

Решения

Задание 1 № 287942 тип 1

Укажите наименьшее из следующих чисел:

1) $\frac{2}{7}$

2) $\frac{3}{5}$

3) 0,55

4) 0,5

Решение.

Заметим что $\frac{3}{5} = 0,6 > 0,55 > 0,5 = \frac{1}{2}$. Поскольку $\frac{2}{7} < \frac{1}{2}$, число $\frac{2}{7}$ является наименьшим.

Таким образом, правильный ответ указан под номером 1.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 1

Задание 2 № 349543 тип 2

В таблице даны результаты олимпиад по географии и биологии в 10 «А» классе.

Номер ученика	Балл по географии	Балл по биологии
5005	60	66
5006	88	62
5011	64	80
5015	66	86
5018	83	76
5020	88	59
5025	84	79
5027	84	76
5029	98	90
5032	40	46
5041	75	45
5042	46	63
5043	43	70
5048	58	55
5054	60	100

Похвальные грамоты дают тем школьникам, у кого суммарный балл по двум олимпиадам больше 150 или хотя бы по одному предмету набрано не меньше 80 баллов. Сколько человек из 10 «А», набравших меньше 80 баллов по географии, получают похвальные грамоты?

- 1) 3
- 2) 2
- 3) 4
- 4) 5

Решение.

Среди учеников, кто получил меньше 80 баллов по географии:
5005

5011
5015
5032
5041
5042
5043
5048
5054

Среди выбранных больше 80 баллов по биологии имеют:

5011
5015
5054

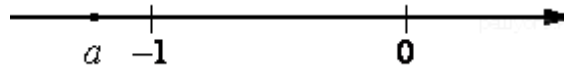
Никто из остальных не набрал в сумме больше 150, поэтому только 3 ученика получают похвальные грамоты.

Ответ: 1

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 1

Задание 3 № 337422 тип 3

На координатной прямой отмечено число a .



Найдите наибольшее из чисел a^2 , a^3 , a^4 .

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) a^2
- 2) a^3
- 3) a^4
- 4) не хватает данных для ответа

Решение.

Заметим, что $a < -1$, откуда следует, что $a^3 < 0$, $0 < a^2 < a^4$. Значит, $a^3 < a^2 < a^4$. Таким образом, наибольшее из представленных в ответе чисел — a^4 .

Правильный ответ указан под номером: 3.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 3

Задание 4 № 314376 тип 4

В какое из следующих выражений можно преобразовать дробь $\frac{c^3 \cdot c^{-8}}{c^{-2}}$.

- 1) c^{-1}
- 2) c^{-7}
- 3) c^7
- 4) c^{-3}

Решение.

Упростим дробь:

$$\frac{c^3 \cdot c^{-8}}{c^{-2}} = c^{3-8-(-2)} = c^{-3}.$$

Правильный ответ указан под номером 4.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 4

Задание 5 № 341527 тип 5

На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты местности над уровнем моря (в километрах). На сколько миллиметров ртутного столба атмосферное давление на высоте Эвереста ниже атмосферного давления на высоте Денежкиного Камня?



Решение.

Из графика видно, что давление на высоте Эвереста меньше давления на высоте Денежкина Камня на $620 - 240 = 380$ мм. рт. ст.

Ответ: 380.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 380

Задание 6 № 340582 тип 6

Решите уравнение $7x - 9 = 40$.

Решение.

Выразим x из уравнения:

$$7x - 9 = 40 \Leftrightarrow 7x = 49 \Leftrightarrow x = 7.$$

Ответ: 7.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 7

Задание 7 № 314120 тип 7

Кисть, которая стоила 240 рублей, продаётся с 25%-й скидкой. При покупке двух таких кистей покупатель отдал кассиру 500 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?

Решение.

Стоимость одной кисти равна $240 - 0,25 \cdot 240 = 180$ руб. Стоимость двух кистей равна 360 руб. Значит, сдача с 500 рублей составит 140 рублей.

