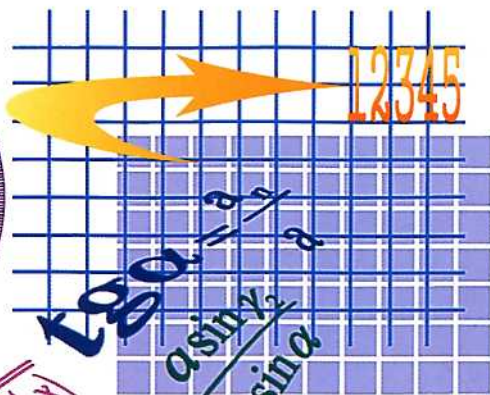


ВСЕ

ДОМАШНИЕ РАБОТЫ

к учебнику
Ю. Н. Макарычева

АЛГЕБРА



$$\frac{\sqrt[2n]{f(x)}}{\sqrt[2n]{g(x)}} = \frac{a}{\sqrt[2n]{g(x)}}$$

$C_2 =$

ФГОС



С. М. Зак

**ВСЕ
ДОМАШНИЕ
РАБОТЫ
К УЧЕБНИКУ
Ю. Н. Макарычева
АЛГЕБРА
9 КЛАСС**

ФГОС



Москва
ЛадКом
2014

УДК 882 (075)
ББК 812.Р-7
322

Зак С. М.

Все домашние работы к учебнику : Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова: Алгебра 9 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений («Просвещение» 2013 г. ФГОС). М.: «ЛадКом», 2014. — 288 с.

ISBN 978-5-91336-172-1

Решebник к новому изданию учебника Ю.Н. Макарычева по алгебре для 9 класса соответствует ФГОС и включает в себя ответы на все задания. Он поможет учащимся эффективно овладеть программой по алгебре, а родителям — проконтролировать правильность выполнения домашних заданий.

©Издательство «ЛадКом», 2014

Введение

Дорогой друг!

В 9 классе ты будешь продолжать изучать алгебру. Это пособие поможет тебе с решением упражнений учебника Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюка, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой «Алгебра 9 класс». Данное пособие включает в себя ответы на все упражнения задачника.

Удачи!

ГЛАВА I. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

§ 1. Функции и их свойства

1. Функция. Область определения и область значений функций

1. $f(x) = -3x^2 + 10$: а) $f(-1) = -3 + 10 = 7$; б) $f(0) = -10$; в) $f\left(\frac{1}{3}\right) = -3 \cdot \frac{1}{9} + 10 = 10 - \frac{1}{3} = 9\frac{2}{3}$.

2. $f(x) = \frac{x-0,5}{x+0,5}$; $f(0) = \frac{0-0,5}{0+0,5} = -1$; $f(1,5) = \frac{1,5-0,5}{1,5+0,5} = \frac{1}{2}$; $f(-1) = \frac{-1-0,5}{-1+0,5} = \frac{-1,5}{-0,5} = 3$.

3. $f(x) = x^3 - 10$: а) $f(5) = 5^3 - 10 = 125 - 10 = 115$; б) $f(4) = 4^3 - 10 = 64 - 10 = 54$; в) $f(2) = 2^3 - 10 = 8 - 10 = -2$; г) $f(-3) = (-3)^3 - 10 = -27 - 10 = -37$.

4. $\varphi(x) = x^2 + x + 1$; $\varphi(0) = 0 + 0 + 1 = 1$; $\varphi(1) = 1 + 1 + 1 = 3$; $\varphi(2) = 4 + 2 + 1 = 7$; $\varphi(3) = 9 + 3 + 1 = 13$; $\Rightarrow \varphi(0) + \varphi(1) + \varphi(2) + \varphi(3) = 1 + 3 + 7 + 13 = 24$.

5. $f(x) = -5x + 6$: а) $f(x) = 17$; $-5x + 6 = 17$; $-5x = 11$; $x = -\frac{11}{5} = -2,2$; б) $f(x) = -3$; $-5x + 6 = -3$; $-5x = -9$; $x = 1,8$; в) $f(x) = 0$; $-5x + 6 = 0$; $5x = 6$; $x = 1,2$.

6. $g(x) = 0$: а) $g(x) = x(x+4)$; $x(x+4) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 + 4 = 0$; $x_2 = -4$; б) $g(x) = \frac{x+1}{5-x}$; $\frac{x+1}{5-x} = 0$; $\Rightarrow x \neq 5$ и $x+1 = 0$; $x = -1$.

7. $\varphi(x) = \frac{4}{6+x}$: а) $\frac{4}{6+x} = 1$; $4 = 6 + x$; $x = -2$; б) $\frac{4}{6+x} = -0,5$; $4 = -3 - 0,5x$; $0,5x = -7$; $x = -14$; в) $\frac{4}{6+x} = 0$; $4 = 0$; нет, такого значения x не существует.

8. $f(x) = 0,5x - 4$: а) $0,5x - 4 = -5$; $0,5x = -1$; $x = -2$; б) $0,5x - 4 = 0$; $0,5x = 4$; $x = 8$; в) $0,5x - 4 = 2,5$; $0,5x = 6,5$; $x = 13$.

9. а) x — любое число; б) x — любое число; в) $x \neq 5$; г) $x \neq 4$ и $x \neq -1$; д) $x^2 + 1 > 0$; $\Rightarrow x$ — любое число; е) $x - 5 \geq 0$; $x \geq 5$.

10. а) $y = 5x - 22$; б) $y = \frac{5}{x-7}$.

11. а) x — любое число; б) $x \neq -1$; в) $9 + x \geq 0$;
 $\Rightarrow x \geq -9$.

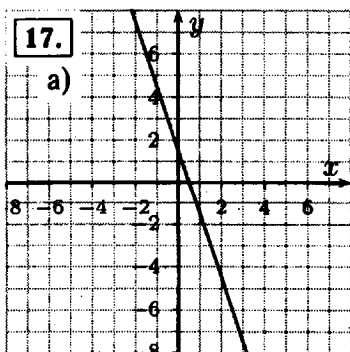
12. $h = \sin 30^\circ \cdot 0,75t$; $h = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot t$; $h = \frac{3}{8}t$; а) 2,25 мин
 $= 135$ сек. $h = \frac{3}{8}t = \frac{3}{8} \cdot 135 = 50,625$ м; б) $60 = \frac{3}{8}t$;
 $t = 60 \cdot \frac{8}{3} = 160$ с.

13. а) $s = \frac{600^2}{10} = \frac{360000}{10} = 36000$ м = 36 км; б) $24000 =$
 $= \frac{v_0^2}{10}$; $v_0^2 = 240000$; $v_0 \approx 490$ м/с.

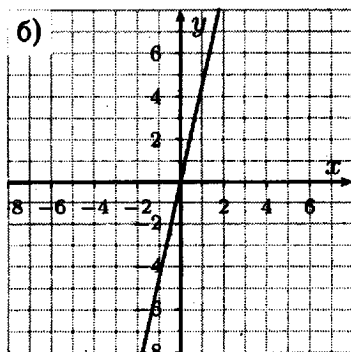
14. а) $y = x^2 + \sqrt{|x| - 1}$; $|x| - 1 \geq 0$; $|x| \geq 1$; $\Rightarrow x \in$
 $\in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; б) $y = \sqrt{|2-x| - 3x}$; $|2-x| - 3x \geq$
 ≥ 0 ; $|2-x| \geq 3x$; при $x > 2$; $x-2 \geq 3x$; $2x \leq -2$; $x \leq -1$;
 не подходит, при $x \leq 2$; $2-x \geq 3x$; $4x \leq 2$; $x \leq 0,5$;
 $\Rightarrow x \in (-\infty; 0,5]$.

15. а) $g(-4) = -3$; $g(-1) = -2$; $g(1) = 3$; $g(5) = 3$;
 б) $g(1,5) = g(4,5) = 4$; $g(-3) = -4$; $g(-6) = g(0) =$
 $= 0$; в) наибольшее значение функции 6, наименьшее
 значение функции -4 ; г) область значений функции
 $[-4; 6]$.

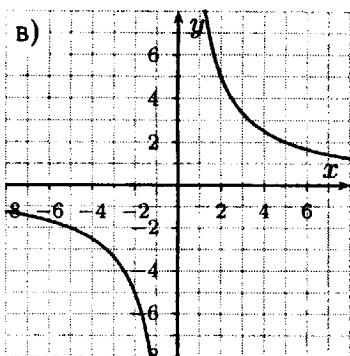
16. а) Атмосферно давление 5 марта было 750 мм рт.
 ст. 9 марта 752 мм рт. ст.; б) Атмосферное давление
 было наибольшим 4 марта.



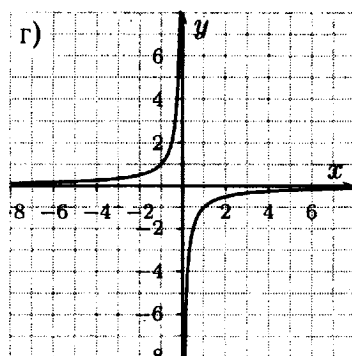
$D(f) = (-\infty; +\infty)$, $E(f) =$
 $= (-\infty; +\infty)$



$D(f) = (-\infty; +\infty)$, $E(f) =$
 $= (-\infty; +\infty)$



$$D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty), E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$$



$$D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty), E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$$

18. а) $f(x) = 2x - 1$ — график линейной функции, $1 \leq x \leq 4$; $f(1) = 2 - 1 = 1$; $f(4) = 8 - 1 = 7$; область определения $[1; 7]$; б) $g(x) = -3x + 8$ — график линейной функции, $-2 \leq x \leq 5$; $g(-2) = 6 + 8 = 14$; $g(5) = -15 + 8 = -7$; область определения $[-7; 14]$.

19. $y = x^2$; область определения и область значения $(-\infty; +\infty)$. $y = x^3$; область определения и область значения $(-\infty; +\infty)$. $y = \sqrt{x}$; область определения и область значения $(0; +\infty)$.

20. $y = \frac{x^2}{x^2+1}$; $x^2 + 1 \geq 1$; \Rightarrow область определения $(-\infty; +\infty)$. Так как $x^2 < x^2 + 1$; $\Rightarrow y < 1$; \Rightarrow область значений $[0; 1)$.

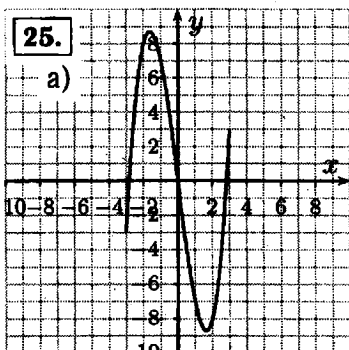
21. $P = 2x + 20$; где P периметр треугольника. $2x + 20 \leq 100$; $2x \leq 80$; $x \leq 40$; из неравенства треугольника следует, что $x > \frac{20}{2}$; $x > 10$; область определения $(10; 40]$; область значений $(40; 100]$.

22. $y = 2x - 1$.

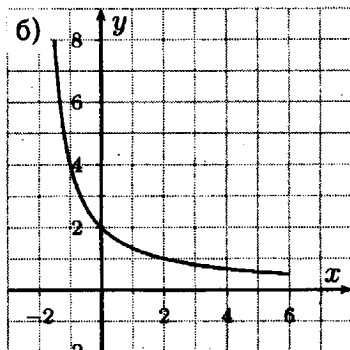
23. 1) $y = \frac{x}{x}$; 2) $y = -\frac{x}{x}$; 3) $y = \frac{x}{2}$; 4) $y = 2 - \frac{x}{2}$.

24. а) $|x| = 3,5$; при $x = 3,5$ и $x = -3,5$; б) $|x| < 2$; при $-2 < x < 2$; в) $|x| \geq 4$; при $\begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -4 \end{cases}$.

Наименьшее значение функции $y = 0$ при $x = 0$; наибольшего значения не существует, область значения $[0; +\infty)$.



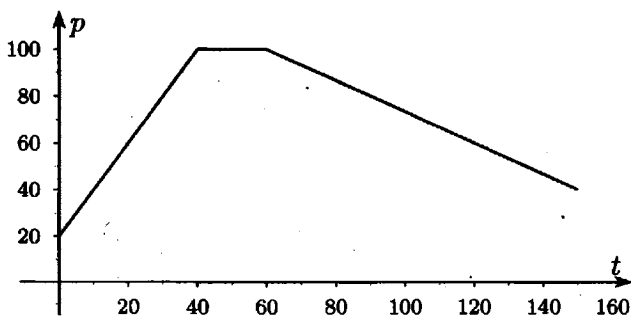
$$E(f) = (-8; 8), x \in [3; 3]$$



$$E(f) = (0.5; 8), x \in [-1.5; 6]$$

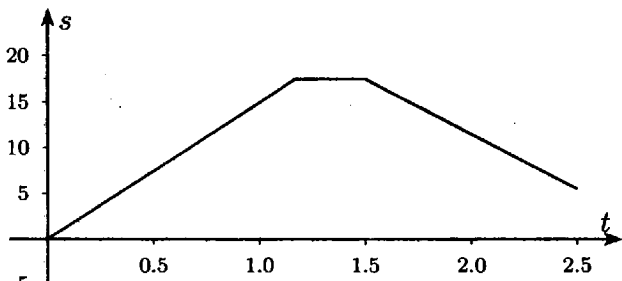
26. В течении первых двух дней вода поднялась на 1,5 дм, в течении следующих дней вода поднялась на 4 дм, затем уровень воды в реке вырос на $\frac{3}{4}$ дм в течение двух дней. Оставшееся время вода убывала до отметки 4 дм от нулевой отметки.

27.



$$p(20) = 2 \cdot 20 + 20 = 60; p(40) = 2 \cdot 40 + 20 = 100; p(50) = 100; p(60) = 100; p(90) = -2 \cdot 30 + 140 = 80.$$

На промежутке $[0; 40]$ вода нагревается, на промежутке $[40; 60]$ вода кипит, на промежутке $[60; 150]$ вода остывает.

28.

$$s(0) = 0; s(1) = 15; s(1,4) = 17,5; s(2) = -24 + 35,5 = 11,5.$$

Велосипедист 1 ч 10 мин ехал в одну сторону, затем 20 мин стоял, а потом 1 час ехал в обратном направлении.

29. а) $-0,5(3x - 4) + 15x = 4(1,5x + 1) + 3; -1,5x + 2 + 15x = 6x + 4 + 3; 7,5x = 5; x = \frac{5}{7,5}; x = \frac{2}{3};$

б) $(2x - 3)(2x + 3) - x^2 = 12x - 69 + 3x^2; 4x^2 - 9 - x^2 - 3x^2 = 12x - 69; 12x = 60; x = 5.$

30. а) $6x^2 - 3x = 0; 3x(2x - 1) = 0; x_1 = 0; x_2 = \frac{1}{2};$

б) $x^2 + 9x = 0; x(x + 9) = 0; x_1 = 0; x_2 = -9;$

в) $x^2 + 9x = 0; x(x + 9) = 0; x_1 = 0; x_2 = -9;$

г) $5x^2 + 1 = 0; 5x^2 = -1; \text{нет корней};$

д) $0,5x^2 - 1 = 0; 0,5x^2 = 1; x^2 = 2; x = \pm\sqrt{2};$

е) $0,6x + 9x^2 = 0; 3x(0,2 + 3x) = 0; x_1 = 0; \text{или } 0,2 + 3x = 0; 3x = -0,2; x = -\frac{1}{15}.$

31. а) $x^2 + 7x + 12 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 12 = 49 - 48 = 1; x = \frac{-7 \pm 1}{2}; x_1 = -4; x_2 = -3;$

б) $x^2 - 2x - 35 = 0; D_1 = 1 + 35 = 36; x = 1 \pm 6; x_1 = 7; x_2 = -5;$

в) $2x^2 - 5x - 3 = 0; D = 5^2 + 3 \cdot 2 \cdot 4 = 25 + 24 = 49; x = \frac{5 \pm 7}{4}; x_1 = 3; x_2 = -\frac{1}{2};$

г) $3x^2 - 8x + 5 = 0; D_1 = 16 - 15 = 1; x = \frac{4 \pm 1}{3}; x_1 = 1; x_2 = 1\frac{2}{3}.$

2. Свойства функции

32. а) $[0; 6]$; б) $[14; 16]$; в) $[6; 14]$.

33. На промежутке от 0 до 13 мин вода нагревалась от 20°C до 100°C . затем остывала до 70°C на промежутке от 13 до 28 мин. Время наблюдения — 28 мин. Наибольшее значение температуры равно 100°C .

34. На промежутке времени $[0; 4]$ лед нагревался, $(4; 10)$ — лед таял и превращается в воду, на промежутке времени $[10; 16]$ вода нагревается.

35. а) $f(x) = 0$; при $x = \{-5; -3; 1; 4\}$;

б) Функция принимает значение одного и того же знака на промежутках $[-7; -5]$; $(-3; 1)$; $(4; 5]$ положительные, и $(-5; -3)$; $(1; 4)$ отрицательные;

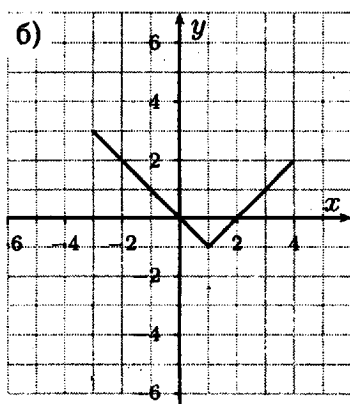
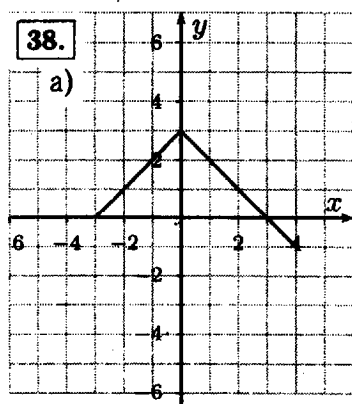
в) Функция возрастает на промежутках $(-4; -1)$; $(2; 5)$; убывает $[-7; -4]$; $(-1; 2)$.

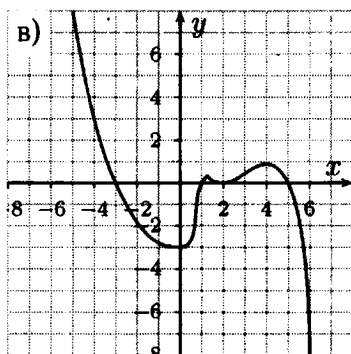
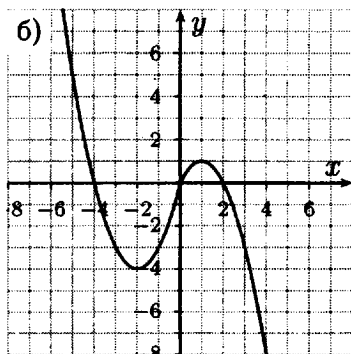
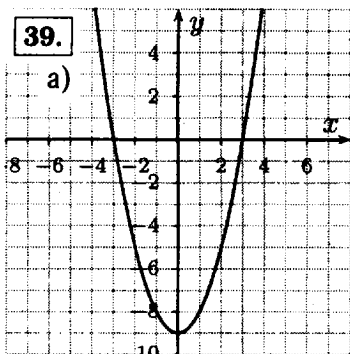
36. Область определения $[-5; 5]$; область значений $[-5; 5]$; возрастает при $x \in [-5; 0)$; $(2; 5]$; убывает при $x \in (0; 2)$, отрицательна при $x \in [-5; -3]$; положительна при $x \in (-3; 5]$.

37. Функция имеет четыре нуля, $g(x) = 0$ при $x = \{-8; -3; 4; 8\}$.

а) $[-10; -8)$; $(-3; 4)$; $(8; 10)$;

б) $(-5; 0)$; $(6; 10)$;





40. а) $-0,8x + 12 = 0$; $0,8x = 12$; $x = 15$;

б) $(3x - 10)(x + 6) = 0$; $\begin{cases} 3x - 10 = 0 \\ x + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 10 \\ x = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3\frac{1}{3} \\ x = -6 \end{cases}$

в) $0 = \frac{4+2x}{x^2+5}$; $4 + 2x = 0$; $x = -2$;

г) $\frac{6}{(x-1)(x+8)} = 0$; не при каких x функция не равна 0.

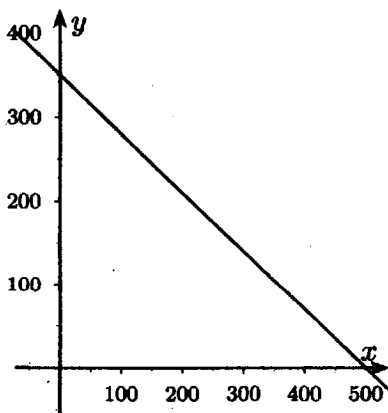
41. а) $2,1x - 70 = 0$; $2,1x = 70$; функция имеет один ноль; б) $4x(x - 2) = 0$; функция имеет два нуля; в) $\frac{6-x}{x} = 0$; $6 - x = 0$; функция имеет один ноль.

$$\boxed{42.} \text{ а) } y = \frac{x - \sqrt{x+6}}{x+5}; \begin{cases} x+6 \geq 0 \\ x+5 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -6 \\ x \neq -5 \end{cases} \Rightarrow x \in$$

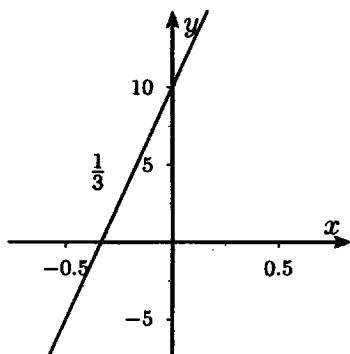
$\in [-6; -5) \cup (-5; +\infty)$; нули функции $x - \sqrt{x+6} = 0$;
 $x = \sqrt{x+6}$; $\Rightarrow x > 0$; $x^2 = x+6$; $x^2 - x - 6 = 0$; $D =$
 $= 1 + 24 = 25$; $x = \frac{1 \pm 5}{2}$; $x_1 = 3$; $x_2 = -2$; не подходит,
 $\Rightarrow y = 0$; при $x = 3$;

б) $y = \frac{4x^2 + 25x}{2x - \sqrt{10 - 6x}}$; область определения $10 - 6x \geq 0$; $6x \leq$
 ≤ 10 ; $x \leq 1\frac{2}{3}$; и $2x - \sqrt{10 - 6x} \neq 0$; $\Rightarrow 2x \neq \sqrt{10 - 6x}$;
 $\Rightarrow 4x^2 \neq 10 - 6x$; $2x^2 + 3x - 5 = 0$; $D = 9 + 4 \cdot 2 \times$
 $\times 5 = 9 + 40 = 49$; $x = \frac{-3 \pm 7}{4}$; $x_1 = 1$; $x_2 = -2,5$; но
 при $x = -2,5$ $2x = -5$; а $\sqrt{10 - 6x} = 5$; \Rightarrow область
 определения $x \in (-\infty; 1) \cup (1; 1\frac{2}{3}]$. Нули функции $4x^2 +$
 $+ 25x = 0$; $x(4x + 25) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 0$; или $4x_2 = -25$;
 $x_2 = -6,25$.

$\boxed{43.}$ а) 1) $-0,7x + 350 = 0$; $0,7x = 350$; $x = 500$; 2)
 $-0,7x + 350 > 0$; $0,7x < 350$; $x < 500$; 3) $-0,7x + 350 < 0$;
 $0,7x > 350$; $x > 500$;



б) 1) $30x + 10 = 0$; $30x = -10$; $x = -\frac{1}{3}$; 2) $30x + 10 > 0$;
 $30x > -10$; $x > -\frac{1}{3}$; 3) $30x + 10 < 0$; $30x < -10$; $x < -\frac{1}{3}$.



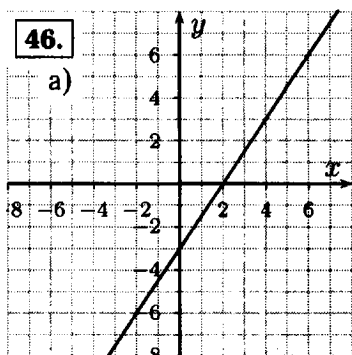
44. а) $y = 8x - 5$; $y = x + 1$;

б) $y = -3x + 11$; $y = -49x - 100$; $y = 1 - x$.

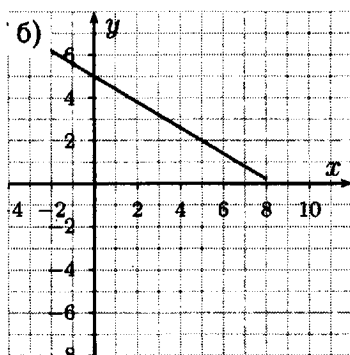
45. а) При $a - 2 > 0$; $\Rightarrow a > 2$;

б) При $a - 2 < 0$; $\Rightarrow a < 2$;

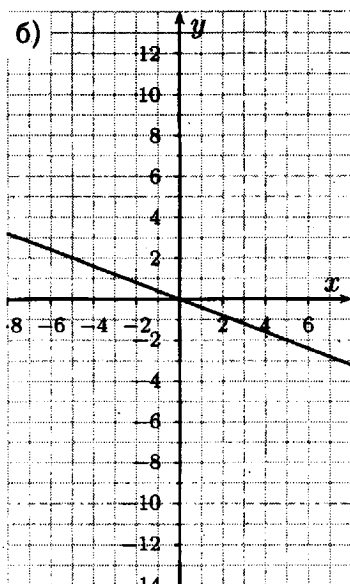
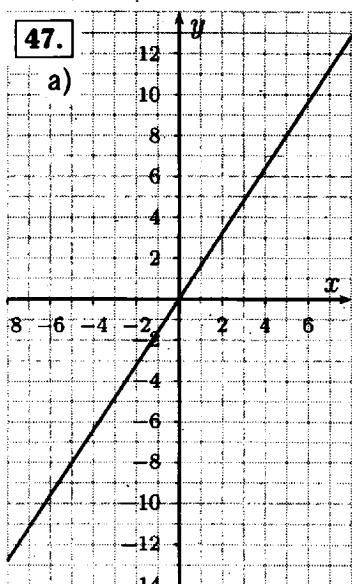
в) При $a - 2 = 0$; $\Rightarrow a = 2$.



а) Линейная, возрастающая, нули функции $x = 2$; принимает положительные значения при $x > 2$; отрицательные при $x < 2$;



б) Линейная, убывающая, нули функции $-0,6x + 5 = 0$; $0,6x = 5$; $x = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$; принимает положительные значения при $x < 8\frac{1}{3}$; отрицательные при $x > 8\frac{1}{3}$.



При $k > 0$; функция возрастает. При $k < 0$ функция убывает.

48. а) $f(x) = 0$; $13x - 78 = 0$; $13x = 78$; $x = 6$;

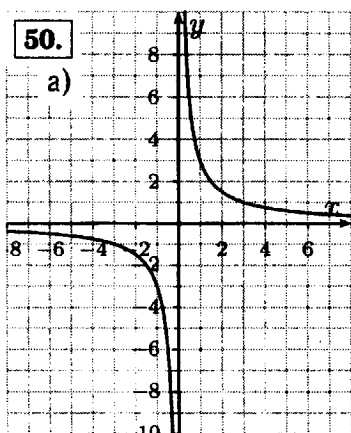
б) $f(x) > 0$; $13x - 78 > 0$; $13x > 78$; $x > 6$;

в) $f(x) < 0$; $13x - 78 < 0$; $13x < 78$; $x < 6$; функция является возрастающей.

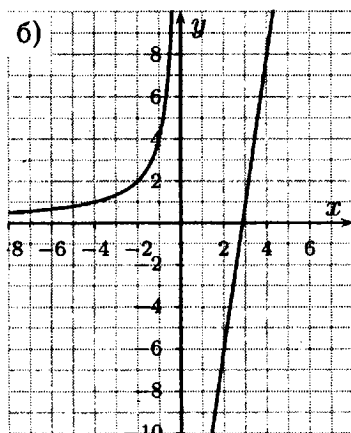
49. $y = x^2$; область определения $(-\infty; +\infty)$; область значений $[0; +\infty)$; $y = 0$ при $x = 0$; $y > 0$ при $x \neq 0$; функция возрастает при $x > 0$; убывает при $x < 0$;

$y = x^3$; область определения $(-\infty; +\infty)$; область значений $(-\infty; +\infty)$; $y = 0$ при $x = 0$; $y > 0$ при $x > 0$; $y < 0$ при $x < 0$; функция возрастает.

$y = |x|$; область определения $(-\infty; +\infty)$; область значений $[0; +\infty)$; $y = 0$ при $x = 0$; $y > 0$ при $x \neq 0$; функция возрастает при $x > 0$; убывает при $x < 0$.



нулей функции нет, $y > 0$ при $x > 0$; $y < 0$ при $x < 0$; функция убывает при $x \neq 0$;



нулей функции нет, $y > 0$ при $x < 0$; $y < 0$ при $x > 0$; функция возрастает при $x \neq 0$.

51. а) $y = 5x + \sqrt{x}$; $y = 5x$ возрастает; $y = \sqrt{x}$ возрастает; $\Rightarrow y = 5x + \sqrt{x}$ возрастает;

б) $y = -x + \sqrt{-x}$; $y = -x$ убывает, $y = \sqrt{-x}$; убывает $\Rightarrow y = -x + \sqrt{-x}$ убывает;

в) $y = x^2 + \sqrt{x}$; область допустимых значений $x \geq 0$; при $x \geq 0$; $y = x^2$ возрастает и $y = \sqrt{x}$ возрастает $\Rightarrow y = x^2 + \sqrt{x}$ возрастает.

52. а) $0,6x^2 - 3,6x = 0$; $x(x - 6) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 6$; б) $x^2 - 5 = 0$; $x^2 = 5$; $x = \pm\sqrt{5}$; в) $2x^2 + 17x = 0$; $x(2x + 17) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $2x_2 = -17$; $x_2 = -8,5$; г) $0,5x^2 + 9 = 0$; $x^2 = -18$ — нет корней.

