две прямые на плоскости, не имеющие общих точек, параллельны $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ если, $AB \nparallel CD$, то AB, CD пересекаются.



208. Так как $a \parallel b$, то $\angle 1 + \angle 2 = 180°$,
если $\angle 1 = x$, то $\angle 2 = x - 50$;
$x + x - 50 = 180$; $2x = 230$;
$x = 115$; $\angle 1 = 115°$; $\angle 2 = 65°$.
Ответ: 115°, 65°.



209. **1)** $\angle 3$, $\angle 4$ – смежные $\Rightarrow$
$\Rightarrow\ \angle 3 + \angle 4 = 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow\ \angle 3 = 180° - 45° = 135°$.
2) $\angle 1$, $\angle 3$ – накрест лежащие при
$c \parallel d$ и секущей $a \Rightarrow$
$\Rightarrow$ по свойству параллельных прямых
$\angle 1 = \angle 3 = 135°$.
3) $\angle 2$, $\angle 4$ – соответственные при
$a \parallel b$ и секущей $d \Rightarrow$
$\Rightarrow\ \angle 2 = \angle 4 = 45°$.



210. **1)** $AP_1||CP_3\angle P_1AC + \angle ACP_3 = 180°$.

2) $CP_3||BP_2\angle P_2BC - \angle P_3CE$.

$\angle P_1AC + \angle P_3CE + \angle ACE = 180°$.

$(\angle P_1AC + \angle P_2BC) + \angle ACE = 180°(1)$.

3) $\angle ACE$ и $\angle ACB-$ смежные $\Rightarrow$

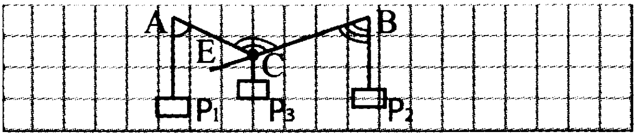
$\Rightarrow \angle ACE + \angle ACB = 180°(2)$.

4) Сравним (1) и (2);

$\angle P_1AC + \angle P_2BC + \angle A_CE = 180°$.

$\angle ACE + \angle ACB = 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACB = \angle P_1AC + \angle P_2BC$. ч. т. д.



211. **а) 1)**Так как $a||b$(усл.), то $\angle A = \angle B$ (свойство параллельных прямых).

2) Так как AA_1 и BB_1 – биссектрисы равных углов, то $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$.

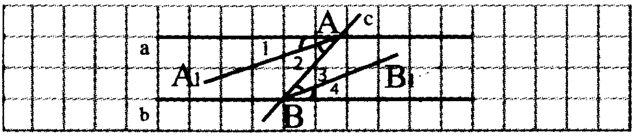
3) $\angle 2$ и $\angle 3$ – накрест лежащие при прямых AA_1 и BB_1 и секущей $\Rightarrow$

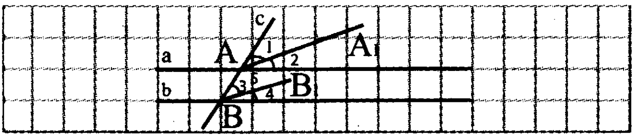
$\Rightarrow \angle 2 = \angle 3$ (из2) $\Rightarrow$ $AA_1||BB_1$.

б) 1) Так как $a||b$(усл.) , то $\angle A = \angle B$(свойство параллельных прямых).

2) Так как AA_1 и BB_1 – биссектрисы равных углов, то $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$.

3) $\angle 1 + (\angle 2 + \angle 5) = 180°$
(образуют развернутый угол),
$\angle 1 = \angle 3$ (2) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 3 + (\angle 2 + \angle 5) = 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow$ $\angle 3$ и $\angle 2 + \angle 5$ – внутренние односторонние углы при прямых AA_1 и BB_1 и секущей $\Rightarrow AA_1 || BB_1$(по признаку параллельности прямых), ч.т.д.
в) 1) Так как $a||b$(усл.),
то $\angle A + \angle B = 180°$
(свойство параллельных прямых)
2) Так как AA_1 и BB_1 – биссектрисы равных $\angle A$ и $\angle B$, то $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$.





212. Рассмотрим $\triangle AB_1B$:
$\angle 1 + \angle 3 + \angle B_1 = 180°$
(теорема о сумме углов треугольника);
$\frac{1}{2}(\angle A + \angle B) + \angle B_1 = 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 180° + \angle B_1 = 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow 90° + \angle B_1 = 180°\ \angle B = 90^0 \Rightarrow$
$\Rightarrow AA_1 \perp BB_1$ ч.т.д.

Вопросы для повторения к главе III.

1. Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются. Два отрезка называются параллельными, если они лежат на параллельных прямых.
2. Прямая c называется секущей по отношению к прямым a и b, если она пересекает их в двух точках.
3. Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны. (стр 53).
4. Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны. (стр 54).
5. Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны. (стр 55).
6. На практике параллельные прямые проводятся с помощью: чертежного угольника и линейки, рейсшины, малка.
7. Утверждения, которые принимаются в качестве исходных положений, на основе которых доказываются далее теоремы, называются аксиомами. Пример: через любые две точки проходит прямая, и притом только одна.
8. Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.
9. Через точку, не лежащую на данной прямой,

проходит только одна прямая, параллельная данной.

10. Утверждение, которое выводится непосредственно из аксиом или теорем, называются следствиями.

11. Пусть прямые a и b параллельны прямой c. Докажем что $a \parallel b$. Допустим, что прямые a и b не параллельны, т.е. пересекаются в некоторой точке M. Тогда через точку M проходят две прямые (a и b), параллельные прямой c. Но это противоречит аксиоме параллельных прямых. Поэтому наше предположение неверно, а значит, прямые a и b параллельны.

12. Теоремой обратной данной, называется такая теорема, в которой условием является заключение данной теоремы, а заключением – условие данной теоремы. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.

13. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны. (стр 61).

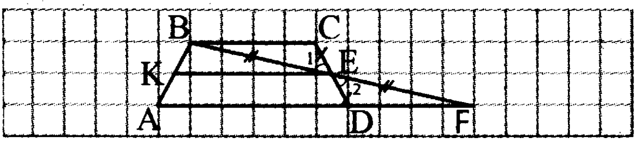
14. Если прямая перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и к другой (стр. 62).

15. Если стороны одного угла соответственно параллельны сторонам другого угла, то такие углы или равны, или в сумме составляют 180°.

16. Если стороны одного угла соответственно перпендикулярны сторонам другого угла, то такие углы или равны, или в сумме составляют 180°.

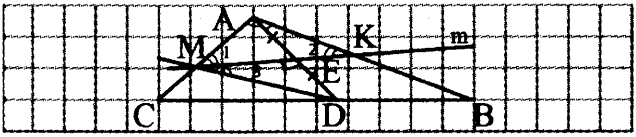
Дополнительные задачи.

213. **1)** Рассмотрим $\triangle BCE$ и $\triangle FDE$:
$BE=EF$(усл.), $CE=ED$ (усл.).
$\angle 1 = \angle 2$ (вертик.) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle BCE = \triangle FDE$
(по 2 сторонам и углу между ними)
$\angle CBE = \angle DFE$
(по определению равных треугольников).
2) $\angle CBE$ и $\angle DF$ – накрест лежащие при прямых BC и AD и секущей BF $\angle CBE = \angle DFE$
(по определению равных треугольников)$\Rightarrow$
$\Rightarrow BC||AD$ (по признаку параллельных прямых)
3) $KE||AD$ (усл.), $BC||AD$
(по признаку параллельных прямых) ч.т.д.

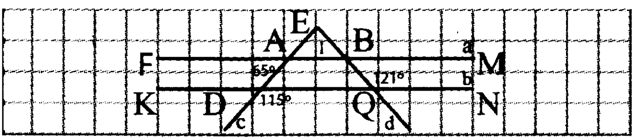


214. **1)** Рассмотрим $\triangle MAE$ и $\triangle KAE$ –
– прямоугольные,
AE – общая $\angle MAE = \angle KAE$ (усл.)$\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle MAE = \triangle KAE$
(по катету и острому углу) $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$
(по определению равных треугольников).

2) Рассмотрим $\triangle AME$ и $\triangle DME$ –
– прямоугольные,
ME – общая $AE = ED$ (усл.)$\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AME = \triangle DME$ (по 2 катетам) $\Rightarrow \angle 1 = \angle 3$
(по определению равных треугольников)
3) $\angle 2$ и $\angle 3$ – накрест лежащие при прямых AB и MD и секущей MK,
так как $\angle 1 = \angle 2$ (из 1.),
$\angle 1 = \angle 3$ (и 2), $\angle 2 = \angle 3 \Rightarrow$
$\Rightarrow AB || MD$ (по признаку параллельных прямых) ч.т.д.



215. **1)** $\angle KDA = \angle CDQ = 115°$(как вертик.)
2) $\angle FAD$ $\angle KDA$ – односторонние при прямых a и b и секущей c $\angle FAD + \angle KDA =$
$= 65° + 115° = 180° \Rightarrow a || b$ (по признаку)
3) $\angle DAB$ $\angle BQN$– смежные $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle DQB = 180° - 121° = 59°$
4) Так как $a \parallel b$ (из 2),
то $\angle 1 = 59°$(как соответственные).
Ответ: 59°



216. **1)** $\angle MAK$ и $\angle NAK$ – односторонние при прямых ME и NF и секущей AK.

$\angle MAK + \angle NKA = 78° + 102° = 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow ME = NF.$

2) $\angle KAD$ и $\angle ADF$ – смежные $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KAD + \angle ADF = 180°;$

$48° + \angle ADF = 180°;$

$\angle ADF = 180° - 48° = 132°.$

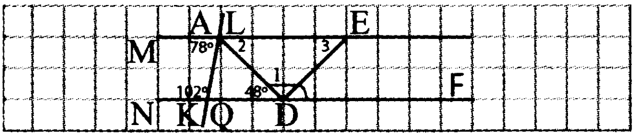
3) Так как DE – биссектриса $\angle ADF$, то $\angle 1 = \angle EDF = 132° : 2 = 66°.$

4) Так как $ME \parallel NF$ (из 1), то $\angle 3 = \angle EDF = 66°$ (как накрест лежащие).

5) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°;$

$66° + \angle 2 + 66° = 180°; \angle 2 = 48°.$

Ответ: $66°; 48°; 66°.$



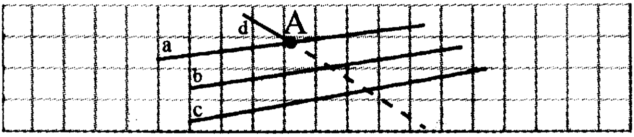
217. **1)** Так как a ||, то a ||b (свойство параллельных прямых);

2) Так как a ||b (из1), $a \cap d = A$ (усл.) $\Rightarrow d \cap b$ (свойство параллельных прямых);

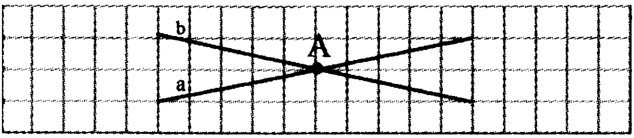
– При доказательстве использовались свойства:

1) Если две прямые параллельны третьей, то они параллельны.

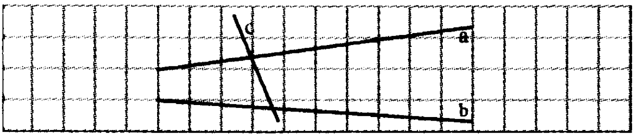
2) Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

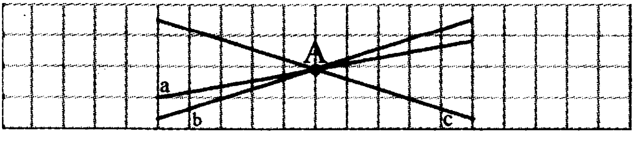


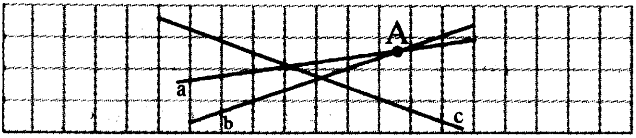
218. Возьмем любую точку $M \notin a$. По аксиоме параллельных прямых через точку можно построить прямую c, параллельную a, и только одну. Так как a $||$, $a \cap b$, то $\cap b$. Следовательно, можно построить прямую, параллельную прямой a и пересекающую прямую b.

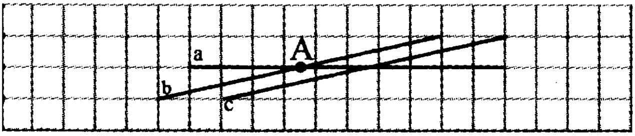


219. Пусть $a \cap b = A$, тогда возможны случаи: В третьем случае прямая с не перемекает прямую b, что противоречит условию $\cap b$ $\Rightarrow$предположение, что $a \cap b$ неверно, а верно , что а || b ч.т.д.



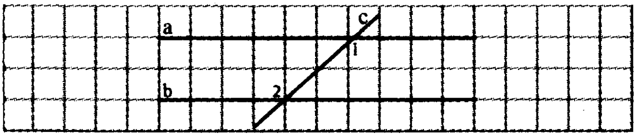






220. **1)**Если $\angle 1$ и $\angle 2$ – накрест лежащие углы при прямых a $и$ b и секущей c $\angle 1 \neq \angle 2 \Rightarrow$ a не параллельна b.

2)Если прямые на плоскости не параллельны, то они пересекаются$\Rightarrow$ $a \cap b$. ч.т.д.



221. **1)** Рассмотрим $\triangle AKN$ и $\triangle BCK$:
$AK = KB,\ NC = KC,$
$\angle NKA = \angle CKB$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AKN = \triangle BCK$
(по двум сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle KNA = \angle KCB$.

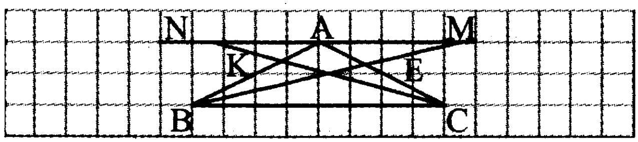
2) Рассмотрим $\triangle AEM$ и $\triangle BEC$:
$ME = EB, AE = EC, \angle AEM = \angle BEC$
(вертикальные)$\Rightarrow$ $\triangle AEM = \triangle BEC$
(по двум сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle EBC = \angle EMA$.

3) $\angle EBC$ и $\angle EMA$ – накрест лежащие

углы при прямых AM и BC и секущей $BM \Rightarrow$
$\Rightarrow AM||BC$,

$\angle KNA$ $\angle KCB$ – накрест лежащие углы при прямых AN и BC и секущей $NC \Rightarrow AN||BC$.

4) $AM||BC$, $AN||BC \Rightarrow AM||AN$, но так как прямые AM и AN проходят через одну точку A и параллельны одной и той же прямой BC, следовательно, по аксиоме параллельных прямых можно утверждать, что AM и AN совпадают, так как A, N, $M \in l$ (лежат на одной прямой).



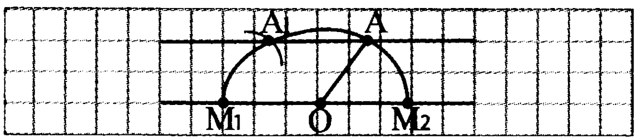
222. **1)** $A \notin a$.

2) Построим окружность с центром в точке O и радиусом OA.

3) Окружность пересечет прямую a в точках M_1 и M_2.

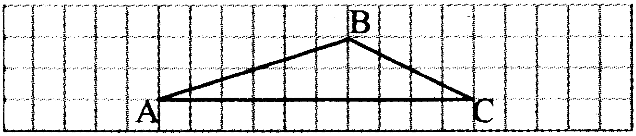
4) Окружность с центром в точке M_1 и радиусом OA пересекает окружность с центром O и радиусом OA в точке A_1.

5) $AA_1||a$, AA_1 – искомая прямая.

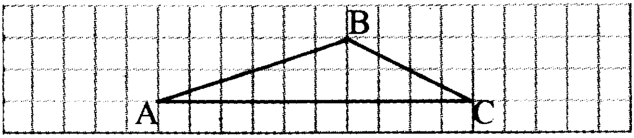


Глава IV.
Соотношение между сторонами и углами треугольника.

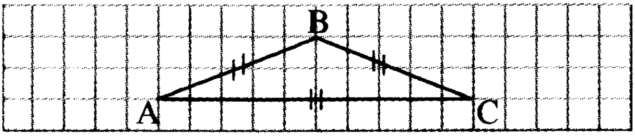
223. $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$,
(свойство углов треугольника),
а) $65°+57°+\angle C = 180°$,
$\angle C = 180°-122° = 58°$,
б) $24°+130°+\angle C = 180°$,
$\angle C = 180°-154° = 26°$,
в) $a+2a+\angle C = 180° \angle C = 180°-3a$,
г) $60°+a-60°-a+\angle C = 180°$,
$\angle C = 180°-120° = 60°$.
Ответ: $58°$; $26°$; $180°-3a$; $60°$.



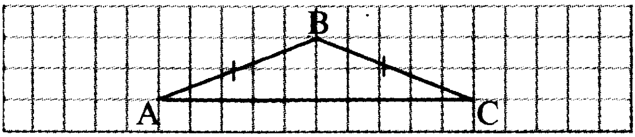
224. Пусть 1 часть – x,
тогда $\angle A = 2x$,
$\angle B = 3x$,
$\angle C = 4x$.
Так как $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$,
$2x + 3x + 4x = 180 \Rightarrow 9x = 180 \Rightarrow x = 20$;
$20°$ приходиться на 1 часть;
$\angle A = 2 \cdot 20^0 = 40^0$;
$\angle B = 3 \cdot 20^0 = 60^0$;
$\angle C = 4 \cdot 20^0 = 80^0$.
Ответ: 40^0; 60^0; 80^0.



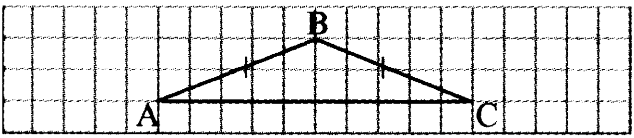
225. Так как $AB = BC = AC$,
$\angle A = \angle B = \angle C$, по свойству углов равнобедренного треугольника.
Так как $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$,
то можно записать:
$3 \cdot \angle A = 180°$;
$\angle A = 60^0 \Rightarrow$ каждый угол равностороннего треугольника по 60^0, ч. т. д.



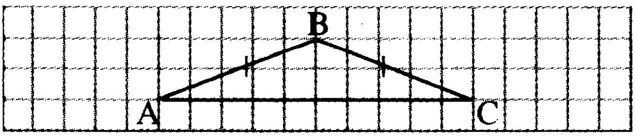
226. **1)** Пусть $\angle A$, $\angle$C– не острые,
то есть $\angle A = \angle C = 90^0$,
или $\angle A = \angle C < 90^0$;
2)Тогда $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$,
что противоречит теореме о сумме углов треугольника.
3) Значит, наше предположение неверно $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle A = \angle C < 90^0$, ч. т. д.



227. **а)** Пусть $\angle B = x$,
тогда $\angle A = \angle C = 2x$.
Так как $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$,
то $2x + x + 2x = 180^0 \Rightarrow 5x = 180° \Rightarrow x = 36^0$,
$\angle A = \angle C = 72^0$,
$B = 36^0$.
Ответ: 72^0; 36^0; 72^0.
б) Пусть $\angle C = x$,
тогда $\angle \mathrm{A} = x, \angle BCD = 3x$.
Так как $\angle BCD = \angle A + \angle B$,
(свойство внешнего угла),
то $\angle B = 3x - x = 2x$,
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$,
то $x + 2x + x = 180^0 \Rightarrow 4x = 180^0 \Rightarrow x = 45^0$,
$\angle A = \angle C = 45^0, B = 90^0$.
Ответ: 45^0; 90^0; 45^0.



228. **а)** Так как $\triangle ABC$– равнобедренный,
то $\angle A = \angle \mathrm{C} = 40^0$,
тогда $\angle B = 180^0 - (40^0 + 40^0) = 100^0$.
Ответ: $40^0; 40^0; 100^0$.



б) $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$,

$\angle A + \angle C = 180^0 - 40^0,$

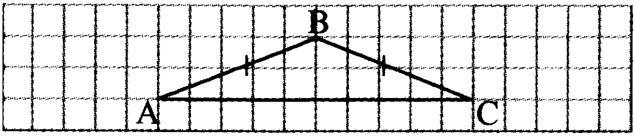
$\angle A + \angle C = 140^0.$

Так как $\angle A = \angle C = 140^0,$

по свойству равнобедренного треугольника,

то $\angle A = \angle C = 140^0 : 2 = 70^0.$

Ответ: 40^0; 70^0; 70^0.



в) Если $\angle B = 60^0,$

то $\angle A + \angle C = 180^0 - 60^0 \Rightarrow$

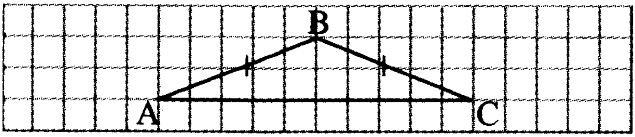
$\Rightarrow \angle A + \angle C = 120^0.$

Так как $\angle A = \angle C$

по свойству равнобедренного треугольника,

то $\angle A = \angle C = 120^0 : 2 = 60^0.$

Ответ: 60^0; 60^0; 60^0.



г) $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0,$

$\angle A + \angle C = 180^0 - 100^0,$

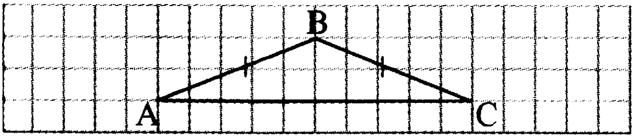
$\angle A + \angle C = 80^0.$

Так как $\angle A = \angle C$

по свойству равнобедренного треугольника,

то $\angle A = \angle C = 40^0.$

Ответ: 100^0; 40^0; 40^0.