Ответ: 140.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 140

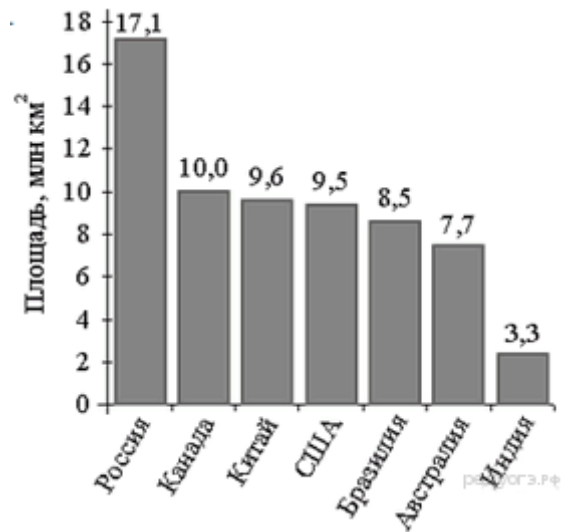
Задание 8 № 315189 тип 8

На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн км²) стран мира.

Какое из следующих утверждений неверно?

- 1) По площади территории Австралия занимает шестое место в мире.
- 2) Площадь территории Бразилии составляет 7,7 млн км².
- 3) Площадь Индии меньше площади Китая.
- 4) Площадь Канады меньше площади России на 7,1 млн км².

В ответе запишите номер выбранного утверждения.



Решение.

Проверим каждое утверждение.

- 1) На диаграмме видно, что Австралия — шестая по площади страна в мире. Значит первое утверждение верно.
- 2) Из диаграммы видно, что площадь Бразилии — 8,5 млн км². Второе утверждение неверно.
- 3) Из диаграммы видно, что площадь Индии меньше площади Китая. Третье утверждение верно.
- 4) Из диаграммы видно, что площадь Канады меньше площади России на $17,1 - 10,0 = 7,1$ млн км². Четвёртое утверждение верно.

Неверным является утверждение под номером 2.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 2

Задание 9 № 341682 тип 9

У бабушки 12 чашек: 3 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Решение.

Вероятность того, что чай нальют в чашку с синими цветами равна отношению количества чашек с синими цветами к общему количеству чашек. Всего чашек с синими цветами: $12 - 3 = 9$. Поэтому искомая вероятность $\frac{9}{12} = 0,75$.

Ответ: 0,75.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 0,75

Задание 10 № 339254 тип 10

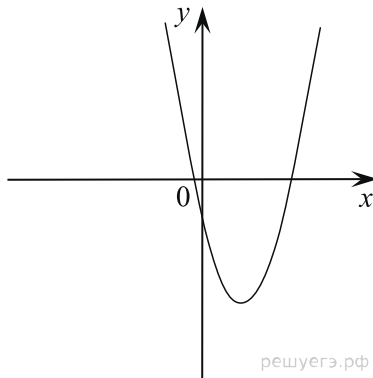
На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

Коэффициенты

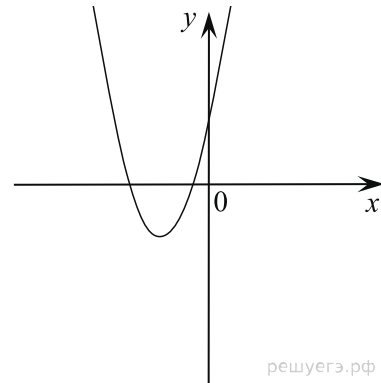
А) $a > 0, c < 0$ Б) $a < 0, c > 0$ В) $a > 0, c > 0$