53. а) $g(2) = \frac{1}{2^2+5} = \frac{1}{4+5} = \frac{1}{9}$; $g(-2) = \frac{1}{(-2)^2+5} = \frac{1}{9}$; $\Rightarrow g(2) = g(-2)$; б) $g(2) = \frac{2}{2^2+5} = \frac{2}{4+5} = \frac{2}{9}$; $g(-2) = \frac{-2}{(-2)^2+5} = -\frac{2}{9}$; $g(2) > g(-2)$; в) $g(2) = \frac{-2}{2^2+5} = -\frac{2}{9}$; $g(-2) = \frac{2}{(-2)^2+5} = \frac{2}{9}$; $\Rightarrow g(2) < g(-2)$.

54. а) $4x - x^3 = x(4 - x^2) = x(2 - x)(2 + x)$; б) $a^4 - 169a^2 = a^2(a^2 - 169) = a^2(a - 13)(a + 13)$; в) $c^3 - 8c^2 + 16c = c(c^2 - 8c + 16) = c(c - 4)^2$.

§ 2. Квадратный трехчлен

3. Квадратный трехчлен и его корни

55. $x = \{-2; 2; 3\}$.

56. а) $x^2 - 7x = 0$; $x(x - 7) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 7$; б) $2x - 5 = 0$; $2x = 5$; $x = 2,5$; в) $y^3 - 4y = 0$; $y(y^2 - 4) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $y^2 - 4 = 0$; $y^2 = 4$; $\Rightarrow y_1 = 0$; $y_2 = -2$; $y_3 = 2$; г) $y^4 - 16 = 0$; $y^4 = 16$; $y = \pm 2$.

57. а) нет; б) да; в) нет; г) нет.

58. $x^2 - 6x + 7 = 0$; $D_1 = 3^2 - 7 = 9 - 7 = 2$; $x = 3 \pm \sqrt{2}$; \Rightarrow корнем уравнения является $3 - \sqrt{2}$.

59. а) $x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1 + 6 \cdot 4 = 25$; $x = \frac{-1 \pm 5}{2}$; $x_1 = 2$; $x_2 = -3$;

б) $9x^2 - 9x + 2 = 0$; $D = 9^2 - 9 \cdot 2 \cdot 4 = 81 - 72 = 9$; $x = \frac{9 \pm 3}{18}$;

$x_1 = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$;

в) $0,2x^2 + 3x - 20 = 0$; $x^2 + 15x - 100 = 0$; $D = 15^2 + 400 = 225 + 400 = 625$; $x = \frac{-15 \pm 25}{2}$; $x_1 = -20$; $x_2 = 5$;

г) $-2x^2 - x - 0,125 = 0$; $16x^2 + 8x + 1 = 0$; $D_1 = 4^2 - 16 = 0$; $x = -\frac{4}{16} = -\frac{1}{4}$;

д) $0,1x^2 + 0,4 = 0$; $x^2 = -4$; нет решений;

е) $-0,3x^2 + 1,5x = 0$; $x(x - 5) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 5$.

60. а) $10x^2 + 5x - 5 = 0$; $2x^2 + x - 1 = 0$; $D = 1 + 8 = 9$; $x = \frac{-1 \pm 3}{4}$; $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{1}{2}$;

б) $-2x^2 + 12x - 18 = 0$; $x^2 - 6x + 9 = 0$; $D_1 = 3^2 - 9 = 0$; $x = 3$;

в) $x^2 - 2x - 4 = 0$; $D_1 = 1 + 4 = 5$; $x = 1 \pm \sqrt{5}$; $x_1 = 1 + \sqrt{5}$; $x_2 = 1 - \sqrt{5}$;

г) $12x^2 - 12 = 0$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$.

61. а) $5x^2 - 8x + 3 = 0$; $D_1 = 4^2 - 5 \cdot 3 = 16 - 15 = 1 >$

> 0 ; уравнение имеет два корня; б) $9x^2 + 6x + 1 = 0$; $D_1 = 3^2 - 9 = 0$; уравнение имеет один корень; в) $-7x^2 +$

$+6x - 2 = 0$; $D_1 = 3^2 - 7 \cdot 2 = 9 - 14 = -5 < 0$; уравнение не имеет корней; г) $-x^2 + 5x - 3 = 0$; $D = 25 - 4 \cdot 3 =$

$= 25 - 12 = 13 > 0$; уравнение имеет два корня. **62.** а) $-4x^2 - 4x + 3 = 0$; $D_1 = 2^2 + 4 \cdot 3 = 4 + 12 = 16 >$

> 0 ; уравнение имеет два корня; б) $4x^2 - 4x + 3 = 0$;

$D_1 = 2^2 - 3 \cdot 4 = 4 - 12 = -8 < 0$; уравнение не имеет корней; в) $9x^2 - 12x + 4 = 0$; $D_1 = 6^2 - 4 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$; уравнение имеет один корень; г) $9x^2 - 12x - 4 = 0$; $D_1 = 6^2 + 4 \cdot 9 = 36 + 36 = 72 > 0$; уравнение имеет два корня.

$$\boxed{63.} \quad ax^2 + bx + c = 0; \quad \begin{cases} a + b + c = 0 \\ c = 4b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 4b \\ a + b + 4b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 4b \\ a = -5b \end{cases}; \quad -5bx^2 + bx + 4b = 0;$$

$$5x^2 - x - 4 = 0; \quad D = 1 + 5 \cdot 4 \cdot 4 = 81; \quad x = \frac{1 \pm 9}{10}; \quad x_1 = 1; \quad x_2 = -0,8.$$

$$\boxed{64.} \quad \text{а) } x^2 - 6x - 2 = (x^2 - 6x + 9) - 11 = (x - 3)^2 - 11;$$

$$\text{б) } x^2 + 5x + 20 = x^2 + 5x + 2,5^2 - 2,5^2 + 20 = (x + 2,5)^2 + 13,75;$$

$$\text{в) } 2x^2 - 4x + 10 = 2(x^2 - 2x + 5) = 2(x^2 - 2x + 1 + 4) =$$

$$= 2(x - 1)^2 + 8; \quad \text{г) } \frac{1}{2}x^2 + x - 6 = \frac{1}{2}(x^2 + 2x - 12) =$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1 - 13) = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - 6,5.$$

$$\boxed{65.} \quad \text{а) } x^2 - 10x + 10 = x^2 - 10x + 25 - 25 + 10 =$$

$$= (x^2 - 10x + 25) - 15 = (x - 5)^2 - 15; \quad \text{б) } x^2 + 3x - 1 =$$

$$= x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 1 =$$

$$= \left(x + 1,5\right)^2 - 3,25; \quad \text{в) } 3x^2 + 6x - 3 = 3(x^2 + 2x - 1) =$$

$$= 3(x^2 + 2x + 1 - 1 - 1) = 3(x^2 + 2x + 1) - 6 =$$

$$= 3(x + 1)^2 - 6; \quad \text{г) } \frac{1}{4}x^2 - x + 2 = \frac{1}{4}(x^2 - 4x + 8) =$$

$$= \frac{1}{4}(x^2 - 4x + 4 + 4) = \frac{1}{4}(x - 2)^2 + 1.$$

$$\boxed{66.} \quad \text{а) } x^2 - 6x + 10 = (x^2 - 6x + 9) + 1 = (x - 3)^2 + 1 >$$

$$> 0; \quad \text{б) } 5x^2 - 10x + 5 = 5(x^2 - 2x + 1) = 5(x - 1)^2 \geq 0;$$

$$\text{в) } -x^2 + 20x - 100 = -(x^2 - 20x + 100) = -(x - 10)^2 \leq$$

$$\leq 0; \quad \text{г) } -2x^2 + 16x - 33 = -(2x^2 - 16x + 33) =$$

$$= -2(x^2 - 8x + 16) - 1 = -2(x - 4)^2 - 1 =$$

$$= -(2(x - 4)^2 + 1) < 0.$$

$$\boxed{67.} \quad x^2 - 6x + 11 = (x^2 - 6x + 9) + 2 = (x - 3)^2 + 2 > 0;$$

$$-x^2 + 6x - 11 = -(x^2 - 6x + 11) = -(x - 3)^2 - 2 < 0.$$

68. $2x^2 - 4x + 6 = 2(x^2 - 2x + 3) = 2(x^2 - 2x + 1 + 2) = 2(x - 1)^2 + 4$; минимальное значение 4 так как $2(x - 1)^2 \geq 0$; $2(x - 1)^2 = 0$; $x = 1$.

69. $\frac{1}{3}x^2 + 2x + 4 = \frac{1}{3}(x^2 + 6x + 12) = \frac{1}{3}(x^2 + 6x + 9) + 1 = \frac{1}{3}(x + 3)^2 + 1$; минимальное значение 1 так как $\frac{1}{3}(x + 3)^2 \geq 0$; $\frac{1}{3}(x + 3)^2 = 0$; $\Rightarrow x = -3$.

70. Пусть длинна одного катета x см, тогда длинна второго катета $6 - x$ см. Тогда площадь треугольника равна $S = \frac{1}{2}x(6 - x) = 3x - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9 - 9) = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + \frac{9}{2}$; наибольшее значение при $(x - 3)^2 = 0$; $x = 3$; $\Rightarrow 6 - x = 3$; значит треугольник равнобедренный.

71. $-5t^2 + 50t + 20 = -5(t^2 - 10t - 4) = -5(t^2 - 10t + 25 - 25 - 4) = -5(t - 5)^2 + 5 \cdot 29$; так как $(t - 5)^2 \geq 0$; максимальное значение при $(t - 5)^2 = 0$; $t = 5$; $h(5) = 5 \cdot 29 = 145$ м.

72. а) $f(x) = 0$; $\Rightarrow \frac{0,5x-1}{6} = 0$; $0,5x - 1 = 0$; $0,5x = 1$; $x = 2$; б) $f(x) > 0$; $\Rightarrow \frac{0,5x-1}{6} > 0$; $x > 2$; в) $f(x) < 0$; $\Rightarrow \frac{0,5x-1}{6} < 0$; $x < 2$.

73. а) $l(0) = 60$ м, $l(25) = 60(1 + 0,000012 \cdot 25) = 60 \times 1,0003 = 60,018$ м. $l(25) - l(0) = 60 - 60,018 = 0,018$ м = 18 мм; б) $l(25) = 60(1 + 0,000012 \cdot 25) = 60 \cdot 1,0003 = 60,018$ м. $l(50) = 60(1 + 0,000012 \cdot 50) = 60 \cdot 1,0006 = 60,036$; $l(50) - l(25) = 60,036 - 60,018 = 0,018$ м = 18 мм.

74. а) $3(x + 4)^2 = 10x + 32$; $3(x^2 + 8x + 16) = 10x + 32$; $3x^2 + 24x + 48 = 10x + 32$; $3x^2 + 14x + 16 = 0$; $D_1 = 7^2 - 16 \cdot 3 = 49 - 48 = 1$; $x = \frac{-7 \pm 1}{3}$; $x_1 = -2$; $x_2 = -\frac{2}{3}$; б) $31x + 77 = 15(x + 1)^2$; $31x + 77 = 15(x^2 + 2x + 1)$; $31x + 77 = 15x^2 + 30x + 15$; $15x^2 - x - 62 = 0$; $D = 1 + 4 \times 15 \cdot 62 = 3721$; $x = \frac{1 \pm 61}{30}$; $x_1 = -2$; $x_2 = 2\frac{1}{15}$.

75. а) $ab + 3b - 5a - 15 = b(a + 3) - 5(a + 3) = (b - 5)(a + 3)$; б) $2xy - y + 8x - 4 = y(2x - 1) + 4(2x - 1) = (y + 4)(2x - 1)$.

4. Разложение квадратичного трехчлена на множители

76. а) $3x^2 - 24x + 21 = 0$; $3(x^2 - 8x + 7) = 0$; $D_1 = 4^2 - 7 = 16 - 7 = 9$; $x = 4 \pm 3$; $x_1 = 7$; $x_2 = 1$;
 $\Rightarrow 3x^2 - 24x + 21 = 3(x - 7)(x - 1)$;

б) $5x^2 + 10x - 15 = 5(x^2 + 2x - 3) = 0$; $D_1 = 1 + 3 = 4$;
 $x = -1 \pm 2$; $x_1 = -3$; $x_2 = 1$; $\Rightarrow 5x^2 + 10x - 15 = 5(x + 3)(x - 1)$;

в) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}(x^2 + 3x + 2)$; $D = 9 - 8 = 1$; $x = \frac{-3 \pm 1}{2}$;
 $x_1 = -2$; $x_2 = -1$; $\Rightarrow \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}(x + 2)(x + 1)$;

г) $x^2 - 12x + 20$; $D_1 = 6^2 - 20 = 36 - 20 = 16$; $x = 6 \pm 4$;
 $x_1 = 2$; $x_2 = 10$; $\Rightarrow x^2 - 12x + 20 = (x - 2)(x - 10)$;

д) $-y^2 + 16y - 15 = -(y^2 - 16y + 15)$; $D_1 = 8^2 - 15 = 64 - 15 = 49$;
 $y = 8 \pm 7$; $y_1 = 1$; $y_2 = 15$; $\Rightarrow -y^2 + 16y - 15 = -(y - 1)(y - 15)$;

е) $-x^2 - 8x + 9 = -(x^2 + 8x - 9)$; $D_1 = 4^2 + 9 = 16 + 9 = 25$;
 $x = -4 \pm 5$; $x_1 = 1$; $x_2 = -9$; $\Rightarrow -x^2 - 8x + 9 = -(x - 1)(x + 9)$;

ж) $2x^2 - 5x + 3$; $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1$; $x = \frac{5 \pm 1}{4}$;
 $x_1 = 1$; $x_2 = 1\frac{1}{2}$; $\Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 2(x - 1)(x - 1\frac{1}{2}) = (x - 1)(2x - 3)$;

з) $5y^2 + 2y - 3$; $D_1 = 1 + 3 \cdot 5 = 16$; $y = \frac{-1 \pm 4}{5}$; $y_1 = -1$;
 $y_2 = \frac{3}{5}$; $\Rightarrow 5y^2 + 2y - 3 = 5(y + 1)(y - \frac{3}{5}) = (y + 1)(5y - 3)$;

и) $-2x^2 + 5x + 7 = -(2x^2 - 5x - 7)$; $D = 5^2 + 4 \cdot 2 \cdot 7 = 25 + 56 = 81$;
 $x = \frac{5 \pm 9}{4}$; $x_1 = \frac{7}{2}$; $x_2 = -1$; $\Rightarrow -2x^2 + 5x + 7 = -2(x + 1)(x - \frac{7}{2}) = (x + 1)(7 - 2x)$.

77. а) $2x^2 - 2x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x^2 - x + \frac{1}{4}) = \frac{1}{2}(x - \frac{1}{2})^2$;

б) $-9x^2 + 12x - 4 = -(9x^2 - 12x + 4) = -(3x - 2)^2$;

в) $16a^2 + 24a + 9 = (4a + 3)^2$; г) $0,25m^2 - 2m + 4 = (0,5m - 2)^2$.

78. а) $2x^2 + 12x - 14 = 2(x^2 + 6x - 7)$; $D_1 = 3^2 + 7 = 9 + 7 = 16$;
 $x = -3 \pm 4$; $x_1 = 1$; $x_2 = -7$; $\Rightarrow 2x^2 + 12x - 14 = 2(x - 1)(x + 7)$;
 б) $-m^2 + 5m - 6 = -(m^2 - 5m + 6)$;
 $D = 5^2 - 4 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$; $m = \frac{5 \pm 1}{2}$; $m_1 = 3$; $m_2 = 2$;
 $\Rightarrow -m^2 + 5m - 6 = -(m - 3)(m - 2) = (3 - m)(m - 2)$;

в) $3x^2 + 5x - 2$; $D = 5^2 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 + 24 = 49$; $x = \frac{-5 \pm 7}{6}$;
 $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{1}{3}$; $\Rightarrow 3x^2 + 5x - 2 = 3(x+2)(x - \frac{1}{3}) =$
 $= (x+2)(3x-1)$; г) $6x^2 - 13x + 6$; $D = 13^2 - 4 \cdot 6 \cdot 6 =$
 $= 169 - 144 = 25$; $x = \frac{13 \pm 5}{12}$; $x_1 = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$; $x_2 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$;
 $\Rightarrow 6x^2 - 13x + 6 = 6(x - \frac{3}{2})(x - \frac{2}{3}) = (2x-3)(3x-2)$.

79. а) $10x^2 + 19x - 2 = 10(x^2 + 1,9x - 0,2)$; $D = 1,9^2 +$
 $+ 4 \cdot 0,2 = 4,41$; $x = \frac{-1,9 \pm 2,1}{2}$; $x_1 = -2$; $x_2 = 0,2$; $\Rightarrow 10x^2 +$
 $+ 19x - 2 = 10(x-1)(x+2)$; б) $0,5(x-6)(x-5) =$
 $= 0,5(x^2 - 5x - 6x + 30) = 0,5x^2 - 5,5x + 15$.

80. а) $-3y^2 + 3y + 11$; $D = 3^2 + 4 \cdot 3 \cdot 11 = 9 + 132 = 141 > 0$;
 можно; б) $4b^2 - 9b + 7$; $D = 9^2 - 4 \cdot 4 \cdot 7 = 81 - 112 = -31 < 0$;
 нельзя;

в) $x^2 - 7x + 11$; $D = 7^2 - 4 \cdot 11 = 49 - 44 = 5 > 0$; можно;
 г) $3y^2 - 12y + 12$; $D_1 = 6^2 - 3 \cdot 12 = 36 - 36 = 0$; можно.

81. $ax^2 + bx + c$; $a = b = c \neq 0$; $\Rightarrow ax^2 + ax + a$;
 $D = a^2 - 4a^2 = -3a^2 < 0$; \Rightarrow разложить нельзя.

82. $nx^2 + 3nx + 2n = 0$; $D = 9n^2 - 8n^2 = n^2$; $x = \frac{-3n \pm n}{2n} =$
 $= \frac{-3 \pm 1}{2}$; $x_1 = -2$; $x_2 = -1$; $nx^2 + 3nx + 2n = n(x+2)(x+1)$.

83. а) $3x^2 + 2x - 1$; $D_1 = 1 + 3 = 4$; $x = \frac{-1 \pm 2}{3}$; $x_1 =$
 $= -1$; $x_2 = \frac{1}{3}$; $\Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 3(x+1)(x - \frac{1}{3}) =$
 $= (x+1)(3x-1)$; $\Rightarrow \frac{4x+4}{3x^2+2x-1} = \frac{4(x+1)}{(x+1)(3x-1)} = \frac{4}{3x-1}$;
 б) $2a^2 - 5a - 3$; $D = 5^2 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 + 24 = 49$; $a = \frac{5 \pm 7}{4}$;
 $a_1 = 3$; $a_2 = -\frac{1}{2}$; $\Rightarrow 2a^2 - 5a - 3 = 2(a-3)(a + \frac{1}{2}) =$
 $= (a-3)(2a+1)$; $\Rightarrow \frac{2a^2-5a-3}{3a-9} = \frac{(a-3)(2a+1)}{3(a-3)} = \frac{2a+1}{3}$;

в) $b^2 - b - 12$; $D = 1 + 4 \cdot 12 = 49$; $b = \frac{1 \pm 7}{2}$; $b_1 = 4$;
 $b_2 = -3$; $\Rightarrow b^2 - b - 12 = (b-4)(b+3)$; $\Rightarrow \frac{16-b^2}{b^2-b-12} =$
 $= \frac{(4-b)(4+b)}{(b-4)(b+3)} = -\frac{4+b}{b+3}$; г) $2y^2 + 7y + 3$; $D = 7^2 - 4 \cdot 2 \times$
 $\times 3 = 49 - 24 = 25$; $y = \frac{-7 \pm 5}{4}$; $y_1 = -3$; $y_2 = -\frac{1}{2}$;
 $\Rightarrow 2y^2 + 7y + 3 = 2(y+3)(y + \frac{1}{2}) = (y+3)(2y+1)$; \Rightarrow
 $\Rightarrow \frac{2y^2+7y+3}{y^2-9} = \frac{(y+3)(2y+1)}{(y-3)(y+3)} = \frac{2y+1}{y-3}$;

д) $\frac{p^2-11p+10}{20+8p-p^2} = \frac{p^2-11p+10}{-(p^2-8p-20)}$; $p^2 - 11p + 10$; $D = 11^2 -$
 $- 4 \cdot 10 = 121 - 40 = 81$; $p = \frac{11 \pm 9}{2}$; $p_1 = 10$; $p_2 = 1$;
 $\Rightarrow p^2 - 11p + 10 = (p-10)(p-1)$; $p^2 - 8p - 20$; $D_1 =$

$$\begin{aligned}
 &= 4^2 + 20 = 36; p = 4 \pm 6; p_1 = 10; p_2 = -2; \Rightarrow p^2 - \\
 &- 8p - 20 = (p - 10)(p + 2); \Rightarrow \frac{p^2 - 11p + 10}{20 + 8p - p^2} = \frac{p^2 - 11p + 10}{-(p^2 - 8p - 20)} = \\
 &= \frac{(p-10)(p-1)}{-(p-10)(p+2)} = \frac{1-p}{p+2}; \text{ e) } \frac{3x^2+16x-12}{10-13x-3x^2} = \frac{3x^2+16x-12}{-(3x^2+13x-10)}; 3x^2 + \\
 &+ 16x - 12; D_1 = 8^2 + 3 \cdot 12 = 64 + 36 = 100; x = \frac{-8 \pm 10}{2}; \\
 &x_1 = -6; x_2 = \frac{2}{3}; \Rightarrow 3x^2 + 16x - 10 = 3(x + 6)(x - \frac{2}{3}) = \\
 &= (x + 6)(3x - 2); 3x^2 + 13x - 10; D = 13^2 + 4 \cdot 3 \cdot 10 = \\
 &= 169 + 120 = 289; x = \frac{-13 \pm 17}{6}; x_1 = -5; x_2 = \frac{2}{3}; \Rightarrow \\
 &\Rightarrow 3x^2 + 13x - 10 = 3(x + 5)(x - \frac{2}{3}) = (x + 5)(3x - 2); \\
 &\Rightarrow \frac{3x^2+16x-12}{10-13x-3x^2} = \frac{3x^2+16x-12}{-(3x^2+13x-10)} = \frac{(x+6)(3x-2)}{-(x+5)(3x-2)} = -\frac{x+6}{x+5}.
 \end{aligned}$$

84. a) $\frac{x^2-11x+24}{x^2-64}; x^2 - 11x + 24; D = 11^2 - 4 \cdot 24 = 121 - 96 = 25; x = \frac{11 \pm 5}{2}; x_1 = 8; x_2 = 3; \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = (x - 8)(x - 3); \Rightarrow \frac{x^2-11x+24}{x^2-64} = \frac{(x-8)(x-3)}{(x-8)(x+8)} = \frac{x-3}{x+8};$

b) $\frac{2y^2+9y-5}{4y^2-1}; 2y^2 + 9y - 5; D = 9^2 + 4 \cdot 2 \cdot 5 = 81 + 40 = 121; y = \frac{-9 \pm 11}{4}; y_1 = -5; y_2 = \frac{1}{2}; \Rightarrow 2y^2 + 9y - 5 = 2(y + 5)(y - \frac{1}{2}) = (y + 5)(2y - 1); \Rightarrow \frac{2y^2+9y-5}{4y^2-1} = \frac{(y+5)(2y-1)}{(2y-1)(2y+1)} = \frac{y+5}{2y+1}.$

85. a) $\frac{36-x^2}{6-7x+x^2}; x^2 - 7x + 6; D = 49 - 4 \cdot 6 = 49 - 24 = 25; x = \frac{7 \pm 5}{2}; x_1 = 6; x_2 = 1; \Rightarrow x^2 - 7x + 6 = (x - 6)(x - 1); \Rightarrow \frac{36-x^2}{6-7x+x^2} = \frac{(6-x)(x+6)}{(x-6)(x-1)} = \frac{x+6}{1-x}.$

При $x = -9; \frac{x+6}{1-x} = \frac{-3}{10} = -0,3.$ При $x = -99; \frac{x+6}{1-x} = \frac{-93}{100} = -0,93.$ При $x = -999; \frac{x+6}{1-x} = \frac{-993}{1000} = -0,993;$

b) $\frac{4x^2+8x-32}{4x^2-16} = \frac{x^2+2x-8}{x^2-4}; x^2 + 2x - 8; D_1 = 1 + 8 = 9; x = -1 \pm 3; x_1 = -4; x_2 = 2; \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2); \Rightarrow \frac{4x^2+8x-32}{4x^2-16} = \frac{x^2+2x-8}{x^2-4} = \frac{(x+4)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+4}{x+2}.$

При $x = -1; \frac{x+4}{x+2} = 3.$ При $x = 5; \frac{x+4}{x+2} = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}.$ При $x = 10; \frac{x+4}{x+2} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}.$

86. $y = \frac{x^2-6x+8}{x-2}.$ ОДЗ: $x - 2 \neq 0; x \neq 2; x^2 - 6x + 8; D_1 = 9 - 8 = 1; x = 3 \pm 1; x_1 = 2; x_2 = 4; \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4); \Rightarrow y = \frac{x^2-6x+8}{x-2} = \frac{(x-2)(x-4)}{x-2} = x - 4; x \neq 2.$

Графики различаются тем что точка $x = 2$ выколота для $y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2}$.

87. а) $\frac{x^2 - 1}{2} - 11x = 11$; $x^2 - 1 - 22x = 22$; $x^2 - 22x - 23 = 0$; $D_1 = 11^2 + 23 = 144$; $x = 11 \pm 12$; $x_1 = 23$; $x_2 = -1$;

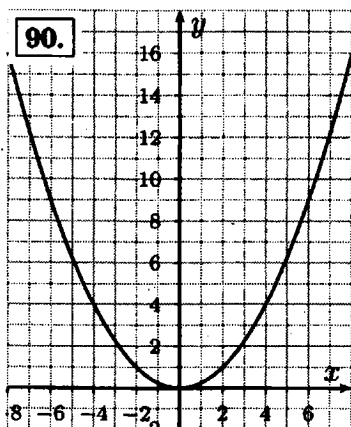
б) $\frac{x^2 + x}{2} = \frac{8x - 7}{3}$; $3x^2 + 3x = 16x - 14$; $3x^2 - 13x + 14 = 0$; $D = 13^2 - 3 \cdot 4 \cdot 14 = 169 - 168 = 1$; $x = \frac{13 \pm 1}{6}$; $x_1 = 2$; $x_2 = \frac{14}{6} = 2\frac{1}{3}$.

88. а) $4x^2 - 6x + 2xy - 3y = 2x(2x - 3) + y(2x - 3) = (2x + y)(2x - 3)$; б) $4a^3 + 2b^3 - 2a^2b - 4ab^2 = 4a(a^2 - b^2) - 2b(a^2 - b^2) = (4a - 2b)(a^2 - b^2) = 2(2a - b)(a + b)(a - b)$.

89. Найдем точку пересечения графиков. $0,8x + 2,1 = -0,9x + 3$; $1,7x = 0,9$; $x = \frac{9}{17}$; $y = f\left(\frac{9}{17}\right) = 0,8 \cdot \frac{9}{17} + 2,1 = \frac{8 \cdot 17 + 90 + 21 \cdot 17}{170} > 0$; \Rightarrow график расположен в первой координатной четверти.

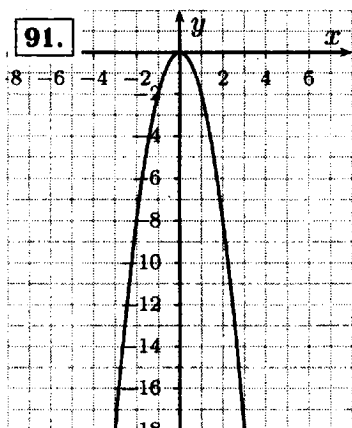
§ 3. Квадратичная функция и ее график

5. Функция $y = ax^2$, ее график и свойства

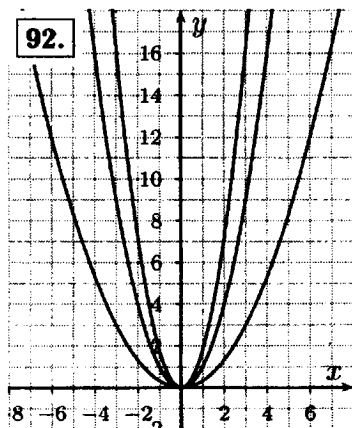


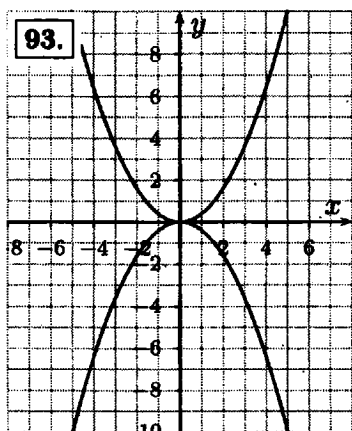
а) При $x = -2,5$; $y = 1,5625$. При $x = -1,5$; $y = 0,5625$.
При $x = 3,5$; $y = 3,0625$;

б) $y = \frac{1}{4}x^2$; $x^2 = 4y$; $x = \pm 2\sqrt{y}$. При $y = 5$; $x = \pm 2\sqrt{5}$.
 При $y = 3$; $x = \pm 2\sqrt{3}$. При $y = 2$; $x = \pm 2\sqrt{2}$; в) $(-\infty; 0]$
 график убывает. $[0; +\infty)$ график возрастает.