229. **1)** Так как $\triangle ABC-$ равнобедренный, то $\angle A = \angle C = 50^0$;

2) Так как $AD-$ биссектриса $\angle A$, то $\angle BAD = \angle DAC = 25^0$;

3) Рассмотрим $\triangle ADC$:

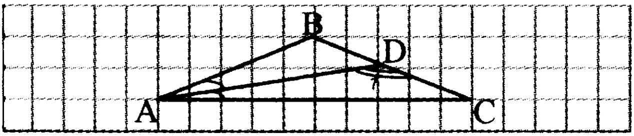
$\angle DAC + \angle ADC + \angle C = 180^0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 25^0 + \angle ADC + 50^0 = 180^0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ADC = 180^0 - 75^0$,

$\angle ADC = 105^0$.

Ответ: 105^0.



230. Рассмотрим $\triangle AMB$:

$\angle BAM + \angle MBA + \angle AMB =$

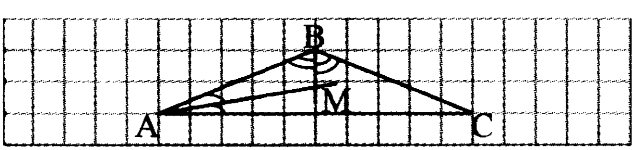
$= 180^0 \ \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \angle AMB = 180^0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 58^0 + \frac{1}{2} \cdot 96^0 + \angle AMB =$

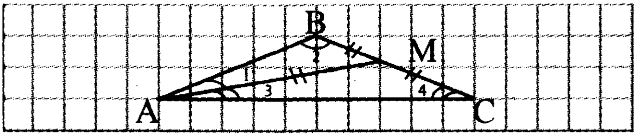
$= 180^0 \angle AMB = 180^0 - \left(29^0 + 48^0\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AMB = 103^0$.

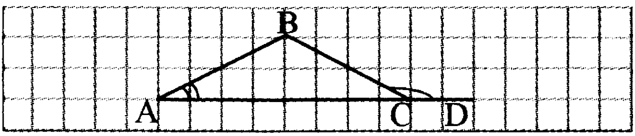
Ответ: 103^0.



231. **1)** Рассмотрим $\triangle ABM$ и $\triangle AMC-$ равнобедренные, так как $BM = MA = MC \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$,
$\angle 3 = \angle 4$;
2) Пусть $\angle 1 = \angle 2 = x$,
$\angle 3 = \angle 4 = y$,
так как $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$,
то $x + x + y + y = 180^0 \Rightarrow$
$\Rightarrow 2x + 2y = 180^0 \Rightarrow$
$\Rightarrow x + y = 90^0$,
$\angle A = \angle 1 + \angle 3 = x + y = 90^0 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ как $\triangle ABC-$ прямоугольный, ч.т.д.

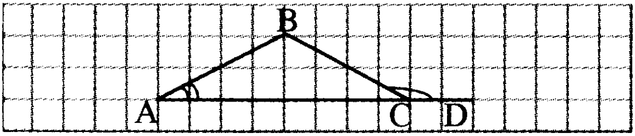


232. **1)** Пусть $\angle A = x$,
тогда $\angle BCD = \angle A + \angle B \Rightarrow$
$\Rightarrow 2x = x + \angle B \Rightarrow \angle B = x$.
Значит $\angle A = \angle B$,
следовательно $AC = BC$, то есть
$\triangle ABC-$ равнобедренный.

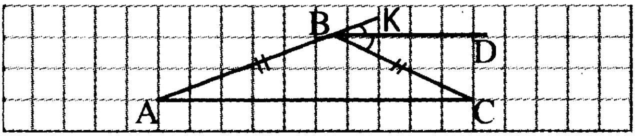


2) Пусть $\angle BCD = x$.
По свойству внешнего угла

$\angle BCD = \angle A + \angle B = x = \angle A + \angle B =$
$= 2 \cdot \angle A \Rightarrow \angle A = \frac{x}{2} \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BCD > \angle A$ в два раза, ч.т.д.

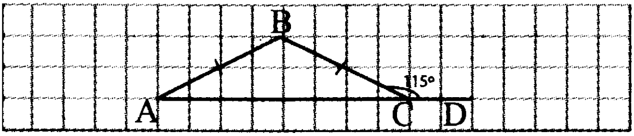


233. **1)** Так как $\triangle ABC-$ равнобедренный,
то $\angle A = \angle$C,
$\angle KBC-$ внешний и по свойству внешнего угла равнобедренного треугольника
$\angle KBC = 2 \cdot \angle A$;
2) $BD-$биссектриса, делит
$\angle KBC\ : \angle KBB - \angle DBC = \angle A$;
3) $\angle DBK$ и $\angle A$ – соответственные при прямых BD и AC и секущей AK,
$\angle DBK = \angle A$(из 2)$\Rightarrow$
$\Rightarrow BD \parallel AC$ по признаку, ч.т.д.

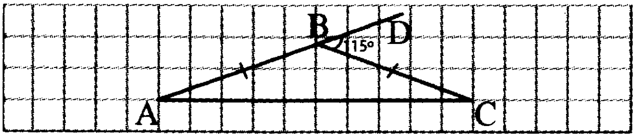


234. **I. 1)** $\angle C$, $\angle BCD-$ смежные $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle$C $=180^0 - 115^0 = 65^0$;
2) $\angle A = \angle C = 65^0$
(свойство равнобедренного треугольника).
3) $\angle B = 180^0 - (\angle A + \angle C)$,
$\angle B = 180^0 - 130^0 = 50^0$.

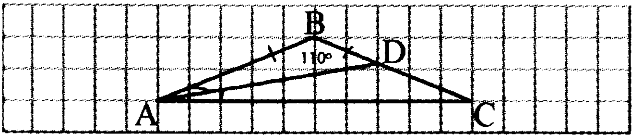
Ответ: 65^0; 65^0; 50^0.



II. 1) $\angle B, \angle CBD -$ смежные $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle B = 180^0 - 115^0 = 65^0$;
2) $\angle A = \angle C = (180^0 - 65^0) : 3 = 57.5^0 = 57^0 30'$.
Ответ: 65^0; $57^0 30'$; $57^0 30'$.

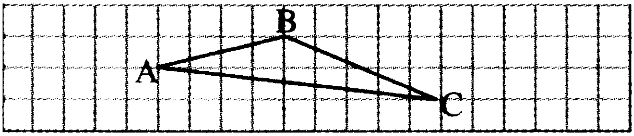


235. **1)** Рассмотрим $\triangle ADC$:
$\angle A = x$, тогда $\angle C = 2x$,
$\angle ADC = 180^0 - 110^0 = 70^0$
(как смежный с $\angle ADB$).
Так как $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$,
то $x + 70^0 + 2x = 180^0 \Rightarrow$
$\Rightarrow 3x = 36\frac{2}{3}, 1^0 = 60'$, значит
$\frac{2}{3} \cdot 1^0 = 40'$,
$\angle DAC = 36^0 40'$,
$\angle C = 73^0 20'$.
2) Рассмотрим $\triangle ABC$:
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$,
$73^0 20' + \angle B + 73^0 20' = 180^0$,
$\angle B = 180^0 - 146^0 40' = 179^0 60' - 146^0 40' =$
$= 33^0 20'$.
Ответ: $73^0 20'$; $73^0 20'$; $33^0 20'$.

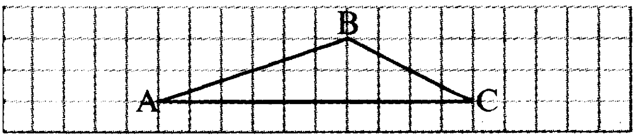


236. **а)** Так как AB самая большая сторона треугольника, то наибольшим углом может быть только $\angle C$. Так как в треугольнике может быть только один тупой угол, то $\angle A$ не может быть тупым.

б) Так как $AB = AC$, то $\triangle ABC-$ равнобедренный и $\angle B = \angle C-$ могут быть только острыми, так как сторона $BC > AB = AC \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle A > \angle C = \angle B \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle A$ может быть тупым.



237. **а)** Если $\angle A > \angle B > \angle C$,
то $BC > AC > BA$;
б) если $\angle A > \angle B = \angle C$,
то $BC > AC = BA$.

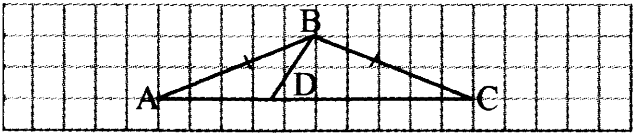


238. **1)** Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный,
то $\angle A = \angle C$ острые.

2) Рассмотрим $\angle ADB$ и $\angle CDB$ смежные, один из них тупой, другой острый или оба прямые.

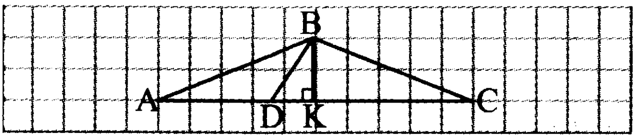
3) Если предположить, что $\angle ADB$ тупой, то он наибольший в $\triangle ADC \Rightarrow AB>BD$.

В любом случае боковая сторона треугольника больше BD, ч.т.д.



239. **1)** Рассмотрим $\triangle DK$: $\angle K = 90^0$ – наибольший в данном треугольнике $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ по свойству неравенства треугольника, $BD > BK$.

2) Следовательно, $BD \geq BK$, ($BD = BK$ если $\triangle ABC$ – равнобедренный и медиана с высотой опущены на основание).

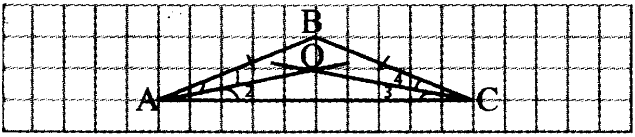


240. **1)** Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный, то $\angle A = \angle C$.

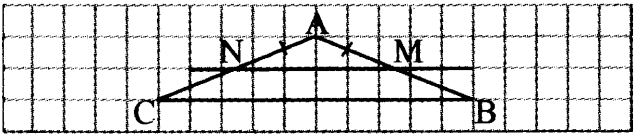
2) Так как AO, CO – биссектрисы соответственно равных углов, то $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$.

3) Рассмотрим $\triangle AC$:

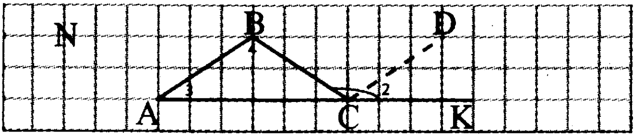
$\angle 2 = \angle 3 \Rightarrow AO = CO \Rightarrow \triangle AC$ равнобедренный по определению, ч.т.д.



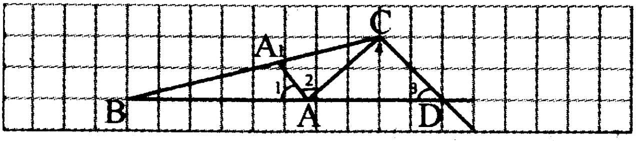
241. **1)** Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный,
то $\angle B = \angle C$.
2) Так как $NM \parallel BC$,
то $\angle C = \angle N$,
$\angle B = \angle M$ как соответственные углы$\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle N = \angle M$.
3) Рассмотрим $\triangle NAM$:
$\angle N = \angle M$(из 2) $\Rightarrow$ $\triangle NAM$.
$\triangle NAM$ равнобедренный по признаку ч.т.д.



242. **1)** Так как $CD \parallel AB$,
то $\angle 2 = \angle 3$ (как соответственные),
$\angle 1 = \angle 4$ (как накрест лежащие).
2) $\angle 2 = \angle 3$ (из 1),
$\angle 1 = \angle 4$ (из 1),
$\angle 1 = \angle 2$ (усл.) $\Rightarrow \angle 3 = \angle 4 \Rightarrow \triangle ABC$.
$\triangle ABC$ – равнобедренный по признаку, ч.т.д.



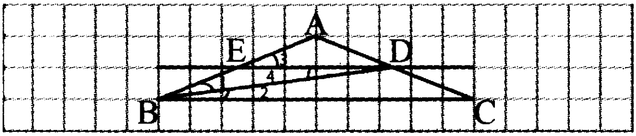
243. **1)** Так как $DC \parallel AA_1$,
то $\angle 1 = \angle 3$ (как соответственные).
С другой стороны, так как $DC \parallel AA_1$,
то $\angle A_1AD + \angle 3 = 180$
(свойство параллельных прямых),
$\angle 2 + \angle CAD + \angle 4 = 180^0$.
2) В $\triangle CAD$:
$\angle 3 + \angle CAD + \angle 4 = 180^0$
(свойство углов треугольника).
Сравним эти два равенства и получим,
что $\angle 4 = \angle 2$.
3) $\angle 1 = \angle 2$ (усл.),
$\angle 1 = \angle 3$ (из 1),
$\angle 2 = \angle 4$ (из 2) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 3 = \angle 4 \Rightarrow AC + AD$, ч.т.д.



244. **1)** Так как $AC \parallel ED$,
то $\angle 1 = \angle 3$ (как соответственные),
$\angle 2 = \angle 4$ (как накрест лежащие).
2) $\angle 1 = \angle 2$ (усл.),
$\angle 1 = \angle 3$ (из 1),
$\angle 2 = \angle 5$ (из 1),

$\angle 1 = \angle 4 \Rightarrow \triangle ADE$.

$\triangle ADE$ – равнобедренный по признаку, ч.т.д.



245. **1)** Так как $MN \parallel BC$,

то $\angle 1 = \angle 3$ (как накрест лежащие),

$\angle 1 = \angle 2$, так как CC_1 биссектриса $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle 1 = \angle 3 \Rightarrow \triangle CNO$ – равнобедренный,

$CN = NO$.

2) Так как $MN \parallel BC$,

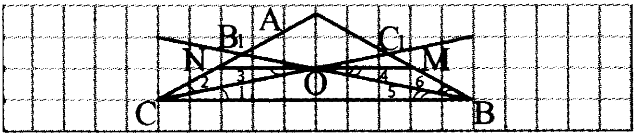
то $\angle 4 = \angle 5$ (как накрест лежащие) ,

$\angle 5 = \angle 6$, так как BB_1 – биссектриса $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle 4 = \angle 6 \Rightarrow OM = MB$.

3) $MN = NO + OM$, так как $NO = CN$,

а $OM = BM$, то $MN = CN + MB$, ч.т.д.



246. **1)** Так как $OE \parallel AB$,

то $\angle 1 = \angle 3$ (как накрест лежащие) ,

$\angle 1 = \angle 2$, так как – биссектриса $\Rightarrow$

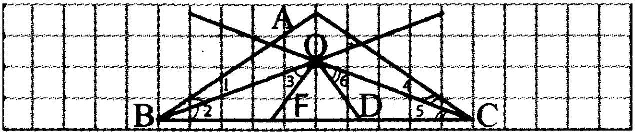
$\Rightarrow \angle 2 = \angle 3 \Rightarrow BE = OE$

(свойство равнобедренного треугольника).

2) Так как $OD \parallel AC$,

то $\angle 4 = \angle 6$ (как накрест лежащие),

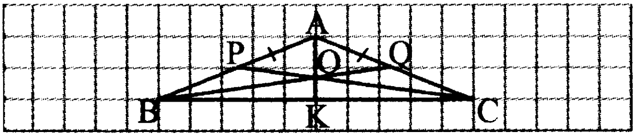
$\angle 4 = \angle 5$, так как – биссектриса $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle 5 = \angle 6 \Rightarrow CD = OD$
(свойство равнобедренного треугольника).
3) $P\triangle_{OED} = OE + ED + DO$,
$BC = BE + ED + DC \Rightarrow$
$\Rightarrow P\triangle_{OED} = BC$, ч.т.д.



247. **а)** Рассмотрим $\triangle BPC$ и $\triangle CQB$:
$PB = QC$,
(так как $BP = AB - PA, QC = AC - AQ$),
$\angle B = \angle C$,
(так как $\triangle ABC$ – равнобедренный),
BC – общая$\Rightarrow \triangle BPC = \triangle CQB$
(по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$
$\Rightarrow PC = BQ$,
$\angle PCB = \angle QBC$,
(по определению равных треугольников) $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ BOC – равнобедренный по признаку.
б) Рассмотрим $\triangle AOC$ и $\triangle AOB$:
AO – общая ,
$BO = OC$ (из 1) ,
$\angle AB = \angle AC$ (усл.) $\Rightarrow$

$Rightarrow\triangle AOC = \triangle AOB$,
(по 3 сторонам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BAO = \angle CAO$,

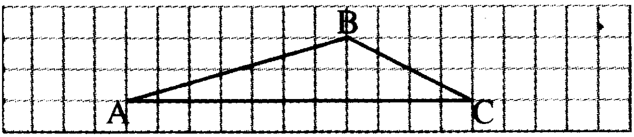
(по определению равных треугольников)
АО – биссектриса равнобедренного $\triangle ABC$, $AO \cap BC = K$, то по свойству биссектрисы равнобедренного треугольника, опущенный на основание, АК – медиана и высота, ч.т.д.



248. **а)** Если стороны 1 м , 2 м и 3 м , то треугольник не существует, так как сумма длин двух сторон должна быть больше длины третьей стороны, а 1+2=3.

б) Если 1,2 дм, 1 дм и 2,4 дм, то треугольник не существует, т.к $1,2 + 1 < 2,4$.

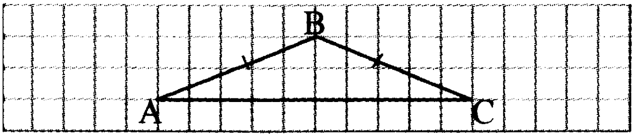
249. АС =10 см, так как по неравенству треугольника $AB + BC > AC$, $25 + 25 > 10$ – верно.
Если АС =25 см, то АВ=ВС=10,
$10 + 10 < 25$ – неверно.



250. **а)** Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный, то c=5 см или c=3 см.

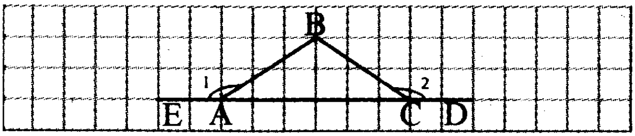
б) Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный, то c=8 см.

в) Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный, то c=10 см.

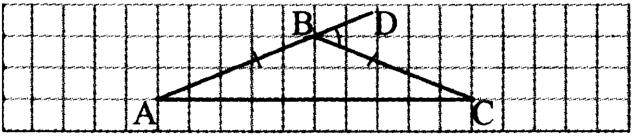


251. Решение в учебнике.

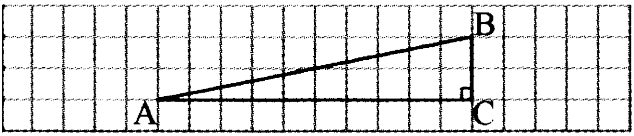
252. Так как $\angle 1 = \angle 2$, то $\angle A = \angle C$ как смежные с равными углами, следовательно,
$\triangle ABC$ – равнобедренный по признаку.
Если $AC = 16$ см,
то $AB = BC = x$ см,
$AB + BC + AC = 74 \Rightarrow$
$\Rightarrow x + x + 16 = 74 \Rightarrow$
$\Rightarrow 2x = 58 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 29, AB = BC = 29$ см.
Если $AB = 16$ см,
то $AC = x$ см,
$AB + BC + AC = 74 \Rightarrow$
$\Rightarrow 16 + 16 + x = 74 \Rightarrow$
$\Rightarrow 32 + x = 74 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 42,$
$AC = 42$ см такого быть не может по свойству неравенства треугольника.
Значит, второе предположение неверно.
Задача имеет единственное решение.
Ответ: 16 см, 29 см, 29 см.



253. Пусть $AB = BC = x$ см,
тогда $AC = x + 4$ см,
так как $P\triangle_{ABC} = AB + BC + AC$,
$25 = x + x + x + 4 \Rightarrow$
$\Rightarrow 21 = 3x \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 7$,
$AB = BC = 7$ см,
тогда $AC = 11$ см.
Ответ: 7 см, 7 см, 11 см

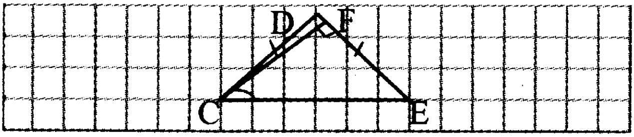


254. $\angle A + \angle B = 90^0$
(свойство прямоугольного треугольника),
а так как $\angle A = \angle B$,
то $\angle A = \angle B = 90^0 : 2 = 45^0$.
Ответ: 45^0; 45^0; 90^0.

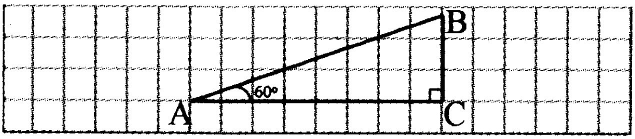


255. **1)** Так как $CD = DE$,
то $\angle C = \angle E$, а $\angle C + \angle E = 180^0 - \angle D$
(по свойству суммы углов треугольника),
$\angle C + \angle E = 180^0 - 54^0 = 126^0$,
$\angle C = \angle E = 126^0 : 2 = 63^0$.
2) $\angle FCD = 90^0 - \angle D$

(по свойству прямоугольного треугольника),
$\angle FCD = 90^0 - 54^0 = 36^0$.
3) $\angle ECF = \angle C - \angle FCD$,
$\angle ECF = 63^0 - 36^0 = 27^0$.
Ответ: 27^0.



256. **1)** $\angle B = 90^0 - \angle A$
(по свойству прямоугольного треугольника)
$\angle B = 90^0 - 60^0 = 30^0$.
2) По свойству прямоугольного треугольника сторона, лежащая против угла 30^0, равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы, то есть $= \frac{1}{2}$.
3) $AB + AC = 26,4 \Rightarrow$
$\Rightarrow AB + \frac{1}{2} \Rightarrow$
$\Rightarrow AB = 17,6$ см.
Ответ: 17,6 см.



257. **1)** По свойству смежных углов,
$\angle BAC = 180^0 - 120^0 = 60^0$.
2) $\angle B = 90^0 - \angle A$
(по свойству прямоугольного треугольника)
$\angle B = 90^0 - 60^0 = 30^0 \Rightarrow AC = \frac{1}{2}AB$

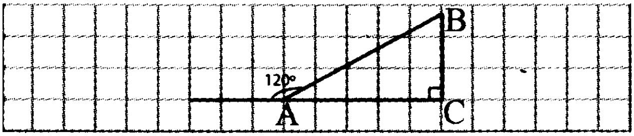
(по свойству прямоугольного треугольника).