Графики

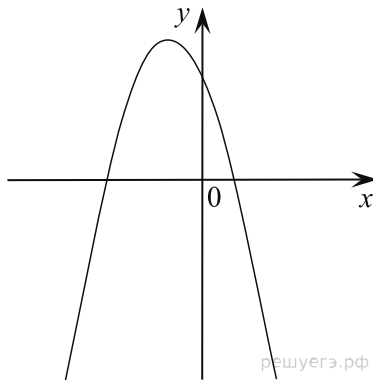
1)



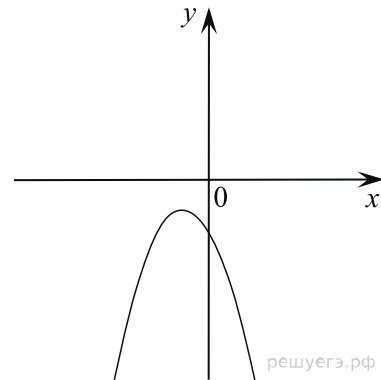
2)



3)



4)



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Если парабола задана уравнением $y = ax^2 + bx + c$, то: при $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх, а при $a < 0$ — вниз. Значение c соответствует значению функции в точке $x = 0$. Следовательно, если график пересекает ось ординат выше оси абсцисс, то значение c положительно, если ниже оси абсцисс — отрицательно.

Таким образом, функциям соответствуют следующие графики: А — 1, Б — 3, В — 2.

Ответ: 132.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 132

Задание 11 № 341201 тип 11

Арифметическая прогрессия (a_n) задана условиями: $a_n = 3,8 - 5,7n$. Найдите a_6 .

Решение.

Воспользовавшись формулой, получаем:

$$a_6 = 3,8 - 5,7 \cdot 6 = 3,8 - 34,2 = -30,4.$$

Ответ: $-30,4$.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: $-30,4$

Задание 12 № 311463 тип 12

Представьте в виде дроби выражение $\frac{10x}{2x-3} - 5x$ и найдите его значение при $x = 0,5$. В ответ запишите полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{10x}{2x-3} - 5x = \frac{10x - 5x(2x-3)}{2x-3} = \frac{10x - 10x^2 + 15x}{2x-3} = \frac{25x - 10x^2}{2x-3}$$

Найдем значение выражения при $x = 0,5$:

$$\frac{25 \cdot 0,5 - 10 \cdot 0,5^2}{2 \cdot 0,5 - 3} = \frac{12,5 - 2,5}{1 - 3} = \frac{10}{-2} = -5.$$

Ответ: -5 .

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: -5

Задание 13 № 314118 тип 13

В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \cdot n$, где n — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 20 колец.

Решение.

Подставим в формулу значение переменной n :

$$C = 6000 + 4100 \cdot 20 = 88\,000.$$

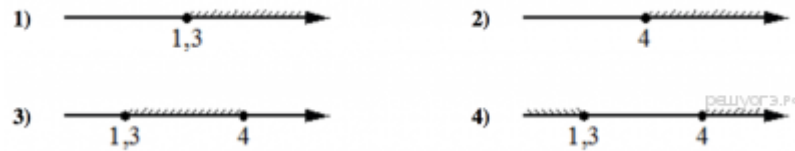
Ответ: $88\,000$.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 88000

Задание 14 № 348486 тип 14

Укажите решение системы неравенств:

$$\begin{cases} x - 4 \geq 0, \\ x - 0,3 \geq 1. \end{cases}$$

**Решение.**

Решим систему:

$$\begin{cases} x - 4 \geq 0, \\ x - 0,3 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4, \\ x \geq 1,3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 4.$$

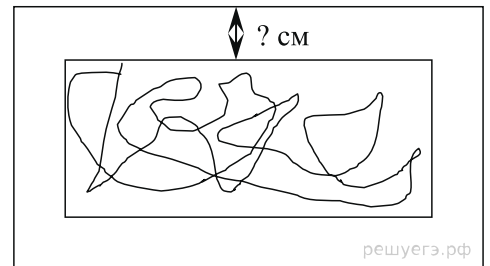
Данное решение соответствует варианту 2).