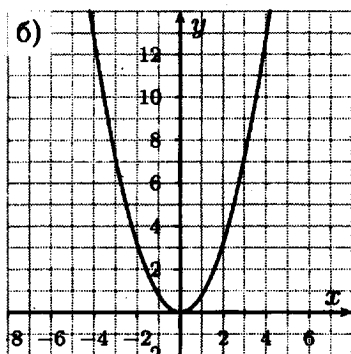
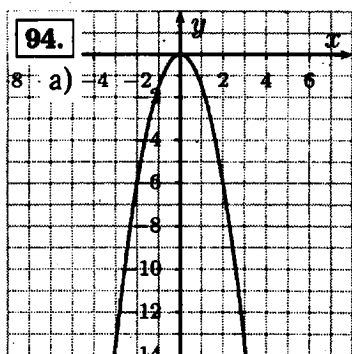


а) При $x = -1,5$; $y = -2x^2 = -2 \cdot 2,25 = -4,5$. При $x = 0,6$; $y = -2x^2 = -0,72$. При $x = 1,5$; $y = -2x^2 = -4,5$;
 б) $y = -2x^2$; $x^2 = -\frac{y}{2}$; $x = \pm\sqrt{-\frac{y}{2}}$. При $y = -1$;
 $x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$. При $y = -3$; $x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} = \pm\sqrt{1,5}$. При $y = -4,5$;
 $x = \pm\sqrt{\frac{1,5}{2}} = \pm\sqrt{2,25} = \pm 1,5$; в) $(-\infty; 0]$ график возрастает.
 $[0; +\infty)$ график убывает.



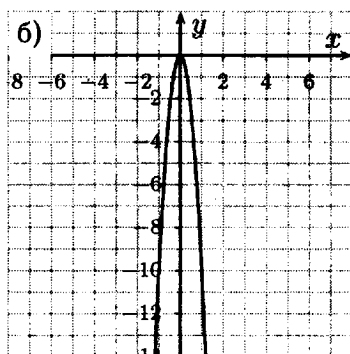
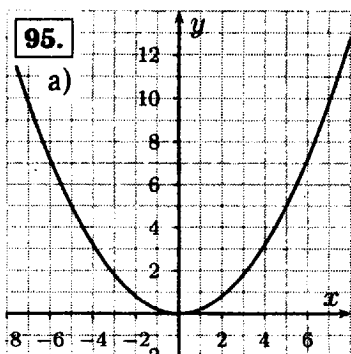


Область значений первой функции: $[0; +\infty)$. Область значений второй функции $(-\infty; 0]$.



а) 1) При $x = 0$; $y = 0$; 2) при $x \neq 0$; $y < 0$; 3) $y(x) = y(-x)$; 4) при $x \in (-\infty; 0]$ возрастает, при $x \in [0; +\infty)$ убывает. 5) при $x = 0$ функция принимает наибольшее значение. Область значений $(-\infty; 0]$;

б) 1) При $x = 0$; $y = 0$; 2) при $x \neq 0$; $y > 0$; 3) $y(x) = y(-x)$; 4) при $x \in (-\infty; 0]$ убывает, при $x \in [0; +\infty)$ возрастает. 5) при $x = 0$ функция принимает наименьшее значение. Область значений $[0; +\infty)$.

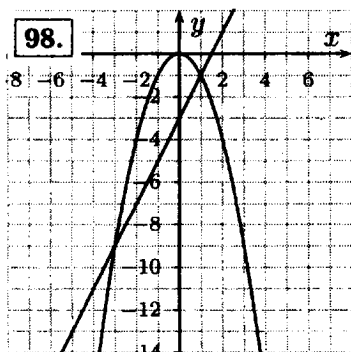


а) 1) При $x = 0$; $y = 0$; 2) при $x \neq 0$; $y > 0$; 3) $y(x) = y(-x)$;
 4) при $x \in (-\infty; 0]$ убывает, при $x \in [0; +\infty)$ возрастает.
 5) при $x = 0$ функция принимает наименьшее значение. Область значений $[0; +\infty)$;

б) 1) При $x = 0$; $y = 0$; 2) при $x \neq 0$; $y < 0$; 3) $y(x) = = y(-x)$; 4) при $x \in (-\infty; 0]$ возрастает, при $x \in [0; +\infty)$ убывает. 5) при $x = 0$ функция принимает наибольшее значение. Область значений $(-\infty; 0]$.

96. а) да; б) да; в) нет; г) $2x^2 = 14x - 20$; $x^2 - 7x + 10 = 0$;
 $D = 49 - 40 = 9 > 0 \Rightarrow$ пересекаются.

97. а) $M(1,5; -225)$; $y = -100x^2 = -100 \cdot 2,25 = -225$;
 принадлежит; б) $K(-3; -900)$; $y = -100x^2 = -100 \cdot 9 = = -900$; принадлежит; в) $P(2; 400)$; $y = -100x^2 = -100 \times 4 = -400 \neq 400$; не принадлежит.

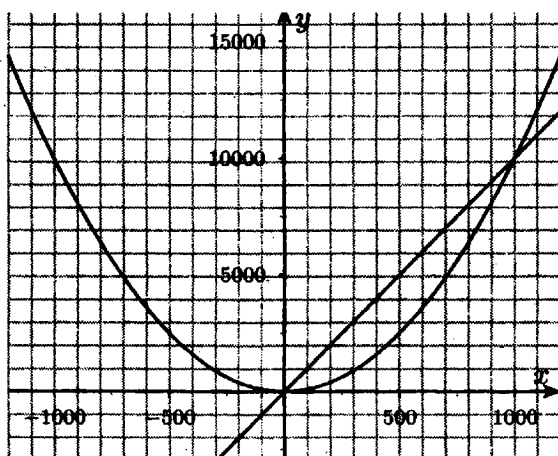


$$-x^2 = 2x - 3; x^2 + 2x - 3 = 0; D_1 = 1 + 3 = 4; x = -1 \pm 2;$$

$$x_1 = 1; x_2 = -3.$$

При $x = 1; y = -1$. При $x = -3; y = -9$.

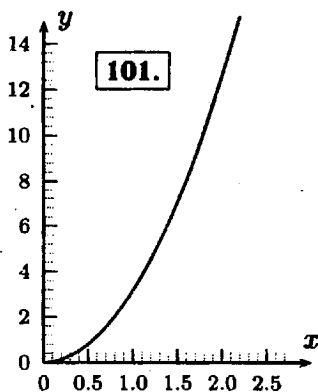
99.



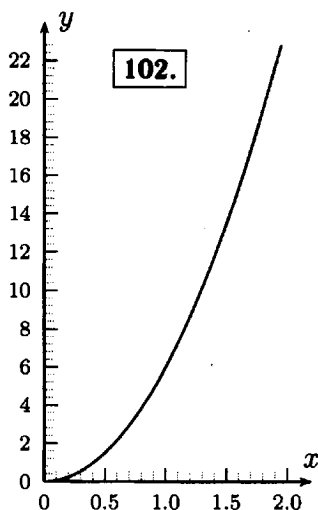
$$0,01x^2 = 10x; 0,01x^2 - 10x = 0; x(x - 1000) = 0; \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 1000;$$

при $x = 1000; y = 10x = 10000$.

100. Графики имеют только одну общую точку при $D = 0; kx - 4 = x^2; x^2 - kx + 4 = 0; D = k^2 - 16 = 0;$
 $\Rightarrow k^2 = 16; \Rightarrow k = \pm 4$.



$S = \pi r^2$: а) При $r = 1,3; S \approx 5,3$; при $r = 0,8; S \approx 2$; при $r = 2,1; S \approx 13,8$;
 б) При $S = 1,8; r \approx 0,7$;
 при $S = 2,5; r \approx 0,9$; при $S = 6,5; r \approx 1,5$.



$y = 6x^2$: а) При $x = 0,9$; $y \approx 4,9$; при $x = 1,5$; $y = 13,5$; при $x = 1,8$; $y \approx 19,5$; б) При $y = 7$; $x \approx 1,1$; при $y = 10$; $x \approx 1,3$; при $y = 14$; $x \approx 1,5$.

103. а) $3x^2 - 8x + 2 = 0$; $D_1 = 4^2 - 2 \cdot 3 = 16 - 6 = 10 > 0$; два корня;

б) $-\frac{1}{2}y^2 + 6y - 18 = 0$; $D_1 = 3^2 - \frac{1}{2} \cdot 18 = 9 - 9 = 0$; один корень;

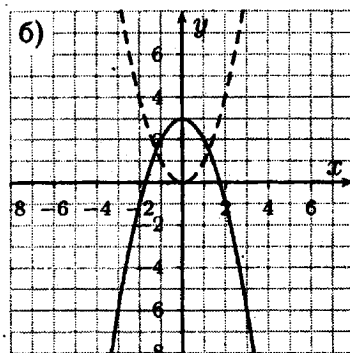
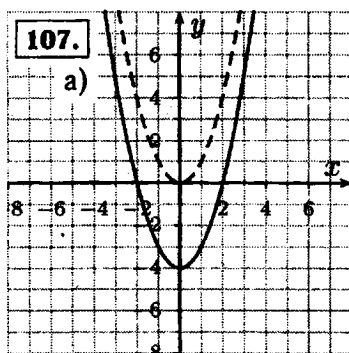
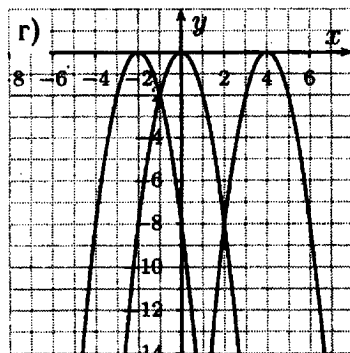
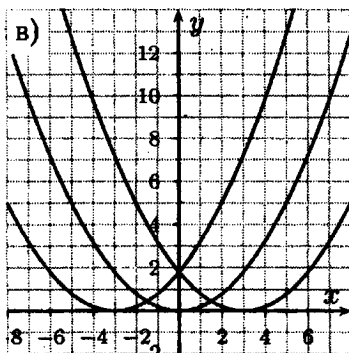
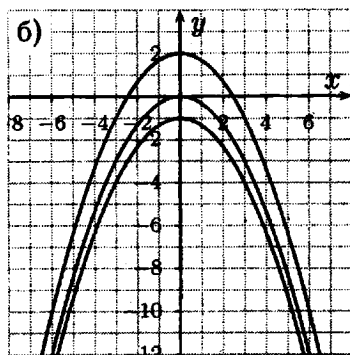
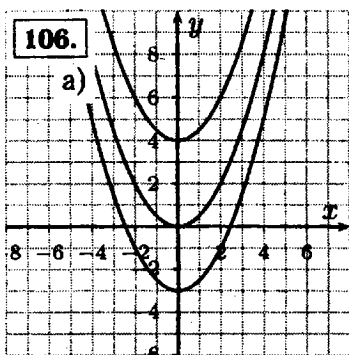
в) $m^2 - 3m + 3 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 3 = 9 - 12 = -3 < 0$; нет корней.

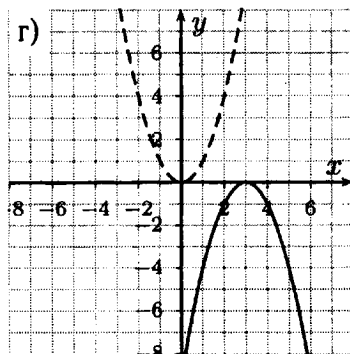
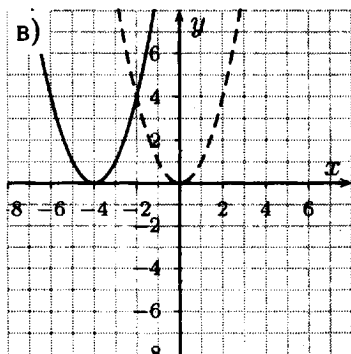
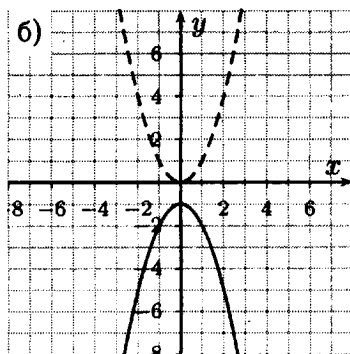
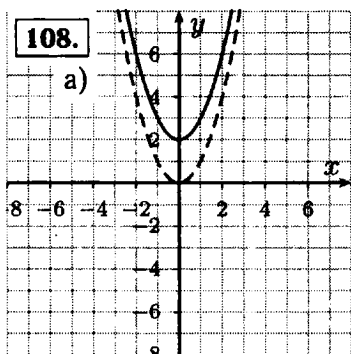
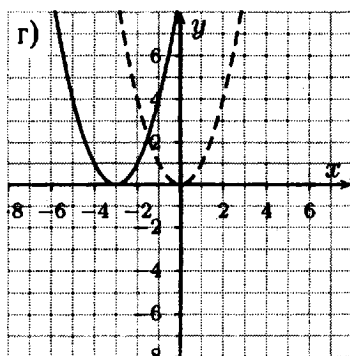
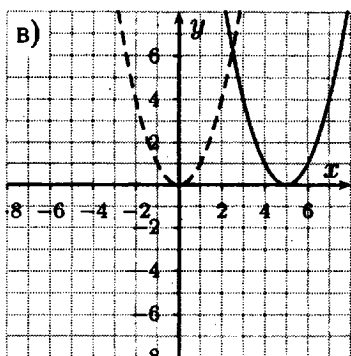
104. а) $\frac{2a-1}{10a^2-a-2}$; $10a^2 - a - 2 = 0$; $D = 1 + 80 = 81$; $a = \frac{1 \pm 9}{20}$; $a_1 = \frac{1}{2}$; $a_2 = -\frac{2}{5}$; $\Rightarrow 10a^2 - a - 2 = 10(a - \frac{1}{2})(a + \frac{2}{5}) = (2a - 1)(5a + 2)$; $\Rightarrow \frac{2a-1}{10a^2-a-2} = \frac{2a-1}{(2a-1)(5a+2)} = \frac{1}{5a+2}$;

б) $\frac{6a^2-5a+1}{1-4a^2}$; $6a^2 - 5a + 1 = 0$; $D = 25 - 6 \cdot 4 = 1$; $a = \frac{5 \pm 1}{12}$; $a_1 = \frac{1}{2}$; $a_2 = \frac{1}{3}$; $\Rightarrow 6a^2 - 5a + 1 = 6(a - \frac{1}{2})(a - \frac{1}{3}) = (2a - 1)(3a - 1)$; $\Rightarrow \frac{6a^2-5a+1}{1-4a^2} = \frac{(2a-1)(3a-1)}{(1-2a)(1+2a)} = \frac{1-3a}{2a+1}$.

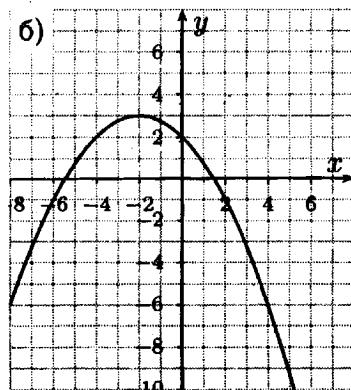
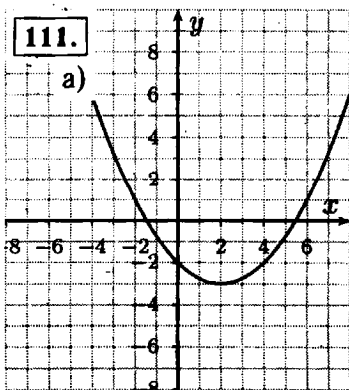
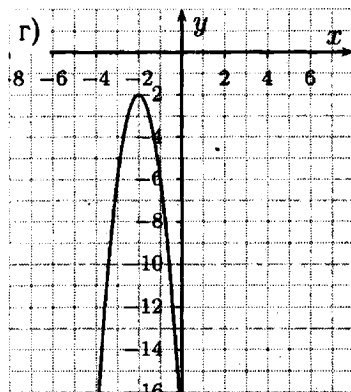
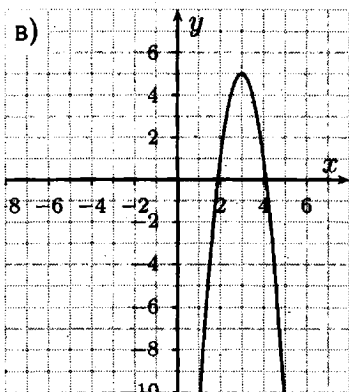
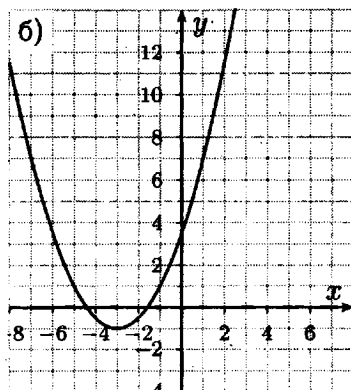
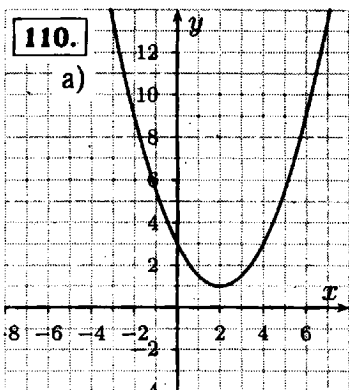
105. $(x+3)^2 - (x-3)^2 = (x-2)^2 + (x+2)^2$; $x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9 = x^2 - 4x + 4 + x^2 + 4x + 4$; $12x = 2x^2 + 8$; $x^2 - 6x + 4 = 0$; $D_1 = 3^2 - 4 = 9 - 4 = 5$; $x = 3 \pm \sqrt{5}$;

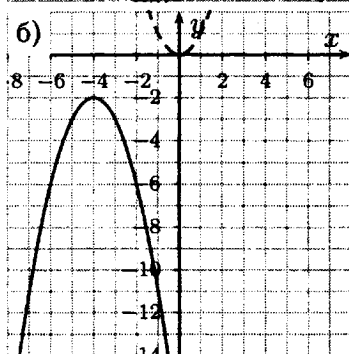
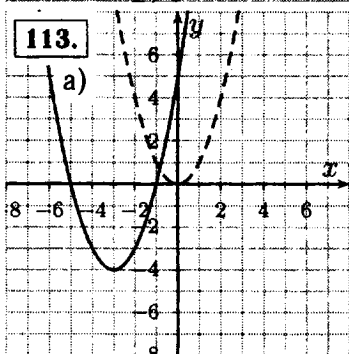
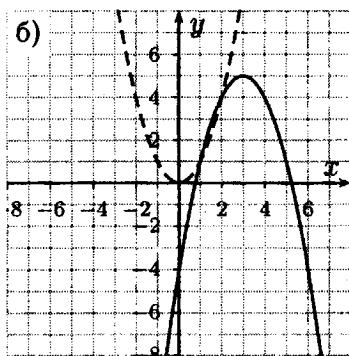
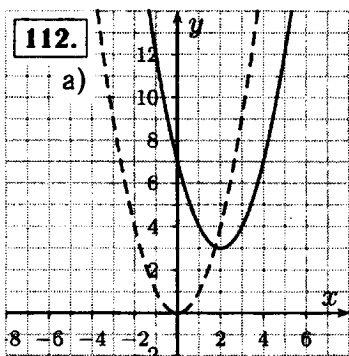
**6. Графики функций $y = ax^2 + n$
и $y = a(x - m)^n$**





109. а) в первой и второй четвертях; б) в третьей и четвертой четвертях; в) во всех четвертях; г) в первой и второй четвертях; д) в третьей и четвертой четвертях; е) в третьей и четвертой четвертях/





114. а) $12x^2 - 3 = 0$; $12x^2 = 3$; $x^2 = \frac{1}{4}$; $x = \pm\frac{1}{2}$; б) $6x^2 + 4 > 0$; при любом значении x ; в) $-x^2 - 4 = 0$; $x^2 = -4$; функция не имеет нулей.

115. $y = ax^2 + 5$; имеет нули при $a < 0$.

116. а) График функции, у которой ветви направлены вниз, а вершина находится в точке $(-4; 0)$; б) График функции, у которой ветви направлены вверх, а вершина находится в точке $(4; -1)$; в) График функции, у которой ветви направлены вверх, а вершина находится в точке $(0; 4)$; г) График функции, у которой ветви направлены вниз, а вершина находится в точке $(0; -2)$.

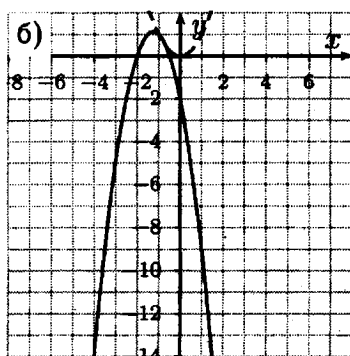
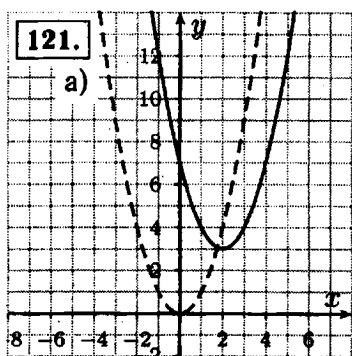
117. а) $0,6a - (a + 0,3)^2 = 0,27$; $0,6a - (a^2 + 0,6a + 0,09) - 0,27 = 0$; $0,6a - a^2 - 0,6a + 0,09 - 0,27 = 0$; $-a^2 - 0,36 = 0$; $a^2 = -0,36$; нет корней; б) $\frac{y^2 - 2y}{4} = 0,5y(6 - 2y)$; $y^2 - 2y = 12y - 4y^2$; $5y^2 - 14y = 0$; $y(5y - 14) = 0$; $\Rightarrow y_1 = 0$; $y_2 = \frac{14}{5} = 2,8$.

118. а) $5x - 0,7 < 3x + 5,1$; $2x < 5,8$; $x < 2,9$; б) $0,8x + 4,5 \geq 5 - 1,2x$; $2x \geq 0,5$; $x \geq 0,25$; в) $2x + 4,2 \leq 4x + 7,8$; $2x \geq -3,6$; $x \geq -1,8$; г) $3x - 2,6 > 5,5x - 3,1$; $2,5x < 0,5$; $x < 0,2$.

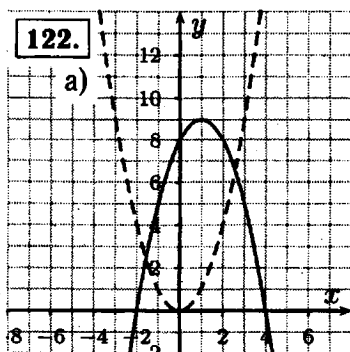
119. $y = x^2$; $y(5) - y(2) = 25 - 4 = 21$; $y(8) - y(5) = 64 - 25 = 39$; $y(5) - y(2) < y(8) - y(5)$.

7. Построение графиков квадратичной функции

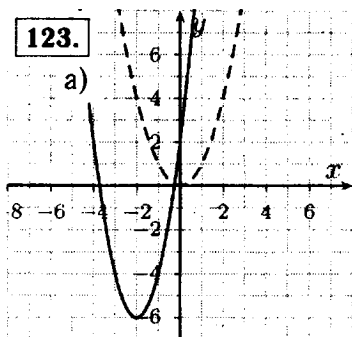
120. а) 1,5 с; б) 2,5 с; в) 31,25 м; г) 4 с.



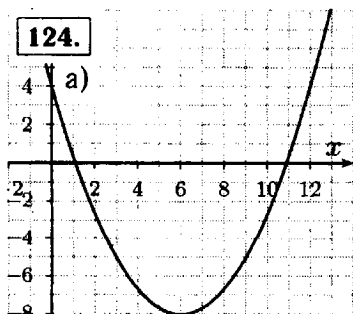
а) $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2$; $y_B = 4 - 8 + 7 = 3$; б) $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \cdot (-2)} = -1\frac{1}{4}$; $y_B = -2 \cdot \frac{25}{16} + 5 \cdot \frac{5}{4} - 2 = -\frac{25}{8} + \frac{50}{8} - 2 = \frac{25-16}{8} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$.



а) При $x = 2,5$; $y \approx 6,5$; при $x = -0,5$; $y \approx 6,5$; при $x = -3$; $y \approx -7$; б) При $y = 6$; $x_1 \approx -0,8$; $x_2 = 2,8$; при $y = 0$; $x_1 \approx -2$; $x_2 \approx 4$; при $y = -2$; $x_1 \approx -2,22$; $x_2 \approx 4,4$; в) $x = -2,4$ нули функции, при $x \in (-2; 4)$; $y > 0$; при $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$; г) При $x \in (-\infty; 1]$ функция возрастает, при $x \in [1; +\infty)$; область значений функции $(-\infty; 9]$.

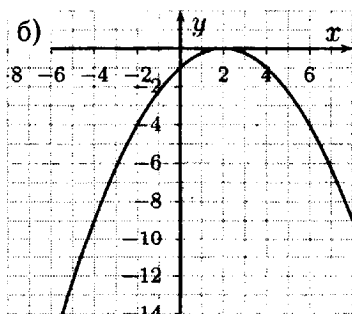


а) При $x = -2,3$; $y \approx 5,8$; при $x = -0,5$; $y \approx -1,5$; при $x = 1,2$; $y \approx 14,5$; б) При $y = -4$; $x_1 = -1$; $x_2 = 3$; при $y = -1$; $x_1 \approx 0,4$; $x_2 \approx -3,6$; при $y = 1,7$; $x_1 \approx -0,2$; $x_2 \approx -3,8$; в) $x_1 \approx 0,3$; $x_2 \approx -3,7$; — нули функции. При $x \in (-\infty; -3,7) \cup (-0,3; +\infty)$; $y > 0$; при $x \in (-3,7; 0,3)$, $y < 0$; г) При $x \in (-\infty; -2]$ функция убывает, при $x \in [-2; +\infty)$ функция возрастает, наименьшее значение функции $y = -6$.



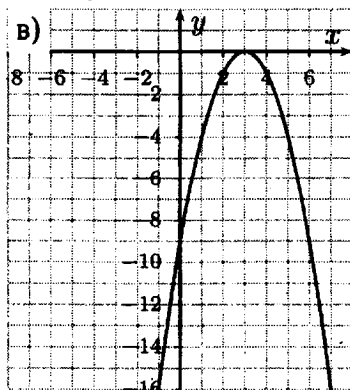
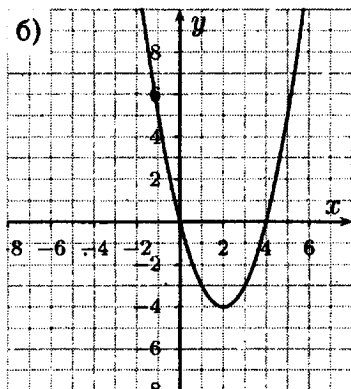
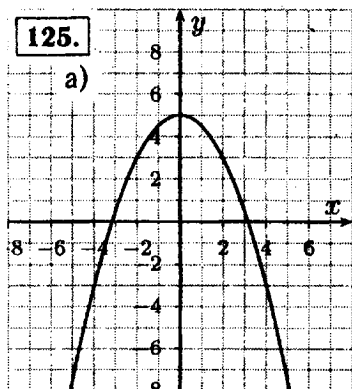
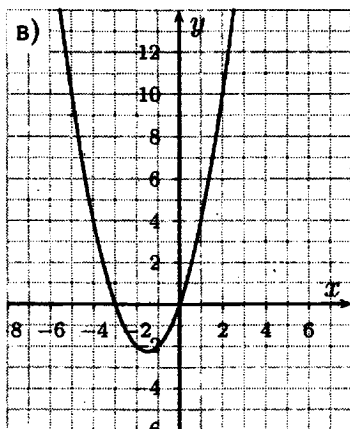
$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2 \cdot \frac{1}{3}} = 6;$$

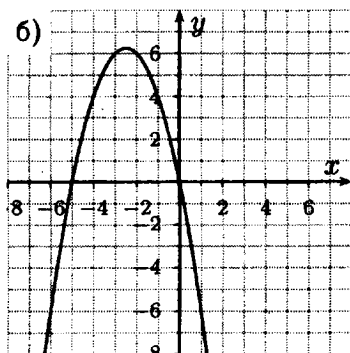
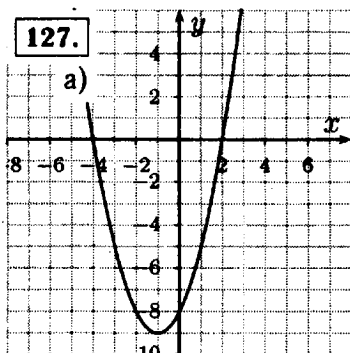
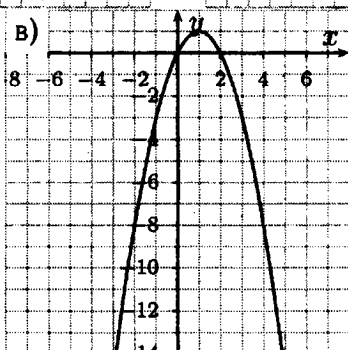
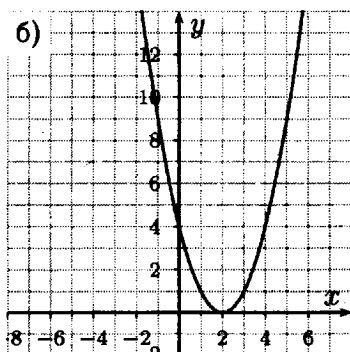
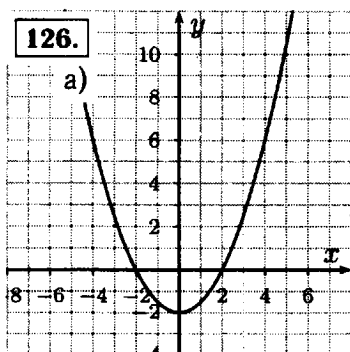
$$y_{\text{в}} = \frac{1}{3} \cdot 36 - 24 + 4 = -8;$$



$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 2;$$

$$y_{\text{в}} = -1 + 2 - 1 = 0.$$





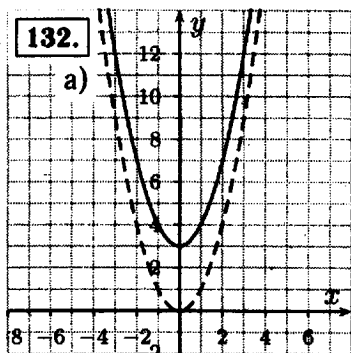
128. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x.$

129. Прямая касается параболы, значит, у них есть только одна точка пересечения.