3) $AC + AB = 18 (AB = 6 \cdot 2 = 12$ см $) \Rightarrow$

$\Rightarrow AC + 2AC = 18 \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = 6$ см.

Ответ: 6 см, 12 см.



258. **1)** Так как $\triangle ABC$ – равносторонний,

то $\angle B = \angle A = \angle C = 180^0 : 3 = 60^0$.

2) $\angle MDC = 90^0 - \angle C$

(по свойству прямоугольного треугольника)

$\angle MDC = 90^0 - 60^0 = 30^0 \Rightarrow MC = \frac{1}{2}D$

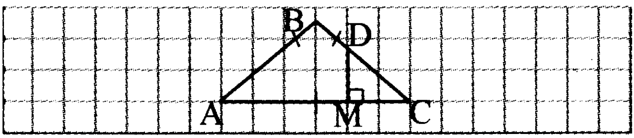
(по свойству прямоугольного треугольника).

3) Так как $D = 12 : 2 = 6$ см,

то $MC = \frac{1}{2}6 = 3$ см.

4) $AM = AC - MC = 12 - 3 = 9$ см.

Ответ: 9 см.



259. **1)** Так как $AB = BC$,

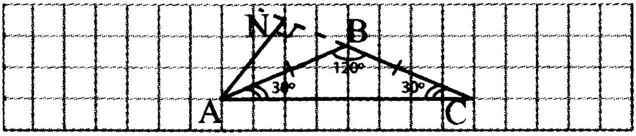
то $\angle BAC = \angle BCA$.

По свойству углов в треугольнике:

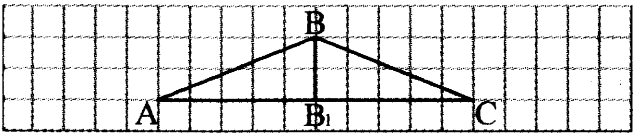
$\angle BAC + \angle BCA = 180^0 - 120^0 = 60^0$,

$\angle BAC = \angle BCA = 60^0 : 2 = 30^0$.

2) По свойству прямоугольного треугольника:
$AN = \frac{1}{2}AC$ (так как $\angle BCA = 30^0$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AC = AN \cdot 2 \Rightarrow$
$\Rightarrow AC = 9 \cdot 2 = 18$ см.
Ответ: 18 см.



260. **1)** $BB_1 = \frac{1}{2}BC$,
так как $7,6 = \frac{1}{2} \cdot 15,2 \Rightarrow \angle BCB_1 = 30^0$
(по свойству прямоугольного треугольника).
2) Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный,
то $\angle BAC = 30^0$,
$\angle AC = 180^0 - \angle A - \angle C = 180^0 - 30^0 - 30^0 = 120^0$.
Ответ: 30^0, 30^0, 120^0.

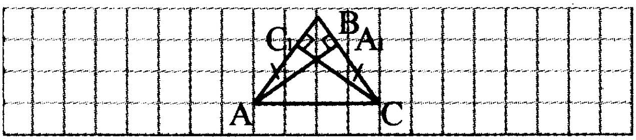


261. **1)** $\angle A_1AC = 90^0 - \angle A_1CA, \angle ACA_1 =$
$= 90^0 - \angle C_1AC \Rightarrow \angle A_1AC = \angle ACA_1$
(так как $\angle ACA_1 = \angle C_1AC$).
2) $\triangle ACA_1$ и $\triangle C_1AC$:
AC – общая,
$\angle A_1AC = \angle C_1C$ (из 1),
$\angle C_1AC = \angle A_1CA (AB = BC) \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ACA_1 = \triangle C_1AC$

(по стороне и 2 прилежащим углам) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AA_1 = CC_1$

(по определению равных треугольников), ч.т.д.



262. **1)** Так как $\angle B = \angle B_1$,

BD и B_1D_1 – биссектрисы,

то $\angle 1 = \angle 2$.

2) $\triangle AB$ и $\triangle A_1B_1D_1$:

$BD = B_1D_1$ (усл.),

$\angle 1 = \angle 2$ (из 1) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle A_1B_1D_1$

(по гипотенузе и острому углу).

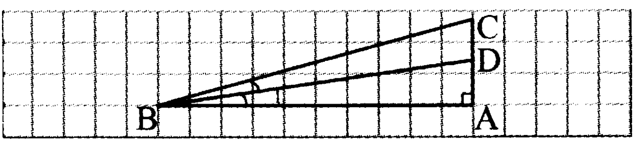
3) $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:

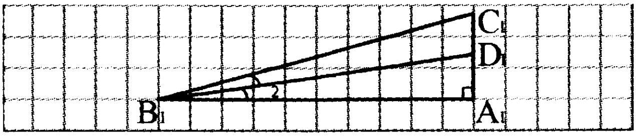
$AB = A_1B_1$ (из 2).

$\angle A = \angle A_1 = 90^0$ (усл.) $\Rightarrow$

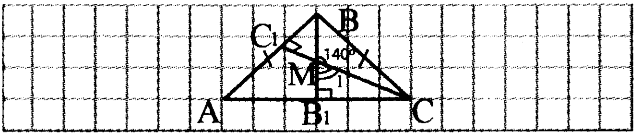
$\Rightarrow ABC = \triangle A_1B_1C_1$

(по стороне и 2 прилежащим углам).ч.т.д.

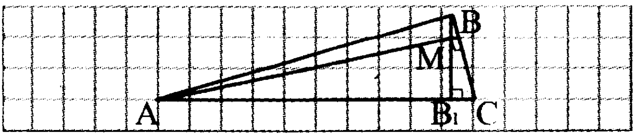




263. **1)** По свойству смежных углов:
$180^0 - 140^0 = \angle 1$,
$\angle 1 = 40^0 \Rightarrow \angle B_1CC_1 = 90^0 - 40^0 = 50^0$.
2) $\angle A = 90^0 - \angle B_1CC_1 = 90^0 - 50^0 = 40^0$.
3) По свойству углов в треугольнике :
$\angle B + \angle C = 180^0 - \angle A$,
$\angle B + \angle C = 180^0 - 40^0 = 140^0$.
Так как $\angle B = \angle C\,(AB = AC)$,
то $\angle B = 70^0$, $\angle C = 70^0$.
Ответ: 40^0, 70^0, 70^0.



264. $\angle ABB_1 = 90^0 - \angle BAB_1 = 90^0 - 55^0 = 35^0$.
1) $\angle BAA_1 = 90^0 - \angle B = 90^0 - 67^0 = 23^0$.
2) $\angle AMB = 180^0 - \angle BAM =$
$= 180^0 - 25^0 - 35^0 = 122^0$.



265. **1)** По свойству углов в треугольнике:
$\angle A + \angle C = 180^0 - \angle B$,

$\angle A + \angle C = 180^0 - 112^0 = 68^0$.

Так как $\angle A = \angle C$,

то $\angle A = \angle C = 68^0 : 2 + 34^0$.

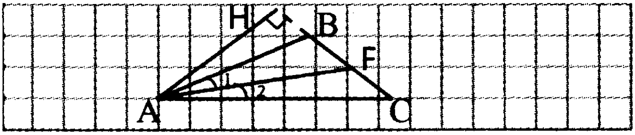
2) $\angle BFA = 180^0 - \angle B - \angle BAF$,

где $\angle BAF = \angle 1 = 34^0 : 2 = 17^0$,

$\angle BFA = 180^0 - 112^0 - 34^0 : 2 = 51^0$,

$\angle HAF = 90^0 - \angle HFA = 90^0 - 51^0 = 39^0$.

Ответ: 90^0, 51^0, 39^0.



266. Рассмотрим $\triangle OAC$ и $\triangle OBC$:

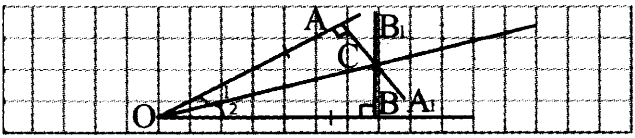
OC – общая, $OA = OB$ (усл.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle OAC = \triangle OBC$

(по катету и о гипотенузе) $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$

(по определению равных треугольников)$\Rightarrow$

$\Rightarrow OC$ – биссектриса, ч.т.д.



267. **1)** Рассмотрим $\triangle B_2BC$ и $\triangle N_1B_1C_1$:

$BC = B_1C_1$ (усл.),

$BB_2 = B_1N_1$ (усл.)$\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle B_2BC = \triangle N_1B_1C_1$

(по катету и гипотенузе) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle C = \angle C_1$

(по определению равных треугольников).

2) Рассмотрим $\triangle C_2BC$ и $\triangle M_1B_1C_1$:

$BC = B_1C_1$ (усл.),

$C_2C = M_1C_1$ (усл.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle C_2BC = \triangle M_1B_1C_1$

(по катету и о гипотенузе) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle B = \angle B_1$

(по определению равных треугольников).

3) Рассмотрим $\triangle\ ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:

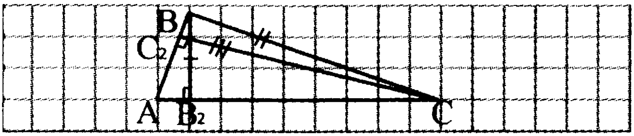
$BC = B_1C_1$ (усл.),

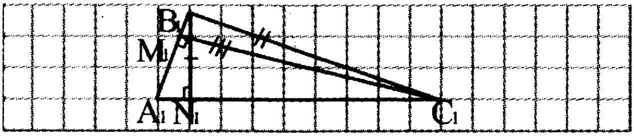
$\angle B = \angle B_1$ (из 2),

$\angle C = \angle C_1$ (из 1.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

(по стороне и 2 прилежащим углам), ч.т.д.





268. **1)** $\angle A = 90^0 - \angle B$,

$\angle A_1 = 90^0 - \angle B_1 \Rightarrow$

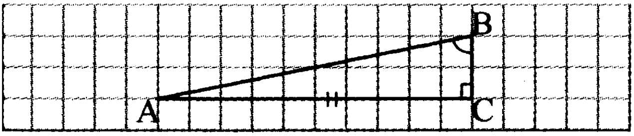
$\Rightarrow \angle A = \angle A_1$ (так как $\angle B = \angle B_1$).

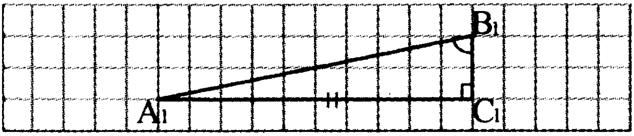
2) Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:

$AB = A_1B_1$ (из 1),

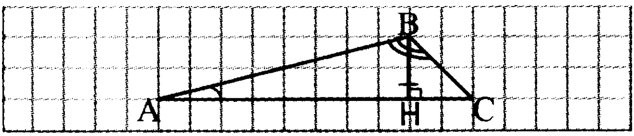
$\angle A = \angle A_1$ (усл.),

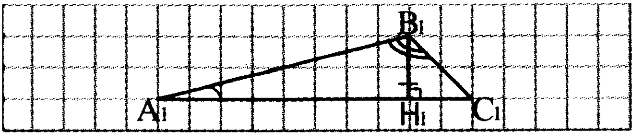
$\angle B = \angle B_1$ (усл.) $\Rightarrow \triangle \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по стороне и прилежащим углам), ч.т.д.



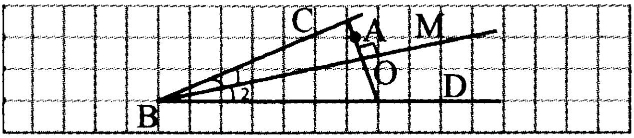


269. **1)** Рассмотрим $\triangle ABH$ и $\triangle A_1B_1H_1$:
$BH = B_1H_1$,
$\angle A = \angle A_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1$
(по катету и острому углу) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AB = A_1B_1$
(по определению равных треугольников).
2) Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:
$AC = A_1C_1$ (усл.),
$\angle A = \angle A_1$ (из 1.),
$\angle C = \angle C_1$ (усл.) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$
(по стороне и прилежащим углам), ч.т.д.





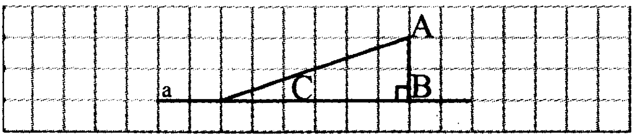
270. **1)** Построим биссектрису данного угла – BM.
2) Через точку A построим перпендикуляр CD к данной биссектрисе.
3) Рассмотрим $\triangle BOC$ и $\triangle BOD$:
BO – общая,
$\angle 1 = \angle 2$ (из1) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle BOC = \triangle BOD$
(по катету и острому углу) $\Rightarrow$
$\Rightarrow BC = BD$
(по определению равных треугольников) ч.т.д.



271. Пусть $= x, AC = y$, тогда

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ y - x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 18 \\ 2x = 16 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 9 \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow AB = 8$$



272. **1)** Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный, то $AD \perp BC$ $\angle A = \angle B = \angle C = 60^0$.

2) Рассмотрим $\triangle ADK$:

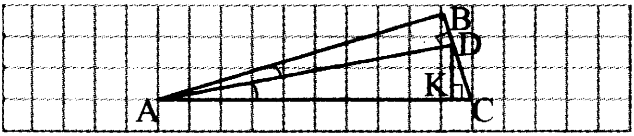
$\angle K = 90^0$,

$\angle DAK = 30^0$,

$DK = 6$ см,

так как DK лежит против угла 30^0, то $AD = 2DK = 12$ см.

Ответ: 12см.

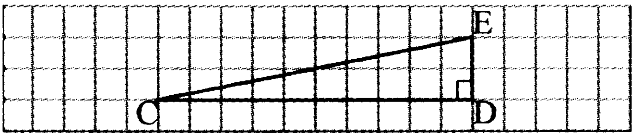


273. Пусть $CE = x, CD = y$, тогда

$$\begin{cases} x + y = 31 \\ y - x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 28 \\ 2x = 34 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 14 \\ x = 17 \end{cases} \Rightarrow CD = 14$$

Ответ: 14 см.



274. Рассмотрим $\triangle AKN$ и $\triangle CKM$:

$AK = KC$ (усл.),

$\angle BAC = \angle B$

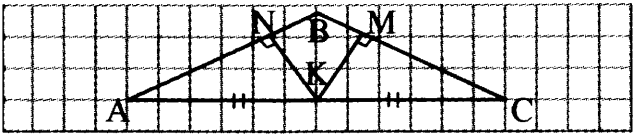
(так как $\triangle ABC$ – равнобедренный) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AKN = \triangle CKM$

(по гипотенузе и острому углу) $\Rightarrow$

$\Rightarrow KN = KM$

(по определению равных треугольников). ч.т.д.



275. **1)** Рассмотрим $\triangle BKM$ и $\triangle EAM$:

$KM = EM$ (усл.),

$\angle CAB = \angle B$

(так как $\triangle ABC$ – равнобедренный) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle BKM = \triangle EAM$

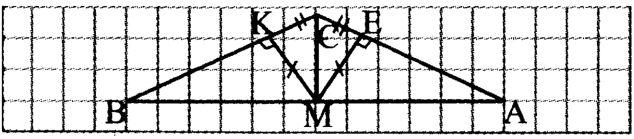
(по катету и острому углу) $\Rightarrow$

$\Rightarrow BM = MA$

(по определению равных треугольников).

2) Так как M – середина $AB \Rightarrow$

$\Rightarrow CM$ – медиана равнобедренного треугольника, опущенная на основание, следовательно, $CM \perp AB$ ч.т.д.



276. Рассмотрим $\triangle AA_1O$ и $\triangle BB_1O$:

$AO = BO$ (усл.),

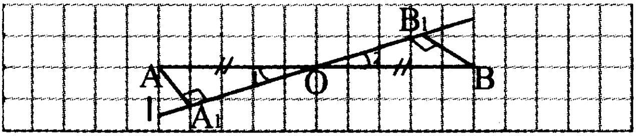
$\angle 1 = \angle 2$ (вертикальные)$\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AA_1O = \triangle BB_1O$

(по гипотенузе и острому углу) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AA_1 = BB_1$

(по определению равных треугольников) ч.т.д.

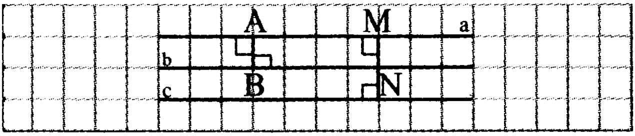


277. Так как $a \parallel b$ (усл.),

$a \parallel c \Rightarrow b \parallel c$ (свойство параллельных прямых)

$KF = 5 - 3 = 2$ см или $KF = 5 + 3 = 8$ см.

Ответ: 2см или 8см.



278. **1)** Рассмотрим $\triangle AA_1D$:

$\angle A_1 = 90^0$,

$\angle D = 30^0$,

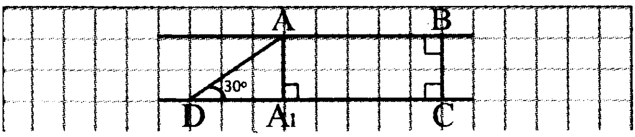
так как AA_1 лежит против угла 30^0,

то $AA_1 = \frac{1}{2}AD$,

$AA_1 = 3$ см.

2) Так как $AA_1 = BC$, то $BC = 3$ см.

Ответ: 3см.



279. **1)** По аксиоме параллельных прямых через точку проходит единственная прямая $b \parallel a$.

2) Все точки прямой $b \parallel a$ равноудалены от точек прямой a.

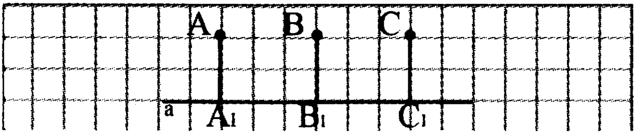
3) Докажем, что $B, C \in b$.

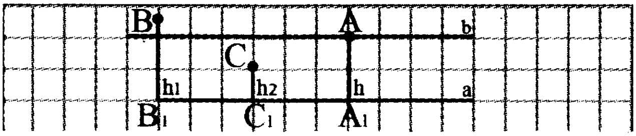
Пусть B∉b, C∉b, тогда расстояние от точки B до a и C будет меньше или больше, чем расстояние h. Но это противоречит условию

$AA_1 = BB_1 = CC_1$.

Значит наше предположение неверно⇒

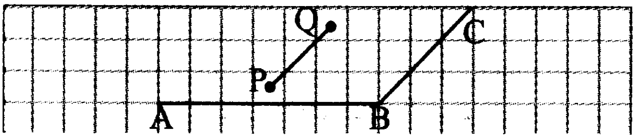
$\Rightarrow A, B, C \in b$ ч.т.д.

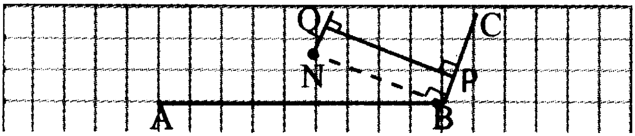




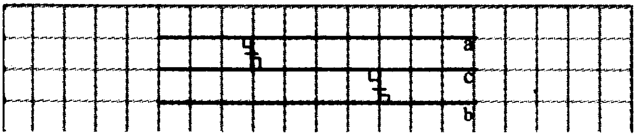
280. **1)** По аксиоме параллельных прямых через точку Q проходит единственная прямая, параллельная BC.

2) По свойству равноудаленности точек двух параллельных прямых, все точки луча NQ равноудалены от точек луча BC.





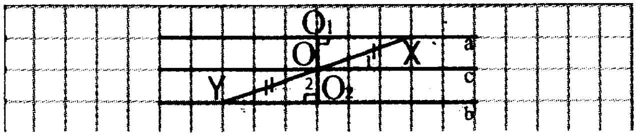
281. Прямая, параллельная данным прямым, находящаяся на равных расстояниях от них.



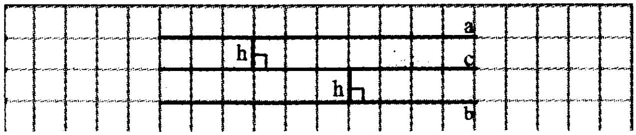
282. **1)** Рассмотрим $\triangle OO_2X$ и $\triangle OO_2Y$:
$OX = OY$ (усл.),
$\angle 1 = \angle 2$ (вертикальные) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle OO_2X = \triangle OO_2Y$
(по гипотенузе и острому углу) $\Rightarrow$
$\Rightarrow OO_1 = OO_2$.

2) Значит О $\in$, которая состоит из всех точек плоскости, равноудаленных от прямых a и b.

3) Так как все точки плоскости, расположенные по одну сторону от данной прямой и равноудаленные от нее, лежат на прямой, параллельной данной, то $c \parallel a$ и $c \parallel b$ ч.т.д.



283. Две прямые, параллельные данной прямой и расположенные на данном расстоянии h по разные стороны от c.

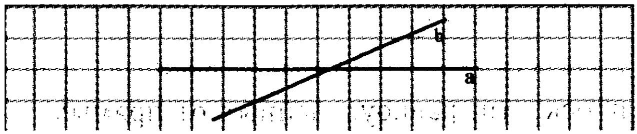


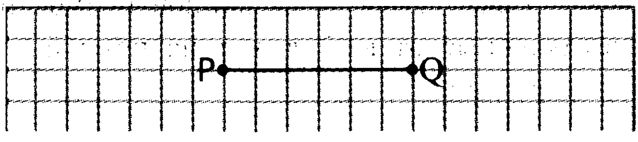
284. Решение в учебнике.

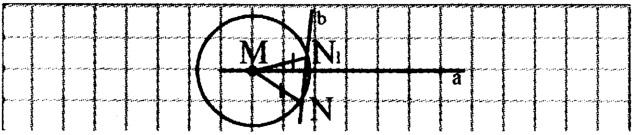
285. Задача может иметь решение, а может и не иметь решения.

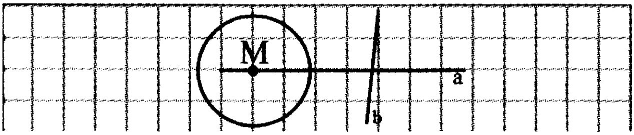
–На прямой b существуют две точки N и N_1, такие, что $MN = MN_1 = PQ$.