Ответ: 2.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 2

Задание 15 № 340269 тип 15

Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 19 см и 32 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна 1080 см^2 . Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах.

**Решение.**

Пусть x см — ширина окантовки. Площадь прямоугольника равна произведению сторон, получаем уравнение:

$$(19 + 2x)(32 + 2x) = 1080 \Leftrightarrow 2x^2 + 51x - 236 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -29,5, \\ x = 4. \end{cases}$$

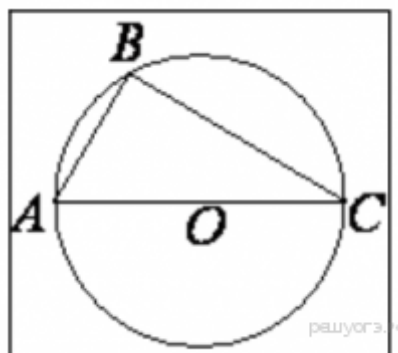
Корень $-29,5$ не подходит по условию задачи, следовательно, ширина окантовки равна 4 см.

Ответ: 4.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 4

Задание 16 № 351423 тип 16

Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 6^\circ$. Ответ дайте в градусах.



Решение.

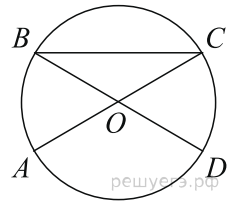
Угол B — вписанный, опирающийся на диаметр, поэтому он равен 90° . Сумма углов в треугольнике равна 180° , следовательно, $\angle C = 180^\circ - \angle B - \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 6^\circ = 84^\circ$.

Ответ: 84.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 84

Задание 17 № 352345 тип 17

В окружности с центром O AC и BD — диаметры. Центральный угол AOD равен 136° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

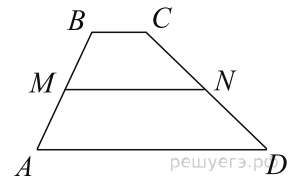
Смежные углы BOA и AOD образуют развёрнутый угол, поэтому их сумма равна 180° , откуда $\angle AOB = 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$. Угол AOB — центральный, следовательно, он равен дуге, на которую опирается, угол ACB — вписанный, следовательно, он равен половине дуги, на которую опирается. Поскольку углы AOB и ACB опираются на одну и ту же дугу, угол ACB равен половине угла AOB , то есть 22° .

Ответ: 22.

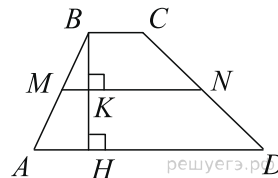
Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 22

Задание 18 № 349659 тип 18

В трапеции $ABCD$ известно, что $AD = 5$, $BC = 1$, а её площадь равна 12. Найдите площадь трапеции $BCNM$, где MN — средняя линия трапеции $ABCD$.

**Решение.**

Проведём высоту BH . Средняя линия равна полусумме оснований: $MN = \frac{AD + BC}{2} = 3$. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:



$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH \Leftrightarrow BH = \frac{2S_{ABCD}}{AD + BC} \Leftrightarrow BH = 4.$$

Поскольку MN — средняя линия, $MN \parallel AD$, поэтому $BK \perp KN$. Отрезки AM и MB равны, $AD \parallel MN \parallel BC$, по теореме Фаллеса получаем, что $BK = KH = \frac{BH}{2} = 2$. Найдём площадь трапеции $BCNM$:

$$S_{BCNM} = \frac{BC + MN}{2} \cdot BK = \frac{1 + 3}{2} \cdot 2 = 4.$$

Ответ: 4.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 4

Задание 19 № 349404 тип 19

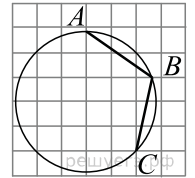
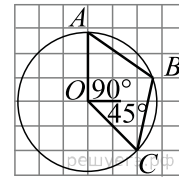
Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Решение.