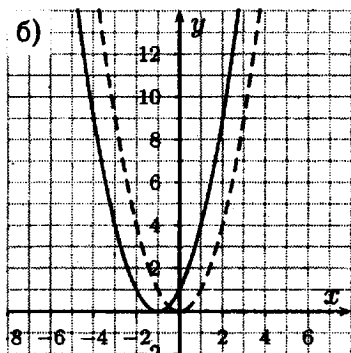
$6x + b = x^2 + 8; x^2 - 6x + 8 - b = 0; D_1 = 3^2 - 8 + b = 9 - 8 + b = 1 + b; 1 + b = 0; \Rightarrow b = -1.$

130. Графики имеют только одну общую точку при $D = 0$; $2x^2 - 5x + 6 = x^2 - 7x + n$; $x^2 + 2x + 6 - n = 0$; $D_1 = 1 - 6 + n = n - 5$; $n - 5 = 0$; $n = 5$; $x^2 + 2x + 6 - 5 = 0$; $x^2 + 2x + 1 = 0$; $(x + 1)^2 = 0$; $x = -1$; $2x^2 - 5x + 6 = 2 + 5 + 6 = 13$; искомая точка $(-1; 13)$.

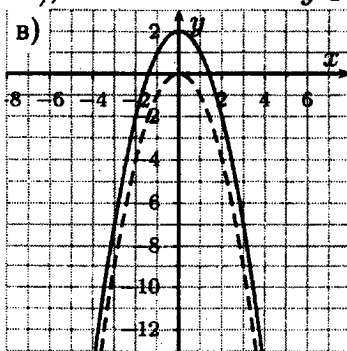
131. $\frac{(1-3a)^2}{3a^2+5a-2}$; $3a^2 + 5a - 2 = 0$; $D = 25 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 + 24 = 49$; $a = \frac{-5 \pm 7}{6}$; $a_1 = -2$; $a_2 = \frac{1}{3}$; $\Rightarrow 3a^2 + 5a - 2 = 3(a+2)(a-\frac{1}{3}) = (a+2)(3a-1)$; $\Rightarrow \frac{(1-3a)^2}{3a^2+5a-2} = \frac{(1-3a)^2}{(a+2)(3a-1)} = -\frac{1-3a}{a+2} = \frac{3a-1}{a+2}$.



$y \in [3; +\infty)$;



$y \in [0; +\infty)$;



$y \in (-\infty; 2]$.

133. а) $(x-1)^2 + (x+1)^2 = (x+2)^2 - 2x + 2$; $x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + 4x + 4 - 2x + 2$; $x^2 - 2x - 4 = 0$;

$D_1 = 1 + 4 = 5$; $x = 1 \pm \sqrt{5}$; б) $(2x - 3)(2x + 3) - 1 = 5x + (x - 2)^2$; $4x^2 - 9 - 1 = 5x + x^2 - 4x + 4$; $3x^2 - x - 14 = 0$; $D_1 = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 14 = 169$; $x = \frac{1 \pm 13}{6}$; $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{14}{6} = 2\frac{1}{3}$.

134. Пусть площадь участка x га, тогда первый раз соберут $35x$, а во второй $42x$. Тогда, $35x + 20 = 42x - 50$; $7x = 70$; $x = 10$.

135. Пусть было x машин, тогда, $3,5x + 4 = 4,5x - 4$; $x = 8$.

§ 4. Степенная функция. Корень n -й степени

8. Степенная функция. Корень n -й степени

136. $(-5)^{36} > 0$; $0^{36} = 0$; $3^{36} > 0$; так как степень четная.

137. $(-9)^{49} < 0$; $0^{49} = 0$; $7^{49} > 0$; так как степень не четная.

138. а) $3,7^{20} < 4,2^{20}$; б) $(-5,2)^{20} < (-6,5)^{20}$; в) $(-7)^{20} > > 6^{20}$; г) $31^{20} > (-28)^{20}$.

139. а) $8,9^{35} > 7,6^{35}$; б) $(-4,6)^{35} > (-5,7)^{35}$; в) $(-10)^{35} < 7^{35}$; г) $(-63)^{35} < 63^{35}$.

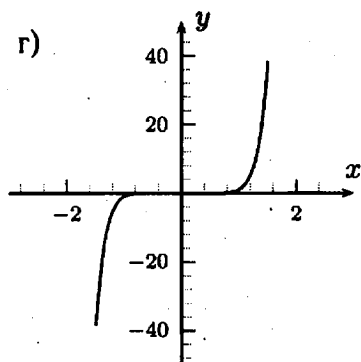
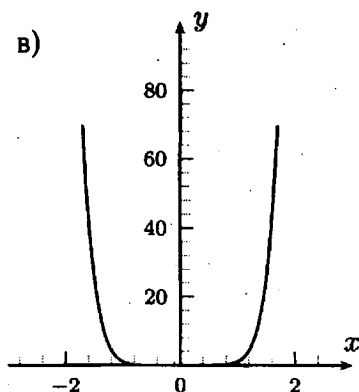
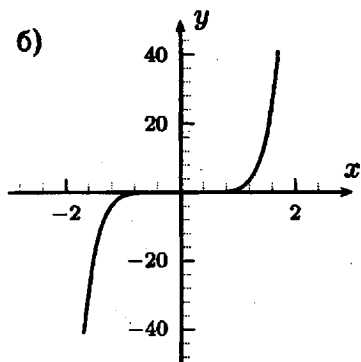
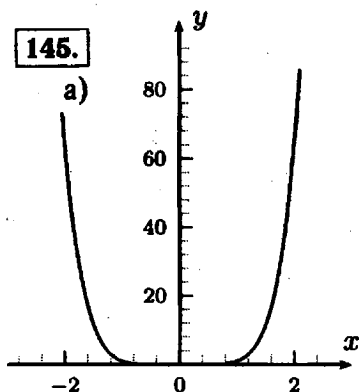
140. а) $1,2^4 < 1,5^4$; б) $0,8^4 > 0,7^4$; в) $0,9^4 < 1$; г) $(-3,2)^4 < (-3,4)^4$; д) $0,3^5 < 0,8^5$; е) $(-\frac{1}{3})^5 < (-\frac{1}{4})^5$.

141. а) $5,7^3 > 5,4^3$; б) $(-4,1)^3 > (-4,2)^3$; в) $0,8^3 > > (-1,3)^3$; г) $1,6^6 < 1,8^6$; д) $(-5,3)^6 > (-4,2)^6$; е) $2,1^6 < < 3,1^6$.

142. $A(3; 243)$; $x^5 = 3^5 = 243$; проходит. $B(-3; 243)$; $x^5 = (-3)^5 = -243 \neq 243$; не проходит. $C(5; 3125)$; $x^5 = = 5^5 = 3125$; проходит.

143. $A(2; 128)$; $x^7 = 2^7 = 128$; принадлежит. $B(-2; -128)$; $x^7 = (-2)^7 = -128$; принадлежит. $C(-3; 2187)$; $x^7 = (-3)^7 = -2187 \neq 2187$; не принадлежит.

144. а) $x = 0,72$; $x^5 = 0,72^5 \approx 0,19$; б) $x = 2,6$; $x^5 = = 2,6^5 \approx 118,81$; в) $x = -3,4$; $x^5 = (-3,4)^5 \approx -454,35$.

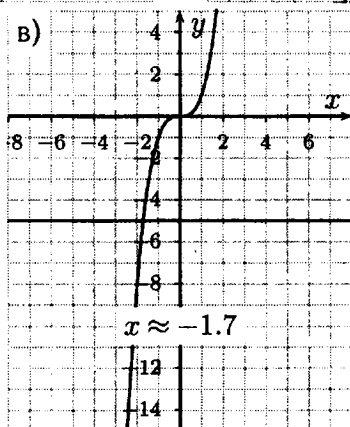
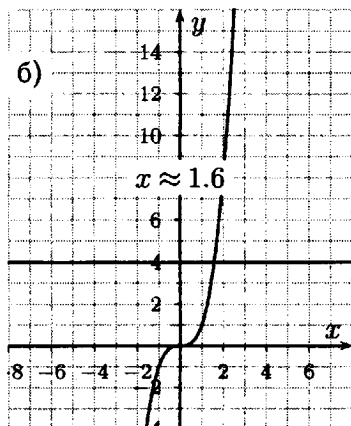
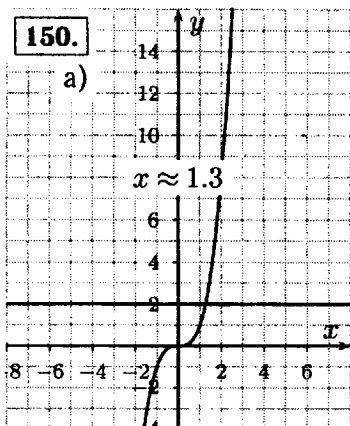


146. а) так как 40 четное число, \Rightarrow график функции $y = x^{40}$ расположен в первой и второй четвертях; б) так как 123 не четное число \Rightarrow график функции $y = x^{123}$ расположен в первой и третьей четвертях.

147. а) два решения; б) одно решение; в) не имеет решений; г) одно решение.

148. а) При $y = 5$, $x_1 = -1,5$; $x_2 = 1,5$; б) При $y = 3,5$, $x_1 = -1,4$; $x_2 = 1,4$; в) При $y = 8$; $x_1 = -1,7$; $x_2 = 1,7$.

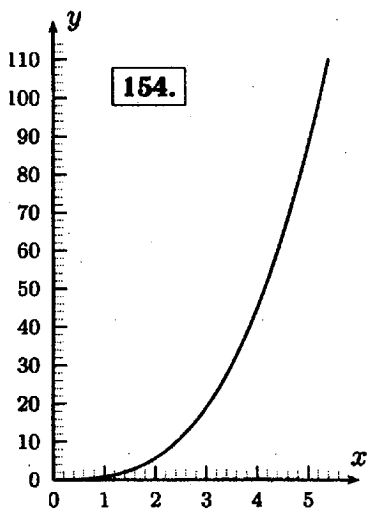
149. а) $x^4 = 6$; $\Rightarrow x \approx \pm 1,6$; б) $x^4 = 8,5$; $x \approx \pm 1,7$.



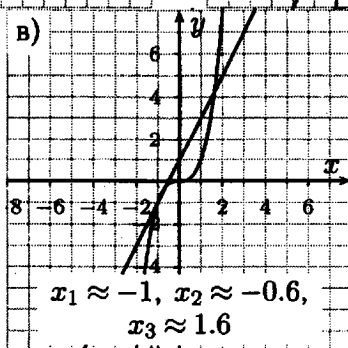
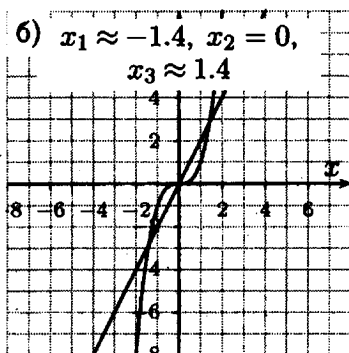
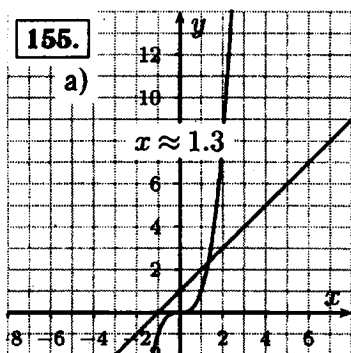
151. $y = x^6$; при $x = 3$; $3^6 > 2^6$; при $x = 11$; $11^6 > 10^6$; при $x = 11^2 = 121$; $x^6 = (11^2)^6 = 11^{12}$; $11^{12} > 10^{12}$; при $x = 11^3$; $x^6 = (11^3)^6 = 11^{18} > 10^{18}$.

152. $y = x^5$; при $x = -4$; $x^5 = -4^5 < -3^5$; при $x = -11$; $x^5 = -11^5 < -10^5$; при $x = -11^4$; $x^5 = -(11^4)^5 = -11^{20} < -10^{20}$.

153. $f(x) = x^3$; $f(1) - f(0) = 1^3 - 0^3 = 1$; $f(2) - f(1) = 2^3 - 1^3 = 8 - 1 = 7$; $f(3) - f(2) = 3^3 - 2^3 = 27 - 8 = 19$; $f(1) - f(0) < f(2) - f(1) < f(3) - f(2)$.



$m = \rho V$; ρ — плотность
 дерева, V — объем куб-
 ба. $V = x^3$; $m = \rho x^3$;
 $\rho = \frac{m}{x^3} = \frac{700}{10^3} = 0,7$ г/см³;
 значит, $m = 0,7x^3$.
 а) При $x = 2$ см, $m =$
 $= 0,7 \cdot 2^3 = 5,6$ г. при
 $x = 5$ см, $m = 0,7 \cdot 5^3 =$
 $= 87,5$ г; б) При $m = 30$
 г, $x \approx 3,5$ см; при $m = 100$
 г, $x = 5,2$ см.



$$\begin{aligned}
 \text{156. а) } & \frac{1-y}{1+y} + \frac{y^2+6y}{y^2-1} : \frac{6+y}{1+y} = \frac{1-y}{1+y} + \frac{y(y+6)}{(y-1)(y+1)} \cdot \frac{1+y}{6+y} = \frac{1-y}{1+y} + \\
 & + \frac{y}{y-1} = \frac{-(y-1)^2 + y(1+y)}{y^2-1} = \frac{y^2+y-y^2-1+2y}{y^2-1} = \frac{3y-1}{y^2-1}; \text{ б) } \frac{4x^2-49}{2x+5} \times \\
 & \times \frac{1}{4x^2+14x} - \frac{2x+7}{4x^2-10x} = \frac{(2x-7)(2x+7)}{2x+5} \cdot \frac{1}{2x(2x+7)} - \frac{2x+7}{4x^2-10x} = \\
 & = \frac{2x-7}{4x^2+10x} - \frac{2x+7}{4x^2-10x} = \frac{1}{2x} \left(\frac{(2x-7)(2x-5) - (2x+7)(2x+5)}{(2x+5)(2x-5)} \right) = \\
 & = \frac{1}{2x} \left(\frac{4x^2-10x-14x+35 - (4x^2+10x+14x+35)}{4x^2-25} \right) = \frac{1}{2x} \left(\frac{-48x}{4x^2-25} \right) = \\
 & = \frac{24}{25-4x^2}.
 \end{aligned}$$

157. $y = \sqrt{x}$; $A(144; 12)$; $\sqrt{x} = \sqrt{144} = 12$; принадлежит. $B(169; -13)$; $\sqrt{x} = \sqrt{169} = 13 \neq -13$ не принадлежит, $C(-100; 10)\sqrt{-100}$ не имеет смысла, значит, не принадлежит.

9. Корень n -степени

158. а) $(\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$; $\Rightarrow \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$; б) $3^3 = 27$; $\Rightarrow \sqrt[3]{27} = 3$; в) $\sqrt[4]{-2} - 2 < 0$ не имеет смысла. Не является арифметическим корнем; г) $0,1^5 = 0,00001 \neq 0,0001$.

159. а) $19^2 = 361$; $\Rightarrow \sqrt{361} = 19$; б) $7^3 = 343$; $\Rightarrow \sqrt[3]{343} = 7$; в) $(\frac{1}{2})^6 = \frac{1}{64}$; $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$; г) $(\frac{2}{3})^5 = \frac{32}{243}$; $\Rightarrow \sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}$; д) $1^{10} = 1$; $\Rightarrow \sqrt[10]{1} = 1$; е) $0^7 = 0$; $\Rightarrow \sqrt[7]{0} = 0$;
 ж) $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(4-4\sqrt{3}+3)} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3}$;
 з) $\sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{(5-4\sqrt{5}+5)} = \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} = \sqrt{5}-2$.

160. а) $\sqrt[4]{16} = 2$; б) $\sqrt[5]{32} = 2$; в) $\sqrt[12]{1} = 1$; г) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2}$;
 д) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$; е) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

161. а) $\sqrt[9]{512} = 2$; б) $\sqrt[3]{1331} = 11$; в) $\sqrt[8]{0} = 0$;
 г) $\sqrt[5]{-243} = -3$; д) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}} = \frac{2}{5}$; е) $\sqrt[6]{\frac{64}{729}} = \frac{2}{3}$.

162. а) $\sqrt[3]{5} \approx 1,7$; б) $\sqrt[3]{-4} \approx -1,6$; в) $\sqrt[3]{-2} \approx -1,25$;
 г) $\sqrt[3]{2} \approx 1,25$.

163. а) $\sqrt[4]{2} \approx \pm 1,2$; б) $\sqrt[4]{5} \approx \pm 1,5$; в) $\sqrt[4]{8} \approx \pm 1,7$.

164. $y = \sqrt[3]{x}$; $E(81; 3)$; $\sqrt[4]{81} = 3$; точка E принадлежит. $F(81; -3)$; $\sqrt[4]{81} = 3 \neq -3$; точка F не принадлежит. $K(-16; -2)$; $\sqrt[4]{-16}$ не имеет смысла, точка K не принадлежит. $L(0,0001; 0,1)$; $\sqrt[4]{0,0001} = 0,1$; точка L принадлежит.

165. $y = \sqrt[3]{x}$; $A(8; 2)$; $\sqrt[3]{8} = 2$; точка A принадлежит. $B(216; 6)$; $\sqrt[3]{216} = 6$; точка B принадлежит. $C(27; -3)$; $\sqrt[3]{27} = 3 \neq -3$; точка C не принадлежит. $D(-125; -5)$; $\sqrt[3]{-125} = -5$; точка D принадлежит.

166. а) $\sqrt[3]{1} < \sqrt[3]{3,5} < \sqrt[3]{8}$; $\Rightarrow 1 < \sqrt[3]{3,5} < 2$; б) $\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{20} < \sqrt[3]{27}$; $\Rightarrow 2 < \sqrt[3]{20} < 3$; в) $\sqrt[4]{1} < \sqrt[4]{9} < \sqrt[4]{16}$; $\Rightarrow 1 < \sqrt[4]{9} < 2$; г) $\sqrt[4]{16} < \sqrt[4]{52} < \sqrt[4]{81}$; $\Rightarrow 2 < \sqrt[4]{52} < 3$.

167. а) да; б) да; в) нет; г) да; д) нет; е) да.

168. а) $\sqrt[5]{-32} = -2$; б) $\sqrt[7]{-1} = -1$; в) $-2\sqrt[4]{81} = -2 \cdot 3 = -6$; г) $-4\sqrt[3]{27} = -4 \cdot 3 = -12$; д) $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8} = 2 - 2 = 0$; е) $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125} = 5 + 5 = 10$.

169. а) $\sqrt[3]{-31} = -\sqrt[3]{31}$; б) $\sqrt[5]{-17} = -\sqrt[5]{17}$; в) $\sqrt[4]{-2} = -\sqrt[4]{2}$; г) $\sqrt[7]{-6} = -\sqrt[7]{6}$.

170. а) $\sqrt[3]{-125} = -5$; б) $\sqrt[5]{0} = 0$; в) $-5\sqrt[4]{16} = -5 \cdot 2 = -10$; г) $-3\sqrt[3]{-64} = -3 \cdot (-4) = 12$.

171. а) $(\sqrt{10})^2 = (10^{\frac{1}{2}})^2 = 10$; б) $(\sqrt[3]{5})^3 = (5^{\frac{1}{3}})^3 = 5$; в) $(-\sqrt[4]{12})^4 = (-12^{\frac{1}{4}})^4 = 12$; г) $(2\sqrt[5]{-2})^5 = 2^5 \cdot (-2^{\frac{1}{5}})^5 = -2^6 = -64$.

172. а) $(\sqrt[4]{7})^4 = (7^{\frac{1}{4}})^4 = 7$; б) $(\sqrt[7]{-3})^7 = (-3^{\frac{1}{7}})^7 = -3$; в) $(2\sqrt[3]{3})^4 = 2^4 \cdot (3^{\frac{1}{3}})^4 = 16 \cdot 3 = 48$; г) $(-3\sqrt[3]{2})^3 = -3^3 \times (2^{\frac{1}{3}})^3 = -27 \cdot 2 = -54$.

173. а) При $a \geq 0$; б) При $a \leq 0$; в) при любом a .

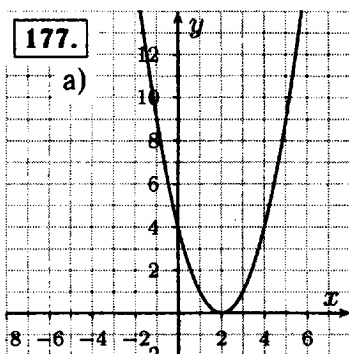
174. а) $\sqrt[3]{0,5} \approx 0,75$; б) $\sqrt[3]{4} \approx 1,6$; в) $\sqrt[3]{-2} \approx -1,25$; г) $\sqrt[3]{6} \approx 1,85$.

175. а) $\sqrt[3]{7} \approx 1,9$; б) $\sqrt[3]{20} \approx 2,7$; в) $\sqrt[4]{30} \approx 2,3$; г) $\sqrt[5]{-48} \approx -2,2$.

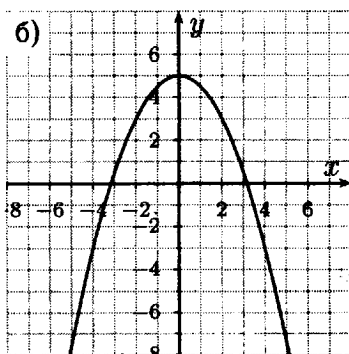
176. а) $\sqrt[3]{10} \approx 2,15$; б) $\sqrt[3]{-38} \approx -3,36$; в) $\sqrt[6]{18} \approx 1,62$; г) $\sqrt[4]{60} \approx 2,78$.

177.

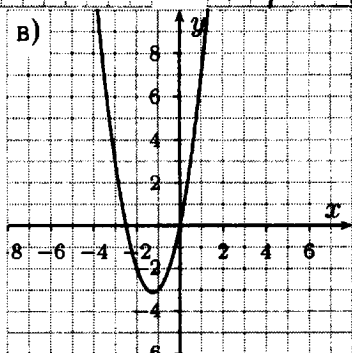
a)



б)



в)

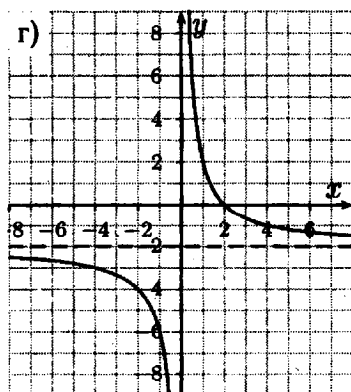
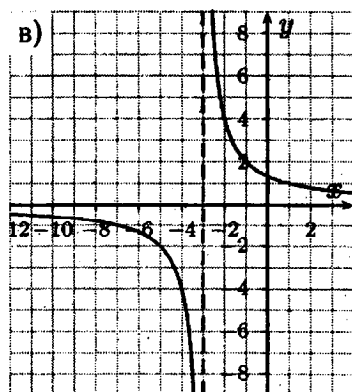
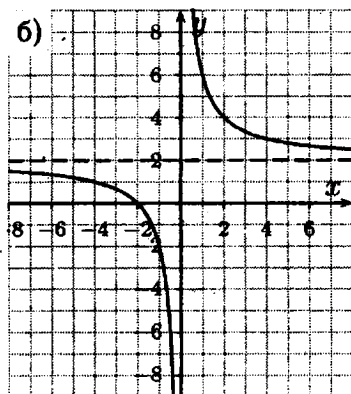
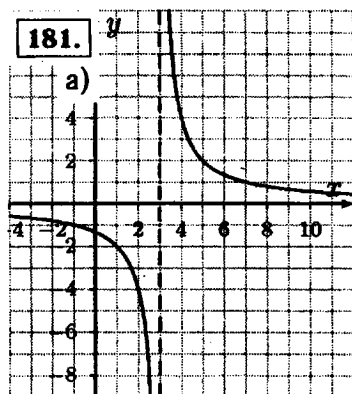


178. а) $\frac{x}{x-2} - \frac{8}{x+5} = \frac{14}{x^2+3x-10}$; $x^2 + 3x - 10 = 0$; $D = 3^2 + 4 \cdot 10 = 9 + 40 = 49$; $x = \frac{-3 \pm 7}{2}$; $x_1 = -5$; $x_2 = 2$; $\Rightarrow x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5)$; $\Rightarrow \frac{x}{x-2} - \frac{8}{x+5} = \frac{14}{(x-2)(x+5)}$; $\frac{x^2+5x-8x+16}{(x-2)(x+5)} - \frac{14}{(x-2)(x+5)} = 0$. ОДЗ. $x \neq 2$; $x \neq -5$; $x^2 + 5x - 8x + 16 - 14 = 0$; $x^2 - 3x + 2 = 0$; $D = 9 - 8 = 1$; $x = \frac{3 \pm 1}{2}$; $x_1 = 2$; $x_2 = 1$; но при $x = 2$ знаменатель обращается в 0 $\Rightarrow x = 1$; б) $\frac{y}{2y-3} + \frac{1}{y+7} + \frac{17}{2y^2+11y-21} = 0$; $2y^2 + 11y - 21 = 0$; $D = 121 + 4 \cdot 2 \cdot 21 = 289$; $y = \frac{-11 \pm 17}{4}$; $y_1 = -7$; $y_2 = \frac{3}{2}$; $\Rightarrow 2y^2 + 11y - 21 = 2(y+7)(y - \frac{3}{2}) = (y+7)(2y-3)$; $\Rightarrow \frac{y}{2y-3} + \frac{1}{y+7} + \frac{17}{(2y-3)(y+7)} = 0$; $\frac{y^2+7y+2y-3+17}{(2y-3)(y+7)} = 0$; $\frac{y^2+9y+14}{(2y-3)(y+7)} = 0$; $y^2 + 9y + 14 = 0$; $D = 9^2 - 4 \cdot 14 = 81 - 56 = 25$; $y = \frac{-9 \pm 5}{2}$; $y_1 = -7$; $y_2 = -2$; но при $y = 7$ знаменатель обращается в 0 $\Rightarrow y = -2$.

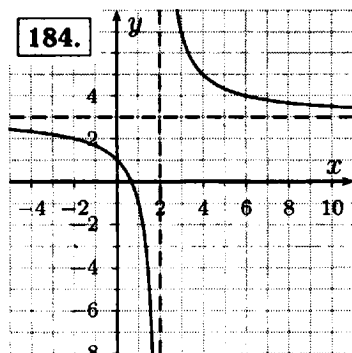
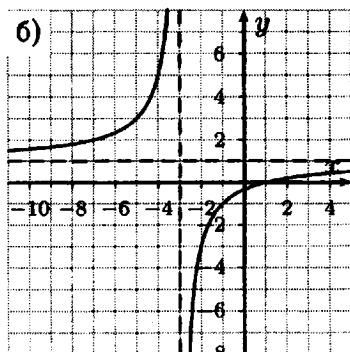
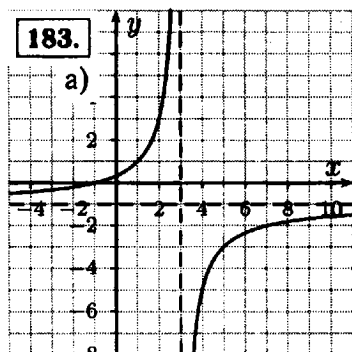
$$\begin{aligned}
 & \boxed{179.} \left(\frac{a-5}{a^2-5a+25} - \frac{12a-61}{a^3+125} \right) : \frac{3a-18}{2a^2-10a+50} = \\
 & = \left(\frac{a-5}{a^2-5a+25} - \frac{12a-61}{(a+5)(a^2-5a+25)} \right) \cdot \frac{2a^2-10a+50}{3a-18} = \\
 & = \frac{a^2-25-12a+61}{(a+5)(a^2-5a+25)} \cdot \frac{2(a^2-5a+25)}{3(a-6)} = \frac{a^2-12a+36}{a+5} \cdot \frac{2}{3(a-6)} = \\
 & = \frac{(a-6)^2}{a+5} \cdot \frac{2}{3(a-6)} = \frac{2a-12}{3a+15}.
 \end{aligned}$$

10. Дробно-линейная функция и ее график

$$\boxed{180.} \text{ а) } y = \frac{10}{x-3} - 2; \text{ асимптоты } x = 3; y = -2; \text{ б) } y = \frac{8}{x+2} - 3; \text{ асимптоты } x = -2; y = -3.$$



- 182.** а) $y = \frac{x+8}{x-2} = 1 + \frac{10}{x-2}$; асимптоты $x = 2$; $y = 1$;
 б) $y = -\frac{x-8}{x+3} = -\left(1 + \frac{-11}{x+3}\right) = \frac{11}{x+3} - 1$; асимптоты $x = -3$;
 $y = -1$.



$\frac{3x-2}{x-2} = 0$; $3x - 2 = 0$; $3x = 2$; $x = \frac{2}{3}$; $y > 0$; при $x \in (-\infty; \frac{2}{3}) \cup (2; +\infty)$; $y < 0$; при $x \in (\frac{2}{3}; 2)$.

185. 1.3. и 4.

186. $y = \frac{2x+5}{x-3} = 2 + \frac{11}{x-3}$; y должно быть натуральным \Rightarrow

дробь $\frac{11}{x-3}$ должна быть натуральной $\Rightarrow \begin{cases} 11 = x - 3 \\ 1 = x - 3 \end{cases} \Rightarrow$

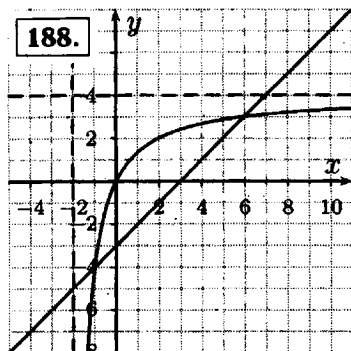
$\Rightarrow \begin{cases} x = 14 \\ x = 4 \end{cases}$ при $x = 4$; $y = 13$; при $x = 14$; $y = 3$; \Rightarrow

искомые точки (4; 13); (14; 3).