–Нет решения. На прямой b нет точек, удаленных от M на расстоянии PQ.









286. Ход построения:

1) отрезок $AB = a$;

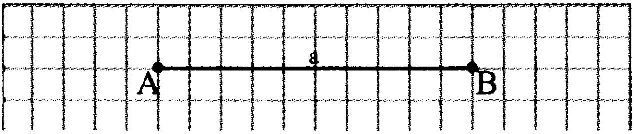
2) угол $A = \alpha$;

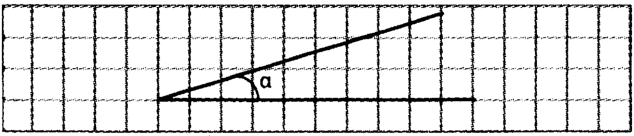
3) биссектриса $AD = l$;

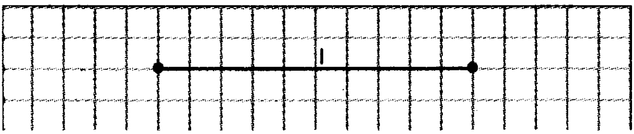
4) соединить B и D прямой;

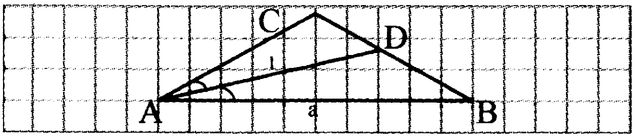
5) BD пересекает сторону угла A в точке C;

6) $\triangle ABC$ – искомый.









287. Ход построения:

1) отрезок $AB = a$;

2) угол $BAD = \alpha$;

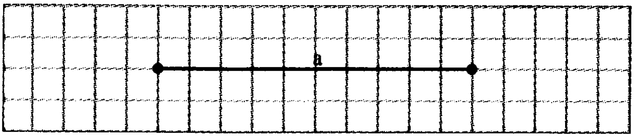
3) $AD = m$;

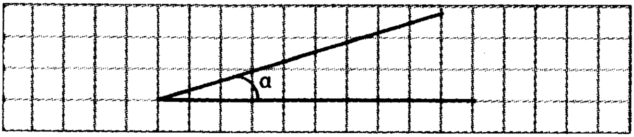
4) соединим точки B и D прямой;

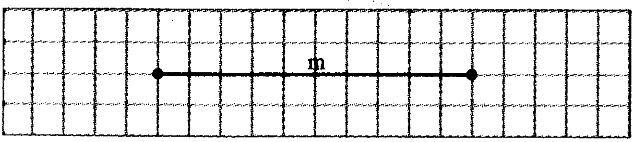
5) отложим отрезок CD, равный BD;

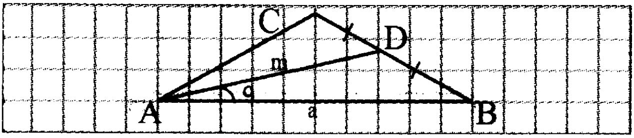
6) соединим отрезком точки A и C

7) $\triangle ABC$ – искомый.









288. **а)** Ход построения:

1) отрезок $AB = PQ$;

2) $\angle B = \angle hk$;

3) $\angle A = \frac{1}{2}\angle hk$;

4) стороны углов A и B пересекаются в точке C;

5) $\triangle ABC$ – искомый.

б) Ход построения:

1) отрезок $AB = PQ$;

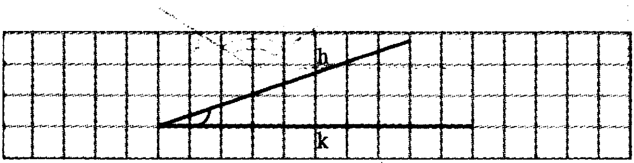
2) $\angle B = \angle hk$;

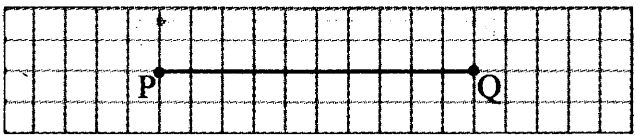
3) $\angle A = \frac{1}{4}\angle hk$;

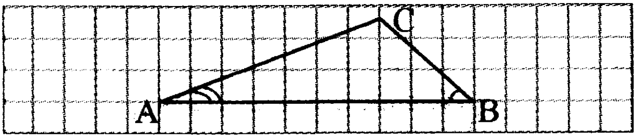
4) стороны углов A и B пересекаются в точке C;

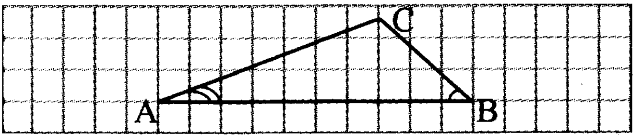
5) $\triangle ABC$ – искомый.

Чтобы построить $\frac{1}{4}\angle hk$ надо построить биссектрису угла, а затем биссектрису его половины.









289. Ход построения:

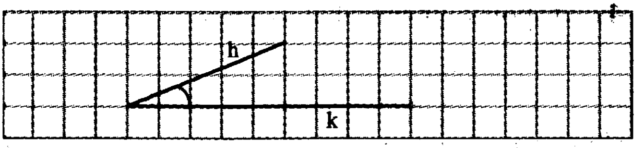
1) отрезок $AB = PQ$;

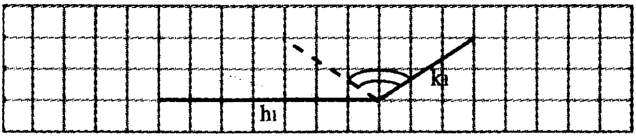
2) $\angle B = \angle hk$

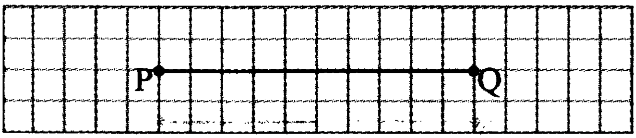
3) $\angle A = \frac{1}{2}\angle h_1k_1$;

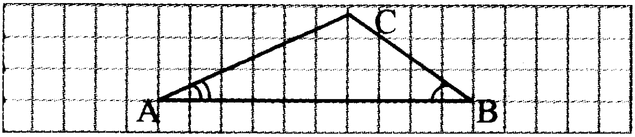
4) стороны углов A и B пересекаются в точке C;

5)) $\triangle ABC$ – искомый.









290. **а)** Ход построения:

1) Построить прямой угол C;

2) на одной стороне отложить отрезок $AC = a$, а на другой $CB = b$;

3) соединить отрезком A и B;

4) $\triangle ABC$ – искомый

б) Ход построения:

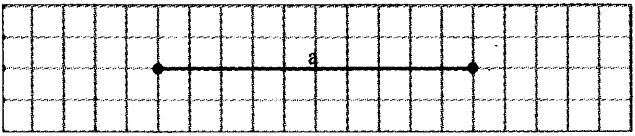
1) Построить прямой угол C;

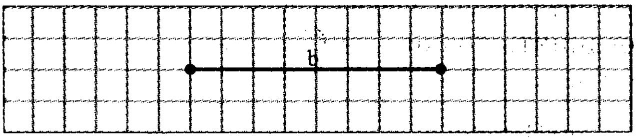
2) Отложить на стороне $AC = a$;

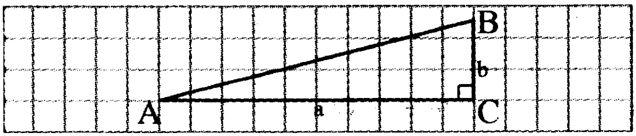
3) $\angle A = a$;

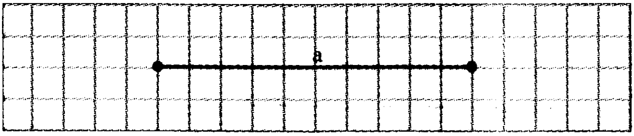
4) Стороны $\angle A$ и $\angle C$ пересекаются в точке B;

5) $\triangle ABC$ – искомый.









291. **а)** Ход построения:

1) $\angle B = a$;

2) на стороне угла отложить отрезки $BA{=}BC{=}a$;

3) соединить точки A и ;

4) $\triangle ABC$ – искомый;

б) Ход построения:

1) отрезок $AC = b$;

2) $\angle A = \angle C = a$;

3) стороны углов A и пересекаются в точке B;

4) $\triangle ABC$ – искомый;

в) Ход построения:

1) отрезок $AB = c$;

2) $\angle A = \beta$;

3) $\angle B = 180^0 - 2\beta$;

4) на стороне $\angle B$ отложить $BC = c$;

5) соединить точки A и C;

6) $\triangle ABC$ – искомый

г) Ход построения:

1) отрезок $AC = a$;

2) две окружности с центрами в точках A и C и радиусом b;

3) окружности пересекутся в точке B;

4) соединим отрезками A и B, B и C;

5) $\triangle ABC$ – искомый;

д) Ход построения:

1) отрезок $AC = a$;

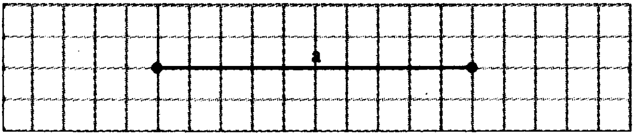
2) найти середину AC и точку D;

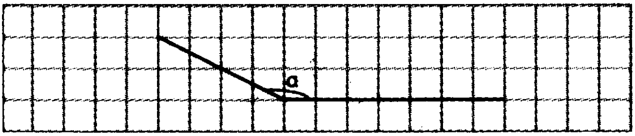
3) так как медиана равнобедренного треугольника является высотой, то построим $\angle D = 90^0$;

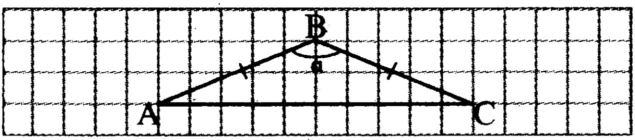
4) на стороне $\angle D$ – отложим $DB = m$;

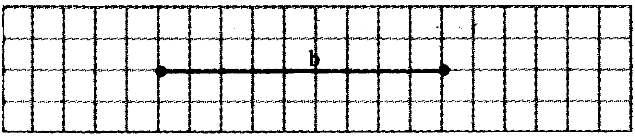
5) соединим отрезками A и B, B и C;

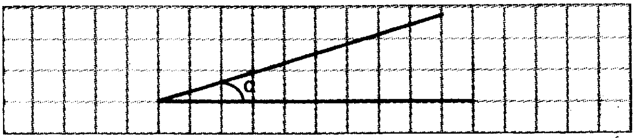
6) $\triangle ABC$ – искомый.

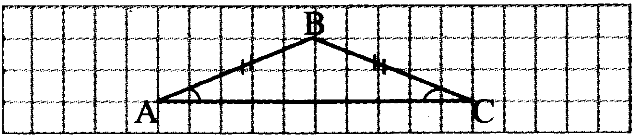


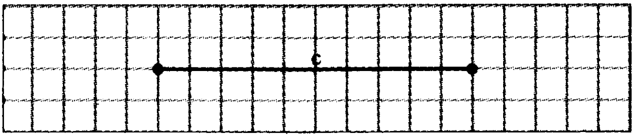


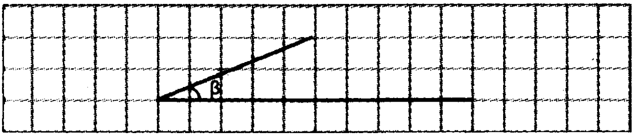


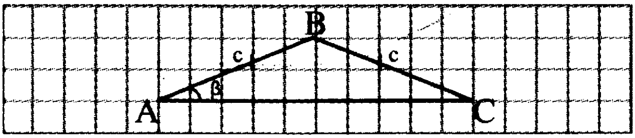


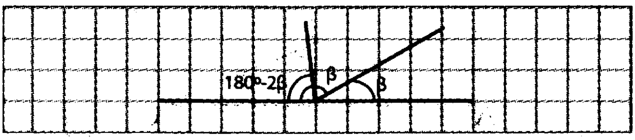


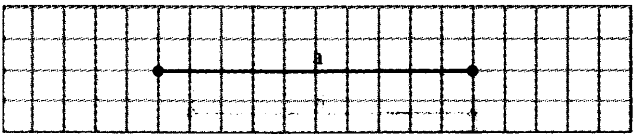








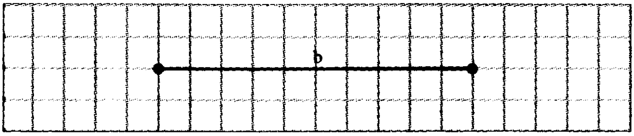


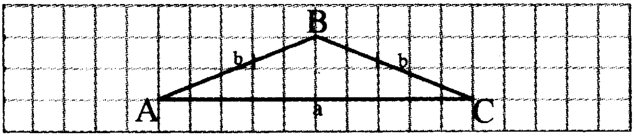


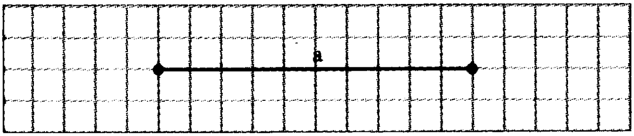
292. **а)** Ход построения:

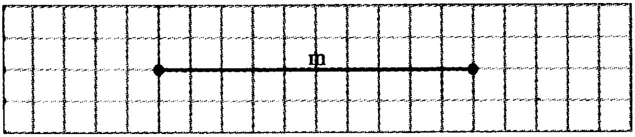
1) $\angle B = a$;

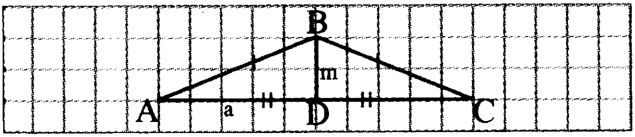
2) на стороне угла отложить отрезки











$BA = BC = a$;

3) соединить точки A и C;

4) $\triangle ABC$ – искомый;

б) Ход построения:

1) отрезок $AC = b$;

2) $\angle A = \angle C = a$;

3) стороны углов A и пересекаются в точке B;

4) $\triangle ABC$ – искомый;

в) Ход построения:

1) отрезок $AB = c$;

2) $\angle A=\beta$;

3) $\angle B = 180^0 - 2\beta$;

4) на стороне $\angle B$ отложить $BC = c$;

5) соединить точки A и C;

6) $\triangle ABC$ – искомый;

г) Ход построения:

1) отрезок $AC = a$;

2) две окружности с центрами в точках A и C и радиусом b;

3) окружности пересекутся в точке B;

4) соединим отрезками A и B, B и C;

5) $\triangle ABC$ – искомый;

д) Ход построения:

1) отрезок $AC = a$;

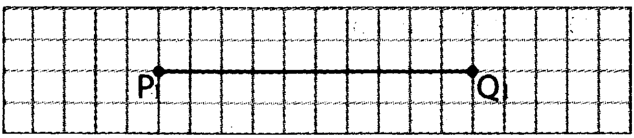
2) найти середину AC и точку D;

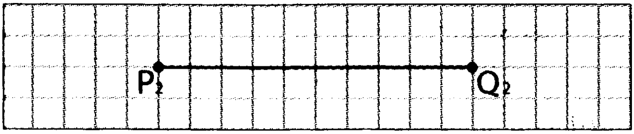
3) так как медиана равнобедренного треугольника является высотой, то построим $\angle D = 90^0$;

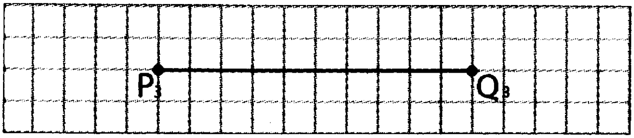
4) на стороне $\angle D$ – отложим $DB = m$;

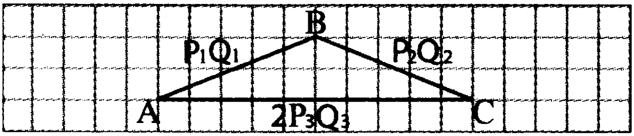
5) соединим отрезками A и B, B и C;

6) $\triangle ABC$ –искомый.









293. Решение в учебнике.

294. Ход построения:

1) прямой угол $\angle D$;

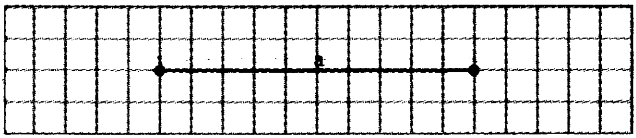
2) на одной стороне отложить отрезок DC;

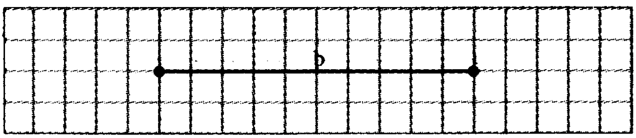
3) окружность с центром C и $R = a$;

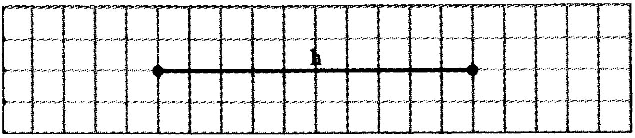
4) окружность пересечет другую сторону прямого угла $\angle D$ в точке A;

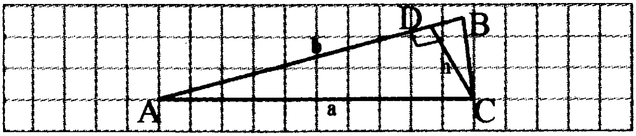
5) отложить $AB=b$;

6) $\triangle ABC$ – искомый.









295. Ход построения:

1) отрезок $AB=a$;

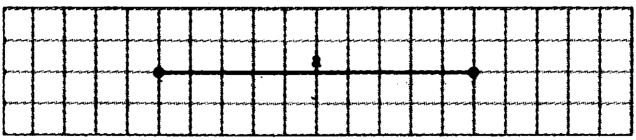
2) середину $AD=D$;

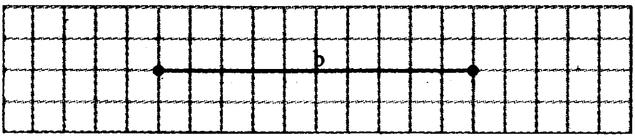
3) окружность с центром D и $R = m$ и окружность с центром A и $R_1 = b$;

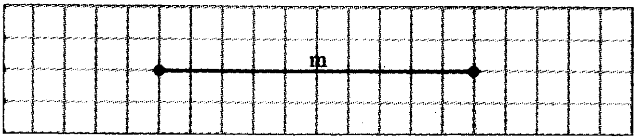
4) эти две окружности пересекутся в точке C;

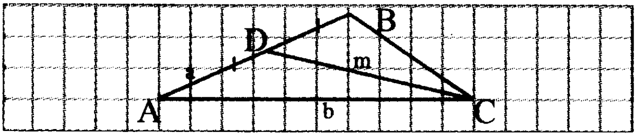
5) соединить отрезки B *и* C;

6) $\triangle ABC$ – искомый.









Вопросы для повторения к главе IV.

1. Сумма углов треугольника равна 180°.
2. Внешним углом треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника.
3. Из теоремы о сумме углов треугольник следует, что если в треугольнике один из углов прямой или тупой, то сумма двух других углов не превосходит 90°, и поэтому каждый из них острый. Таким образом, в любом треугольнике либо все углы острые, либо два угла острые, а третий тупой или прямой.
4. Если все три угла треугольника острые, то треугольник называется остроугольным. Если один из углов треугольника тупой, то треугольник называется тупоугольным.
5. Если один из углов треугольника прямой, то треугольник называется прямоугольным. Стороны прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла, называется гипотенузой, а две другие стороны – катетами.

6. 1. Пусть в треугольнике ABC сторона AB больше стороны AC. Докажем, что $\angle C > \angle B$.

Отложим на стороне AB отрезок AD, равный стороне AC. Так как $AD > AB$, то точка D лежит между точками A и B. Следовательно, $\angle ACD$ является частью $\angle C$, и, значит, $\angle C > \angle ACD$. $\angle ADC$ – внешний угол треугольника BDC, поэтому $\angle 2 > \angle B$. $\angle ACD$ и $\angle ADC$ равны как углы при основании равнобедренного треугольника ADC. Таким образом, $\angle C > \angle ACD$, $\angle ACD = \angle ADC$, $\angle ADC > \angle B$. Откуда следует, что $\angle C > \angle B$.

2. Пусть в треугольнике ABC $\angle C > \angle B$.

Докажем, что $AB > AC$.

Предположим, что это не так. Тогда либо $AB = AC$, либо $AB < AC$. В первом случае треугольник ABC – равнобедренный, и, значит, $\angle C = \angle B$. Во втором случае $\angle B > \angle C$ (против большей стороны лежит больший угол). И то и другое противоречит условию: $\angle C < \angle B$. Поэтому наше предположение неверно, и, следовательно, $AB > AC$.

7. Гипотенуза лежит против прямого угла, а катет – против острого. Так как прямой угол больше острого, то гипотенуза больше катета.

8. Пусть в треугольнике два угла равны. Тогда равны и его стороны, лежащие против этих углов. Действительно, если предположить, что одна из указанных сторон больше другой, то угол, лежащий против нее, будет больше угла, лежащего против другой стороны, а это противоречит условию (тому, что данные углы равны).

9. Для любых трех точек A, B, C, не лежащих на одной прямой, справедливы неравенства:
$AB < AC + CB$, $AC < AB + BC$,
$BC < BA + AC$.

10. Сумма углов треугольника равна $180°$, а прямой угол равен $90°$, поэтому сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна $90°$.

11. Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC, в котором $\angle A$ – прямой, $\angle B = 30°$ и, значит, $\angle C = 60°$. Докажем что $AC = \frac{1}{2}BC$.
Приложим к треугольнику ABC равный ему треугольник ABD. Получим треугольник BCD, в котором $\angle B = \angle D = 60°$, поэтому $DC = BC$. Но $AC = \frac{1}{2}DC$. Следовательно, $AC = \frac{1}{2}BC$, что и требовалось доказать.
Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен $30°$.