Центральный угол AOC равен 135° . Большая дуга AC равна $360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$. Угол ABC опирается на эту дугу, но является вписанным и равен половине этой дуги, т.е. $112,5^\circ$

Ответ: 112,5

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 112,5

**Задание 20 № 348580 тип 20**

Какие из следующих утверждений верны?

1. Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.
2. Боковые стороны любой трапеции равны.
3. Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение.

Рассмотрим каждое из утверждений:

1. Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне - **верно**, так как ромб - это частный случай параллелограмма и его площадь есть произведение его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

2. Боковые стороны любой трапеции равны - **неверно**, боковые стороны равнобедренной трапеции равны.

3. Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов - **верно**, наименьший угол в любом треугольнике всегда не превышает 60 градусов.

Ответ: 13

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 13

Задание С1 № 314419

Сократите дробь

$$\frac{a^2 - 9}{ab + 4a - 3b - 12}.$$

Решение.

Имеем:

$$\frac{a^2 - 9}{ab + 4a - 3b - 12} = \frac{(a-3)(a+3)}{a(b+4) - 3(b+4)} = \frac{(a-3)(a+3)}{(a-3)(b+4)} = \frac{a+3}{b+4}.$$

Ответ: $\frac{a+3}{b+4}$.**Задание С2 № 338995**

Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Решение.

Пусть x — скорость реки, тогда $4x$ — скорость катера в стоячей воде, S_1 — расстояние от А до места встречи, S_2 — расстояние, которое пройдет плот от места встречи до момента возвращения катера в В. Примем расстояние между А и В за единицу. К месту встречи плот и катер прибыли одновременно, откуда $\frac{S_1}{x} = \frac{1 - S_1}{4x - x}$. За то время, пока катер преодолет расстояние $1 - S_1$ плот преодолет расстояние S_2 , откуда $\frac{1 - S_1}{5x} = \frac{S_2}{x}$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{S_1}{x} = \frac{1 - S_1}{3x}, \\ \frac{1 - S_1}{5x} = \frac{S_2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3S_1 = 1 - S_1, \\ 1 - S_1 = 5S_2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S_1 = \frac{1}{4}, \\ 1 - \frac{1}{4} = 5S_2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S_1 = \frac{1}{4}, \\ S_2 = \frac{3}{20}. \end{cases}$$

Плот за всё время движения прошёл расстояние $S_1 + S_2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{20} = \frac{8}{20} = 0,4$. Поскольку всё расстояние между А и В мы приняли равным единице, плот пройдет 0,4 пути из А в В к моменту возвращения катера в пункт В.

Задание С3 № 338253

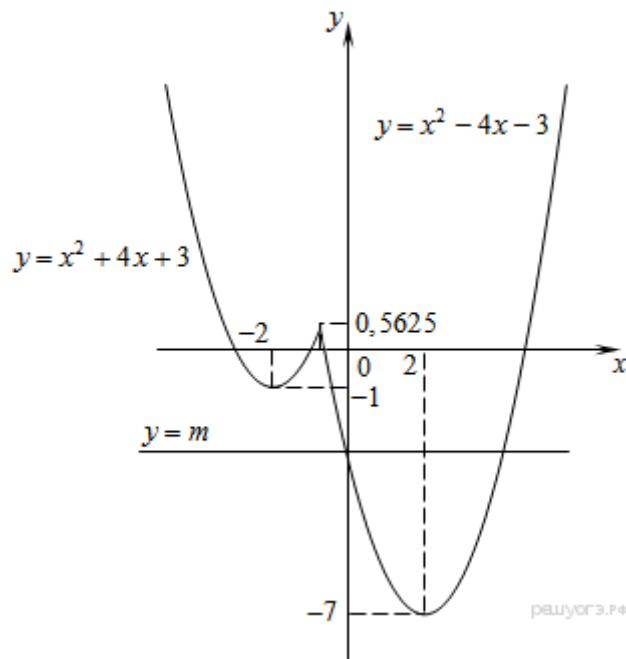
Постройте график функции $y = x^2 - |4x + 3|$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

Раскрывая модуль, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & \text{при } x < -\frac{3}{4} \\ x^2 - 4x - 3, & \text{при } x \geq -\frac{3}{4}. \end{cases}$$

Этот график изображён на рисунке:



Из графика видно, что прямая $y = m$ имеет с графиком функции ровно три общие точки при $m = -1$ и $m = 0,5625$.