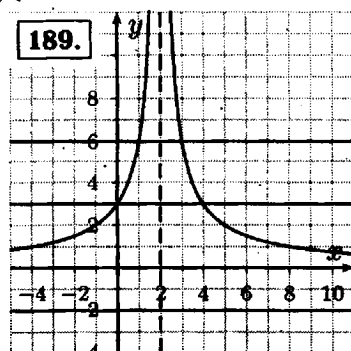
187. $y = \frac{8x-7}{x}$; $y = 8 - \frac{7}{x}$; y должно быть целым

$\Rightarrow \frac{7}{x}$ должно быть целым числом. $\Rightarrow \begin{cases} \frac{7}{x} = 7 \\ \frac{7}{x} = 1 \\ \frac{7}{x} = -1 \\ \frac{7}{x} = -7 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 7 \\ x = -7 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow$ при $x = 1$; $y = 8 - 7 = 1$; при $x = 7$;
 $y = 8 - 1 = 7$; при $x = -7$; $y = 8 + 1 = 9$; при $x = -1$;
 $y = 8 + 7 = 15$.



$x_1 = -1, x_2 = 6.$



- а) $x_1 = 0$; $x_2 = 4$;
 б) $x_1 = 1$; $x_2 = 3$;
 в) не имеет решений.

11. Степень с рациональным показателем

190. а) $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$; $5^{\frac{3}{4}} = (5^3)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{5^3} = \sqrt[4]{125}$; $0,2^{0,5} = 0,2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{0,2}$; $7^{-0,25} = (\frac{1}{7})^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{7}}$;

б) $x^{\frac{3}{4}} = (x^3)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$; $a^{1,2} = a^{\frac{6}{5}} = \sqrt[5]{a^6}$; $b^{-0,8} = (\frac{1}{b})^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{\frac{1}{b^4}}$; $c^{2\frac{2}{3}} = c^{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{c^8}$;

в) $5a^{\frac{1}{3}} = 5\sqrt[3]{a}$; $ax^{\frac{3}{5}} = a\sqrt[5]{x^3}$; $-b^{-1,5} = -(\frac{1}{b})^{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{b^3}}$;
 $(2b)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2b}$;

г) $(x-y)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(x-y)^2}$; $x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^2}$;
 $3(a+b)^{\frac{3}{4}} = 3\sqrt[4]{(a+b)^3}$; $4a^{-\frac{2}{3}} + ax^{\frac{2}{3}} = \frac{4}{a^{\frac{2}{3}}} + a\sqrt[3]{x^2} = \frac{4}{\sqrt[3]{a^2}} + a\sqrt[3]{x^2}$.

191. а) $\sqrt{1,3} = 1,3^{\frac{1}{2}}$; б) $\sqrt[3]{7^{-1}} = 7^{-\frac{1}{3}}$;

в) $\sqrt[4]{\frac{2}{3}} = (\frac{2}{3})^{\frac{1}{4}}$; г) $\sqrt[5]{(\frac{3}{2})^{-2}} = \sqrt[5]{(\frac{2}{3})^2} = (\frac{2}{3})^{\frac{2}{5}}$;

д) $\sqrt[7]{a^4} = a^{\frac{4}{7}}$; е) $\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{4}}} = x^{-\frac{3}{4}}$;

ж) $\sqrt[3]{a^2 - b^2} = (a^2 - b^2)^{\frac{1}{3}}$; з) $\sqrt[5]{(x-y)^2} = (x-y)^{\frac{2}{5}}$.

192. а) $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$;

б) $25^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$;

в) $0,16^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{0,16})^3 = 0,4^3 = 0,064$;

г) $0,64^{-1,5} = (0,64)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{(\sqrt{0,64})^3} = \frac{1}{0,8^3} = \frac{1}{0,512} = \frac{1000}{512} = 1\frac{61}{64}$;

д) $5 \cdot 32^{\frac{1}{5}} = 5 \cdot \sqrt[5]{32} = 5 \cdot 2 = 10$;

е) $-64^{\frac{1}{3}} = -\sqrt[3]{64} = -4$;

ж) $6 \cdot 8^{-\frac{1}{3}} = \frac{6}{\sqrt[3]{8}} = 3$;

з) $7 \cdot 0,04^{-\frac{1}{2}} = 7 \cdot \frac{1}{\sqrt{0,04}} = 7 \cdot \frac{1}{0,2} = 7 \cdot 5 = 35$.

193. а) $c^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = c^{\frac{5}{6}}$; б) $b^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{6}}$;

в) $a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}} = a^{\frac{5}{6}}$; г) $d^5d^{\frac{1}{2}} = d^{5+0,5} = d^{5,5}$;

д) $x^{\frac{1}{2}} : x^{\frac{3}{2}} = x^{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}} = x^{-1}$; е) $y^{\frac{5}{6}} : y^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{2}}$;

ж) $z^{\frac{1}{5}} : z^{-\frac{1}{2}} = z^{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}} = z^{\frac{7}{10}}$; з) $m^{\frac{1}{3}} : m^2 = m^{\frac{1}{3} - 2} = m^{-\frac{5}{3}}$;

$$\text{н)} (b^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{6}}; \text{к)} (a^{\frac{3}{2}})^{\frac{4}{9}} = a^{\frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 9}} = a^{\frac{2}{3}};$$

$$\text{л)} (c^{-\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = c^{-\frac{1}{6}}; \text{м)} (p^3)^{-\frac{2}{9}} = p^{-\frac{2}{3}}.$$

$$\boxed{194.} \text{ а)} (a^{0,4})^{\frac{1}{2}} \cdot a^{0,8} = a^{0,2} \cdot a^{0,8} = a^{0,2+0,8} = a;$$

$$\text{б)} (x^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{5}} \cdot x^{1,6} = x^{\frac{3}{5}} \cdot x^{\frac{8}{5}} = x^{\frac{11}{5}};$$

$$\text{в)} a(a^{-1,2})^{\frac{3}{4}} = a \cdot a^{-0,9} = a^{0,1};$$

$$\text{г)} (a^{0,8})^{-\frac{3}{4}} \cdot (a^{-\frac{2}{5}})^{-1,5} = a^{-0,6} \cdot a^{0,6} = 1.$$

$$\boxed{195.} \text{ а)} 10^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{-\frac{1}{2}} \cdot 10^{0,1} = 10^{0,4-0,5+0,1} = 10^0 = 1;$$

$$\text{б)} 4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{1\frac{2}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{9}} = (2^2)^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{5}{3}} \cdot (2^3)^{-\frac{1}{9}} = 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3}+\frac{5}{3}-\frac{1}{3}} = 2^2 = 4;$$

$$\text{в)} 3 \cdot 9^{0,4} \cdot \sqrt[5]{3} = 3 \cdot (3^2)^{0,4} \cdot 3^{\frac{1}{5}} = 3 \cdot 3^{0,8} \cdot 3^{0,2} = 3^2 = 9;$$

$$\text{г)} 8^{-\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{4} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} \cdot (2^4)^{\frac{1}{3}} \cdot (2^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{-1} \cdot 2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 2^{-1} \cdot 2^2 = 2.$$

$$\boxed{196.} \text{ а)} x^6 = x^{3 \cdot 2} = (x^3)^2; x^5 = x^{2,5 \cdot 2} = (x^{2,5})^2; x^{-8} = x^{-4 \cdot 2} = (x^{-4})^2; x^{-1} = x^{-0,5 \cdot 2} = (x^{-0,5})^2; x = x^{0,5 \cdot 2} = (x^{0,5})^2; x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6} \cdot 2} = (x^{\frac{1}{6}})^2;$$

$$\text{б)} y^6 = y^{2 \cdot 3} = (y^2)^3; y^7 = y^{\frac{7}{3} \cdot 3} = (y^{\frac{7}{3}})^3; y = y^{\frac{1}{3} \cdot 3} = (y^{\frac{1}{3}})^3; y^{\frac{1}{2}} = y^{\frac{1}{6} \cdot 3} = (y^{\frac{1}{6}})^3; y^{-1,5} = y^{-0,5 \cdot 3} = (y^{-0,5})^3; y^{0,2} = y^{\frac{1}{15} \cdot 3} = (y^{\frac{1}{15}})^3; y^{-\frac{2}{9}} = y^{-\frac{2}{27} \cdot 3} = (y^{-\frac{2}{27}})^3.$$

$$\boxed{197.} \text{ а)} \frac{3+3^{\frac{1}{2}}}{3^{-\frac{1}{2}}} = \frac{3+\sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 3\sqrt{3} + 3;$$

$$\text{б)} \frac{10}{10-10^{\frac{1}{2}}} = \frac{10}{10-\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}-1};$$

$$\text{в)} \frac{x-y}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \sqrt{x} - \sqrt{y};$$

$$\text{г)} \frac{b^{\frac{1}{2}}-5}{b-25} = \frac{\sqrt{b}-5}{(\sqrt{b}-5)(\sqrt{b}+5)} = \frac{1}{\sqrt{b}+5};$$

$$\text{д)} \frac{c+2c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}}+d}{c-d} = \frac{(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2}{(\sqrt{c}-\sqrt{d})(\sqrt{c}+\sqrt{d})} = \frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}};$$

$$\text{е)} \frac{m+n}{m^{\frac{1}{3}}-m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{1}{3}}} = \frac{(m^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{1}{3}})(m^{\frac{2}{3}}-m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{2}{3}})}{m^{\frac{2}{3}}-m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{2}{3}}} = m^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{1}{3}}.$$

$$\boxed{198.} \text{ а)} u = t^{\frac{2}{3}} + 1; t^{\frac{2}{3}} = u - 1; v = t^{-\frac{2}{3}} + 1; t^{-\frac{2}{3}} = v - 1; \frac{1}{t^{\frac{2}{3}}} = v - 1; t^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{v-1}; \Rightarrow u - 1 = \frac{1}{v-1}; u = \frac{1}{v-1} + 1;$$

$$\text{б) } u = (t+2)^{\frac{1}{4}}; u^4 = t+2; t = u^4 - 2; v = (2-t)^{\frac{1}{4}}; \\ v^4 = 2-t; t = 2-v^4; u^4 - 2 = 2-v^4; u^4 + v^4 = 4.$$

$$\boxed{199.} \quad \frac{(a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}}}{(a+b)^{\frac{1}{2}} - (a-b)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b})^2}{a+b - (a-b)} = \frac{a+b+a-b+2\sqrt{a^2-b^2}}{a+b-a+b} = \\ = \frac{2a+2\sqrt{a^2-b^2}}{2b} = \frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b}; \text{ при } b = \frac{4a}{5}; \frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b} = \\ = \frac{a+\sqrt{a^2-\frac{16a^2}{25}}}{\frac{4a}{5}} = \frac{a+a\sqrt{\frac{25-16}{25}}}{\frac{4a}{5}} = \frac{1+\sqrt{\frac{9}{25}}}{\frac{4}{5}} = \left(1 + \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{5}{4} = \frac{8}{5} \times \\ \times \frac{5}{4} = 2.$$

Дополнительные упражнения к главе I

$$\boxed{200.} \quad \text{а) } y = \frac{1}{6x} + \frac{1}{6+x}; \Rightarrow \begin{cases} 6x \neq 0 \\ 6+x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -6 \end{cases}$$

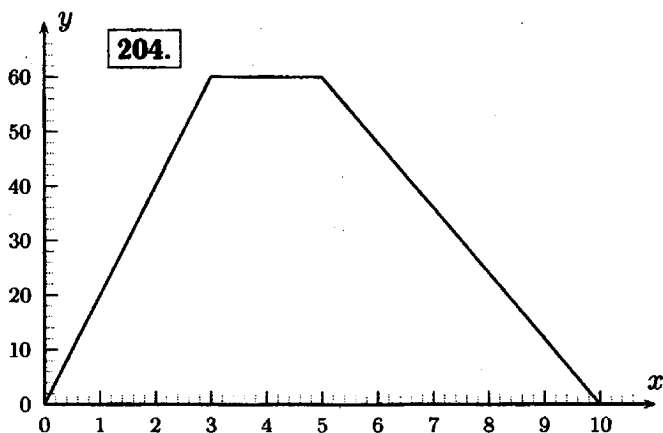
$$\text{б) } y = \sqrt{x} - \sqrt{x-4}; \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x-4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 4 \end{cases} \Rightarrow x \geq \\ \geq 4;$$

$$\text{в) } y = \frac{1}{1+\frac{1}{x}}; \begin{cases} 1+\frac{1}{x} \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} \neq -1 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$\boxed{201.} \quad y = 10x. \text{ Область определения } x \in [0; 7]; f(0) = 0; \\ f(7) = 70; \Rightarrow \text{область значений } y \in [0; 70].$$

$$\boxed{202.} \quad \text{По теореме Пифагора высота треугольника равна } \\ h = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4; \text{ так как } \frac{x}{y} = \frac{h}{AC} = \\ = \frac{4}{6}; \Rightarrow y = \frac{6}{4}x = \frac{3}{2}x; \Rightarrow y = f(x) = 1,5x. \text{ Область } \\ \text{определения } x \in [0; 4]; f(0) = 0; f(4) = 6; \Rightarrow \text{область } \\ \text{значений } y \in [0; 6].$$

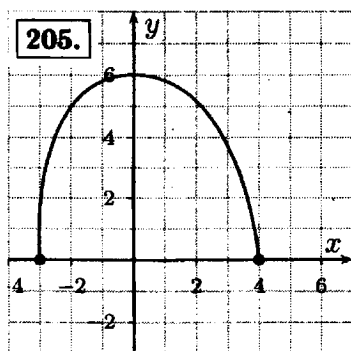
$$\boxed{203.} \quad \text{Точка пересечения с осью } Oy: x = 0; \Rightarrow y = \frac{1}{x^2+1} = \\ = 1. \text{ Точка пересечения с осью } Ox: y = 0; 0 = \frac{1}{x^2+1}; \\ \text{нет решений} \Rightarrow \text{график функции не пересекает ось } Ox. \\ \text{График расположен в первой и второй координатных} \\ \text{четвертях.}$$



Скорость катере по течению реки $16 + 4 = 20$ км/ч, скорость катера против течения реки $16 - 4 = 12$ км/ч. Расстояние от A до B катер пройдет за $\frac{60}{20} = 3$ часа, расстояние от B до A — за $\frac{60}{12} = 5$ часов. Значит,

$$l(t) = \begin{cases} 20t, t \in [0; 3) \\ 60, t \in [3; 5) \\ 120 - 12t, t \in [5; 10] \end{cases}$$

$l(t)$ растёт при $t \in [0; 3]$ катер удаляется от A ; при $t \in [3; 5]$ не изменяется, катер стоит, при $t \in [5; 10]$ убывает, катер возвращается в A .



206. а) $y = 0; \Rightarrow \frac{2x+11}{10} = 0; 2x + 11 = 0; 2x = -11;$
 $x = -5,5;$

б) $y = 0; \Rightarrow \frac{6}{8-0,5x} = 0;$ нет решений. \Rightarrow нулей функции не существует;

в) $y = 0; \Rightarrow \frac{3x^2-12}{4} = 0; 3x^2 - 12 = 0; 3x^2 = 12; x^2 = 4;$
 $x = \pm 2.$

207. Пусть функции возрастающие, тогда при $x_1 > x_2;$

$\Rightarrow \begin{cases} f(x_1) > f(x_2) \\ g(x_1) > g(x_2) \end{cases} \Rightarrow f(x_1) + g(x_1) > f(x_2) + g(x_2);$
 $\Rightarrow \varphi(x_1) > \varphi(x_2).$

Пусть функции убывающие, тогда при $x_1 < x_2; \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} f(x_1) < f(x_2) \\ g(x_1) < g(x_2) \end{cases} \Rightarrow f(x_1) + g(x_1) < f(x_2) + g(x_2);$
 $\Rightarrow \varphi(x_1) < \varphi(x_2).$

208. Предположим что уравнение $f(x) = a$ имеет два корня и больше, пусть x_1 и x_2 два различных корня, и $x_1 > x_2;$ так как функция возрастающая, то $a = f(x_1) > f(x_2) = a;$ противоречие. \Rightarrow уравнение $f(x) = a$ имеет не более одного корня.

209. а) $\sqrt{x} + x^2 = 18.$ ОДЗ $x \geq 0;$ $y = \sqrt{x};$ и $y = x^2$ возрастающие функции, значит, уравнение $\sqrt{x} + x^2 = 18$ имеет один корень. $x = 4;$

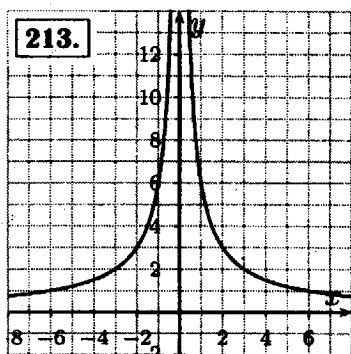
б) $x^3 + 5x = 6; y = x^3;$ и $y = 5x$ возрастающие функции, значит, уравнение $x^3 + 5x = 6;$ имеет один корень $x = 1.$

210. $y = x^2 + 5; y = -x^2 - 4;$

$y = \sqrt{x} + 1; y = x^4 + x^2 + 6.$

211. $y = \sqrt{1-x}.$

212. 49, 2.



Функция возрастает при $x \in (-\infty; 0)$; убывает при $x \in (0; +\infty)$. Область значений $y \in (0; +\infty)$; область определения $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

214. а) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x - 2 = 0$; $x^2 + 4x - 12 = 0$; $D_1 = 2^2 + 12 = 16$; $x = -2 \pm 4$; $x_1 = 2$; $x_2 = -6$; б) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4} = 0$; $6x^2 - 4x - 3 = 0$; $D_1 = 2^2 + 3 \cdot 6 = 4 + 18 = 22$; $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{6}$; в) $-x^2 + 4x - 2\frac{3}{4} = 0$; $x^2 - 4x + \frac{11}{4} = 0$; $4x^2 - 16x + 11 = 0$; $D_1 = 8^2 - 4 \cdot 11 = 64 - 44 = 20 = 4 \cdot 5$; $x = \frac{8 \pm 2\sqrt{5}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{5}}{2}$; г) $0,4x^2 - x + 0,2 = 0$; $2x^2 - 5x + 1 = 0$; $D = 25 - 4 \cdot 2 = 25 - 8 = 17$; $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$.

215. По теореме Виета: а) $(x+7)(x-2) = x^2 - 2x + 7x - 14 = x^2 + 5x - 14$; б) $(x - (3 - \sqrt{2}))(x - (3 + \sqrt{2})) = (x - 3 + \sqrt{2})(x - 3 - \sqrt{2}) = ((x-3) + \sqrt{2})((x-3) - \sqrt{2}) = (x-3)^2 - 2 = x^2 - 6x + 9 - 2 = x^2 - 6x + 7$.

216. Так как $x = 0$; то $2p \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 - 2p - 3 = 0$; $2p + 3 = 0$; $2p = -3$; $p = -1,5$; $\Rightarrow 3x^2 - 2x = 0$; $x(3x - 2) = 0$; $3x - 2 = 0$; $3x = 2$; $x = \frac{2}{3}$.

217. а) $2x^2 - 10x + 3 = 0$; $D_1 = 5^2 - 2 \cdot 3 = 25 - 6 = 19 > 0$; \Rightarrow квадратный трехчлен имеет корни, по теореме Виета: $x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{2}$; $x_1 + x_2 = 5$;
 б) $\frac{1}{3}x^2 + 7x - 2 = 0$; $x^2 + 21x - 6 = 0$; $D = 21^2 + 4 \cdot 6 > 0$; квадратный трехчлен имеет корни, по теореме Виета $x_1 \cdot x_2 = -6$; $x_1 + x_2 = -21$;
 в) $0,5x^2 + 6x + 1 = 0$; $x^2 + 12x + 2 = 0$; $D_1 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34 > 0$; \Rightarrow квадратный трехчлен имеет корни, по теореме Виета $x_1 \cdot x_2 = 2$; $x_1 + x_2 = -12$;

г) $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} = 0$; $x^2 - \frac{2}{3}x - 1 = 0$; $D = \frac{4}{9} + 1 > 0$;
 квадратный трехчлен имеет корни, по теореме Виета
 $x_1 \cdot x_2 = -1$; $x_1 + x_2 = \frac{2}{3}$.

218. По теореме Виета: $(x-p)(x-q) = x^2 - qx - px + pq = x^2 - (p+q)x + pq$; $\Rightarrow \begin{cases} -(p+q) = p \\ pq = q \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} -p - q = p \\ p = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = -2 \\ p = 1 \end{cases}$

219. $\begin{cases} \alpha \cdot \beta = 4 \\ \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \cdot \beta = 4 \\ \alpha + 2\sqrt{\alpha\beta} + \beta = 9 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} \alpha \cdot \beta = 4 \\ \alpha + \beta + 4 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \cdot \beta = 4 \\ \alpha + \beta = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 4 \\ \alpha = 4 \\ \beta = 1 \end{cases}$

220. а) $2x^2 - 3x + 7 = 2(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}) =$
 $= 2(x^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}x + \frac{9}{16} - \frac{9}{16} + \frac{7}{2}) =$
 $= 2((x - \frac{3}{4})^2 - \frac{9}{16} + \frac{56}{16}) = 2((x - \frac{3}{4})^2 + \frac{47}{16}) =$
 $= 2(x - \frac{3}{4})^2 + \frac{47}{8} = 2(x - \frac{3}{4})^2 + 5\frac{7}{8};$

б) $-3x^2 + 4x - 1 = -3(x^2 - 2 \cdot \frac{2}{3}x + \frac{4}{9} - \frac{4}{9} + \frac{1}{3}) =$
 $= -3((x - \frac{2}{3})^2 - \frac{1}{9}) = -3(x - \frac{2}{3})^2 + \frac{1}{3};$

в) $5x^2 - 3x = 5(x^2 - 2 \cdot \frac{3}{10}x + \frac{9}{100} - \frac{9}{100}) =$
 $= 5((x - \frac{3}{10})^2 - \frac{9}{100}) = 5(x - \frac{3}{10})^2 - \frac{9}{20};$

г) $-4x^2 + 8x = -4(x^2 - 2x + 1 - 1) =$
 $= -4((x - 1)^2 - 1) = -4(x - 1)^2 + 4.$

221. а) $-x^2 + 20x - 103 = -(x^2 - 2 \cdot 10 \cdot x + 100 + 3) =$
 $= -((x - 10)^2 + 3)$; $(x - 10)^2 + 3 > 0$; $\Rightarrow -((x - 10)^2 + 3) <$
 < 0 ; б) $x^2 - 16x + 65 = x^2 - 2 \cdot 8 \cdot x + 64 + 1 = (x - 8)^2 + 1 > 0.$

222. а) $3x^2 - 4x + 5 = 3\left(x^2 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot x + \frac{4}{9} - \frac{4}{9} + \frac{5}{3}\right) = 3\left(\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{11}{9}\right) = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{11}{3} \geq \frac{11}{3}$; минимальное значение $\frac{11}{3}$; б) $-3x^2 + 12x = -3(x^2 - 2 \cdot 2x + 4 - 4) = -3((x - 2)^2 - 4) = -3(x - 2)^2 + 12 \leq 12$; максимальное значение 12.

223. $a + b = 40$; $a = 40 - b$; $\Rightarrow a \cdot b = b(40 - b) = -b^2 + 40b = -(b^2 - 2 \cdot 20 \cdot b + 400 - 400) = -((b - 20)^2 - 400) = 400 - (b - 20)^2 \leq 400$; произведение будет наибольшим при $(b - 20)^2 = 0$; $\Rightarrow b = 20$; $\Rightarrow a = 20$.

224. а) $0,8x^2 - 19,8x - 5 = 0$; $D = 19,8^2 + 4 \cdot 5 \cdot 0,8 = 392,04 + 16 = 408,04$; $x = \frac{19,8 \pm 20,2}{1,6}$; $x_1 = 25$; $x_2 = -0,25$; $\Rightarrow 0,8x^2 - 19,8x - 5 = 0,8(x - 25)(x + 0,25) = (\frac{1}{5}x - 5)(4x + 1)$;

б) $3,5 - 3\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x^2 = 0$; $\frac{2}{3}x^2 - \frac{10}{3}x + 3,5 = 0$; $D = \frac{100}{9} - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,5 = \frac{100}{9} - \frac{84}{9} = \frac{16}{9}$; $x = \frac{\frac{10}{3} \pm \frac{4}{3}}{\frac{2}{3}}$; $x_1 = \frac{14}{3} \cdot \frac{3}{4} = 3,5$; $x_2 = \frac{6}{3} \cdot \frac{3}{4} = 1,5$; $\Rightarrow 3,5 - 3\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x^2 = \frac{2}{3}(x - 3,5)(x - 1,5) = (\frac{1}{3}x - 0,5)(2x - 7)$;

в) $x^2 + x\sqrt{2} - 2 = 0$; $D = 2 + 4 \cdot 2 = 10$; $x = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{10}}{2}$; $\Rightarrow x^2 + x\sqrt{2} - 2 = (x + \frac{\sqrt{2} + \sqrt{10}}{2})(x + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{10}}{2})$;

г) $x^2 - x\sqrt{6} + 1 = 0$; $D = 6 - 4 = 2$; $x = \frac{\sqrt{6} \pm \sqrt{2}}{2}$; $\Rightarrow x^2 - x\sqrt{6} + 1 = \left(x - \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}\right)\left(x - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}\right)$.

225. $mx^2 + (m - 3)x - 3 = 0$; $D = (m - 3)^2 + 4 \cdot 3 \cdot m = m^2 - 6m + 9 + 12m = m^2 + 6m + 9 = (m + 3)^2$; $x = \frac{-m + 3 \pm (m + 3)}{2m}$; $x_1 = \frac{-m + 3 + m + 3}{2m} = \frac{3}{m}$; $x_2 = \frac{-m + 3 - m - 3}{2m} = \frac{-2m}{2m} = -1$; при $m = -3$; $x_1 = -1$; при $m = -1$; $x_1 = -3$; при $m = 1$; $x_1 = 3$; при $m = 3$; $x_1 = 1$.

Ответ: -3 и -1 , -1 и -1 , 3 и -1 , 1 и -1 .

$$\boxed{226.} \quad (n-3)x^2 + (n+1)x + 9 - 2n = 0; \quad \begin{cases} n-3 \geq 1 \\ n+1 \geq 1 \\ 9-2n \geq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n \geq 4 \\ n \geq 0 \\ n \leq 4 \end{cases} \Rightarrow n = 4; \quad x^2 + 5x + 1 = 0.$$

$$\boxed{227.} \quad \text{a) } m^2 + 6m + 8 = 0; \quad D_1 = 3^2 - 8 = 1; \quad m = -3 \pm 1; \\ m_1 = -4; \quad m_2 = -2; \Rightarrow m^2 + 6m + 8 = (m+4)(m+2); \\ \Rightarrow \frac{2m^2-8}{m^2+6m+8} = \frac{2(m-2)(m+2)}{(m+2)(m+4)} = \frac{2(m-2)}{m+4};$$

$$\text{б) } 2m^2 - 5m + 2 = 0; \quad D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9; \quad m = \frac{5 \pm 3}{4}; \\ m_1 = 2; \quad m_2 = \frac{1}{2}; \Rightarrow 2m^2 - 5m + 2 = 2(m-2)(m-\frac{1}{2}) = \\ = (m-2)(2m-1); \Rightarrow \frac{2m^2-5m+2}{mn-2n-3m+6} = \frac{(m-2)(2m-1)}{n(m-2)-3(m-2)} = \\ = \frac{2m-1}{n-3}.$$

$$\boxed{228.} \quad \text{a) } \frac{x+4}{x-1} - \frac{37x-12}{4x^2-3x-1}; \quad 4x^2 - 3x - 1 = 0; \quad D = 3^2 + 4 \times \\ \times 4 = 9 + 16 = 25; \quad x = \frac{3 \pm 5}{8}; \quad x_1 = 1; \quad x_2 = -\frac{1}{4}; \Rightarrow 4x^2 - \\ - 3x - 1 = 4(x-1)(x+\frac{1}{4}) = (x-1)(4x+1); \Rightarrow \frac{x+4}{x-1} - \\ - \frac{37x-12}{4x^2-3x-1} = \frac{x+4}{x-1} - \frac{37x-12}{(x-1)(4x+1)} = \frac{(x+4)(4x+1)}{(x-1)(4x+1)} - \frac{37x-12}{(x-1)(4x+1)} = \\ = \frac{4x^2+x+16x+4-37x+12}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4x^2-20x+16}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4(x^2-5x+4)}{(x-1)(4x+1)}; \quad x^2 - 5x + \\ + 4 = 0; \quad D = 5^2 - 4 \cdot 4 = 9; \quad x = \frac{5 \pm 3}{2}; \quad x_1 = 4; \quad x_2 = 1; \\ \Rightarrow \frac{4(x^2-5x+4)}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4(x-4)(x-1)}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4(x-4)}{4x+1};$$

$$\text{б) } \frac{x-1}{x+2} - \frac{1-x}{x^2+3x+2} = \frac{x-1}{x+2} - \frac{1-x}{(x+1)(x+2)} = (x-1) \left(\frac{x+1+1}{(x+1)(x+2)} \right) = \\ = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x-1}{x+1};$$

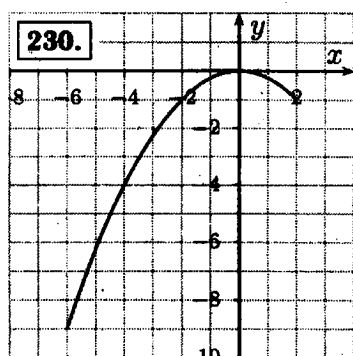
$$\text{в) } x^2 - x - 20 = 0; \quad D = 1 + 4 \cdot 20 = 81; \quad x = \frac{1 \pm 9}{2}; \quad x_1 = 5; \\ x_2 = -4; \Rightarrow x^2 - x - 20 = (x-5)(x+4); \quad \frac{7x-x^2}{x+4} \cdot \frac{x^2-x-20}{7-x} = \\ = \frac{x(7-x)}{x+4} \cdot \frac{(x+4)(x-5)}{7-x} = x^2 - 5x;$$

$$\text{г) } x^2 + 11x + 30 = 0; \quad D = 11^2 - 4 \cdot 30 = 121 - 120 = 1; \\ x = \frac{-11 \pm 1}{2}; \quad x_1 = -5; \quad x_2 = -6; \Rightarrow x^2 + 11x + 30 = \\ = (x+5)(x+6); \quad \frac{x^2+11x+30}{3x-15} : \frac{x+5}{x-5} = \frac{(x+5)(x+6)}{3(x-5)} \cdot \frac{x-5}{x+5} = \frac{x+6}{3};$$

д) $x^2 - 3x - 4 = 0$; $D = 9 + 16 = 25$; $x = \frac{3 \pm 5}{2}$; $x_1 = 4$;
 $x_2 = -1$; $\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = (x-4)(x+1)$; $\Rightarrow \frac{2x^2-7}{x^2-3x-4} - \frac{x+1}{x-4} =$
 $= \frac{2x^2-7}{(x-4)(x+1)} - \frac{x^2+2x+1}{(x-4)(x+1)} = \frac{x^2-2x-8}{(x-4)(x+1)} = \frac{(x-4)(x+2)}{(x-4)(x+1)} = \frac{x+2}{x+1}$;

е) $3x^2 - 5x + 2 = 0$; $D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1$; $x = \frac{5 \pm 1}{6}$;
 $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{2}{3}$; $\Rightarrow 3x^2 - 5x + 2 = 3(x-1)(x-\frac{2}{3}) =$
 $= (x-1)(3x-2)$; $\Rightarrow \frac{2+x-x^2}{2-5x+3x^2} + \frac{10x}{3x-2} = \frac{2+x-x^2+10x(x-1)}{(x-1)(3x-2)} =$
 $= \frac{9x^2-9x+2}{(x-1)(3x-2)} = \frac{(3x-2)(3x-1)}{(x-1)(3x-2)} = \frac{3x-1}{x-1}$.