12. Если гипотенуза и острый угол одного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого, то такие треугольники равны.

13. Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого, то такие треугольники равны.

14. Отрезок, проведенный из точки к прямой, называется наклонной, если этот отрезок отличен от перпендикуляра.

15. Пусть отрезок AH – перпендикуляр, проведенный из точки A к прямой a, M – любая точка прямой a, отличная от H. В прямоугольном треугольнике AHM катет AH меньше гипотенузы AM.

16. Длина перпендикуляра, проведенного из точки к прямой, называется расстоянием от этой точки до прямой.

17. Докажите, что все точки каждой из двух параллельных прямых равноудалены от другой прямой точки.

18. Расстояние от произвольной точки одной из параллельных прямых до другой прямой называется расстоянием между этими прямыми.

19. Докажите, что множество всех точек на плоскости, находящихся на данном расстоянии от данной прямой и лежащих по одну сторону от нее, есть прямая, параллельная данной прямой.

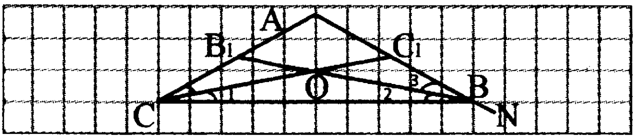
20. Множество всех точек, удовлетворяющих какому-либо условию, иногда называют геометрическим местом точек, удовлетворяющих этому условию.

21. Проведем данный отрезок, затем построим два данных угла с вершинами в разных концах отрезка, так чтобы углы лежали в одной полуплоскости. Стороны двух углов пересекутся в точке, которая является третей вершиной треугольника.

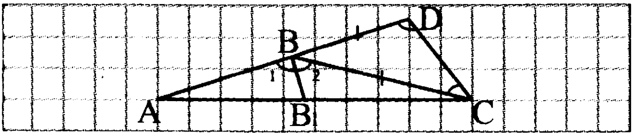
22. Задача не всегда имеет решение. Действительно, во всяком треугольнике сумма двух любых двух сторон больше третей стороны, поэтому если какой-нибудь из данных отрезков больше или равен сумме двух других, то нельзя построить треугольник, стороны которого равнялись бы данным отрезкам.

Дополнительные задачи.

296. $\angle BOC = 180^0 - \angle 1 - \angle 2$,
$\angle NBC = 180^0 - \angle 3 - \angle 2$,
так как $\angle 1 = \angle 3$
($\angle C = \angle B$, CC_1 и BB_1 – биссектрисы)$\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BOC = \angle NBC$, ч.т.д.



297. **1)** $\angle D + \angle C = 180^0 - \angle D$,
$\angle 1 + \angle 2 = 180^0 - \angle DBC \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle D + \angle C = \angle 1 + \angle 2$,
так как $\angle D = \angle C$,
$\angle 1 = \angle 2$,
$D = \angle C = \angle 1 = \angle 2$;
2) $\angle C$ и $\angle 2$ – накрест лежащие при BB_1 и DC и секущей $\Rightarrow$ BB1$||DC$, ч.т.д.



298. **1)** Так как AD||BE, то $\angle A + \angle B = 180^0$ (односторонние);

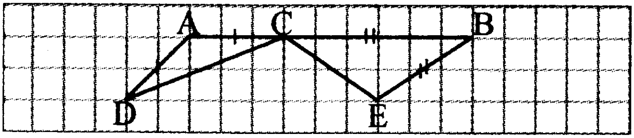
$\angle A + \angle ADC + \angle ACD + \angle B + \angle BCE +$
$+ \angle BEC = 180^0 + 180^0 = 360^0$;

$\angle ADC + \angle ACD + \angle BCE + \angle BEC = 180^0$;

$\angle ADC = \angle ACD, \angle BCE = \angle BEC \Rightarrow$
$\Rightarrow ACD + \angle BCE = 90^0$;

2) По свойству смежных углов:

$\angle DCE = 180^0 - (\angle ACD + \angle BCE) =$
$= 180^0 - 90^0 = 90^0$, ч.т.д.



299. **1)** Пусть $\angle C = \angle B = x$,

так как $\triangle ABC$ – равнобедренный.

Тогда $\angle CBR = y$.

Рассмотрим $\triangle RQB$:

$\angle R + \angle Q + \angle B = 180^0$;

$180^0 - \frac{3}{2}x + x - y + x - y = 180^0$;

$\frac{1}{2}x = 2y$;

$x = 4y$.

2) Из $\triangle CR : \angle C = \angle R = x$;

$\angle B = y \Rightarrow 2x + y = 180^0$.

3) Из $\triangle ABC : \angle C = \angle B = x \Rightarrow \angle A = y$.

4) Рассмотрим $\triangle ABC$:

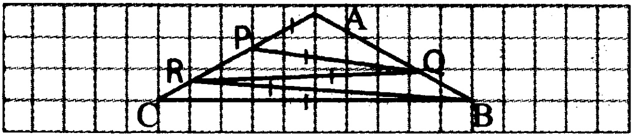
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$;

$4y + 4y + y = 180^0$;

$9y = 180^0$;

$y = 20^0$.

Ответ: $\angle A = 20^0$.



300. Пусть $BD \in [AC]$,

тогда получим в $\triangle BDC$:

$\angle D = 90^0$ (опр.);

$\angle C > 90^0$ (усл.) $\Rightarrow$

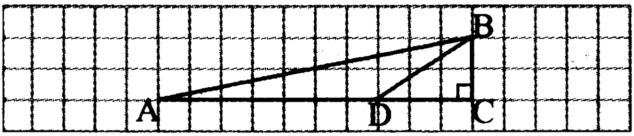
$\Rightarrow \angle D + \angle C > 180^0$.

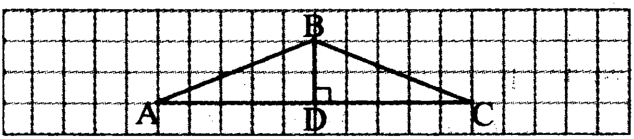
Это противоречит теореме о сумме углов треугольника $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ наше предположение не верно,

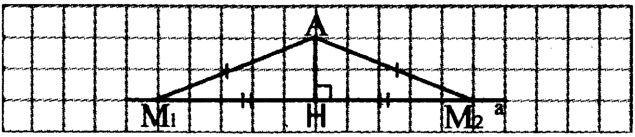
$BD \in [AC]$,

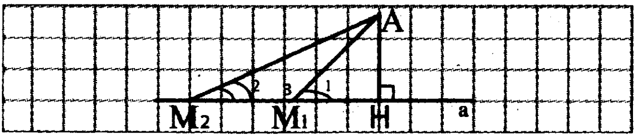
BD лежит на продолжении AC, ч.т.д.





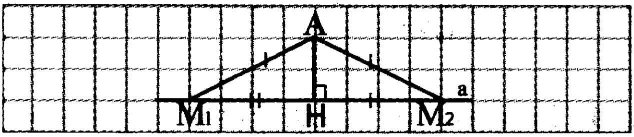
301. **а)** Рассмотрим $\triangle AHM_1$ и $\triangle AHM_2$:
AH – общая,
$HM_1 = HM_2$ (усл.) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AHM_1 = \triangle AHM_2$ (по катетам) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AM_1 = AM_2$ ч.т.д.
б) 1) в $\triangle AHM_1 : \angle H = 90^0$,
значит – $\angle 1$ – острый;
2) в $\triangle AHM_2 : \angle H = 90^0$,
значит – $\angle 2$ – острый;
3) в $\triangle AM_1M_2 : \angle 2$ – острый,
$\angle 3$ – тупой (как смежный с острым)$\Rightarrow$
$\Rightarrow AM_2 > AM_1$.

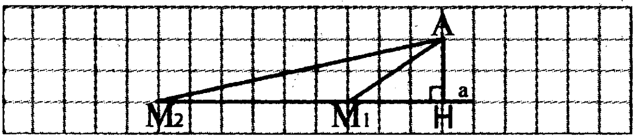




302. **а)** $\triangle AHM_1$ и $\triangle AHM_2$:
AH – общая, $AM_1 = AM_2$ (усл.) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AHM_1 = \triangle AHM_2$
(по катету и гипотенузе) $\Rightarrow$
$\Rightarrow HM_1 = HM_2$ ч.т.д.
б) 1) Пусть HM_1, не меньше HM_2,
то есть $HM_1 > HM_2$ или $HM_1 = HM_2$;
2) если $HM_1 = HM_2$, то получим результат

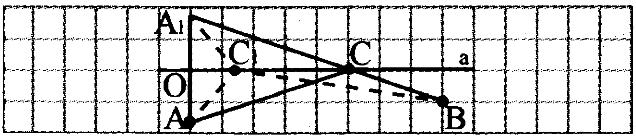
аналогично 301(а), что противоречит условию $AM_1 < AM_2 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ предположение $HM_1 = HM_2$ неверно;
3) если $HM_1 = HM_2$,
то (по 301(б)) получим $AM_1 > AM_2 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ предположение $HM_1 > HM_2$ неверно;
4) вывод: $HM_1 < HM_2$.



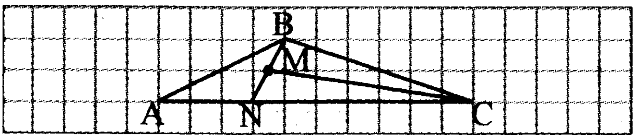


303. **1)** Через точку A проведем перпендикуляр AC_1 к прямой a. На продолжении прямой AC_1 отложим отрезок $A_1O = AO$. Соединим полученную точку A с точкой $BA_1B \cap a$, точка C – искомая.
2) Допустим, что существует другая точка C_1, в которой выполняется условие $AC_1 + C_1B$ – наименьшее.
$\triangle A_1CO = \triangle ACO \Rightarrow$
$\Rightarrow A_1C = AC \Rightarrow$
$\Rightarrow AC + CB = A_1C + CB = A_1B$;
$\triangle A_1C_1O = \triangle ACO \Rightarrow$
$\Rightarrow A_1C = A_1C_1 \Rightarrow$
$\Rightarrow A_C1 + C_1B = A_1C_1 + C_1B$;

3) Рассмотрим $\triangle A_1BC_1$:
$A_1B < A_1C_1 + C_1B$
(теорема о неравенстве треугольника) $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ Предположение о существовании точки C_1 неверно $\Rightarrow$ точка C – искомая.

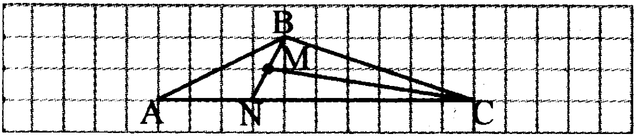


304. **1)** Рассмотрим $\triangle ABNBN < AB + AN$
(теорема о неравенстве треугольника).
2) Рассмотрим $\triangle MNC : MC < MN + NC$
(теорема о неравенстве треугольника);
$BN + MC < AB + AN + MN + NC$;
$AN + NC = AC \Rightarrow$
$\Rightarrow BN + MC - MN < AB + AC + MN - MN$;
$BN - MN = BM \Rightarrow$
$\Rightarrow MB + MC < AB + AC$, ч.т.д.



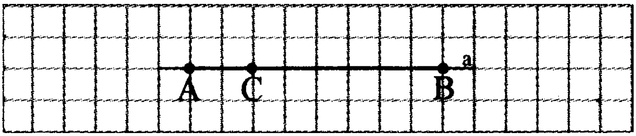
305. Используя свойство, что для точки , лежащей внутри треугольника $\triangle ABC$, выполняется условие $MB + MC < AB + AC$, получим:
$MB + MC < AB + AC$;
$MB + AM < BC + AC$;
$AM + MC < AB + BC \Rightarrow$

$\Rightarrow 2MB + 2MC + 2AM < 2AB + 2AC + 2BC;$
$2(MB + MC + AM) < 2(AB + AC + BC) \Rightarrow$
$\Rightarrow MB + MC + AM < P\triangle_{ABC}$, ч.т.д.

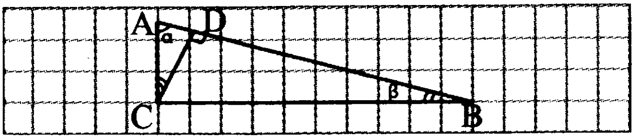


306. **1)** Предположим, что точки не лежат на одной прямой, значит они образуют треугольник $\triangle ABC$, для которого должно выполняться неравенство: $AB < AC + BC$; но это невозможно, т.к. по условию $AB = AC + BC$.

2) Следовательно, наше предположение неверно, и точки A, B, C лежат на одной прямой, ч.т.д.



307. **1)** Так как CD – высота, то
$\angle ACB = \angle ADC = \angle DB = 90^0 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ADC$ и $\triangle CDA$ – прямоугольные.
2) $\angle CAD = \angle CAB = a = 90^0 - \beta$.
Из треугольника $\triangle CDB$:
$\angle DCB = 90^0 - \beta - a \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CAD = \angle CAB = \angle DCB$.
3) $\angle BD = \angle BA = \beta = 90^0 - a \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BD = \angle BA = \angle ACD$ ч.т.д.



308. **1)** $\angle A + \angle C = 60^0$

(теорема о внешнем угле треугольника).

Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный, то

$\angle A = \angle C = 30^0$.

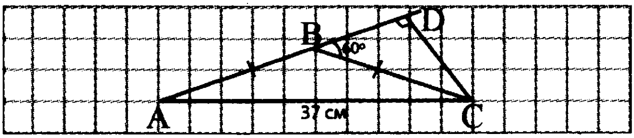
2) $\triangle ADC$ – прямоугольный,

$\angle D = 90^0$.

По свойству катета, лежащего напротив угла в 30^0:

$CD = \frac{1}{2} \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 37 = 18,5$ см.

Ответ: 18,5см.



309. **1)** В треугольнике $\triangle AHB$:

$\angle HAB + 90^0 = \angle B$,

$\angle HAB = \angle B - 90^0$

(теорема о внешнем угле треугольника)

2) В треугольнике $\triangle ABC$:

$\angle BAC = 180^0 - \angle B - \angle C$

(теорема о сумме углов треугольника).

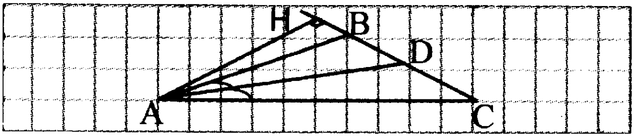
3) $\angle HAD = \angle HAB + \angle BAD$;

$\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BAC \Rightarrow$

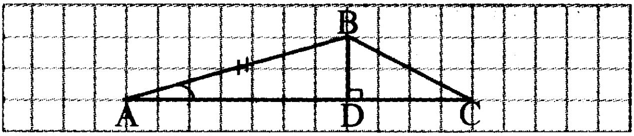
$\Rightarrow \angle HAD = \angle B - 90^0 + \frac{1}{2}\left(180^0 - \angle B - \angle C\right) =$

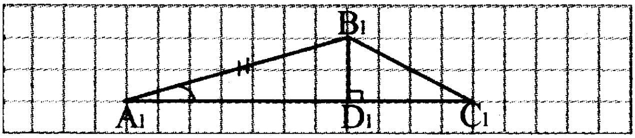
$= \angle B - 90^0 + 90^0 - \frac{1}{2}\angle B - \frac{1}{2}\angle C = \frac{1}{2}\angle B - \frac{1}{2}\angle C =$

$= \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$ ч.т.д.



310. **1)** $\triangle ABD = \triangle A_1B_1D_1$
(по гипотенузе и острому углу:
$AB = A_1B_1$ и $\angle A = \angle A_1$
соответственные стороны
в равных треугольниках).
2) Из равенства треугольников следует,
что $BD = B_1D_1$ ч.т.д.

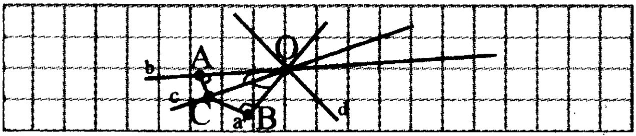




311. **1)** Проведем прямые, содержащие биссектрисы c и d образовавшихся прямых. Докажем, что прямые c и d являются множеством всех точек плоскости, равноудаленных от прямых a и b .
2) Рассмотрим $\triangle AOC$ и $\triangle BOC$ – прямоугольные, $\angle A = \angle B = 90^0$ (т.к. AC и CB -расстояния от прямой a до c и от прямой b до c). $\triangle AOC =$ $= \triangle BOC$ – по гипотенузе и катету (CO -общая,

$\angle AOC = \angle BOC$, т.к. CO – биссектриса). Из равенства треугольников следует, что $AC = CB$ $\Rightarrow$ прямая c -множество точек, равноудаленных от прямых a и b .

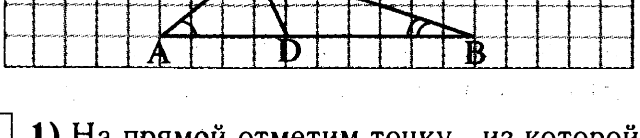
3) Аналогично доказываем, что прямая d также является множеством точек, равноудаленных от прямых a и b .



312. **1)** Пусть $AC > CB$.
Докажем, что $CD < AC$.

2) Если $AC>CB$,
то $\angle B > \angle A$ (по теореме о соотношениях между сторонами и углами в треугольнике).

3) $\triangle ACD$: $\angle D > \angle A$ т.к.
$\angle D = \angle DBC + \angle BCD$
(теорема о внешнем угле треугольника) $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ в треугольнике $\triangle ACD$: $AC>CD$ (против большего угла лежит большая сторона) ч.т.д.



313. **1)** На прямой отметим точку , из которой проведем окр. $(C; b)$;
A – точка пересечения.

2) Построим окр. $(C; 2c)$.

3) Построим окр. $(A; a)$, получим точку B_1.

$\triangle CBM = \triangle B_1AM$

(по двум сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$

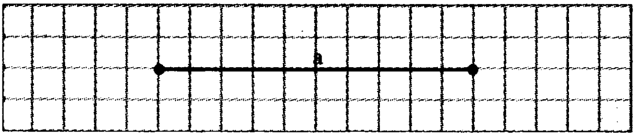
$\Rightarrow CB = AB_1 = a$.

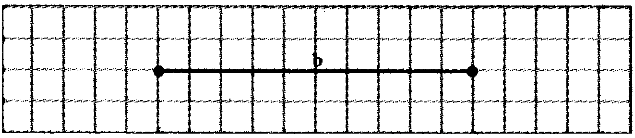
4) Построим окр.$(C; c)$,получим точку M.

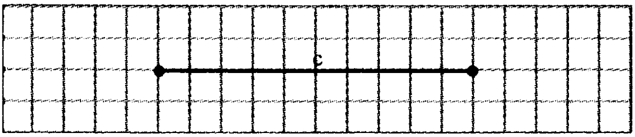
5) Через точки и проведем прямую;

получим точку .

6) $\triangle ABC$ – искомый.







314. **а)** Ход построения:

1) Построим $\angle A = \angle hk$.

2) Отложим $AB = P_1Q_1$ на стороне угла.

3) Восстановить перпендикуляр в точке B к лучу AC; $BC \perp AC$; соединим B и C.

4) $\triangle ABC$ – искомый.

б) Ход построения:

1) Построим $\angle A = \angle hk$.

2) Построим перпендикуляр к прямой , отложим на нем PQ, через точку Q проведем прямую $b \parallel a$.

3) Проведем луч до прямой ; из полученной точки пересечения опустим перпендикуляр на прямую , $BC \perp a$.

4) $\triangle ABC$ – искомый.

в) Ход построения:

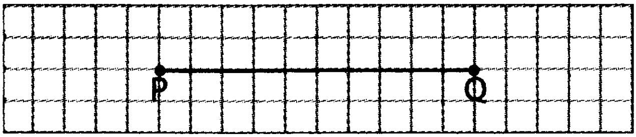
1) Построим на прямой отрезок AC равный b.

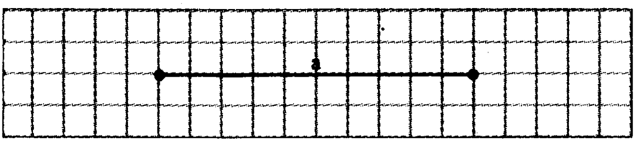
2) Из точки C восстановим перпендикуляр к AC.

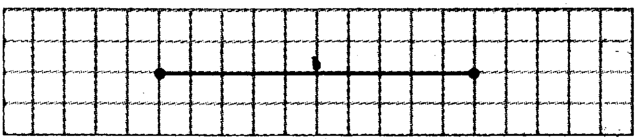
3) Построим окр. $(A; a)$, получим точку B.

4) Соединим точки A и B.

5) $\triangle ABC$ – искомый.







315. **а)** Построим равносторонний треугольник, из любой вершины проведем биссектрису угла. Угол между биссектрисой и стороной треугольника равен 60^0.

б) Любой угол в равностороннем треугольнике равен 60^0.

в) Построить угол 30^0 и провести в нем биссектрису. Угол между биссектрисой и стороной угла равен 15^0.

г) Построить равносторонний треугольник. Внешний угол при любой вершине равен 120^0.

д) Построить прямоугольный треугольник с углом 30^0 (по свойству: катет, лежащий против угла в 30^0, равен половине гипотенузы). Внешний угол при вершине угла в 30^0 равен 150^0.

е) Построить равнобедренный прямоугольный треугольник. Внешний угол при вершине острого угла равен 135^0.

ж) Построить угол 15^0, смежный с ним угол равен 165^0.

з) Построить угол 15^0, достроить его до прямого угла, $90^0 - 15^0 = 75^0$.

и) Построить угол 75^0, смежный с ним угол равен 105^0.

316. Ход построения:

1) Построим $AC = a$.

2) Построим прямую b , равноудаленную от a на расстоянии $BD = b, a \parallel b$.

3) Построим окр. $(C; CM = c)$.

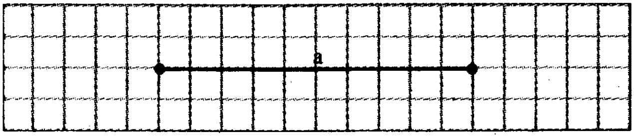
4) Построим прямую c равноудаленную от a и b; $c||a||b$.