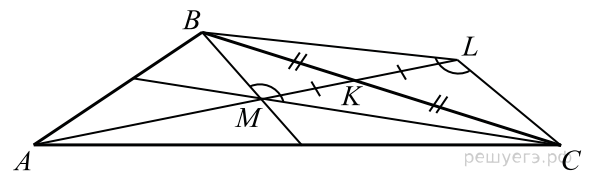
Ответ: $-1; 0,5625$.

Задание С4 № 311716

Медианы треугольника ABC пересекаются в точке M . Найдите длину медианы, проведённой к стороне BC , если угол BAC равен 26° , угол BMC равен 154° , $BC = 6\sqrt{3}$.

Решение.

Обозначим точкой K середину стороны BC . Продлим MK на свою длину за точку K до точки L . Четырёхугольник $BLCM$ — параллелограмм, потому что $MK = KL$ и $BK = KC$. Значит, $\angle BLC = \angle BMC = 154^\circ$, поэтому четырёхугольник $ABLC$ — вписанный. Тогда $AK \cdot KL = BK \cdot KC$; $\frac{AK^2}{3} = \frac{BC^2}{4}$; $AK = 9$.



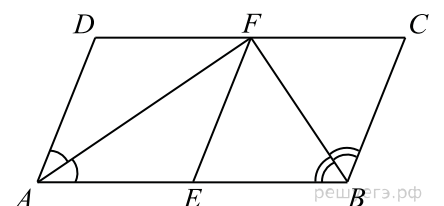
Ответ: 9.

Задание С5 № 341027

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке F стороны CD . Докажите, что F — середина CD .

Решение.

Проведём EF параллельно AD (см. рис.). Тогда в каждом из параллелограммов $ADFE$ и $FEBC$ диагональ является биссектрисой, то есть это ромбы. Значит, $DF = FE = FC$.



Задание С6 № 339507

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 28. Найдите стороны треугольника ABC .

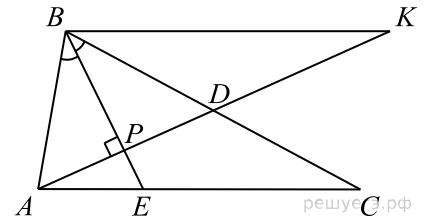
Решение.

Пусть P — точка пересечения отрезков BE и AD (см. рис.). Треугольник ABD — равнобедренный, так как его биссектриса BP является высотой. Поэтому

$$AP = PD = 14; BC = 2BD = 2AB.$$

По свойству биссектрисы треугольника

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} \Leftrightarrow \frac{CE}{AE} = 2 \Leftrightarrow AC = 3AE.$$



Проведём через вершину B прямую, параллельную AC . Пусть K — точка пересечения этой прямой с продолжением медианы AD . Тогда $BK = AC = 3AE$.

Из подобия треугольников APE и KPB следует, что $\frac{PE}{BP} = \frac{AE}{BK} = \frac{1}{3}$. Поэтому $PE = 7$ и $PB = 21$.
Следовательно

$$AB = \sqrt{AP^2 + BP^2} = 7\sqrt{13}; BC = 2AB = 14\sqrt{13};$$

$$AE = \sqrt{AP^2 + EP^2} = 7\sqrt{5}; AC = 3AE = 21\sqrt{5}.$$

Ответ: $7\sqrt{13}; 14\sqrt{13}; 21\sqrt{5}$.