229. $y = ax^2$: а) $(5; -7)$; $\Rightarrow -7 = a \cdot 25$; $a = -\frac{7}{25}$;
 б) $(-\sqrt{3}; 9)$; $\Rightarrow 9 = a \cdot 3$; $a = 3$; в) $(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$; $\Rightarrow -\frac{1}{2} = a \times$
 $\times \frac{1}{4}$; $a = -2$; г) $(100; 10)$; $\Rightarrow 10 = a \cdot 10000$; $a = 0,001$.



Наибольшее значение равно 0. Наименьшее значение $y(-6) = -0,25 \cdot 36 = -9$.

231. а) При $a > 0$; $y = ax^2 \geq 0 \Rightarrow y(x) \in [0; +\infty)$; б) При $a < 0$; $y = ax^2 \leq 0$; $\Rightarrow y(x) \in (-\infty; 0]$.

232. $y = ax^2$; $y = ax$; найдем точку пересечения: $ax^2 = ax$; $ax^2 - ax = 0$; $ax(x-1) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$. При $x = 0$, $y = 0$; точка пересечения $(0; 0)$; при $x = 1$; $y = a$; точка пересечения $(1; a)$.

233. При сдвиге параболы на 5 единиц вверх, получается функция $y = 7x^2 + 5$; при сдвиге параболы на 8 единиц влево, получается функция $y = 7(x+8)^2 + 5$.

234. а) Чтобы из графика функции $y = x^3$ получить график функции $y = -x^3$ необходимо вертикально отразить график $y = x^3$ относительно оси Ox .

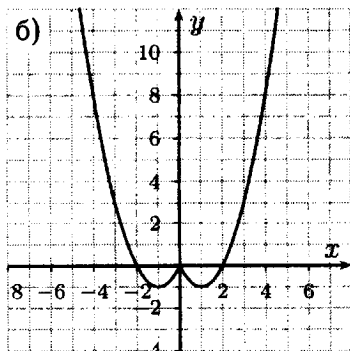
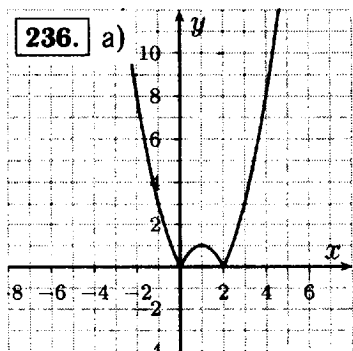
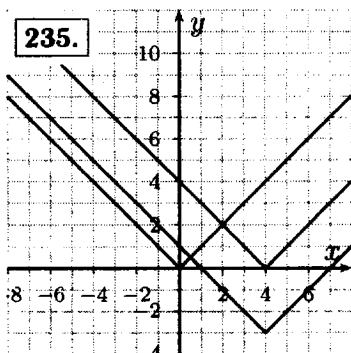
Чтобы из графика функции $y = x^3$ получить график функции $y = (x - 3)^3$ необходимо сдвинуть на 3 единицы вправо график $y = x^3$.

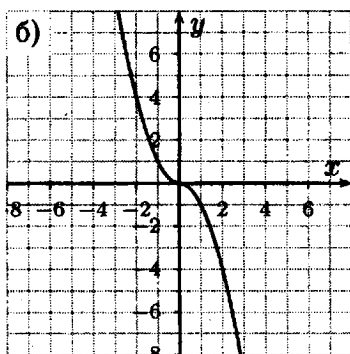
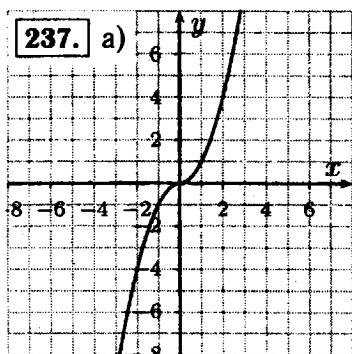
Чтобы из графика функции $y = x^3$ получить график функции $y = x^3 + 4$ необходимо сдвинуть на 4 единицы вверх график $y = x^3$.

б) Чтобы из графика функции $y = \sqrt{x}$ получить график функции $y = -\sqrt{x}$ необходимо отразить график $y = \sqrt{x}$ относительно оси Ox .

Чтобы из графика функции $y = \sqrt{x}$ получить график функции $y = \sqrt{x} + 5$ необходимо сдвинуть на 5 единиц вверх график $y = \sqrt{x}$.

Чтобы из графика функции $y = \sqrt{x}$ получить график функции $y = \sqrt{x} - 1$ необходимо сдвинуть на 1 единицу вниз график $y = \sqrt{x}$.





238. График функции $y = x^2 - 6x + c$ представляет собой параболу, ветви которой направлены вверх. Найдем координаты вершины параболы: $x_v = -\frac{b}{2a} = 3$; $y_v = 9 - 18 + c = c - 9$.

Вершина параболы в данном случае минимальное значение функции, следовательно:

а) $c - 9 > 4$; $\Rightarrow x > 13$; б) $c - 9 > -1$; $\Rightarrow c > 8$.

239. $y = x^2 + bx + c$. Координаты вершины параболы: $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2}$; $y_v = \frac{b^2}{4} - \frac{b^2}{2} + c = c - \frac{b^2}{4}$; вершина должна быть в точке $(6; -12)$; \Rightarrow

$$-\frac{b}{2} = 6 \Rightarrow c - \frac{b^2}{4} = -12 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow b = -12 & \Rightarrow b = -12 \\ c - 36 = -12 & \Rightarrow c = 24 \end{aligned}$$

240. $y = ax^2 - 16x + 1$. Прямая является осью симметрии параболы, когда на этой прямой лежит вершина параболы. $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{16}{2a} = \frac{8}{a}$; $\frac{8}{a} = 4$; $a = 2$.

241. $y = ax^2 + c$; $ax^2 + x = 0$; $ax^2 = -c$; $x^2 = -\frac{c}{a}$; уравнение имеет решение при: 1) $a = 0$; $c = 0$; 2) $a > 0$; $c \leq 0$; 3) $a > 0$; $c \leq 0$.

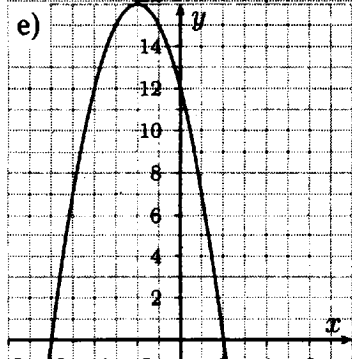
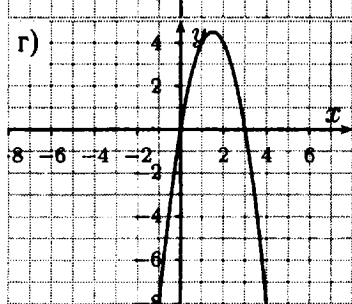
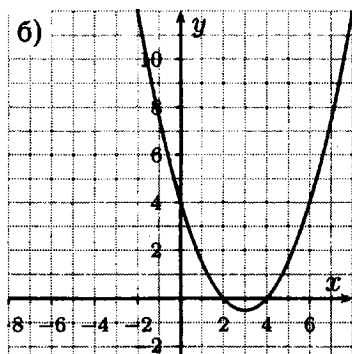
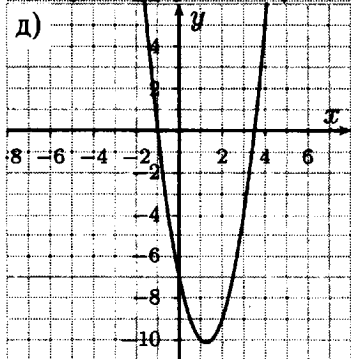
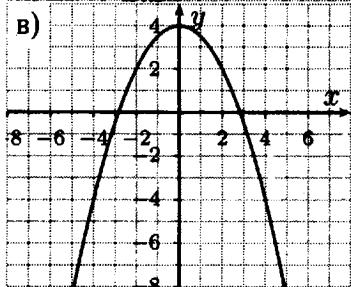
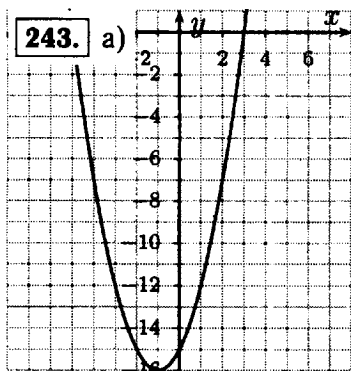
242. График функции $y = ax^2 + bx - 18$ проходит через точки $M(1; 2)$; $N(2; 10)$; зна-

чит,

$$\begin{cases} 2 = a + b - 18 \\ 10 = 4a + 2b - 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 20 \\ 4a + 2b = 28 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 20 - a \\ 2a + b = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 20 - a \\ 2a + 20 - a = 14 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 20 - a \\ a = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 26 \\ a = -6 \end{cases}$$



244. а) $y = 3x^2 - 0,5x + \frac{1}{16}$. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем координаты вершины параболы: $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{0,5}{6} = \frac{1}{12}$; $y_v = 3 \cdot \frac{1}{144} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{16} = \frac{1}{48} - \frac{1}{24} + \frac{1}{16} = \frac{1}{48} = \frac{1}{24}$; $\Rightarrow y \in [\frac{1}{24}; +\infty)$;

б) $y = 2x^2 + 1,2x + 2$. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем координаты вершины параболы: $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{1,2}{4} = -0,3$; $y_v = 2 \cdot 0,09 - 1,2 \cdot 0,3 + 2 = 0,18 - 0,36 + 2 = 1,82$; $\Rightarrow y \in [1,82; +\infty)$;

в) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5,5$. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вниз. Найдем координаты вершины параболы: $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 4$; $y_v = -8 + 16 - 5,5 = 2,5$. $\Rightarrow y \in (-\infty; 2,5]$;

г) $y = -3x^2 - 2x - 4\frac{2}{3}$. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вниз. Найдем координаты вершины параболы: $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-6} = \frac{1}{3}$; $y_v = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3} - 4\frac{2}{3} = -4\frac{1}{3}$; $\Rightarrow y \in (-\infty; -4\frac{1}{3}]$.

245. $h = 24t - 4,9t^2$. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вниз. Найдем координаты вершины параболы: $t_v = \frac{24}{2 \cdot 4,9} = \frac{120}{49} = 2\frac{22}{49}$; максимальная высота, на которую поднялся мяч — это ордината вершины: $h_v = 24 \cdot \frac{120}{49} - 4,9 \cdot (\frac{120}{49})^2 = \frac{24 \cdot 120}{49} - \frac{49 \cdot 120^2}{10 \cdot 49^2} = \frac{24 \cdot 120}{49} - \frac{12 \cdot 120}{49} = 120 \cdot (\frac{24-12}{49}) = 120 \cdot \frac{12}{49} = \frac{1440}{49} = 29\frac{19}{49}$ (м). Мяч поднимался в при $t \in [0; 2\frac{22}{49}]$. Найдем момент падения мяча: $h(t) = 0$; $24t - 4,9t^2 = 0$; $t(24 - 4,9t) = 0$; $24 = 4,9t$; $t = \frac{240}{49} = 4\frac{44}{49}$; с). Мяч падал при $t \in [2\frac{22}{49}; 4\frac{44}{49}]$, при $t = 4\frac{44}{49}$ мяч упал на землю.

246. а) $y = (x + 3)^2$; б) $y = -(x - 6)^2$.

247. $y = x^2 + px + q$;

а) $y = 0$; при $x_1 = 3$; $x_2 = 4$; по теореме Виета

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = q \\ x_1 + x_2 = -p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 12 \\ p = -7 \end{cases};$$

$$\text{б) При } x = 0; y = 6; \text{ при } x = 2; y = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = 6 \\ 4 + 2p + 6 = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 6 \\ p = -5 \end{cases};$$

$$\text{в) } xv = 6; yv = 24; \Rightarrow \begin{cases} 6 = -\frac{p}{2} \\ 24 = 36 + 6p + q \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p = -12 \\ q = 24 - 36 - 6p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -12 \\ q = 60 \end{cases}$$

$$\boxed{248.} \quad y = ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = a((x + \frac{b}{2a})^2 - (\frac{b}{2a})^2) + c;$$

а) Очевидно, что $a < 0$; так как ветви направлены вниз. Так как график сдвинут вправо $\Rightarrow \frac{b}{2a} < 0; \Rightarrow b > 0$; так как корни уравнения положительные и $a < 0$; из теоремы Виета следует, что $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0; \Rightarrow c < 0$;

б) Очевидно, что $a > 0$; так как ветви направлены вверх. Так как график сдвинут вправо $\Rightarrow \frac{b}{2a} < 0; \Rightarrow b < 0$; так как корни уравнения положительные и $a > 0$; из теоремы Виета следует, что $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0; \Rightarrow c > 0$.

$$\boxed{249.} \quad \text{а) } 5^{100} > 4^{100}; \text{ так как } 5 > 4; \text{ б) } 0,87^{100} < 0,89^{100};$$

$$\text{так как } 0,87 < 0,89; \text{ в) } 1,5^{261} < 1,6^{261} \text{ так как } 1,5 < 1,6;$$

$$\text{г) } (\frac{2}{3})^{261} > (\frac{3}{5})^{261}; \text{ так как } \frac{2}{3} > \frac{3}{5}.$$

$$\boxed{250.} \quad \text{а) } 2 < 10; \Rightarrow 2^{10} < 31^{10}; \text{ б) } 0,3 > 0,2; \Rightarrow 0,3^5 > 0,2^5;$$

$$\text{в) } \frac{4}{5} < \frac{8}{9}; \Rightarrow (\frac{4}{5})^{17} < (\frac{8}{9})^{17}; \text{ г) } (\frac{2}{3})^{20} = (\frac{4}{9})^{10}; \Rightarrow (\frac{4}{9})^{10} =$$

$$= (\frac{2}{3})^{20}; \text{ д) } 3^{21} = (3^3)^7 = 27^7; \Rightarrow 3^{21} > 8^7; \text{ е) } 36^6 = 1296^3;$$

$$\Rightarrow 1250^3 < 36^6.$$

$$\boxed{251.} \quad \text{а) } f(25) - f(12) = 25^7 - 12^7 > 0; \text{ б) } f(-30) -$$

$$- f(-20) = (-30)^7 - (-20)^7 = 20^7 - 30^7 < 0; \text{ в) } f(0) \times$$

$$\times f(60) = 0^7 \cdot 60^7 = 0; \text{ г) } g(17) - g(5) = 17^{10} - 5^{10} > 0;$$

$$\text{д) } g(-9) \cdot g(-17) = (-9)^{10} \cdot (-17)^{10} = 9^{10} \cdot 17^{10} > 0;$$

$$\text{е) } g(38) - g(0) = 38^{10} - 0 = 38^{10} > 0.$$

$$\boxed{252.} \quad \text{а) } x^{n+1} - x^n = x^n(x - 1); \text{ так как } x \in [0; 1]; x - 1 \leq 0;$$

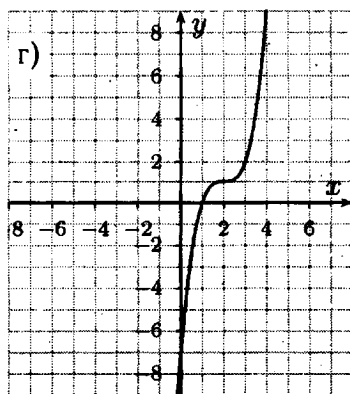
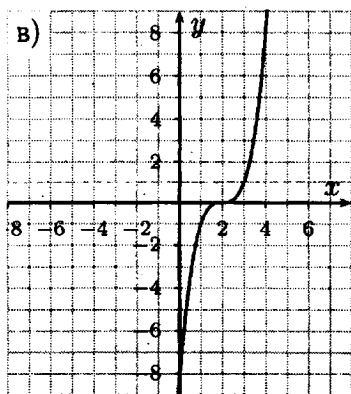
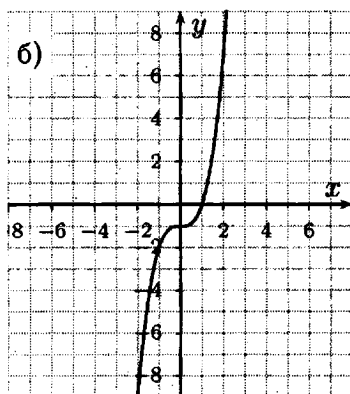
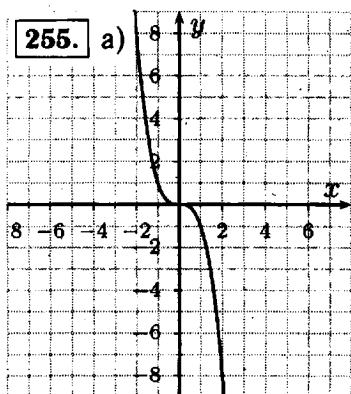
$$\Rightarrow x^n(x - 1) \leq 0; \Rightarrow x^{n+1} \leq x^n; \text{ б) } x^{n+1} - x^n = x^n(x - 1);$$

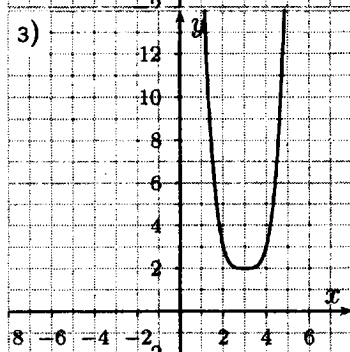
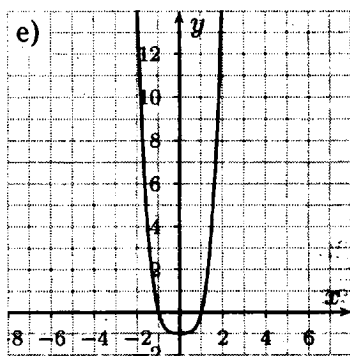
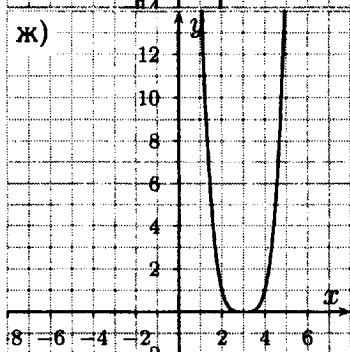
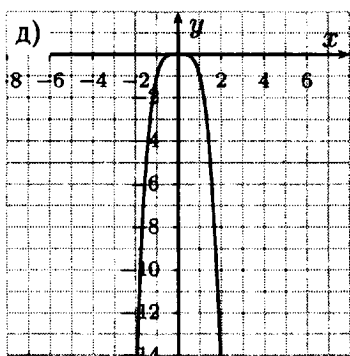
$$\text{так как } x \in (1; +\infty); \Rightarrow x - 1 > 0; \Rightarrow x^n(x - 1) > 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^{n+1} > x^n.$$

253. $y = x^n$: а) $A(2; 8)$; $\Rightarrow 8 = 2^n$; $\Rightarrow n = 3$;
 б) $B(3,5; 12,25)$; $\Rightarrow 12,25 = 3,5^n$; $\Rightarrow n = 2$; в) $C(-3; 81)$;
 $\Rightarrow 81 = (-3)^n$; $\Rightarrow n = 4$; г) $D(-2; -32)$; $\Rightarrow -32 = (-2)^n$;
 $\Rightarrow n = 5$.

254. $n \in \mathbb{N}$; $y = x^n$: а) $A(2; 5)$; $y = 2^n$ возрастает.
 $2^2 = 4 < 5 < 8 = 2^3$, значит, такого n не существует;
 б) $B(\sqrt{3}; 81) \Rightarrow 81 = (\sqrt{3})^n$; $\Rightarrow n = 8$; в) $C(-5; 415)$;
 $415 = (-5)^n \Rightarrow n = 2m$; $y = (-5)^{2m}$ возрастает, $(-5)^2 =$
 $= 25 < 415 < 625 = (-5)^4$, значит, такого n не суще-
 ствует; г) $D(-7; -343)$; $-343 = (-7)^n$; $\Rightarrow n = 3$.





256. а) $x^{10} = 2$; два корня $x = \pm \sqrt[10]{2}$; б) $x^{10} = 0$; один корень $x = 0$; в) $x^{10} = -3$; нет корней, так как $x^{10} \geq 0$; г) $x^7 = 5$; один корень $x = \sqrt[7]{5}$; д) $x^7 = 0$; один корень, $x = 0$; е) $x^7 = -1$; один корень $x = -1$.

257. а) $-0,5 \sqrt[10]{1024} = -0,5 \cdot 2 = -1$; б) $-\frac{2}{3} \sqrt[7]{-2187} = -\frac{2}{3} \cdot (-3) = 2$; в) $1,5 \sqrt[9]{512} = 1,5 \cdot 2 = 3$; г) $\sqrt[5]{7 \frac{19}{32}} \cdot \sqrt{5 \frac{4}{9}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} \cdot \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{7}{2}$; д) $\sqrt[3]{-125} \cdot \sqrt[7]{0,1^7} = -5 \cdot 0,1 = -0,5$; е) $\sqrt[4]{16^{-2}} \cdot \sqrt[3]{0,125^3} = \sqrt[4]{\frac{1}{4^4}} \cdot 0,125 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$.

258. а) $\sqrt{x} = 0,2$; $x = 0,04$; б) $\sqrt[3]{y} = \frac{1}{2}$; $y = (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$; в) $\sqrt[4]{a} = -1$; нет решений, так как корень четной степени из любого числа неотрицательное число; г) $\sqrt[4]{b} = 2$; $b = 2^4 = 16$; д) $\sqrt[8]{x} = 1$; $\Rightarrow x = 1$; е) $\sqrt[3]{y} = -2$; $\Rightarrow y = (-2)^3 = -8$.

259. а) $\sqrt[3]{x-2}$; $\Rightarrow x-2 \geq 0$; $x \geq 2$; б) $\sqrt[4]{\frac{9-x}{5}}$; $\Rightarrow 9-x \geq 0$; $x \leq 9$; в) $\sqrt[3]{x+5}$; при любом значении выражение имеет смысл; г) $\sqrt[3]{3a-5}$; $\Rightarrow 3a-5 \geq 0$; $3a \geq 5$; $a \geq \frac{5}{3}$; д) $\sqrt[4]{-5y+6}$; $\Rightarrow -5y+6 \geq 0$; $5y \leq 6$; $y \leq 1\frac{1}{5}$; е) $\sqrt[12]{\frac{6b-9}{11}}$; $\Rightarrow 6b-9 \geq 0$; $6b \geq 9$; $b \geq 1,5$.

260. а) $\sqrt[3]{23} < \sqrt[3]{27}$; б) $\sqrt[3]{-5} < \sqrt[3]{-4}$; в) $\sqrt[3]{-0,1} < \sqrt[3]{0,01}$.

261. а) $6 < 7$; $\Rightarrow \sqrt[3]{6} < \sqrt[3]{7}$; $\Rightarrow \sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{7} < 0$;

б) $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$; $\Rightarrow \sqrt[5]{\frac{1}{2}} > \sqrt[5]{\frac{1}{3}}$; $\Rightarrow \sqrt[5]{\frac{1}{2}} - \sqrt[5]{\frac{1}{3}} > 0$;

в) $1 > 0,99$; $\Rightarrow 1 > \sqrt[4]{0,99}$; $\Rightarrow 1 - \sqrt[4]{0,99} > 0$;

г) $0,28 = \frac{7}{25} < \frac{2}{7}$; $\Rightarrow \sqrt[6]{0,28} < \sqrt[6]{\frac{2}{7}}$; $\Rightarrow \sqrt[6]{0,28} - \sqrt[6]{\frac{2}{7}} < 0$.

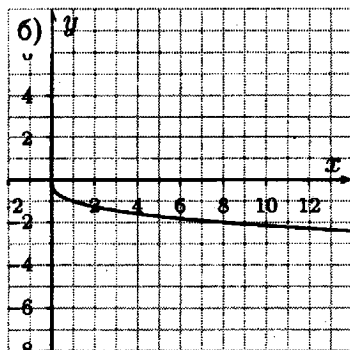
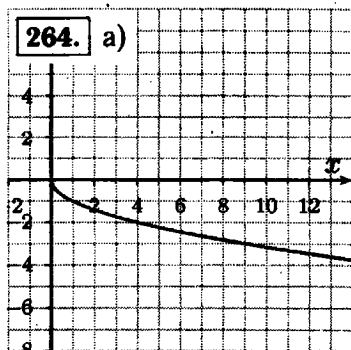
262. а) $0,1x - 2 \geq 0$; $0,1x \geq 2$; $x \geq 20$;

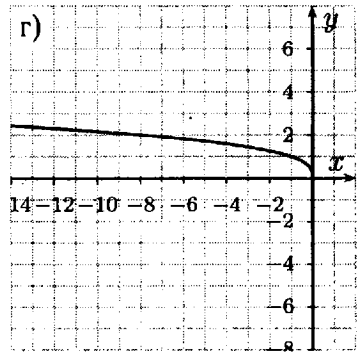
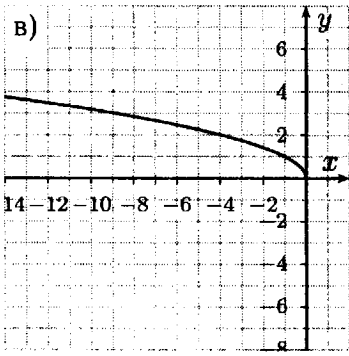
б) $5 - 2x \geq 0$; $2x \leq 5$; $x \leq 2,5$;

в) $x \in (-\infty; +\infty)$.

263. а) $\sqrt{x} = x$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $\sqrt{x} < x$; $\Rightarrow x > 1$;
 $\sqrt{x} > x$; $\Rightarrow 0 < x < 1$;

б) $\sqrt[3]{x} = x$; $x_1 = 1$; $x_2 = 0$; $x_3 = -1$; $\sqrt[3]{x} < x$; $x < x^3$;
 $x(x^2 - 1) > 0$; $\Rightarrow x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$; $\sqrt[3]{x} > x$; $x > x^3$;
 $x(x^2 - 1) < 0$; $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$.





ГЛАВА II. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

§ 5. Уравнения с одной переменной

12. Целое уравнение и его корни

265. а) 5; б) 6; в) 5; г) $(x+8)(x-7) = x^2 + 8x - 7x - 56 = 0$; степень 2; д) 1; е) $5x^3 - 5x(x^2 + 4) - 17 = 0$;
 $5x^3 - 5x^3 - 20x - 17 = 0$; $-20x - 17 = 0$; степень 1.

266. а) $(8x-1)(2x-3) - (4x-1)^2 = 38$; $16x^2 - 24x - 2x + 3 - 16x^2 + 8x - 1 = 38$; $-18x = 36$; $x = -2$;

б) $\frac{(15x-1)(1+15x)}{3} = 2\frac{2}{3}$; $\frac{225x^2-1}{3} = \frac{8}{3}$; $225x^2 = 9$; $x^2 = \frac{9}{225}$;
 $x = \pm\sqrt{\frac{9}{225}} = \pm\frac{1}{5}$;

в) $0,5y^3 - 0,5y(y+1)(y-3) = 7$; $y^3 - y(y^2 - 3y + y - 3) = 14$;
 $y^3 - y^3 + 2y^2 + 3y - 14 = 0$; $2y^2 + 3y - 14 = 0$;
 $D = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 14 = 121$; $y = \frac{-3 \pm 11}{4}$; $y_1 = 2$; $y_2 = -3,5$;

г) $x^4 - x^2 = \frac{(1+2x^2)(2x^2-1)}{4}$; $4x^4 - 4x^2 = 4x^4 - 1$; $4x^2 = 1$;
 $x^2 = \frac{1}{4}$; $x = \pm\frac{1}{2}$.