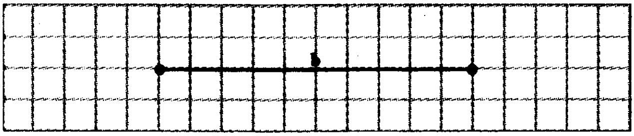
5) M – точка пересечения окружности и прямой c.

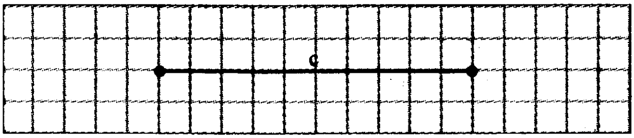
Соединим точки C и M , CM-медиана.

6) $AM \cap b = B, BC$.

7) $\triangle ABC$ – искомый.







317. Ход построения:

1) Проведем биссектрисы $\angle A$ и $\angle C$.

Через точку их пересечения проведем DE $||AC$.

Докажем ,что $DE=AD+CE$.

2) $\angle 1 = \angle 2$ (по построению)

$\angle 2 = \angle 3$ (внутренние накрест лежащие углы при DE $||AC$, секущей AO)$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\angle 1 = \angle 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ADO$ – равнобедренный $\Rightarrow$

$\Rightarrow AD = DO$.

3) $\angle 4 = \angle 5$ (по построению)

$\angle 4 = \angle 6$ (внутренние накрест лежащие углы при $DE \parallel AC$, секущей AO)$\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle 5 = \angle 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CEO$ – равнобедренный $\Rightarrow$

$\Rightarrow OE = EC$.

4) $DE=DO+OE=AD+EC$ ч.т.д.

318. Ход построения:

1) Построим $BA_1 = BC_1 = CB_1$.

2) Докажем, что $\triangle A_1B_1C_1$ – равносторонний.

$\triangle AC_1B_1 = \triangle CB_1A_1$

(по двум сторонам и углу между ними).

3) Из равенства треугольников следует, что $B_1C_1 = C_1A_1 = A_1B_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle A_1B_1C_1$ – равносторонний, ч.т.д.

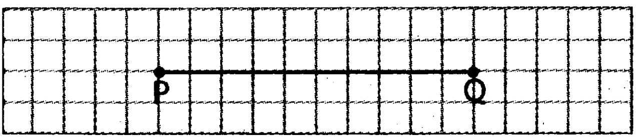
319. Ход построения:

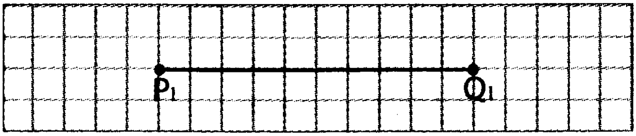
1) Построим $\triangle ADM$ – прямоугольный, где биссектриса $AD = PQ$ – гипотенуза, высота $AM = P_1Q_1$ – катет.

2) Построим $\angle A = \angle hk$, в котором AD – биссектриса.

3) Соединим точки $\angle A$ с прямой DM – точки пересечения B и C.

4) $\triangle ABC$ – искомый.





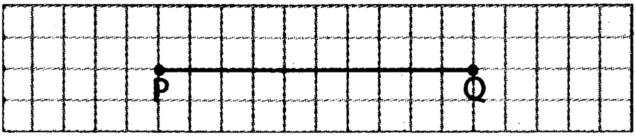
320. Ход построения:

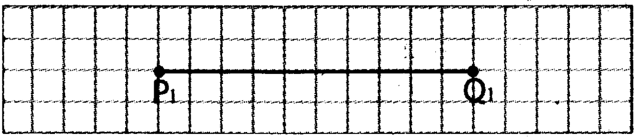
1) Построим $\triangle ADM$ – прямоугольный,
где высота $AM = P_1Q_1$ – катет,
медиана $AD = PQ$ – гипотенуза.

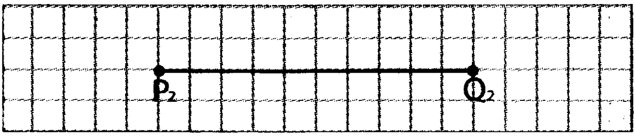
2) Отложим от точки M в обе стороны отрезки $AM = MC = \frac{1}{2}AC = PQ$.

3) Полученные точки A и C соединим с B.

4) $\triangle ABC$ – искомый.







321. Ход построения:

1) Построим биссектрису $\angle C$. Точка M – точка пересечения биссектрисы со стороной AB. Построим $MD \perp BC$.

2) Докажем, что $AM = MD$. $\triangle AM = \triangle DM$ (по гипотенузе и острому углу: MC – общая, $\angle DCM = \angle ACM$) $\Rightarrow AM = MD$. ч.т.д.

Рабочая тетрадь

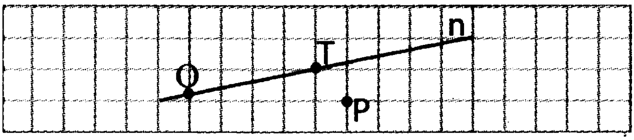
Глава I.
Начальные геометрические сведения.

1. Ответ: $A \in b$; $K \notin b$; $C \in b$; $B \in b$; $E \in b$; $T \notin b$.

2. Ответ: $K \in m$; $X \in m$; $A \notin m$; $P \notin m$.

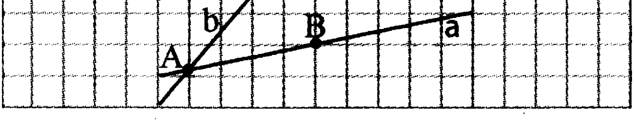
3. а) Точка T лежит на прямой n или прямая n проходит через точку T. Точка O лежит на прямой n или прямая n проходит через точку O. Точка P не лежит на прямой n или прямая n не проходит через точку P.

б) Прямую n можно обозначить еще так: OT или TO.



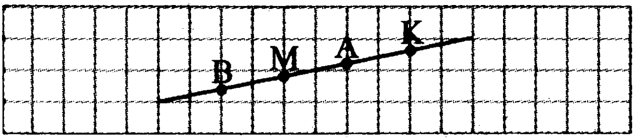
4. а) $A \in a$; $B \in a$; $A \in b$; $B \notin b$.

б) Прямые a и b пересекаются в точке A.

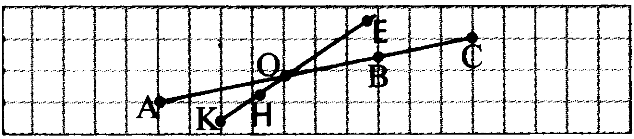


5. Решение. $H \notin n$, так как по условию задачи прямые m и n имеют общую точку C, а двух общих точек две прямые иметь не могут.
Ответ: Точка H не лежит на прямой n.

6. Ответ: Между точками M и K лежит точка A.

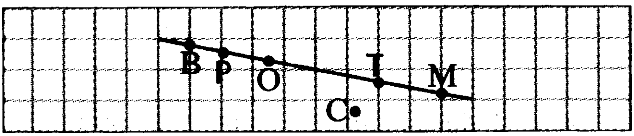


7. Ответ: а) Отрезки EH и AB пересекаются;
отрезки EH и BC не пересекаются;
отрезки HK и AB не пересекаются.
б) Отрезок EH и прямая BC пересекаются;
отрезок HK и прямая AB не пересекаются.



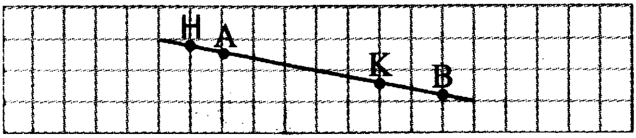
8. Ответ: а) OC; AC.
б) AB; OB; BC.

9. Ответ: а) На луче TP лежат точки B; P; O.
б) TO; TB.
в) TM.

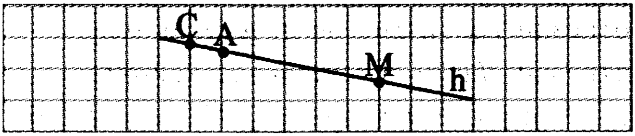


10. а) Точка A лежит между точками H и K и точка K лежит между точками H и B.

б) С лучом AK совпадает луч AB; продолжение луча AK является луч AH.

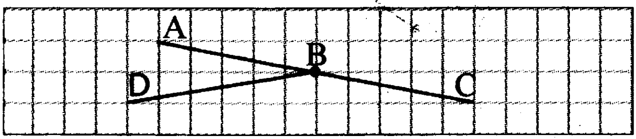


11. Ответ: Точка A лежит между точками C и M, точка C лежит левее точки M.

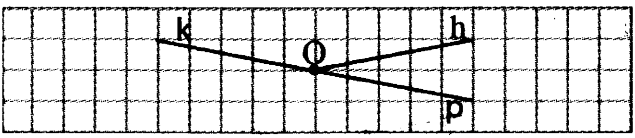


12. а) $\angle ABD$; $\angle CBO$; $\angle ABC$.

б) Развернутым углом является угол ABC.



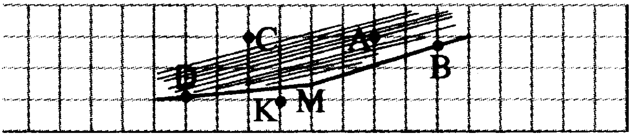
13. Ответ: $\angle kp$; $\angle hp$; $\angle hk$.



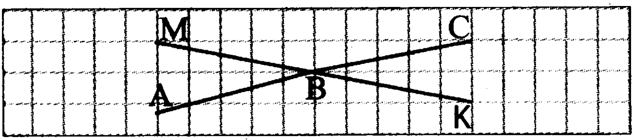
14. Ответ: а) Закрашена внутренняя область $\angle M$.

б) На сторонах угла M лежат точки D, B;

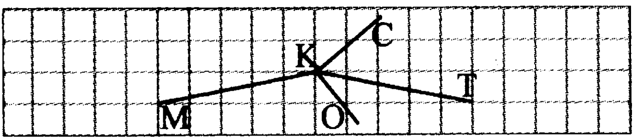
внутри угла M лежат точки A, C; вне угла M лежит точка K.



15. 1) Исходит из вершины угла;
2) проходит внутри угла.
Луч BM делит угол ABC на два угла, так как он исходит из вершины угла ABC и проходит внутри угла ABC.
Луч BK не делит угол ABC на два угла, так как он исходит из вершины угла ABC, но не проходит внутри угла.



16. Ответ: Луч BM делит угол ABC на два угла.

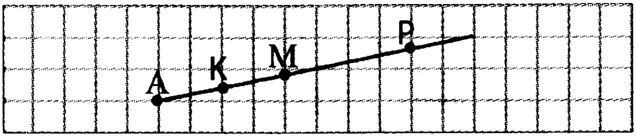


17. Ответ: $Ф_1 = Ф$, $Ф = Ф_5$, $Ф_1 = Ф_5$.

18. Решение.
По условию задачи $A - M - P$, поэтому отрезок AM – часть отрезка AP. Аналогично $A - K - M$, поэтому отрезок AK – часть отрезка AM.

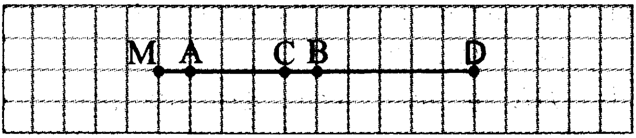
Следовательно, $AK < AP$.

Ответ: $AK < AP$.



19. Ответ: а) $AB < CD$, $AB = BD$, $AC < CD$; середина отрезка AD – точка B.

б) Точка C является серединой отрезка DM.



20. Решение.

а) Точка M – середина отрезка OT, поэтому $OM = MT$, а равные отрезки совместить наложением можно.

б) Точка M – середина отрезка OT, поэтому $OM < OT$, а не равные отрезки OM и OT совместить наложением нельзя.

в) Точка M – середина отрезка OT, поэтому $MT < OT$, а не равные отрезки MT и OT совместить наложением нельзя.

Ответ: а) можно,

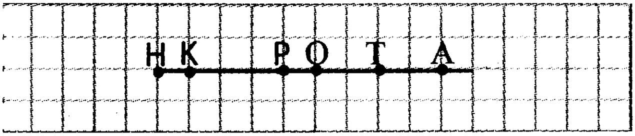
б) нельзя,

в) нельзя.

21. Ответ: а) PT;

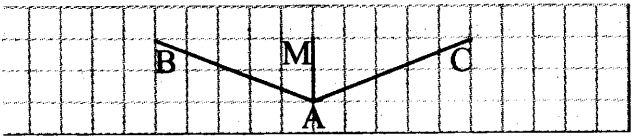
б) точка P;

в) Точка T – середина отрезка PA.



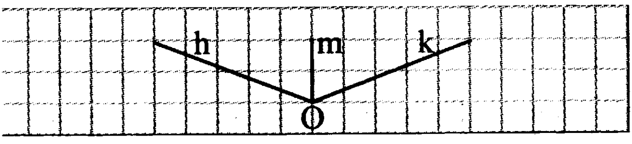
22. Решение. Углы BAM и BAC имеют общую сторону BA, луч AM делит угол BAC на два угла, поэтому луч AM проходит внутри угла BAC, значит, угол BAM – часть угла BAC, поэтому $\angle BAM < \angle BAC$.

Ответ: $\angle BAM < \angle BAC$.



23. Решение. По условию задачи луч h является продолжением луча k, угол hk развернутый. Угол km – неразвернутый, поэтому он составляет часть угла hk, т.е. $\angle hk > \angle km$.

Ответ: $\angle hk > \angle km$.



24. Решение. Луч называется биссектрисой угла, если он:

1) исходит из вершины угла;

2) делит угол на равные части.

На рисунке a) луч k исходит из вершины угла

mn и делит угол mn пополам. Следовательно, луч k – биссектриса угла mn.

На рисунке б) луч k исходит из вершины угла mn, но не делит угол пополам. Следовательно, луч k не является биссектрисой угла mn.

Ответ: Луч k является биссектрисой угла mn на рисунке а).

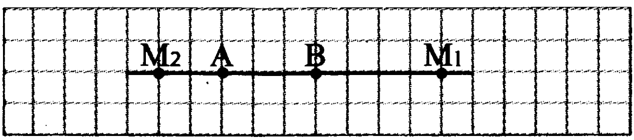
25. Ответ: а) $AD = 3AB$, б) $AD = 1,5AC$, в) $AD = \frac{3}{4}AE$.

26. Решение. Длина любого отрезка может выражаться только положительным числом.

По условию задачи точка A лежит между точками B и C, следовательно, $BA < BC$, поэтому длина отрезка BA может выражаться только числом $0,3$.

Ответ: Длина отрезка BA может выражаться только числом $0,3$.

27. Ответ: а) две, б) $AM = 30$ или $AM = 10$.

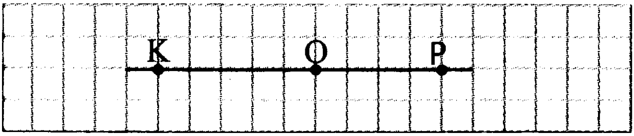


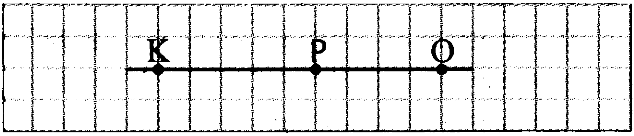
28. Решение. Расстояние между точками K и O называется длина отрезка KO. Возможны два случая:

а) Точка O лежит на луче PK. В этом случае $KO + OP = 3$ см, т.е. $KO + 1,5 = 3$ см, откуда $KO = 1,5$ см.

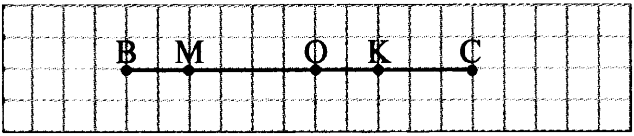
б) Точка O лежит на продолжении луча PK.

В этом случае $KP + PO = 4,5$ см,
т.е. $KO = 4,5$ см.
Ответ: $KO = 1,5$ см или $KO = 4,5$ см.





29. Решение.
По условию задачи точка M – середина отрезка BO, поэтому $MO = \frac{1}{2}BO$; точка K – середина отрезка OC, поэтому $OK = \frac{1}{2}OC$.
$MK = MO + OK = \frac{1}{2}BO + \frac{1}{2}OC =$
$= \frac{1}{2}(BO + OC) = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$.
Ответ: $MK = \frac{1}{2}a$.



30. Длина: 235 мм=23,5 см=2,35 дм=0,235 м=
=0,000235 км.
Ширина: 165 мм=16,5 см=1,65 дм=0,165 м=
=0,000165 км.

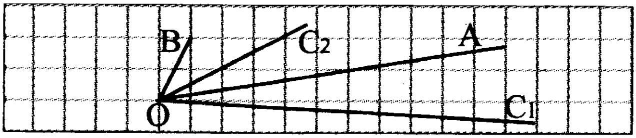
31. 1 м=1,40607 аршин; 1 м=0,46296 сажень.

32. Ответ: $\angle BAK = 90°$; $\angle BAM = 135°$; $\angle KAM = 45°$; $\angle CAM = 45°$.

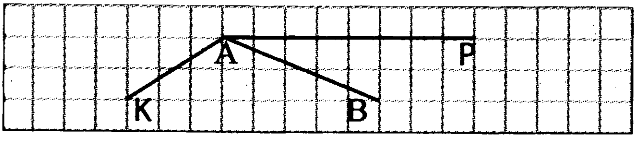
33. Решение. Так как по условию задачи углы ABC и KOP можно совместить наложением, то они равны, а равные углы имеют равные градусные меры. Следовательно, $\angle KOP = 15°$.
Ответ: $\angle KOP = 15°$.

34. Решение. Угол CAM составляет часть угла KAC, следовательно, угол CAM меньше угла KAC, а меньший угол имеет меньшую градусную меру.
Ответ: $\angle CAM < \angle KAC$.

35. Ответ: а) два,
б) $\angle COB = 25°$ или $\angle COB = 95°$.



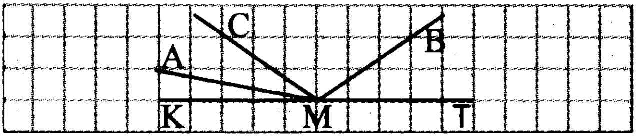
36. Решение. Так как луч AB делит угол KAP на два угла, то $\angle KAP = \angle KAB + \angle BAP$. Предположим, что угол BAP тупой или прямой. Тогда $\angle KAP > 180°$, что невозможно. Значит, угол BAP острый.
Ответ: Не может.



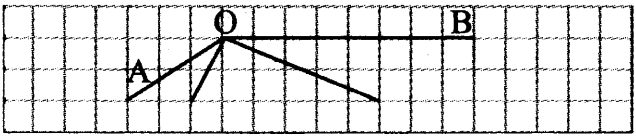
37. Решение. Так как луч MH делит угол AMC на два угла, то $\angle AMC = \angle AMH + \angle HMC$ т.е. $\angle AMC = 15°23' + 84°57' = 100°20'$.
Ответ: $\angle AMC = 100°20'$.

38. Решение. Так как луч CE – биссектриса угла PCT, то $\angle PCT = 2\angle ECT = 2 \cdot 37°37' = 75°14'$.
Ответ: $\angle PCT = 75°14'$.

39. Ответ: $\angle CMB = 90°$.

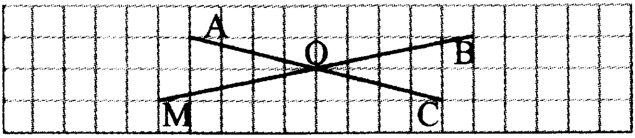


40. Решение. Смежными называются два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжением одна другой.



41. Углы 1 и 2 имеют общую сторону на рисунках а), б). Две стороны углов 1 и 2 являются продолжением одна другой на рисунках а), г). Оба условия выполняются на рисунке а), т.е. углы 1 и 2 являются смежными на рисунке а).
Ответ: Смежные углы – на рисунке а).

42. а) Проводим луч OC;
Ответ: б) $\angle COB = 80°$, $\angle MOA = 80°$.



43. Решение. Если углы ABC и ABO смежные, то выполняется равенство $\angle ABC + \angle ABO = 180°$, что противоречит условию задачи. Следовательно, углы ABC и ABO не смежные.

Ответ: Нет.

44. Решение. Два угла называются вертикальными, если стороны одного угла являются продолжением сторон другого. Это условие выполняется на рисунке а).

Ответ: Вертикальные углы изображены на рисунке а).

45. Решение. $\angle PBM = \angle CBK$, так как эти углы вертикальные; $\angle CBK = \angle ABC - \angle ABK = 83° - 65° = 18°$. Следовательно, $\angle PBM = 18°$.

Ответ: 18°.

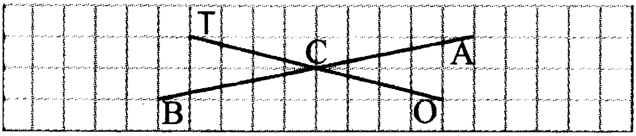
46. Решение. 1) $\angle BCT = \angle ACO$, так как эти углы вертикальные, поэтому $\angle BCT = 40°$.

2) $\angle ACT + \angle ACO = 180°$, так как эти углы смежные, поэтому:

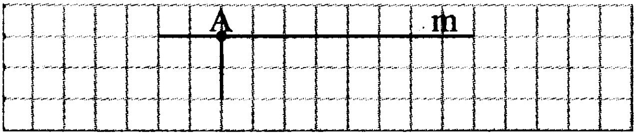
$\angle ACT = 180° - \angle ACO = 180° - 40° = 140°$.

3) $\angle BCO = \angle ACT$, так как эти углы вертикальные, следовательно, $\angle BCO = 140°$.

Ответ: $\angle BCT = 40°$; $\angle ACT = 140°$;
$\angle BCO = 140°$.



47. Прямая b перпендикулярна прямой m.



48. Решение. Две пересекающиеся прямые называются перпендикулярными, если они образуют прямой угол. По условию задачи $\angle COM = 89°$, т.е. он не прямой, поэтому прямые KM и BC не перпендикулярные.

Ответ: Нет.

49. Решение. Предположим, что $CA \perp b$ и $CB \perp b$, тогда две прямые, перпендикулярные к прямой b, пересекаются в точке C, что невозможно. Следовательно, обе прямые CA и CB быть перпендикулярными к прямой b не могут.

Ответ: Нет.

50. Ответ: а) $\triangle CEM$; $\triangle EMC$; $\triangle MCE$.

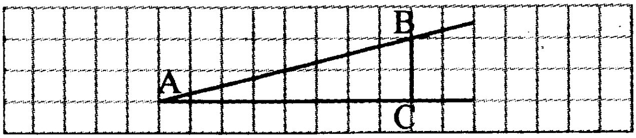
б) Против угла C лежит сторона EM; против стороны CM лежит угол E; к стороне EC прилежит углы C и E; между сторонами EC и EM – угол E.

в) $E = 2$ см; $\angle CEM = 120°$.

51. Ответ: а) $\triangle ABC$.

б) $\angle B = 55°$; $\angle C = 90°$.

в) $BC = 3$ см и $P_{ABC} = 12$ см.



52. Решение. Так как стороны AB и AC совместились со сторонами MK и MH, то точки B и C совместились соответственно с точками K и H. Следовательно, концы отрезков BC и KH совместились, а значит, отрезки BC и KH совместились.

Ответ: Да.

53. Ответ: а) $AC = PT$; $BC = TO$; $AB = PO$; $\angle A = \angle P$; $\angle C = \angle T$; $\angle B = \angle O$.

б) $AB = 35$ мм, $BC = 27$ мм, $AC = 12$ мм, $\angle A = 40°$, $\angle B = 17°$, $\angle C = 123°$.

в) $PO = 35$ мм, $TO = 27$ мм, $TP = 12$ мм, $\angle P = 40°$, $\angle O = 17°$, $\angle T = 123°$.

54.) Теорема. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle HKP$, $AB = HK$, $AC = HP$, $\angle A = \angle H$.

Доказать: $\triangle ABC = \triangle HKP$.

Доказательство.

1) По условию теоремы $\angle A = \angle H$, поэтому треугольник ABC можно наложить на треугольник HKP так, что вершина A совместится с

вершиной H, а стороны AB и AC наложатся соответственно на лучи HK и HP.

2) По условию $AB = HK$, $AC = HP$, следовательно, сторона AB совместится со стороной HK, а сторона AC – со стороной HP, в частности, совместятся точки B и K, C и P. Поэтому совместятся стороны BC и KP.

3) Итак, треугольники ABC и HKP полностью совместятся, значит, они равны.

Теорема доказана.

55. Доказательство.

1) $AO = BO$, $OT = PO$, так как по условию задачи точка O – середина отрезков AB и PT.

2) $\angle AOT = \angle BOP$, так как эти углы вертикальные.

3) Итак, $AO = OB$, $OT = PO$, $\angle AOT = \angle BOP$, следовательно, $\triangle AOT = \triangle BOP$ (по двум сторонам и углу между ними).

56. Доказательство.

1) $AO = OB$, так как точка O – середина отрезков AB.

2) $\triangle AOT = \triangle BOP$, так как $AO = BO$, $AT = BP$,

$\angle OAT = \angle OBP$ (по двум сторонам и углу между ними). Поэтому $OT = OP$, т.е. точка O – середина отрезка PT.

57. Доказательство.

1) AC – общая сторона треугольников CAD и ACB.

2) $\triangle CAD = \triangle ACB$ по двум сторонам и углу между ними (AC – общая сторона, $AD = BC$ и $\angle CAD = \angle ACB$ по условию).

Поэтому $AB = CD$.

58. Доказательство.

$\triangle ABH = \triangle CBH$ по двум сторонам и углу между ними (BH – общая сторона, $AB = BC$, $\angle ABH = \angle CBH$ по условию).

Поэтому $AH = CH$.

59. Доказательство.

1) $\triangle ABH = \triangle CBH$ по двум сторонам и углу между ними (BH – общая сторона, $AB = CB$ и $\angle ABH = \angle CBH$ по условию).

2) Так как $\triangle ABH = \triangle CBH$, то $\angle AHB = \angle CHB$. Но углы AHB и CHB смежные, поэтому $\angle AHB + \angle CHB = 180°$, т.е. $2\angle AHB = 180°$, следовательно $\angle AHB = 90°$.

60. Ответ: а) Перпендикуляром, проведенным из точки M к прямой AC, является отрезок MT.

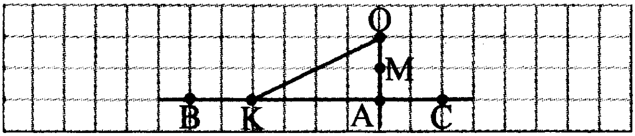
61. Решение.

а) По условию $OM \perp BC$ и $M \notin BC$, поэтому отрезок OM не является перпендикуляром, проведенным из точки O к прямой BC.

б) $K \in BC$ и $\angle BKO \neq 90°$, следовательно, отрезок OK не является перпендикуляром, проведенным из точки O к прямой BC.

в) $OA \perp BC$ и $A \in BC$, поэтому отрезок OA является перпендикуляром, проведенным из точки O к прямой BC.

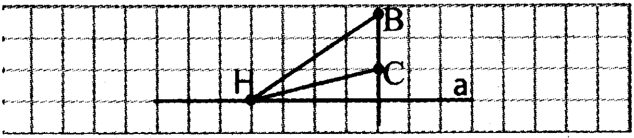
Ответ: OA.



62. Доказательство.

1) По условию $B \notin a$, $BC \perp a$, $c \notin a$, поэтому отрезок BC – перпендикуляр, проведенный из точки B к прямой a.

2) Из точки B, не лежащей на прямой a, можно провести к этой прямой только один перпендикуляр, следовательно, $\angle BHC \neq 90°$.



63. Решение.

а) Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Серединой стороны треугольника MKT является точка B, значит, отрезок TB – медиана треугольника MKT.

б) Биссектрисой треугольника называется отрезок биссектрисы этого угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны. Биссектрисой $\angle MKT$ треугольника MKT является луч KA, поэтому отрезок KA – биссектриса треугольника MKT.

в) Высотой треугольника называется перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к противоположной стороне или ее продолжению. Таким перпендикуляром на рисунке является отрезок MC, поэтому отрезок MC – высота треугольника MKT.

Ответ: а) Медиана – отрезок TB.

б) Биссектриса – отрезок KA.

в) Высота – отрезок MC.

64. Делаем рисунок по заданию.

65. Доказательство.

По условию $\angle BMK = \angle BMC$. Но эти углы смежные, следовательно, $\angle BMK = \angle BMC = 90°$. Поэтому отрезок BM – перпендикуляр, проведенный из вершины B треугольника BKC к прямой, содержащей противоположную сторону треугольника, т.е. отрезок BM – высота треугольника BKC.

66. Ответ: а) Равнобедренным является $\triangle ABO$, равносторонним – $\triangle CBO$.

б) В треугольнике ABO боковыми сторонами являются стороны AB и BO, основанием – сторона AO.

67. Решение.

Треугольник называется равнобедренным, если две его стороны равны. $P_{HOT} = HO + OT + HT = 47$ см, откуда $HT = 19$ см, т. е. $HT = HO$, поэтому треугольник HOT равнобедренный.

Ответ: Является.

68. Решение.

1) По условию $AB + BC = AB + AC$, значит, $BC = AC$.

2) $AB + AC = BC + AC$, значит, $AB = BC$.

3) Итак, $AB = BC$ и $BC = AC$, т. е. все стороны треугольника ABC равны. Следовательно, треугольник ABC равносторонний.

Ответ: Равносторонний.

69. Решение.

В равнобедренном треугольнике два угла равны. В данном треугольнике равных углов нет, поэтому он не является равнобедренным.

70. Решение.

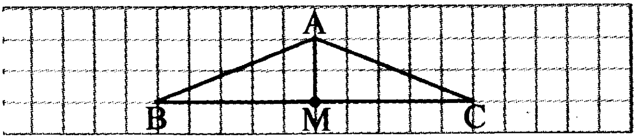
1) По условию треугольник ABC – равнобедренный, BC – его основание, поэтому $AB = AC$.

2) AM – биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная к основанию BC, значит, AM является и медианой треугольника ABC, т. е. $BM = CM$.

3) $P_{ABC} = AB + BC = AC = 2(AB + BM) = 32$ см. Отсюда $AB + BM = 16$ см.

4) $P_{ABM} = AB + BM + AM = 16 + AM$. Итак, $16 + AM = 24$ см, следовательно, $AM = 8$ см.

Ответ: $AM = 8$ см.



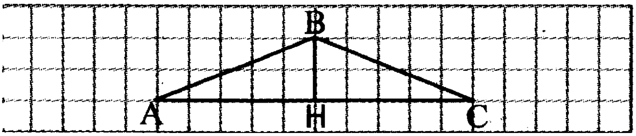
71. Решение. $\triangle AMC = \triangle BMD$ по стороне и двум прилежащим углам ($\angle AMC = \angle BMD$ как вертикальные углы, $AM = BM$ и $\angle A = \angle B$ по условию). Поэтому $DM = CM = 5$ см.

Ответ: $DM = 5$ см.

72. Доказательство.

1) По условию BH – биссектриса треугольника ABC, т.е. $\angle ABH = \angle CBH$; BH – высота треугольника ABC, т. е. $\angle AHB = \angle CHB = 90°$.

2) $\triangle ABH = \triangle CBH$ по стороне и двум прилежащим углам (BH – общая сторона, $\angle ABH = \angle CBH$, $\angle AHB = \angle CHB$). Отсюда следует, что $\angle BAH = \angle BCH$, т. е. $\angle BAC = \angle BCA$.



73. Ответ: а) $\angle BAC = \angle KMO$.

б) $BC = KO$.

74. Ответ: а) $\angle ABC = \angle MKO$.

б) $AB = MK$.

75. Доказательство.

1) $\triangle ABC = \triangle DCB$ по трем сторонам ($AB = CD$, $AC = BD$, BC – общая сторона). Поэтому $\angle ACB = \angle DBC$ и $\angle ABC = \angle DCB$.

2) $\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC$, $\angle DCA = \angle DCB - \angle ACB$. Поэтому $\angle ABD = \angle DCA$.

Итак, $\angle ACB = \angle DBC$ и $\angle ABD = \angle DCA$.

76. Доказательство.

1) $\triangle ABD = \triangle CDB$ по трем сторонам ($AB = CD$ и $AD = BC$ по условию задачи, сторона BD общая). Поэтому $\angle ABD = \angle CDB$.

2) $\triangle ABC = \triangle CDA$ по трем сторонам ($AB = CD$, $BC = DA$, AC – общая). По этому $\angle BAC = \angle DCA$.

3) $\triangle AOB = \triangle COD$ по стороне и двум прилежащим углам ($AB = CD$, $\angle ABO = \angle CDO$, $\angle BAO = \angle DCO$). Поэтому $AO = CO$ и $BO = DO$, т. е. точка O – середина отрезков AC и BD.

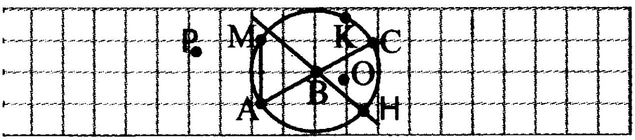
77. Ответ.

а) Диаметр окружности равен 4см, радиус 2см.

б) На окружности лежат точки A, M, K, C, H, на дуге AMC – точки A, M, K, C.

в) Отрезок AM называется хордой.

г) Самая большая хорда проходит через центр окружности и называется диаметр.



78. Доказательство.

1) $AO = BO$ (радиусы окружности), следовательно, $\triangle AOB$ – равнобедренный.

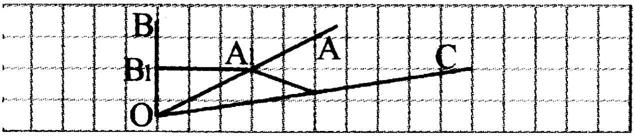
2) По условию $CD \perp AB$, т. е. $OH \perp AB$, значит, OH – высота треугольника AOB.

3) Итак, $\triangle AOB$ – равнобедренный, OH – его высота, а поэтому и медиана (свойство равнобедренного треугольника), т. е. $AH = BH$.

79. Делаем рисунок по заданию.

Решение.

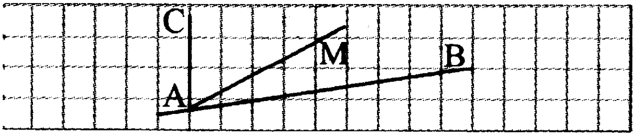
Проведем луч OC. Докажем, что луч OC искомый. Действительно, $\triangle OA_1B_1 = \triangle OA_1C$ по трем сторонам, поэтому $\angle AOB = \angle AOC$, т. е. луч OA – биссектриса угла BOC.



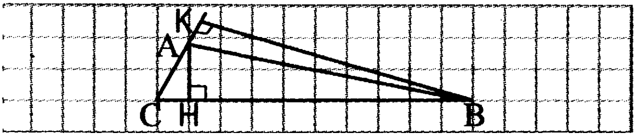
80. Решение.

1) Отложим от луча AB прямой угол BAC, для чего построим прямую AC, перпендикулярную к прямой AB.

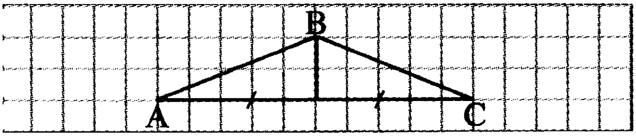
2) Построим биссектрису AM угла BAC. Угол BAM искомый, так как $\angle BAM = \frac{1}{2}\angle BCA = \frac{1}{2} \cdot 90° = 45°$.



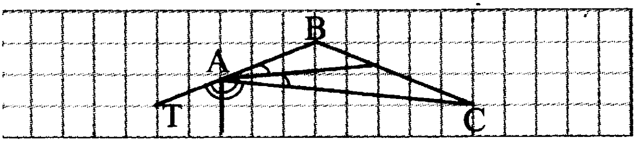
81. Делаем рисунок по заданию.



82. Делаем рисунок по заданию.



83. Делаем рисунок по заданию.



84. Ответ: $m \parallel n$, $a \parallel b$.

85. Ответ: Да, так как две прямые, c и d перпендикулярны к третей то прямые c и d параллельны.

86. Ответ: а) $MN \parallel PQ$.

б) $m \parallel n$.

87. Ответ: Прямая a – секущая по отношению к прямым b и c; прямая b – секущая по отношению к прямым a и c; прямая c – секущая по отношению к прямым a и b.

88. Ответ: а) $\angle 3$ и $\angle 5$; $\angle 6$ и $\angle 4$.

б) $\angle 3$ и $\angle 6$; $\angle 4$ и $\angle 5$.

в) $\angle 3$ и $\angle 7$; $\angle 4$ и $\angle 8$; $\angle 1$ и $\angle 5$; $\angle 2$ и $\angle 6$.

89. Ответ: а) $\angle ACB$.

б) $\angle BCM$.

в) $\angle ACE$.

90. Доказательство.

а) $\angle 4 = \angle 6$, так как эти углы смежные с равными углами 3 и 5.

б) $\angle 1 = \angle 5$, так как эти углы смежные с равными углами 4 и 6.

в) $\angle 3 + \angle 6 = 180°$, так как эти углы односторонние.

91. Теорема. Если при пересечении двух прямых секущей, накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

Доказательство. Если углы 1 и 2 прямые, то $a \perp AB$, $b \perp AB$, поэтому $a \parallel b$. Рассмотрим случай, когда углы 1 и 2 не прямые. На рисунке б точка O – середина отрезка AB, $OH \perp a$, $BH_1 = AH$.

1) $\triangle OHA = \triangle OH_1B$ по двум сторонам и углу между ними, поэтому $\angle 3 = \angle 4$ и $\angle 5 = \angle 6$.

2) Из равенства углов 3 и 4 следует, что точка H_1 лежит на продолжении луча OH, т. е. точки H, O и H_1 лежат на одной прямой.

3) Из равенства углов 5 и 6 следует, что $\angle 6 = 90°$, т. е. $HH_1 \perp b$.

4) Итак, прямые a и b перпендикулярны к прямой HH_1, поэтому они параллельны. Теорема доказана.

92. Доказательство.

1) $\angle 1 = 180° - \angle 2 = 47°$, т. е. $\angle 1 = \angle 3$.

2) Равные углы 1 и 3 – накрест лежащие, поэтому $d \parallel e$.

93. 1) $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$, так как в равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

2) $\angle 2 = \angle 3$, так как эти углы вертикальные. Следовательно, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$.

3) Равные углы 1 и 4 – накрест лежащие при пересечении прямых MN и FE секущей FN, поэтому $MN \parallel FE$.

94. Доказательство.

1) $\triangle MNP = \triangle PQM$ по трем сторонам ($MN = PQ$, $MQ = PN$, MP – общая), следовательно, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$.

2) Равные углы 1 и 2 – накрест лежащие при пересечении прямых MQ и PN секущей MP, поэтому $MQ \parallel PN$.

3) Равные углы 3 и 4 – накрест лежащие при пересечении прямых MN и PQ секущей MP, поэтому $MN \parallel PQ$.

95. Доказательство.

1) $\triangle DFN$ – равнобедренный, поэтому $\angle 2 = \angle 3$, а так как $\angle 2 = \angle 1$ по условию, то $\angle 3 = \angle 1$.

2) Равные углы 1 и 3 – накрест лежащие при пересечении прямых MN и DF секущей FN, поэтому $MN \parallel DF$.

96. Теорема.

Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

Доказательство.

1) $\angle 1 = \angle 2$ по условию, $\angle 2 = \angle 3$ так как эти углы вертикальные, следовательно, $\angle 1 = \angle 3$.

2) Равные углы 1 и 3 – накрест лежащие при пересечении прямых a и b секущей c, поэтому $a \parallel b$. Теорема доказана.

97. Доказательство.

1) $\angle 3 = 180° - \angle 2 = 180° - 55° = 125°$, т. е. $\angle 1 = \angle 3$.

2) Равные углы 1 и 3 – соответственные при пересечении прямых k и f секущей l, поэтому $k \parallel f$.

98. Доказательство.

1) $\angle 2 = 70°$, так как $\angle DEF = 140°$ и EM – биссектриса $\angle DEF$.

2) $\angle 1 = \angle 2 = 70°$, а эти углы – соответственные при пересечении прямых CD и EM секущей CE, поэтому $CD \parallel EM$.

99. Доказательство.

1) $\angle EPN = 2 \cdot \angle 2 = 142°$, так как PM – биссектриса угла EPN.

2) $\angle EPN + \angle 1 = 142° + 38° = 180°$, т. е. сумма односторонних углов EPN и 1, образованных при пересечении прямых MN и EP секущей PN, равна 180°. Поэтому $PE \parallel MN$.

100. Доказательство.

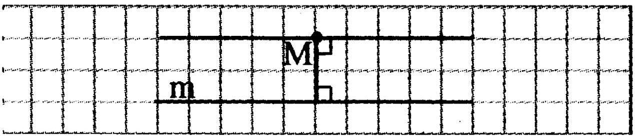
1) $\triangle CEQ = \triangle DFQ$ по двум сторонам и углу

между ними, следовательно, углы 1 и 2 равны.
2) Равные углы 1 и 2 – накрест лежащие при пересечении прямых EC и DF секущей CD, поэтому $EC \parallel DF$.

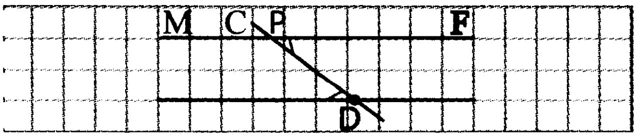
101. 1) $\triangle QMP = \triangle NPM$ по двум сторонам и углу между ними ($MQ = NP$, $\angle 1 = \angle 2$ (усл.), MP – общая) следовательно $\angle NMP = \angle QPM$.
2) $\angle NMP = \angle QPM$ – накрест лежащие углы, поэтому $MN \parallel QP$.

102. 1) $AC = DF$, так как $AD = CF$ и $AC = AD + CD$, $DF = CF + DC$.
2) $\triangle ABC = \triangle DEF$ по трем сторонам ($AB = DE$; $BC = EF$; $AC = DF$), следовательно, $\angle BAC = \angle EDF$, а эти углы соответственные при пересечении прямых AB и DE, секущей AF, поэтому $AB \parallel DE$.

103. Делаем рисунок по заданию.



104. Делаем рисунок по заданию.



105. Доказательство. Прямые AC и BD параллельны по условию, прямая AE пересекает прямую

AC, поэтому, согласно следствию 1° из аксиомы параллельных прямых, прямая AE пересекает и прямую BD.

106. $a||c$, так как $\angle 1 + \angle 2 = 180^0$, а углы 1 и 2 односторонние при пересечении прямых a и c, секущей d.

107. 1) $\angle 2 = \angle 4$, так как эти углы вертикальные, $\angle 3 = \angle 4$ по условию , поэтому $\angle 2 = \angle 3$. Равные углы 2 и 3 – соответственные при пересечении прямых m и n и секущей l, поэтому $m||n$.

2) Углы 1 и 5 смежные, поэтому $\angle 1 = 180^0 - \angle 5 = 138^0$, а так как $\angle 3 = 138^0$ по условию, то $\angle 1 = \angle 3$. Равные углы 1 и 3 – соответственные при пересечении прямых p и m и секущей l, поэтому $p||m$.

3) $m||n$ и $p||m$, поэтому, согласно следствию 2° из аксиомы параллельных прямых, n$||p$.

Ответ: $m||n$; $p||m$; $n||p$.

108. Доказательство.

1) $\triangle BCP = \triangle BDQ$ по двум сторонам и углу между ними ($BC = BD$, $BP = BQ$, $\angle PB = \angle DBQ$ – вертикальные).

2) Из равенства треугольников BCP и BDQ следует равенство углов 1 и 2, а эти углы – накрест лежащие пре пересечении прямых NC и MQ секущей DC, поэтому прямые NC и MQ параллельны.

3) Итак, $AB \parallel NC$, $NC \parallel MQ$, следовательно, $AB||MQ$.

109. Теорема.

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.

Доказательство.

Допустим, что $\angle 1 \neq \angle 2$.

1)Построим угол NMP, равные углу 2, как показано на рисунке. Так как $\angle 1 \neq \angle 2$, то прямые MP и a не совпадают. Равные углы NMP и 2 – накрест лежащие при пересечении прямых MP и b секущей MN, поэтому $MP || b$.