267. а) $(6-x)(x+6) - (x-11)x = 36$; $36 - x^2 - x^2 + 11x = 36$;
 $-2x^2 + 11x = 0$; $x(11-2x) = 0$; $x_1 = 0$;
 $x_2 = \frac{11}{2} = 5,5$;

б) $\frac{1-3y}{11} - \frac{3-y}{5} = 0$; $5 - 15y - 33 + 11y = 0$; $4y = -28$;
 $y = -7$;

в) $9x^2 - \frac{(12x-11)(3x+8)}{4} = 1$; $36x^2 - (36x^2 + 96x - 33x - 88) = 4$;
 $-63x = -84$; $x = \frac{84}{63} = 1\frac{1}{3}$;

г) $\frac{(y+1)^2}{12} - \frac{1-y^2}{24} = 4$; $2(y^2 + 2y + 1) - 1 + y^2 = 96$; $2y^2 + 4y + 2 - 1 + y^2 - 96 = 0$;
 $3y^2 + 4y - 95 = 0$; $D_1 = 2^2 + 3 \cdot 95 = 289$;
 $y = \frac{-2 \pm 17}{3}$; $y_1 = 5$; $y_2 = -6\frac{1}{3}$.

268. $5x^6 \geq 0$; $6x^4 \geq 0$; $x^2 \geq 0$; так как степени четные.
 $\Rightarrow 5x^6 + 6x^4 + x^2 + 4 \geq 4$; \Rightarrow уравнение $5x^6 + 6x^4 + x^2 + 4 = 0$; не имеет корней.

269. При $x < 0$; $12x^5 < 0$; $7x^3 < 0$; $11x < 0$; так как степени не четные. $\Rightarrow 12x^5 + 7x^3 + 11x - 3 < -3 \Rightarrow$ уравнение $12x^5 + 7x^3 + 11x - 3 = 121$ не имеет корней.

270. Пусть ребро куба равняется x , тогда $(x+3)^3 = x^3 + 513$; $x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - x^3 - 513 = 0$; $x^2 + 3x - 54 = 0$; $D = 9 + 4 \cdot 54 = 9 + 216 = 225$; $x = \frac{-3 \pm 15}{2}$; $x > 0$; $\Rightarrow x = 6$.

271. Пусть первое число x а второе y , тогда

$$\begin{cases} x = y + 5 \\ x^3 = y^3 + 3185 \end{cases} \Rightarrow (y+5)^3 = y^3 + 3185; y^3 + 15y^2 + 75y + 125 - y^3 - 3185 = 0; y^2 + 5y - 204 = 0; D = 25 + 4 \cdot 204 = 841; y = \frac{-5 \pm 29}{2}; y_1 = 12; \Rightarrow x_1 = 17; y_2 = -17; \Rightarrow x_2 = -12.$$

272. а) $y^3 - 6y = 0$; $y(y^2 - 6) = 0$; $y_1 = 0$; или $y^2 = 6$; $y = \pm\sqrt{6}$; $\Rightarrow y_1 = 0$; $y_2 = \sqrt{6}$; $y_3 = -\sqrt{6}$;

б) $6x^4 + 3,6x^2 = 0$; $x^2(6x^2 + 3,6) = 0$; $x_1 = 0$; или $6x^2 = -3,6$ не имеет корней. $\Rightarrow x = 0$;

в) $x^3 + 3x = 3,5x^2$; $x^3 - 3,5x^2 + 3x = 0$; $x(x^2 - 3,5x + 3) = 0$; $x_1 = 0$; или $x^2 - 3,5x + 3 = 0$; $D = 12,25 - 4 \cdot 3 = 0,25 = 0,5$; $x = \frac{3,5 \pm 0,5}{2}$; $x_2 = 2$; $x_3 = 1,5$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 2$; $x_3 = 1,5$;

г) $x^3 - 0,1x = 0,3x^2$; $x^3 - 0,1x - 0,3x^2 = 0$; $x(x^2 - 0,3x - 0,1) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 0$; или $x^2 - 0,3x - 0,1 = 0$; $D = 0,09 + 0,4 = 0,49$; $x = \frac{0,3 \pm 0,7}{2}$; $x_2 = 0,5$; $x_3 = -0,2$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 0,5$; $x_3 = -0,2$;

д) $9x^3 - 18x^2 - x + 2 = 0$; $9x^2(x-2) - (x-2) = 0$; $(9x^2 - 1)(x-2) = 0$; $(3x-1)(3x+1)(x-2) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 2$; $x_2 = \frac{1}{3}$; $x_3 = -\frac{1}{3}$;

е) $y^4 - y^3 - 16y^2 + 16y = 0$; $y^3(y-1) - 16y(y-1) = 0$; $y(y^2 - 16)(y-1) = 0$; $y(y-4)(y+4)(y-1) = 0$; $\Rightarrow y_1 = 0$; $y_2 = 4$; $y_3 = -4$; $y_4 = 1$;

ж) $p^3 - p^2 = p - 1$; $p^2(p-1) - (p-1) = 0$; $(p-1)(p^2 - 1) = 0$; $\Rightarrow p_1 = 1$; $p_2 = -1$;

з) $x^4 - x^2 = 3x^3 - 3x$; $x^2(x^2 - 1) - 3x(x^2 - 1) = 0$; $x(x-3)(x+1)(x-1) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 3$; $x_3 = -1$; $x_4 = 1$.

273. а) $0,7x^4 - x^3 = 0$; $x^3(0,7x - 1) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 0$;
 $0,7x_2 = 1$; $x_2 = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$;

б) $0,5x^3 - 72x = 0$; $x(0,5x^2 - 72) = 0$; $x(x^2 - 144) = 0$;
 $x(x - 12)(x + 12) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 12$; $x_3 = -12$;

в) $x^3 + 4x = 5x^2$; $x(x^2 - 5x + 4) = 0$; $x_1 = 0$; или $x^2 - 5x + 4 = 0$; $D = 25 - 16 = 9$; $x = \frac{5 \pm 3}{2}$; $x_2 = 4$; $x_3 = 1$;
 $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 4$; $x_3 = 1$;

г) $3x^3 - x^2 + 18x - 6 = 0$; $x^2(3x - 1) + 6(3x - 1) = 0$;
 $(x^2 + 6)(3x - 1) = 0$; так как $x^2 + 6 > 0 \Rightarrow 3x - 1 = 0$;
 $x = \frac{1}{3}$;

д) $2x^4 - 18x^2 = 5x^3 - 45x$; $2x^2(x^2 - 9) = 5x(x^2 - 9)$;
 $x(2x - 5)(x - 3)(x + 3) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 2,5$; $x_3 = 3$;
 $x_4 = -3$;

е) $3y^2 - 2y = 2y^3 - 3$; $3y^2 - 2y - 2y^3 + 3 = 0$; $3(y^2 + 1) - 2y(y^2 + 1) = 0$;
 $\Rightarrow (y^2 + 1)(3 - 2y) = 0$; так как $y^2 + 1 > 0$; $\Rightarrow y = 1,5$.

274. а) $x^3 + 7x^2 - 6 = 0$; легко увидеть, что $x_1 = -1$;
 $\Rightarrow x^3 + 7x^2 - 6 = (x + 1)(x^2 + 6x - 6) = 0$; $x^2 + 6x - 6 = 0$;
 $D_1 = 9 + 6 = 15$; $x = -3 \pm \sqrt{15}$; $\Rightarrow x_1 = -1$;
 $x_2 = -3 + \sqrt{15}$; $x_3 = -3 - \sqrt{15}$;

б) $x^3 + 4x^2 - 5 = 0$; легко увидеть, что $x_1 = 1$; $\Rightarrow x^3 + 4x^2 - 5 = (x - 1)(x^2 + 5x + 5) = 0$;
 $D = 25 - 20 = 5$;
 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$; $\Rightarrow x_1 = 1$; $x_2 = \frac{-5 + \sqrt{5}}{2}$; $x_3 = \frac{-5 - \sqrt{5}}{2}$.

275. $y = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. График пересекает ось Oy при $x = 0$; $\Rightarrow y = -6$; \Rightarrow График пересекает ось Oy в точке $(0; -6)$. График пересекает ось Ox при $y = 0$; $\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$; легко увидеть, что $x_1 = 1$;
 $\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x - 1)(x^2 - 5x + 6) = (x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 1$; $x_2 = 2$; $x_3 = 3$; \Rightarrow График пересекает ось Ox в точках $(1; 0)$; $(2; 0)$; $(3; 0)$.

276. а) $(2x^2 + 3)^2 - 12(2x^2 + 3) + 11 = 0$; пусть $2x^2 + 3 = a$; тогда $a^2 - 12a + 11 = 0$; $D_1 = 36 - 11 = 25$; $a = 6 \pm 5$;

$$a_1 = 1; a_2 = 11; \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 + 3 = 1 \\ 2x^2 + 3 = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 = -2 \\ 2x^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \quad x^2 = -1 \text{ не имеет смысла} \Rightarrow x = \pm 2;$$

б) $(t^2 - 2t)^2 - 3 = 2(t^2 - 2t)$; пусть $t^2 - 2t = a$; тогда $a^2 - 2a - 3 = 0$; $D_1 = 1 + 3 = 4$; $a = 1 \pm 2$; $a_1 = 3$; $a_2 = -1$;

$$\Rightarrow \begin{cases} t^2 - 2t = 3 \\ t^2 - 2t = -1 \end{cases} \Rightarrow 1) t^2 - 2t - 3 = 0; t_1 = -1; t_2 = 3;$$

2) $t^2 - 2t + 1 = 0$; $(t - 1)^2 = 0$; $t_3 = 1$;

в) $(x^2 + x - 1)(x^2 + x + 2) = 40$; пусть $x^2 + x - 1 = a$; тогда $a(a + 3) = 40$; $a^2 + 3a - 40 = 0$; $D = 9 + 160 = 169$;

$a = \frac{-3 \pm 13}{2}$; $a_1 = 5$; $a_2 = -8$; $\Rightarrow x^2 + x - 1 = 5$; или

$$x^2 + x - 1 = -8; \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0 \\ x^2 + x + 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow 1) x^2 + x - 6 =$$

$= 0$; $D = 1 + 24 = 25$; $x = \frac{-1 \pm 5}{2}$; $x_1 = -3$; $x_2 = 2$; 2) $x^2 + x + 7 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 7 = 1 - 28 = -27 < 0$ нет корней.

г) $(2x^2 + x - 1)(2x^2 + x - 4) + 2 = 0$; пусть $2x^2 + x - 1 = a$; $\Rightarrow a(a - 3) + 2 = 0$; $a^2 - 3a + 2 = 0$; $D = 9 - 8 = 1$;

$$a = \frac{3 \pm 1}{2}; a_1 = 1; a_2 = 2; \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 + x - 2 = 0 \\ 2x^2 + x - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow 1)$$

$2x^2 + x - 2 = 0$; $D = 1 + 16 = 17$; $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$; 2)

$2x^2 + x - 3 = 0$; $D = 1 + 24 = 25$; $x = \frac{-1 \pm 5}{4}$; $x_1 = 1$;

$x_2 = -1,5$.

277. а) $(x^2 + 3)^2 - 11(x^2 + 3) + 28 = 0$; пусть $x^2 + 3 = a$; $\Rightarrow a^2 - 11a + 28 = 0$; $D = 121 - 4 \cdot 28 = 9$; $a = \frac{11 \pm 3}{2}$; $a_1 = 7$;

$$a_2 = 4; \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3 = 7 \\ x^2 + 3 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x_1 = -2$; $x_2 = -1$; $x_3 = 1$; $x_4 = 2$;

б) $(x^2 - 4x)^2 + 9(x^2 - 4x) + 20 = 0$; пусть $x^2 - 4x = a$;

$\Rightarrow a^2 + 9a + 20 = 0$; $D = 81 - 80 = 1$; $a = \frac{-9 \pm 1}{2}$; $a_1 =$

$$= -5; a_2 = -4; \begin{cases} x^2 - 4x + 5 = 0 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow 1) x^2 - 4x + 5 = 0;$$

$$D_1 = 16 - 20 = -4 < 0; \text{ нет корней } 2) x^2 - 4x + 4 = 0;$$

$$D_1 = 4 - 4 = 0; x = 2;$$

$$в) (x^2 + x)(x^2 + x - 5) = 84; \text{ пусть } x^2 + x = a; a(a - 5) = 84; a^2 - 5a - 84 = 0; D = 25 + 4 \cdot 84 = 25 + 336 = 361;$$

$$a = \frac{5 \pm 19}{2}; a_1 = 12; a_2 = -7; \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 12 = 0 \\ x^2 + x + 7 = 0 \end{cases} 1)$$

$$x^2 + x + 7 = 0; D = 1 - 4 \cdot 7 = 1 - 28 = -27 < 0; \text{ нет корней. } 2) x^2 + x - 12 = 0; D = 1 + 48 = 49; x = \frac{-1 \pm 7}{2}; x_1 = -4; x_2 = 3.$$

$$\boxed{278.} \text{ а) } x^4 - 5x^2 - 36 = 0; \text{ пусть } x^2 = a \geq 0; \Rightarrow a^2 - 5a - 36 = 0; D = 5^2 + 4 \cdot 36 = 25 + 144 = 169; \Rightarrow a = \frac{5 \pm 13}{2}; a_1 = -4; \text{ не подходит, так как } a \geq 0; a_2 = 9; \Rightarrow x^2 = 9; \Rightarrow x = \pm 3;$$

$$б) y^4 - 6y^2 + 8 = 0; \text{ пусть } y^2 = a \geq 0; \Rightarrow a^2 - 6a + 8 = 0; D_1 = 3^2 - 8 = 1; a = 3 \pm 1; a_1 = 4; a_2 = 2;$$

$$\begin{cases} y^2 = 4 \\ y^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow y_1 = 2; y_2 = -2; y_3 = -\sqrt{2}; y_4 = \sqrt{2};$$

$$в) t^4 + 10t^2 + 25 = 0; \text{ пусть } t^2 = a \geq 0; \Rightarrow a^2 + 10a + 25 = 0; D_1 = 5^2 - 25 = 0; a = -5; t^2 = -5; \text{ нет решений};$$

$$г) 4x^4 - 5x^2 + 1 = 0; \text{ пусть } x^2 = a \geq 0; 4a^2 - 5a + 1 = 0; D = 25 - 16 = 9; a = \frac{5 \pm 3}{8}; a_1 = 1; a_2 = \frac{1}{4};$$

$$\begin{cases} t^2 = 1 \\ t^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow t_1 = 1; t_2 = -1; t_3 = \frac{1}{2}; t_4 = -\frac{1}{2};$$

$$д) 9x^4 - 9x^2 + 2 = 0; \text{ пусть } x^2 = a \geq 0; \Rightarrow 9a^2 - 9a + 2 = 0; D = 81 - 72 = 9; a = \frac{9 \pm 3}{18}; a_1 = \frac{1}{3}; a_2 = \frac{2}{3};$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1}{3} \\ x^2 = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{1}{3}}; x_2 = -\sqrt{\frac{1}{3}}; x_3 = \sqrt{\frac{2}{3}}; x_4 = -\sqrt{\frac{2}{3}};$$

$$е) 16y^4 - 8y^2 + 1 = 0; \text{ пусть } y^2 = a; \Rightarrow 16a^2 - 8a + 1 = 0; D_1 = 16 - 16 = 0; a = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}; \Rightarrow y^2 = \frac{1}{4}; y = \pm \frac{1}{2}.$$

279. а) $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0$; $\Rightarrow a^2 - 25a + 144 = 0$; $D = 25^2 - 4 \cdot 144 = 625 - 576 = 49$;

$$a = \frac{25 \pm 7}{2}; a_1 = 16; a_2 = 9; \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 16 \\ x^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 4;$$

$$x_2 = -4; x_3 = 3; x_4 = -3;$$

б) $y^4 + 14y^2 + 48 = 0$; пусть $y^2 = a \geq 0$; $\Rightarrow a^2 + 14a + 48 = 0$; $D_1 = 7^2 - 48 = 1$; $a = \frac{-7 \pm 1}{2}$; $\Rightarrow a_1 = -4$; $a_2 = -3$;

нет корней, так как $a \geq 0$;

в) $x^4 - 4x^2 + 4 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0$; $a^2 - 4a + 4 = 0$; $D_1 = 2^2 - 4 = 0$; $a = 2$; $\Rightarrow x^2 = 2$; $\Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$;

г) $t^4 - 2t^2 - 3 = 0$; пусть $t^2 = a \geq 0$; $a^2 - 2a - 3 = 0$; $D_1 = 1 + 3 = 4$; $a = 1 \pm 2$; $a_1 = 3$; $a_2 = -1$ — не подходит, так как $a \geq 0$; $\Rightarrow x^2 = 3$; $x = \pm\sqrt{3}$;

д) $2x^4 - 9x^2 + 4 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0$; $2a^2 - 9a + 4 = 0$; $D = 81 - 32 = 49$; $a = \frac{9 \pm 7}{4}$; $a_1 = 4$; $a_2 = \frac{1}{2}$;

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = \sqrt{\frac{1}{2}}; x_4 = -\sqrt{\frac{1}{2}};$$

е) $5y^4 - 5y^2 + 2 = 0$; пусть $y^2 = a \geq 0$; $\Rightarrow 5a^2 - 5a + 2 = 0$; $D = 25 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 25 - 40 = -15$; нет корней.

280. а) Найдем точку пересечения с осью Oy . $x = 0$; $\Rightarrow y = 0^4 - 5 \cdot 0^2 + 4 = 4$; $\Rightarrow (0; 4)$. Найдем точку пересечения с осью Ox . $y = 0$; $\Rightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0$; $\Rightarrow a^2 - 5a + 4 = 0$; $D = 25 - 16 = 9$; $a = \frac{5 \pm 3}{2}$;

$$a_1 = 4; a_2 = 1; \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = 1;$$

$$x_4 = -1; \Rightarrow (2; 0); (-2; 0); (1; 0); (-1; 0);$$

б) Найдем точку пересечения с осью Oy . $x = 0$; $\Rightarrow y = 0^4 + 3 \cdot 0^2 - 10 = -10$; $\Rightarrow (0; -10)$. Найдем точку пересечения с осью Ox . $y = 0$; $\Rightarrow x^4 + 3x^2 - 10 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0$; $\Rightarrow a^2 + 3a - 10 = 0$; $D = 9 + 40 = 49$; $a = \frac{-3 \pm 7}{2}$; $a_1 = -5$; $a_2 = 2$; $\Rightarrow x^2 = -5$ не имеет смысла $x^2 = 2$; $x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow (\sqrt{2}; 0); (-\sqrt{2}; 0)$;

в) Найдем точку пересечения с осью Oy . $x = 0$; $\Rightarrow y = 0^4 - 20 \cdot 0^2 + 100 = 100$; $\Rightarrow (0; 100)$. Найдем точку пересечения с осью Ox . $y = 0$; $\Rightarrow x^4 - 20x^2 + 100 = 0$;

пусть $x^2 = a \geq 0$; $\Rightarrow a^2 - 20a + 100 = 0$; $D_1 = 100 - 100 = 0$; $a = 10$; $x^2 = 10$; $x = \pm\sqrt{10}$; $\Rightarrow (\sqrt{10}; 0)$; $(-\sqrt{10}; 0)$;

г) Найдем точку пересечения с осью Oy : $x = 0$; $\Rightarrow y = 4 \cdot 0^4 + 16 \cdot 0^2 = 0$; $\Rightarrow (0; 0)$. Найдем точку пересечения с осью Ox : $y = 0$; $\Rightarrow 4x^4 + 16x^2 = 0$; $4x^2(x^2 + 4) = 0$; $x^2 + 4 \geq 4$; $\Rightarrow x = 0$; $\Rightarrow (0; 0)$.

281. а) $x^4 - 47x^2 - 98 = (x^2 - 49)(x^2 + 2) = (x - 7)(x + 7)(x^2 + 2)$;

б) $x^4 - 85x^2 + 1764 = (x^2 - 36)(x^2 - 49) = (x - 6)(x + 6)(x - 7)(x + 7)$.

282. а) $(x^2 - 1)(x^2 + 1) - 4(x^2 - 11) = 0$; $x^4 - 1 - 4x^2 + 44 = 0$; $x^4 - 4x^2 + 43 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0$; $\Rightarrow a^2 - 4a + 43 = 0$; $D_1 = 4 - 43 = -39 < 0$ нет корней;

б) $3x^2(x - 1)(x + 1) - 10x^2 + 4 = 0$; $3x^2(x^2 - 1) - 10x^2 + 4 = 0$; $3x^4 - 3x^2 - 10x^2 + 4 = 0$; $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0$; $3a^2 - 13a + 4 = 0$; $D = 13^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 169 - 48 =$

$= 121$; $a = \frac{13 \pm 11}{6}$; $a_1 = 4$; $a_2 = \frac{1}{3}$; $\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x_1 = 2$;

$x_2 = -2$; $x_3 = \sqrt{\frac{1}{3}}$; $x_4 = -\sqrt{\frac{1}{3}}$.

283. а) $x^5 + x^4 - 6x^3 - 6x^2 + 5x + 5 = 0$; $x^4(x + 1) - 6x^2(x + 1) + 5(x + 1) = 0$; $(x + 1)(x^4 - 6x^2 + 5) = 0$;

1) $x_1 + 1 = 0$; $\Rightarrow x_1 = -1$; 2) $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0$; $a^2 - 6a + 5 = 0$; $D_1 = 3^2 - 5 = 4$; $a = 3 \pm 2$;

$a_1 = 1$; $a_2 = 5$; $\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow x_2 = 1$; $x_3 = -1$; $x_4 =$

$= -\sqrt{5}$; $x_5 = \sqrt{5}$; решение уравнения $x_1 = \sqrt{5}$; $x_2 = 1$; $x_3 = -1$; $x_4 = -\sqrt{5}$;

б) $x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x + 3 = 0$; $x^4(x - 1) - 2x^2(x - 1) - 3(x - 1) = 0$; $(x - 1)(x^4 - 2x^2 - 3) = 0$; 1) $x - 1 = 0$;

$x = 1$; 2) $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0$; $D_1 = 1 + 3 = 4$; $a = 1 \pm 2$; так как $a \geq 0 \Rightarrow a = 3$;

$x^2 = 3$; $x = \pm\sqrt{3}$; решение уравнения $x_1 = 1$; $x_2 = \sqrt{3}$; $x_3 = -\sqrt{3}$.

284. а) $y^7 - y^6 + 8y = 8$; $y^7 - y^6 + 8y - 8 = 0$; $y^6(y - 1) + 8(y - 1) = 0$; $(y^6 + 8)(y - 1) = 0$; \Rightarrow 1) $y - 1 = 0$; $y = 1$; 2) $y^6 + 8 = 0$; $y^6 = -8$ нет решений $\Rightarrow y = 1$;

б) $u^7 - u^6 = 64u - 64$; $u^7 - u^6 - 64u + 64 = 0$; $u^6(u - 1) - 64(u - 1) = 0$; $\Rightarrow (u - 1)(u^6 - 64) = 0$; \Rightarrow 1) $u - 1 = 0$; $u = 1$; 2) $u^6 - 64 = 0$; $u^6 = 64$; $u = \pm 2$; $\Rightarrow u_1 = 1$; $u_2 = 2$; $u_3 = -2$.

285. а) $3x^2 - 25x - 28 = 0$; $D = 25^2 + 4 \cdot 3 \cdot 28 = 961$; $\Rightarrow x_1 = \frac{25+31}{6} = \frac{28}{3}$; $x_2 = \frac{25-31}{6} = -1$; $\Rightarrow 3x^2 - 25x - 28 = 3(x - \frac{28}{3})(x + 1) = (3x - 28)(x + 1)$;

б) $2x^2 + 13x - 7 = 0$; $D = 13^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 225$; $x = \frac{-13 \pm 15}{4}$; $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = -7$; $2x^2 + 13x - 7 = 2(x - \frac{1}{2})(x + 7) = (2x - 1)(x + 7)$.

286. а) $13(5x - 1) - 15(4x + 2) < 0$; $65x - 13 - 60x - 30 < 0$; $5x < 43$; $x < 8,6$;

б) $6(7 - 0,2x) - 5(8 - 0,4x) > 0$; $42 - 1,2x - 40 + 2x > 0$; $0,8x > -2$; $x > -2,5$.

287. Пусть вся работа это x , первый сварщик за t ч выполняет задание, а второй за r ч.

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{t} = \frac{x}{r} + 11 \\ x = 30(t + r) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 30(r^2 - t^2) = 11tr \\ \frac{x}{t} = 30(1 + \frac{r}{t}) \\ \frac{x}{r} = \frac{x}{t} - 11 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 30(\frac{r}{t})^2 - 11 \cdot \frac{r}{t} - 30 = 0 \\ \frac{x}{t} = 30(1 + \frac{r}{t}) \\ \frac{x}{r} = \frac{x}{t} - 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{r}{t} = 1,2 \\ \frac{x}{t} = 66 \\ \frac{x}{r} = 55 \end{cases}$$

Ответ: 66 ч и 55 ч.

13. Дробные рациональные уравнения

288. а) $\frac{a^3 - 9a}{a^2 + a - 12} = \frac{a(a^2 - 9)}{a^2 + a - 12} = \frac{a(a-3)(a+3)}{a^2 + a - 12}$; $\frac{a^3 - 9a}{a^2 + a - 12} = 0$ при $a_1 = 0$; $a_2 = 3$; $a_3 = -3$; но при $a = 3$ знаменатель обращается в 0 $\Rightarrow a_1 = 0$; $a_2 = -3$;

б) $\frac{a^5 + 2a^4}{a^3 + a + 10} = \frac{a^4(a+2)}{(a+2)(a^2 - 2a + 5)} = \frac{a^4}{a^2 - 2a + 5} = 0$; $\Rightarrow a = 0$;

$$B) \frac{a^5 - 4a^4 + 4a^3}{a^4 - 16} = \frac{a^3(a^2 - 4a + 4)}{(a^2 - 4)(a^2 + 4)} = \frac{a^3(a-2)^2}{(a-2)(a+2)(a^2+4)} =$$

$$= \frac{a^3(a-2)}{(a+2)(a^2+4)} = 0; a \neq 2 \text{ так как знаменатель обращается}$$

$$B) 0 \Rightarrow a = 0.$$

$$289. a) \frac{5y^3 - 15y^2 - 2y + 6}{y^2 - 9} = 0; \frac{(y-3)(5y^2 - 2)}{y^2 - 9} = 0; 5y^2 - 2 = 0;$$

$$y^2 = \frac{2}{5}; y = \pm \sqrt{\frac{2}{5}};$$

$$6) \frac{3y^3 - 12y^2 - y + 4}{9y^2 - 1} = 0; \frac{(y-4)(3y^2 - 1)}{9y^2 - 1} = 0; y - 4 = 0; y = 4.$$

$$290. a) \frac{2}{x-2} - \frac{10}{x+3} = \frac{50}{x^2+x-6} - 1; \frac{2(x+3) - 10(x-2) - 50 + x^2 + x - 6}{(x-2)(x+3)} =$$

$$= 0; \frac{x^2 - 7x - 30}{(x-2)(x+3)} = 0; \frac{(x-10)(x+3)}{(x-2)(x+3)} = 0; \Rightarrow x = 10;$$

$$6) \frac{x+5}{x-1} + \frac{2x-5}{x-7} - \frac{30-12x}{8x-x^2-7} = 0; \frac{(x+5)(x-7) + (2x-5)(x-1) + 30 - 12x}{(x-1)(x-7)} =$$

$$= 0; \frac{3x^2 - 21x}{(x-1)(x-7)} = 0; \frac{3x(x-7)}{(x-1)(x-7)} = 0; x = 0.$$

$$291. a) \frac{3x-2}{x-1} - \frac{2x+3}{x+3} = \frac{12x+4}{x^2+2x-3}; \frac{(3x-2)(x+3) - (2x+3)(x-1) - 12x - 4}{(x-1)(x+3)} =$$

$$= 0; \frac{x^2 - 6x - 7}{(x-1)(x+3)} = 0; \frac{(x-7)(x+1)}{(x-1)(x+3)} = 0; x_1 = 7; x_2 = -1;$$

$$6) \frac{5x-1}{x+7} - \frac{2x+2}{x-3} + \frac{63}{x^2+4x-21} = 0; \frac{(5x-1)(x-3) - (2x+2)(x+7) + 63}{(x+7)(x-3)} =$$

$$= 0; \frac{3x^2 - 32x + 52}{(x+7)(x-3)} = 0; 3x^2 - 32x + 52 = 0; D_1 = 16^2 - 3 \times$$

$$\times 52 = 256 - 156 = 100; x = \frac{16 \pm 10}{3}; x_1 = 2; x_2 = 8\frac{2}{3};$$

$$B) \frac{x}{x^2+4x+4} = \frac{4}{x^2-4} - \frac{16}{x^3+2x^2-4x-8}; \frac{x(x-2) - 4(x+2) + 16}{(x+2)^2(x-2)} = 0;$$