2) Мы получили, что через точку M проходят две прямые: a и MP, параллельные прямой b. Но это противоречит аксиоме о параллельных прямых. Значит, наше допущение неверно и $\angle 1 = \angle 2$. Теорема доказана.

110. 1) По условию $\angle 4 + \angle 6 = 78^0$,а эти углы накрест лежащие при пересечении прямых $a||b$ секущей c, поэтому $\angle 4 = \angle 6 = 39^0$.

2) $\angle 2 = \angle 4$, $\angle 8 = \angle 6$, так как эти углы вертикальные, поэтому $\angle 2 = 39^0$ и $\angle 8 = 39°$.

3) $\angle 3 = 180^0 - \angle 4 = 141^0$, $\angle 5 = 180^0 - \angle 6 = = 141^0$, так как $\angle 3$ и $\angle 4$, $\angle 5$ и $\angle 6$ – смежные.

4) $\angle 1 = \angle 3$ и $\angle 7 = \angle 5$, так как эти углы вертикальные.

Ответ: $\angle 1 = \angle 3 = \angle 5 = \angle 7 = 141^0$;

$\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 39^0$.

111. 1) $\angle 3 = \angle 1$, так как эти углы соответственные при пересечении прямых $m||n$ и секущей p, следовательно, угол 3 в три раза больше угла 2.

2) Углы 2 и 3 – смежные, поэтому их сумма равна 180^0, т.е. $\angle 2 + 3 \cdot \angle 2 = 180^0$, откуда $\angle 2 = 45^0$, а $\angle 3 = 135^0$.

Ответ: $\angle 3 = 135^0$.

112. 1) $\angle 1 = \angle 3$, так как вертикальные, поэтому угол 3 на 110^0 больше угла 2, т.е. $\angle 3 = \angle 2 + 110^0$.

2) $\angle 3$ и $\angle 2$ – односторонние при пересечении параллельных прямых MN и PQ секущей AB, а потому $\angle 3 + \angle 2 = 180^0$.

3) Итак, $\angle 2 + 110^0 + \angle 2 = 180^0$, откуда $\angle 2 = 35^0$, следовательно, $\angle 3 = \angle 2 + 110^0 = 145^0$.

Ответ: $\angle 3 = 145^0$.

113. 1) $PN \perp PF$, так как прямая PN, перпендикулярная к одной из параллельных прямых MN и PF, перпендикулярна и к другой, поэтому $\angle FPN = 90°$.

2) $\angle MPN = \angle FPN - \angle FPM = 90° - 42° = 48°$.

3) $\angle M = \angle MPF = 42°$, так как эти углы накрест лежащие при пересечении параллельных прямых PF и MN секущей MP.

Ответ. $\angle MPN = 48°$, $\angle M = 42°$.

114. Доказательство.

1) $\angle 1 = \angle 2$, так как треугольник MND равнобедренный ($MN = MD$).

2) $\angle 2 = \angle 3$, так как эти углы накрест лежащие при пересечении параллельных прямых MN и CD секущей DN.

3) Итак, $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 2 = \angle 3$, поэтому $\angle 1 = \angle 3$, т. е. луч DN – биссектриса угла D.

115. Решение.

1) $\angle CDM = \angle 4 = 108°$, так как эти углы накрест лежащие при пересечении параллельных прямых DM и CE секущей CD.

2) $\angle 1 = \angle 5 = 54°$, так как DE биссектриса угла CDM.

3) $\angle 3 = \angle 5 = 54°$, так как эти углы накрест лежащие при пересечении параллельных прямых DM и CE секущей DE.

4) $\angle 2 = 180° - \angle 4 = 72°$, так как $\angle 2$ и $\angle 4$ смежные.

Ответ. $\angle C = 72°$, $\angle D = 54°$, $\angle E = 54°$.

116. Решение.

1) $\angle P = \angle M$, так как $\triangle MNP$ равнобедренный с основанием MP, поэтому $\angle P = 43°$.

2) $\angle M + \angle P + \angle N = 180°$ по теореме о сумме углов треугольника, поэтому $\angle N = 180° - 2\angle M = 94°$.

Ответ. $\angle N = 94°$, $\angle P = 43°$.

117. Решение.

1) $\angle DAC$ и $\angle BAC$ – смежные углы, поэтому $\angle BAC = 180° - \angle DAC = 180° - 117° = 63°$.

2) Треугольник ABC равнобедренный, поэтому $\angle C = \angle A = 63°$.

3) Так как $\angle B + \angle A + \angle C = 180°$ (по теореме о сумме углов треугольника), то
$\angle B = 180° - 2\angle C = 54°$.

Ответ. $\angle A = \angle C = 63°$, $\angle B = 54°$.

118. Решение. Пусть $\angle C = x°$, тогда $\angle A = 2x°$, $\angle B = 3x°$.

1) $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ по теореме о сумме углов треугольника, т. е. $2x+3x+x = 180$; $6x = 180$; $x = 30$, поэтому $\angle C = 30°$.

2) $\angle A = 2x° = 60°$, $\angle B = 3x = 90°$.

Ответ. $\angle A = 60°$, $\angle B = 90°$, $\angle C = 30°$.

119. Решение. Пусть $\angle C = x°$, тогда $\angle A = x° + 25°$, $\angle B = 3x°$.

1) $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ по теореме о сумме углов треугольника, т. е. $x + 25 + 3x + x = 180$, $5x = 155$, $x = 31$, поэтому $\angle C = 31°$.

2) $\angle A = x° + 25° = 56°$, $\angle B = 3 \cdot x^{\circ\circ} = 93°$.

Ответ. $\angle A = 56°$, $\angle B = 93°$, $\angle C = 31°$.

120. Решение.

1) Угол 3 – внешний угол при вершине Q треугольника MQN, поэтому $\angle 3 = \angle M + \angle 1$, откуда $\angle 1 = \angle 3 - \angle M = 112° - 74° = 38°$; $\angle N = 2 \cdot \angle 1 = 76°$, так как NQ – биссектриса $\angle N$.

2) $\angle P = 180° - (\angle N + \angle M) = 30°$.

Ответ. $\angle N = 76°$, $\angle P = 30°$.

121.) Решение. Рассмотрим два случая.

1) Пусть угол A при основании AC равнобедренного треугольника ABC равен $72°$, тогда $\angle C = \angle A = 72°$. Согласно теореме о сумме углов треугольника $\angle B = 180° - 2 \cdot \angle C = 36°$.

2) Пусть угол B, противолежащий основанию AC равнобедренного треугольника ABC, равен

$72°$, тогда $\angle A + \angle C = 180° - 72° = 108°$, а так как $\angle A$ и $\angle C$ – равные углы, то $\angle A = \angle C = 108° : 2 = 54°$.

Ответ. $72°$, $36°$, $72°$ или $54°$, $72°$, $54°$.

122. Решение.

1) $\angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = \frac{1}{2}(78° + 38°) = 58°$.

2) $\angle AOE$ – внешний угол треугольника AOB, поэтому $\angle AOE = \angle 1 + \angle 2 = 58°$.

Ответ. $\angle AOE = 58°$.

123. Решение.

1) Пусть $\angle 1 = x°$, тогда $\angle 3 = 2x°$, так как $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$.

2) $\angle 2 + \angle 3 + \angle CFE = 180°$ по теореме о сумме углов треугольника, поэтому $x + 2x + 102° = 180°$, откуда $3x = 78°$, $x = 26°$. Таким образом, $\angle C = \angle E = 2x° = 52°$.

3) $\angle D = 180° - (\angle C + \angle E) = 180° - 104° = 76°$.

Ответ. $\angle C = \angle E = 52°$, $\angle D = 76°$.

124. Решение.

1) $\angle POE$ – внешний угол треугольника MOP, поэтому $\angle POE = \angle 1 + \angle 2$, т. е. $\angle 1 + \angle 2 = 52°$.

2) $\angle N = 180° - (\angle M + \angle P) = 180° - 2 \cdot 52° = 180° - 104° = 76°$.

Ответ. $\angle N = 76°$.

125. Ответ: б). Нет, так как тогда треугольник имел бы два прямых угла, а это невозможно.

126. Ответ. Нет, так как в треугольнике только один угол может быть прямой или тупой.

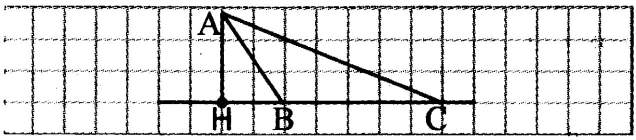
127. Ответ. Нет, так как углы при основании равнобедренного треугольника острые.

128. Решение.

Угол при основании равнобедренного треугольника не может быть равным 98°, так как углы при основании равнобедренного треугольника острые. Пусть ABC – равнобедренный треугольник с основанием AC и углом при вершине B, равным 98°, тогда $\angle A + \angle C = 180° - \angle B = 180° - 98° = 82°$, а так как углы A и C равные, то $\angle A = \angle C = 41°$.

Ответ. 98°, 41°, 41°.

129. Ответ. В треугольнике ABH AH и BH – катеты, AB – гипотенуза. В треугольнике ACH AH и CH – катеты, AC – гипотенуза.



130. Решение.

б) Предположим, что в треугольнике CDE угол D тупой. Тогда $CE > CD$ и $CE > DE$, что противоречит условию $CE < DC = DE$. Значит, предположение неверно, и $\angle D < 90°$.

Ответ. а) нет; б) нет.

131. Доказательство. Пусть в треугольнике ABC угол B тупой, тогда углы A и C острые, поэтому $\angle B > \angle A$, $\angle B > \angle C$. Следовательно, $AC > BC$ и $AC > AB$, так как в треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

132. Доказательство.

1) Угол AFC – внешний угол треугольника BFC, поэтому $\angle AFC = \angle B + \angle BCF$, т. е. $\angle AFC > \angle B$, а так как угол B тупой по условию, то угол AFC тупой.

2) В треугольнике AFC угол AFC тупой, поэтому $\angle AFC > \angle A$ и, следовательно, $AC >$ $> FC$, так как в треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

133. Доказательство.

1) $\angle M = \angle P$ как углы при основании равнобедренного треугольника MNP.

2) Угол NQP – внешний угол треугольника MNQ, поэтому $\angle NQP = \angle M + \angle MNQ$, т. е. $\angle NQP > \angle M$, а значит, $\angle NQP > \angle P$.

3) В треугольнике NPQ $\angle P < \angle NQP$, поэтому $NQ < NP$. Итак, $NQ = NP$, следовательно, $NQ < MN$.

134.) Доказательство.

1) $\triangle ABD = \triangle AED$ по двум сторонам и углу между ними, следовательно,
$DB = DE$ и $\angle 3 = \angle 4$.

3) $\angle 5 > \angle C$, так как угол 5 – внешний угол треугольника ABC, следовательно, $\angle 6 > \angle C$.

135. Решение. Если предположить, что основание равно 15 см, то сумма двух боковых сторон будет равна 14 см, т. е. сумма двух сторон будет меньше третьей стороны треугольника, что противоречит неравенству треугольника.

Ответ. Основанием является сторона, которая равна 7 см.

136. Решение. Если предположить, что основание равно 20 см, то сумма двух боковых сторон будет равна 20 см, т. е. сумма двух сторон будет равна третьей стороне треугольника, что противоречит неравенству треугольника.

Ответ. Третья сторона треугольника 20 см.

137. Решение. б) Если предположить, что треугольник со сторонами 2,1 дм, 3 дм, 0,9 дм существует, то сумма двух его сторон (2,1дм+0,9дм) будет равна третьей стороне (3 дм), что противоречит неравенству треугольника.

Ответ. а) нет; б) нет.

138. Решение.

Пусть углы A и B – острые углы прямоугольного треугольника ABC, тогда $\angle A + \angle B = 90°$. Предположим, что угол A на 24° больше угла B. Тогда $\angle A = \angle B + 24°$, $\angle A + \angle B = (\angle B + 24°) + \angle B = 90°$, откуда $\angle B = \frac{1}{2}(90° - 24°) = 33°$, а $\angle A = 57°$.

Ответ. 33°, 57°.

139. Решение. Пусть углы A и B – острые углы прямоугольного треугольника ABC, тогда $\angle A + \angle B = 90°$, предположим, что $\angle A = 4 \cdot \angle B$. Тогда $\angle A + \angle B = 4 \cdot \angle B + \angle B = 90°$, $5 \cdot \angle B = 90°$, $\angle B = 18°$, $\angle A = 72°$.

Ответ. 18°, 72°.

140. Решение.

1) Треугольник ACH прямоугольный с прямым углом AHC, так как CH – высота треугольника ABC, поэтому $\angle 1 + \angle A = 90°$, откуда $\angle 1 = 90° - \angle A = 90° - 52° = 38°$.

2) $\angle 1 + \angle 2 = 90°$, так как треугольник ABC прямоугольный, поэтому $\angle 2 = 90° - \angle 1 = 52°$.

3) $\angle 2 + \angle 3 = 90°$, так как треугольник CBH прямоугольный (CH - высота), поэтому $\angle 3 = 90° - \angle 2 = 38°$.

Ответ. $\angle 1 = 38°$, $\angle 2 = 52°$, $\angle 3 = 38°$.

141. Доказательство.

1) $\angle A + \angle B = 90°$, так как треугольник ABC прямоугольный.

2) Углы BCD и B – острые углы прямоугольного $\triangle BCD$, поэтому $\angle BCD + \angle B = 90°$.

3) Из 1) и 2) следует, что $\angle A = \angle BCD$.

142. Решение.

1) Углы A и B – острые углы прямоугольного треугольника ABC, поэтому $\angle A + \angle B = 90°$.

2) По условию $\angle B = 2 \cdot \angle A$, поэтому $\angle A + 2 \cdot \angle A = 90°$, откуда $\angle A = 30°$.

3) Так как в прямоугольном треугольнике ABC $\angle A = 30°$, то катет BC, лежащий против этого угла, равен половине гипотенузы AB, т. е. $BC = 9$ см.

Ответ. $BC = 9$ см.

143. Решение.

1) В равнобедренном треугольнике ABC углы при основании равны, поэтому $\angle A = \angle C =$

$= \frac{1}{2}(180° - \angle B) = 30°$.

2) Так как в прямоугольном треугольнике ABD угол A равен 30°, то катет BD равен половине гипотенузы AB, откуда $AB = 2 \cdot BD = 26$ см.

Ответ. $AB = 26$ см.

144. Решение.

1) В прямоугольном треугольнике BCD $\angle B = 60°$, поэтому $\angle BCD = 30°$ и, следовательно, $BC = 2 \cdot BD = 16$ см.

2) В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A = 30°$, поэтому $AB = 2 \cdot CB = 32$ см.

3) $AD = AB - BD = 32 - 8 = 24$ см.

Ответ. $AD = 24$ см.

145. Решение.

1) $\angle M + \angle P = 90°$, откуда $\angle M = 30°$, и поэтому $MP = 2 \cdot NP$.

2) По условию $MP + PN = 27$ см, следовательно, $2 \cdot PN + PN = 27$ см, откуда $PN = 9$ см, $MP = 18$ см.

Ответ. $MP = 18$ см, $PN = 9$ см.

146. Доказательство.

1) $\triangle MNP = \triangle FPN$ по двум сторонам ($MN = FP$ по условию, NP – общий катет), следовательно, $\angle MPN = \angle FNP$.

2) В треугольнике NKP два угла равны: $\angle MPN = \angle FNP$, поэтому треугольник NKP равнобедренный, $NK = KP$.

3) $\angle MPN = \angle FNP$ и $\angle MNP = \angle FNP + \angle KNM = 90°$, $\angle FPN = \angle MPN + \angle FPK =$

$= 90°$, следовательно, $\angle KNM = \angle KPF$.

$\triangle MNK = \triangle FPK$ по стороне и двум прилежащим углам ($\angle KNM = \angle KPF$ (из 3), $\angle MKN = \angle FKP$ (вертикальные), $NK = KP$ (из 2)).

147. Доказательство.

1) Треугольник ABC равнобедренный с основанием BC, поэтому $\angle B = \angle C$.

2) Прямоугольные треугольники BPD и CFD равны по катету ($BP = CF$ по условию) и прилежащему острому углу ($\angle B = \angle C$). Следовательно, $BD = DC$ и, значит, точка D – середина стороны BC.

148. Доказательство.

$\triangle ABM = \triangle ACM$ по катету и гипотенузе ($BM = MC$, AM – общая). Из равенства этих треугольников следует, что $\angle 1 = \angle 2$, т. е. луч AM – биссектриса угла A.

149.) Доказательство.

$\triangle BPD = \triangle CFD$ по катету и гипотенузе ($DP = DF$ по условию, $BD = DC$, так как D – середина стороны BC), следовательно, $\angle B = \angle C$, и поэтому треугольник ABC равнобедренный.

150. Решение.

Пусть $BH \perp AC$, тогда длина перпендикуляра BH – расстояние от точки B до прямой AC. В прямоугольном треугольнике BHC $\angle C = 30°$, так как треугольник ABC равнобедренный, $\angle A = \angle C$. $\angle A + \angle C + 120° = 180°$. Следовательно, $BH = \frac{1}{2}BC = 10$ см.

Ответ. $BH = 10$ см.

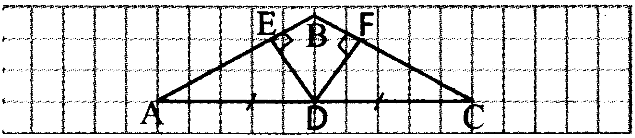
151. Доказательство.

Проведем из точки D перпендикуляр DF к стороне AB. Прямоугольные треугольники BCD и BFD равны по углу и гипотенузе ($\angle 1 = \angle 2$, BD - общая). Отсюда следует, что $DC = DF$, т. е. расстояние от точки D до прямых BC и AB равны.

152. Доказательство.

Точка D – середина основания равнобедренного треугольник ABC. Проведем из точки D два перпендикуляра: к сторонам AB и BC.

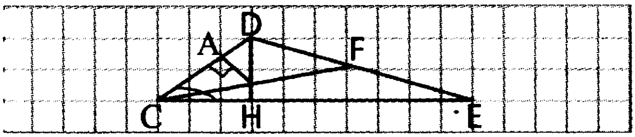
$\triangle ADE = \triangle CDE$ по углу и гипотенузе ($AD = DC$, $\angle A = \angle C$), следовательно, $ED = DF$.



153. Проведем из точки O перпендикуляр AO к прямой CD. Прямоугольные треугольники AOC и HOC равны по гипотенузе и углу ($\angle DCF = \angle ECF$, CO – общая), следовательно, $AO = OH$, $\angle OCH = \frac{1}{2}\angle C = 30°$.

$HO = AO = \frac{1}{2}OC = 6$ см.

Ответ. 6 см.



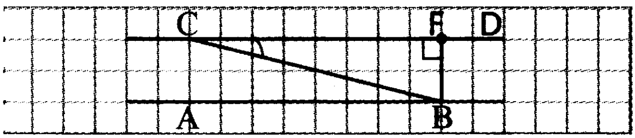
154. Решение. $AM = 3,8$ см, $MB = 12,2$ см, $AB = MB - AM = 12,2 - 3,8 = 8,4$ см.

Ответ. 8,4 см.

155. Решение.

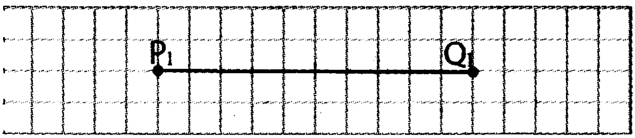
Проведем из точки B перпендикуляр BF к прямой CD. $\triangle BCF$ прямоугольный и $\angle BCD = 30°$, следовательно, $BF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 24 = 12$.

Ответ. 12 см.

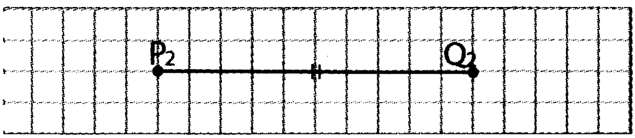


156. Задача 286 учебника.

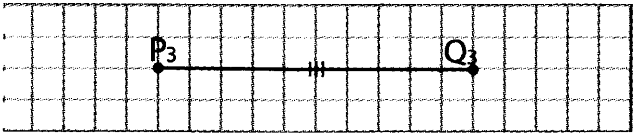
157. Построение.



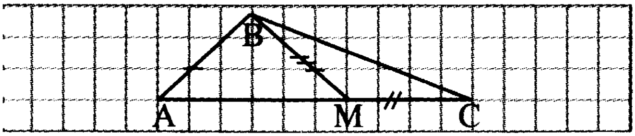
2) На прямой a отложим отрезок AC, равный данному отрезку P_2Q_2.



3) Отметим на отрезке AC тоску M – середину отрезка AC.

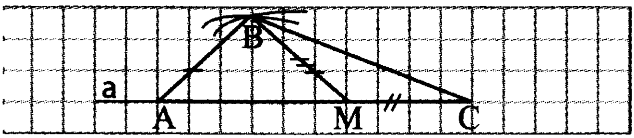


4) Построим окружность с центром в точке A и радиусом P_1Q_1, и вторую окружность с центром в точке M и радиусом P_3Q_3.



5) Окружности пересекутся в точке B. Искомая вершина B.

Построенный треугольник ABC удовлетворяет всем условиям задачи $AB = P_1Q_1$, $AC = P_2Q_2$, $BM = P_3Q_3$, где BM – медиана треугольника ABC.



ОГЛАВЛЕНИЕ

Издательство ООО «СТАНДАРТ»
stan5714@mail.ru

М. А. Захарцов

Все домашние работы по ГЕОМЕТРИИ за 7 класс к учебнику и рабочей тетради Атанасяна Л. С., Бутузова В. Ф. и др.

ФГОС

Формат 84x108 1/32
Бумага типографская. Печать офсетная. 224 с.
Усл.печ.л. 7,0. Тираж 7000 экз. Зак. № В-637.
ООО «Стандарт» Москва 2015 г.

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленного электронного оригинал-макета
в типографии филиала ОАО «ТАТМЕДИА» «ПИК «Идел-Пресс».
420066, г. Казань, ул. Декабристов, 2.
E-mail: idelpress@mail.ru