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{(x+2)^2(x-2)} = 0; \frac{(x-2)(x-4)}{(x+2)^2(x-2)} = 0; x = 4.$$

$$292. a) \frac{a+1}{a-2} + \frac{a-4}{a+1} = \frac{3a+3}{a^2-a-2}; \frac{(a+1)^2 + (a-4)(a-2) - 3a-3}{(a-2)(a+1)} = 0;$$

$$\frac{(a-2)(2a-3)}{(a-2)(a+1)} = 0; a = 1,5;$$

$$6) \frac{3a-5}{a^2-1} - \frac{6a-5}{a-a^2} = \frac{3a+2}{a^2+a}; \frac{a(3a-5) + (6a-5)(a+1) - (3a+2)(a-1)}{a(a-1)(a+1)} = 0;$$

$$\frac{6a^2 - 3a - 3}{a(a-1)(a+1)} = 0; \frac{3(2a+1)(a-1)}{a(a-1)(a+1)} = 0; \Rightarrow a = -\frac{1}{2}.$$

$$293. a) \frac{1}{x-7} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-10} - \frac{1}{x-9}; (x-1)(x-7)(x-9) \times$$

$$\times (x-10) \neq 0; \frac{(x-1)(x-7)(x-9) - (x-1)(x-10)(x-9)}{(x-1)(x-7)(x-9)(x-10)} =$$

$$= \frac{(x-9-x+10)(x-7)(x-1)}{(x-1)(x-7)(x-9)(x-10)} =$$

$$= \frac{(x-1)(x-7)}{(x-1)(x-7)(x-9)(x-10)} = \frac{1}{(x-9)(x-10)} =$$

$$= \frac{1}{(x-1)(x-7)}; 5x^2 - 106x + 533 = 0; D_1 = 53^2 - 5 \times$$

$$\times 533 = 144; x = \frac{53 \pm 12}{5}; x_1 = 13; x_2 = 8,2;$$

$$6) \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+9} = \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+21}; (x+3)(x+9)(x+5)(x+21) \neq$$

$$= 0; (x+9-x-3)(x+5)(x+21) = (x+21-x-5) \times$$

$$\times (x+3)(x+9); 6(x+5)(x+21) = 16(x+3)(x+9);$$

$$5x^2 + 18x - 99 = 0; D_1 = 9^2 + 5 \cdot 99 = 81 + 495 = 576; x = \frac{-9 \pm 24}{5}; x_1 = 3; x_2 = -6,6.$$

294. а) $\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-5}; \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-5} = \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-2}; (x-4)(x-2)(x+4) \times (x-5) \neq 0; (x-4-x+5)(x+4) \cdot (x-2) = (x-2-x-4)(x-4)(x-5); (x+4)(x-2) = -6(x-4) \cdot (x-5); 5x^2 - 56x + 128 = 0; D_1 = 28^2 - 5 \cdot 128 = 144; x = \frac{28 \pm 12}{5}; x_1 = 8; x_2 = 3,2;$

б) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+28} + \frac{1}{x}; \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+28} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3}; (x+1)(x+3)(x+28)x \neq 0; (x+28-x-1)(x+3) \times x = (x+3-x)(x+1)(x+28); 27x(x+3) = 3(x+1)(x+28); 8x^2 - 2x - 28 = 0; 4x^2 - x - 14 = 0; D = 1 + 4 \cdot 4 \cdot 14 = 225; x = \frac{1 \pm 15}{8}; x_1 = 2; x_2 = -1,75.$

295. а) $x^2 + x - 9 = \frac{9}{x}; x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0; (x+1)(x^2 - 9) = 0; \Rightarrow x_1 = -1, y_1 = -9; x_2 = 3, y_2 = 3; x_3 = -3, y_3 = -3; \text{координаты точек пересечения } (-1; -9); (3; 3); (-3; -3);$

б) $x^2 + 6x - 4 = \frac{24}{x}; x^3 + 6x^2 - 4x - 24 = 0; (x+6)(x^2 - 4) = 0; x_1 = -6, y_1 = -4; x_2 = 2, y_2 = 12; x_3 = -2, y_3 = -12; \text{координаты точек пересечения } (-6; -4); (2; 12); (-2; -12).$

296. а) $\frac{5a+7-28a^2}{20a} = a^2; 20a^3 + 28a^2 - 5a - 7 = 0; (5a+7)(4a^2 - 1) = 0; \Rightarrow a_1 = -1,4; a_2 = 0,5; a_3 = -0,5;$

б) $\frac{2-18a^2-a}{3a} = -3a^2; 9a^3 - 18a^2 - a + 2 = 0; (a-2)(9a^2 - 1) = 0; a_1 = 2; a_2 = \frac{1}{3}; a_3 = -\frac{1}{3}.$

297. а) $\frac{12}{x^2-2x+3} = x^2 - 2x - 1; \text{ пусть } a = x^2 - 2x - 1; \Rightarrow \frac{12}{a+4} = a; a^2 + 4a - 12 = 0; a_1 = -6; a_2 = 2; 1) x^2 - 2x - 1 = -6; x^2 - 2x + 5 = 0; D_1 = 1 - 5 = -4 < 0 \text{ нет корней. } 2) x^2 - 2x - 1 = 2; x^2 - 2x - 3 = 0; x_1 = 3; x_2 = -1;$

б) $\frac{12}{x^2+x-10} - \frac{6}{x^2+x-6} = \frac{5}{x^2+x-11}; \text{ пусть } x^2 + x - 11 = a; \Rightarrow \frac{12}{a+1} - \frac{6}{a+5} = \frac{5}{a}; 12a(a+5) - 6a(a+1) = 5(a+1)(a+5); a^2 + 24a - 25 = 0; a_1 = 1; a_2 = -25; 1) x^2 + x - 11 = -25; x^2 + x + 14 = 0; D = 1 - 4 \cdot 14 < 0 \Rightarrow \text{нет корней. } 2) x^2 + x - 11 = 1; x^2 + x - 12 = 0; x_1 = -4; x_2 = 3;$

В) $\frac{16}{x^2-2x} - \frac{11}{x^2-2x+3} = \frac{9}{x^2-2x+1}$; пусть $x^2 - 2x + 1 =$
 $= (x-1)^2 = a$; $\Rightarrow \frac{16}{a-1} - \frac{11}{a+2} = \frac{9}{a}$; $16a(a+2) -$
 $- 11a(a-1) = 9(a-1)(a+2)$; $4a^2 - 34a - 18 = 0$; $2a^2 -$
 $- 17a - 9 = 0$; $D = 17^2 + 4 \cdot 2 \cdot 9 = 361$; $a = \frac{17 \pm 19}{4}$; $a_1 = -\frac{1}{2}$;
 $a_2 = 9$; 1) $(x-1)^2 = -\frac{1}{2}$ нет корней. 2) $(x-1)^2 = 9$;
 $x_1 = 4$; $x_2 = -2$.

298. а) $(\frac{x+2}{x-4})^2 + 16(\frac{x-4}{x+2})^2 = 17$; пусть $(\frac{x+2}{x-4})^2 = a$; $a + \frac{16}{a} -$
 $- 17 = 0$; $a^2 - 17a + 16 = 0$; $a_1 = 1$; $a_2 = 16$; 1) $(\frac{x+2}{x-4})^2 =$
 $= 1$; $\frac{x+2}{x-4} = \pm 1$; $\Rightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{x-4} = 1 \\ \frac{x+2}{x-4} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2 = x-4 \\ x+2 = -x+4 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} 2 = -4 \\ 2x = 2 \end{cases} \Rightarrow x = 1$ 2) $(\frac{x+2}{x-4})^2 = 16$; $\Rightarrow \frac{x+2}{x-4} = \pm 4$;

$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{x-4} = 4 \\ \frac{x+2}{x-4} = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2 = 4x-16 \\ x+2 = 16-4x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 18 \\ 5x = 14 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow x_1 = 6$; $x_2 = 2,8$.

Ответ: 1; 2,8; 6.

б) $(\frac{x+1}{x-3})^2 + 18(\frac{x-3}{x+1})^2 = 11$; пусть $(\frac{x+1}{x-3})^2 = a$; $a + \frac{18}{a} = 11$;
 $a^2 - 11a + 18 = 0$; $a_1 = 2$; $a_2 = 9$; 1) $(\frac{x+1}{x-3})^2 = 2$;

$\frac{x+1}{x-3} = \pm\sqrt{2}$; $\begin{cases} x+1 = \sqrt{2}x - 3\sqrt{2} \\ x+1 = 3\sqrt{2} - \sqrt{2}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \\ x = \frac{3\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x = (3\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1) \\ x = (3\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 7+4\sqrt{2} \\ x = 7-4\sqrt{2} \end{cases}$

2) $(\frac{x+1}{x-3})^2 = 9$; $\frac{x+1}{x-3} = \pm 3$; $\begin{cases} x+1 = 3x-9 \\ x+1 = 9-3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases}$

Ответ: 2; 5; $7+4\sqrt{2}$; $7-4\sqrt{2}$.

299. а) $x^2 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2}(x - \frac{1}{x}) = 3\frac{1}{2}$; пусть $a = x - \frac{1}{x}$;
 $\Rightarrow a^2 = (x - \frac{1}{x})^2 = x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}$; $\Rightarrow a^2 + 2 - \frac{1}{2}a = \frac{7}{2}$; $2a^2 +$
 $+ 4 - a - 7 = 0$; $2a^2 - a - 3 = 0$; $a_1 = -1$; $a_2 = 1,5$; 1)
 $x - \frac{1}{x} = -1$; $x^2 + x - 1 = 0$; $D = 1 + 4 = 5$; $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$;

2) $x - \frac{1}{x} = 1,5$; $x^2 - 1 - 1,5x = 0$; $2x^2 - 3x - 2 = 0$;
 $D = 9 + 16 = 25$; $x = \frac{3 \pm 5}{4}$; $x_1 = 2$; $x_2 = -0,5$.

Ответ: $-0,5$; 2 ; $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

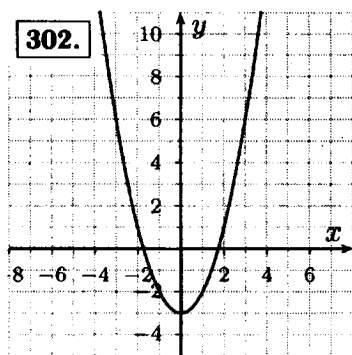
б) $x^2 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{3}(x + \frac{1}{x}) = 8$; пусть $a = x + \frac{1}{x}$; $\Rightarrow a^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$; $\Rightarrow a^2 - 2 - \frac{1}{3}a = 8$; $3a^2 - a - 30 = 0$; $\Rightarrow a_1 = -3$;
 $a_2 = \frac{10}{3}$; \Rightarrow 1) $x + \frac{1}{x} = -3$; $x^2 + 3x + 1 = 0$; $D = 9 - 4 = 5$;
 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$; 2) $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$; $3x^2 - 10x + 3 = 0$; $x_1 = 3$;
 $x_2 = \frac{1}{3}$.

Ответ: 3 ; $\frac{1}{3}$; $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

300. Пусть искомое число это x . Тогда $13(x + \frac{1}{x}) = x^3 + \frac{1}{x^3}$; $x + \frac{1}{x} = a > 0$; так как $x > 0 \Rightarrow 13a = a^3 - 3a$;
 $a^3 - 16a = 0$; $\Rightarrow a = 0$; $a = \pm 4$; $\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 4$; $x^2 - 4x + 1 = 0$;
 $x = 2 \pm \sqrt{3}$.

301. а) $\frac{12-5x-2x^2}{15-10x} = \frac{(x+4)(3-2x)}{5(3-2x)} = \frac{x+4}{5}$;

б) $\frac{3x^2-36x-192}{x^2-256} = \frac{3(x-16)(x+4)}{(x-16)(x+16)} = \frac{3x+12}{x+16}$.



а) $y > 0$; при $x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$;

б) $y < 0$ при $x \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

303. Пусть скорость выполнения работы первой бригады x_1 , а второй x_2 , а весь заказ это a .

$$\Rightarrow \begin{cases} 5(x_1 + x_2) + 9x_1 = a \\ \frac{a}{x_2} = \frac{a}{x_1} - 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{12x_1x_2}{x_2-x_1} \\ 5(\frac{x_2}{x_1})^2 - 3 \cdot \frac{x_2}{x_1} - 14 = 0 \end{cases} \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 5 \cdot 14 = 289;$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{3 \pm 17}{10}; \quad \frac{x_2}{x_1} = -1,4; \text{ не подходит. } \frac{x_2}{x_1} = 2;$$

$$\frac{a}{x_1} = \frac{12x_2}{x_2 - x_1} = \frac{12}{1 - \frac{x_1}{x_2}} = \frac{12}{1 - \frac{1}{2}} = 24;$$

$$\Rightarrow \frac{a}{x_2} = \frac{12x_1}{x_2 - x_1} = \frac{12}{\frac{x_2}{x_1} - 1} = 12.$$

Ответ: 24 и 12.

§ 6. Неравенства с одной переменной

14. Решение неравенств второй степени с одной переменной

304. а) $y = x^2 + 2x - 48$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $x^2 + 2x - 48 = 0$;
 $D_1 = 1 + 48 = 49$; $x = -1 \pm 7$; $\Rightarrow x_1 = 6$; $x_2 = -8$;
 $\Rightarrow x^2 + 2x - 48 < 0$ при $x \in (-8; 6)$;

б) $y = 2x^2 - 7x + 6$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $2x^2 - 7x + 6 = 0$;
 $D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 1$; $x = \frac{7 \pm 1}{4}$; $x_1 = 2$; $x_2 = 1,5$; $\Rightarrow 2x^2 - 7x + 6 > 0$ при $x \in (-\infty; 1,5) \cup (2; +\infty)$;

в) $y = -x^2 + 2x + 15$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $-x^2 + 2x + 15 = 0$;
 $D_1 = 1 + 15 = 16$; $x = -(-1 \pm 4)$; $x_1 = 5$; $x_2 = -3$;
 $\Rightarrow -x^2 + 2x + 15 < 0$; при $x \in (-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$;

г) $y = -5x^2 + 11x - 6$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $-5x^2 + 11x - 6 = 0$;
 $D = 121 - 120 = 1$; $x = \frac{-11 \pm 1}{-10}$; $x_1 = 1$; $x_2 = 1,2$;
 $\Rightarrow -5x^2 + 11x - 6 > 0$; при $x \in (1; 1,2)$;

д) $y = 4x^2 - 12x + 9$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $4x^2 - 12x + 9 = 0$;
 $D_1 = 6^2 - 4 \cdot 9 = 0$; $x = \frac{6}{4} = 1,5$; $\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 > 0$ при $x \in (-\infty; 1,5) \cup (1,5; +\infty)$;

е) $y = 25x^2 + 30x + 9$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $25x^2 + 30x + 9 = 0$; $D_1 = 15^2 - 9 \cdot 25 = 0$; $x = \frac{-15}{25} = -0,6$; нет решений;

ж) $y = -10x^2 + 9x$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $-10x^2 + 9x = 0$; $x(9 - 10x) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 0,9$; $\Rightarrow -10x^2 + 9x > 0$ при $x \in (0; 0,9)$;

з) $y = -2x^2 + 7x$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $-2x^2 + 7x = 0$; $x(7 - 2x) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 3,5$; $\Rightarrow -2x^2 + 7x < 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (3,5; +\infty)$.

305. а) $y = 2x^2 + 3x - 5$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $2x^2 + 3x - 5 = 0$; $D = 9 + 40 = 49$; $x = \frac{-3 \pm 7}{4}$; $x_1 = 1$; $x_2 = -2,5$; $\Rightarrow 2x^2 + 3x - 5 \geq 0$ при $x \in (-\infty; -2,5] \cup [1; +\infty)$;

б) $y = -6x^2 + 6x + 36$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $-6x^2 + 6x + 36 = 0$; $x^2 - x - 6 = 0$; $D = 1 + 24 = 25$; $x = \frac{1 \pm 5}{2}$; $x_1 = 3$; $x_2 = -2$; $\Rightarrow -6x^2 + 6x + 36 \geq 0$ при $x \in [-2; 3]$;

в) $y = -x^2 + 5 \leq 0$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $-x^2 + 5 = 0$; $x^2 = 5$; $x = \pm\sqrt{5}$; $\Rightarrow -x^2 + 5 \leq 0$ при $x \in (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.

306. а) $y = 2x^2 + 13x - 7$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $2x^2 + 13x - 7 = 0$; $D = 13^2 + 4 \cdot 2 \cdot 7 = 225$; $x = \frac{-13 \pm 15}{4}$; $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = -7$; $\Rightarrow 2x^2 + 13x - 7 > 0$; при $x \in (-\infty; -7) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$;

б) $y = -9x^2 + 12x - 4$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем

точки пересечения графика с осью Ox : $-9x^2 + 12x - 4 = 0$; $D_1 = 6^2 + 4 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$; $x = \frac{-6}{-9} = \frac{2}{3}$;
 $\Rightarrow -9x^2 + 12x - 4 < 0$ при $x \in (-\infty; \frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$;

в) $y = 6x^2 - 13x + 5$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $6x^2 - 13x + 5 = 0$;
 $D = 169 - 4 \cdot 6 \cdot 5 = 49$; $x = \frac{13 \pm 7}{12}$; $x_1 = \frac{20}{12} = 1\frac{2}{3}$; $x_2 = \frac{1}{2}$;
 $\Rightarrow 6x^2 - 13x + 5 \leq 0$ при $x \in [\frac{1}{2}; 1\frac{2}{3}]$;

г) $y = -2x^2 - 5x + 18$ графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $-2x^2 - 5x + 18 = 0$;
 $D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 18 = 169$; $x = \frac{5 \pm 13}{-4}$; $x_1 = -4,5$; $x_2 = 2$;
 $\Rightarrow -2x^2 - 5x + 18 \leq 0$ при $x \in (-\infty; -4,5] \cup [2; +\infty)$;

д) $3x^2 - 2x > 0$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $3x^2 - 2x = 0$; $x(3x - 2) = 0$;
 $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{2}{3}$; $\Rightarrow 3x^2 - 2x > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$;

е) $y = 8 - x^2$ графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $8 - x^2 = 0$; $x^2 = 8$; $\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$;
 $\Rightarrow 8 - x^2 < 0$ при $x \in (-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; +\infty)$.

307. а) $y = 2x^2 + 5x + 3$ графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $2x^2 + 5x + 3 = 0$;
 $x_1 = -1$; $x_2 = -1,5$; $\Rightarrow 2x^2 + 5x + 3 > 0$ при $x \in (-\infty; -1,5) \cup (-1; +\infty)$;

б) $y = -x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{36}$ графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $-x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{36} = 0$;
 $D = \frac{1}{9} - 4 \cdot \frac{1}{36} = 0$; $x = \frac{-\frac{1}{3}}{-2} = -\frac{1}{6}$; $\Rightarrow -x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{36} < 0$ при $x \in (-\infty; -\frac{1}{6}) \cup (-\frac{1}{6}; +\infty)$.

308. а) $x^2 < 16$; $x^2 - 16 < 0$; $y = x^2 - 16$ графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $x^2 - 16 = 0$; $x^2 = 16$; $x = \pm 4$; $\Rightarrow x^2 < 16$ при $x \in (-4; 4)$;

$$б) x^2 \geq 3; \Rightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ x \leq -\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow x^2 < 16 \text{ при } x \in (-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty);$$

$$в) 0,2x^2 > 1,8; x^2 > 9; \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -3 \end{cases} \Rightarrow 0,2x^2 > 1,8 \text{ при}$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty);$$

г) $-5x^2 \leq x$; $5x^2 + x \geq 0$; $y = 5x^2 + x$ графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $5x^2 + x = 0$; $x(5x + 1) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{1}{5}$; $\Rightarrow -5x^2 \leq x$ при $x \in (-\infty; -\frac{1}{5}] \cup [0; +\infty)$;

д) $3x^2 < -2x$; $3x^2 + 2x < 0$; $y = 3x^2 + 2x$ графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $3x^2 + 2x = 0$; $x(3x + 2) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{2}{3}$; $\Rightarrow 3x^2 < -2x$ при $x \in (-\frac{2}{3}; 0)$;

е) $7x < x^2$; $x^2 - 7x > 0$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $x^2 - 7x = 0$; $x(x - 7) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 7$; $\Rightarrow 7x < x^2$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (7; +\infty)$.

309. а) $0,01x^2 \leq 1$; $x^2 \leq 100$; $\Rightarrow -10 \leq x \leq 10$; $\Rightarrow 0,01x^2 \leq 1$ при $x \in [-10; 10]$;

$$б) \frac{1}{2}x^2 > 12; x^2 > 24; \Rightarrow \begin{cases} x > \sqrt{24} \\ x < -\sqrt{24} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 > 12 \text{ при}$$

$$x \in (-\infty; -2\sqrt{6}) \cup (2\sqrt{6}; +\infty);$$

в) $4x \leq -x^2$; $x^2 + 4x \leq 0$; $y = x^2 + 4x$: графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $x^2 + 4x = 0$; $x(x + 4) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = -4$; $\Rightarrow 4x \leq -x^2$ при $x \in [-4; 0]$;

$$г) \frac{1}{3}x^2 > \frac{1}{9}; \Rightarrow x^2 > \frac{1}{3}; \Rightarrow \begin{cases} x > \sqrt{\frac{1}{3}} \\ x < -\sqrt{\frac{1}{3}} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3}x^2 > \frac{1}{3} \text{ при}$$

$$x \in (-\infty; -\sqrt{\frac{1}{3}}) \cup (\sqrt{\frac{1}{3}}; +\infty);$$

д) $5x^2 > 2x$; $5x^2 - 2x > 0$; $y = 5x^2 - 2x$ графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $5x^2 - 2x = 0$; $x(5x - 2) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 0,4$; $\Rightarrow 5x^2 > 2x$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0,4; +\infty)$;

е) $-0,3x < 0,6x^2$; $\Rightarrow 0,6x^2 + 0,3x > 0$; $y = 0,6x^2 + 0,3x$ графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $0,6x^2 + 0,3x = 0$; $0,3x(2x + 1) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = -0,5$; $\Rightarrow -0,3x < 0,6x^2$ при $x \in (-\infty; -0,5) \cup (0; +\infty)$.

310. Чтобы квадратное уравнение имело два корня, необходимо, чтобы $D > 0$;

а) $3x^2 + bx + 3 = 0$; $D = b^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = b^2 - 36 > 0$; $b^2 > 36$;

$$\Rightarrow \begin{cases} b > 6 \\ b < -6 \end{cases} \Rightarrow b \in (-\infty; -6) \cup (6; +\infty);$$

б) $x^2 + 2bx + 15 = 0$; $D_1 = b^2 - 15 > 0$; $b^2 > 15$; \Rightarrow

$$\Rightarrow \begin{cases} b > \sqrt{15} \\ b < -\sqrt{15} \end{cases} \Rightarrow b \in (-\infty; -\sqrt{15}) \cup (\sqrt{15}; +\infty).$$

311. Чтобы квадратное уравнение не имело корней, необходимо, чтобы $D < 0$;

а) $2x^2 + tx + 18 = 0$; $D = t^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = t^2 - 144 < 0$;
 $\Rightarrow t^2 - 144 < 0$; $t^2 < 144$; $\Rightarrow -12 < t < 12 \Rightarrow t \in (-12; 12)$;

б) $4x^2 + 4tx + 9 = 0$; $D_1 = (2t)^2 - 4 \cdot 9 = 4t^2 - 4 \cdot 9 < 0$;
 $\Rightarrow 4(t^2 - 9) < 0$; $\Rightarrow t^2 < 9$; $\Rightarrow -3 < t < 3$; $\Rightarrow t \in (-3; 3)$.

312. а) $3x^2 + 40x + 10 < -x^2 + 11x + 3$; $4x^2 + 29x + 7 < 0$;
 $D = 29^2 - 4 \cdot 4 \cdot 7 = 841 - 112 = 729$; $x = \frac{-29 \pm 27}{8}$; $x_1 = -\frac{1}{4}$;
 $x_2 = -7$; $\Rightarrow x \in (-7; -\frac{1}{4})$;

б) $9x^2 - x + 9 \geq 3x^2 + 18x - 6$; $6x^2 - 19x + 15 \geq 0$; $D = 19^2 - 4 \cdot 6 \cdot 15 = 361 - 360 = 1$; $x = \frac{19 \pm 1}{12}$; $x_1 = \frac{20}{12} = 1\frac{2}{3}$;
 $x_2 = \frac{18}{12} = 1\frac{1}{2}$; $\Rightarrow x \in (-\infty; 1\frac{1}{2}] \cup [1\frac{2}{3}; +\infty)$;

в) $2x^2 + 8x - 111 < (3x - 5)(2x + 6)$; $2x^2 + 8x - 111 < 6x^2 + 18x - 10x - 30$; $4x^2 + 81 < 0$; $4x^2 < -81$; нет корней;

г) $(5x + 1)(3x - 1) > (4x - 1)(x + 2)$; $15x^2 - 5x + 3x - 1 > 4x^2 + 8x - x - 2$; $11x^2 - 9x + 1 > 0$; $D = 81 - 44 = 37$;
 $x = \frac{9 \pm \sqrt{37}}{22}$; $\Rightarrow x \in (-\infty; \frac{9 - \sqrt{37}}{22}) \cup (\frac{9 + \sqrt{37}}{22}; +\infty)$.

313. а) $2x(3x - 1) > 4x^2 + 5x + 9$; $6x^2 - 2x > 4x^2 + 5x + 9$;
 $2x^2 - 7x - 9 > 0$; $D = 49 + 4 \cdot 2 \cdot 9 = 49 + 72 = 121$; $x = \frac{7 \pm 11}{4}$;
 $x_1 = -1$; $x_2 = 4,5$; $\Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (4,5; +\infty)$;

б) $(5x + 7)(x - 2) < 21x^2 - 11x - 13$; $5x^2 - 10x + 7x - 14 <$
 $< 21x^2 - 11x - 13$; $16x^2 - 8x + 1 > 0$; $D_1 = 16 - 16 = 0$;
 $x = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$; $\Rightarrow x \neq \frac{1}{4}$.

314. а) $y = \sqrt{12x - 3x^2}$; $\Rightarrow 12x - 3x^2 \geq 0$; $3x(4 - x) \geq 0$;
 $x_1 = 0$; $x_2 = 4$; $\Rightarrow x \in [0; 4]$;

б) $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 12x + 18}}$; $\Rightarrow 2x^2 - 12x + 18 > 0$; $x^2 - 6x + 9 > 0$;
 $\Rightarrow (x - 3)^2 > 0$; $\Rightarrow x \neq 3$.

315. а) $7x^2 - 10x + 7 > 0$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $7x^2 - 10x + 7 = 0$; $D_1 = 5^2 - 7 \cdot 7 = 25 - 49 = -24 < 0$; нет точек $\Rightarrow 7x^2 - 10x + 7 > 0$;

б) $-6y^2 + 11y - 10 < 0$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $-6y^2 + 11y - 10 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 6 \cdot 10 = 121 - 240 = -119$; нет точек $\Rightarrow -6y^2 + 11y - 10 < 0$;

в) $4x^2 + 12x + 9 \geq 0$; $(2x + 3)^2 \geq 0$ очевидно;

г) $\frac{1}{4}x^2 - 8x + 64 \geq 0$; $(\frac{1}{2}x - 8)^2 \geq 0$; очевидно;

д) $-9y^2 + 6y - 1 \leq 0$; $-(9y^2 - 6y + 1) \leq 0$; $-(3y - 1)^2 \leq 0$;
очевидно;

е) $-5x^2 + 8x - 5 < 0$; графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз, найдем точки пересечения графика с осью Ox : $-5x^2 + 8x - 5 = 0$;
 $D_1 = 16 - 25 = -9 < 0$; $\Rightarrow x$ любое.

316. 3) $(5 - y)(1 - y) + 10 = y^2 - 6y + 5 + 10 = (y - 3)^2 + 6 > 0$.

317. а) $x^2 + 7x + 1 > -x^2 + 10x - 1$; $2x^2 - 3x + 2 > 0$;
 $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 - 16 = -7 < 0$; $\Rightarrow x^2 + 7x + 1 > -x^2 + 10x - 1$;

б) $-2x^2 + 10x < 18 - 2x$; $2x^2 - 12x + 18 > 0$; $x^2 - 6x + 9 > 0$;
 $(x - 3)^2 > 0$; $\Rightarrow x \neq 3$.

318. Пусть длина прямоугольника равна x тогда ширина $x - 7$, а площадь прямоугольника $x(x - 7) < 60$; $x^2 - 7x - 60 < 0$; $D = 49 + 4 \cdot 60 = 289$; $x = \frac{7 \pm 17}{2}$; $x_1 = 12$; $x_2 = -5$; $\Rightarrow x \in (-5; 12)$ но сторона прямоугольника положительное число $\Rightarrow x - 7 > 0$; $\Rightarrow x > 7$; $\Rightarrow x \in (7; 12)$.

319. Пусть ширина прямоугольника x , тогда длина $x + 5$, а площадь $x(x + 5) > 36$; $x^2 + 5x - 36 > 0$; $D = 25 + 4 \cdot 36 = 169$; $x = \frac{-5 \pm 13}{2}$; $x_1 = 4$; $x_2 = -9$; $\Rightarrow x > 4$.

320. а)
$$\begin{cases} x^2 - 2x - 8 < 0 \\ x^2 - 9 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x - 4)(x + 2) < 0 \\ |x| < 3 \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow -2 < x < 3$;

б)
$$\begin{cases} 2x^2 - 13x + 6 < 0 \\ x^2 - 4x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x - 6)(2x - 1) < 0 \\ x(x - 4) > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < 6 \\ \begin{cases} x > 4 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow 4 < x < 6; \end{cases}$

в)
$$\begin{cases} x^2 - 6x - 16 > 0 \\ x^2 + 2x - 120 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x - 8)(x + 2) > 0 \\ (x + 12)(x - 10) < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x < -2 \\ x > 8 \end{cases} \\ -12 < x < 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -12 < x < -2 \\ 8 < x < 10 \end{cases} \Rightarrow x \in$
 $\in (-12; -2) \cup (8; 10)$;

г)
$$\begin{cases} 3x^2 + x - 2 \leq 0 \\ x^2 + 4x - 12 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3x - 2)(x + 1) \leq 0 \\ (x + 6)(x - 2) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow \begin{cases} -1 < x < \frac{2}{3} \\ -6 < x < 2 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq x \leq \frac{2}{3}$;

$$д) \begin{cases} 2x^2 + 4x + 15 \geq 0 \\ x^2 - 9x + 8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x^2 + 2x + 1) - 2 + 15 \geq 0 \\ (x-1)(x-8) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x+1)^2 + 13 \geq 0 \\ 1 \leq x \leq 8 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq x \leq 8;$$

$$е) \begin{cases} 2x^2 + 5x - 3 < 0 \\ 3x^2 + x + 11 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2x-1)(x+3) < 0 \\ D = 1 - 4 \cdot 3 \cdot 11 < 0 \end{cases} \Rightarrow \emptyset.$$

$$\boxed{321.} \quad а) \quad y = \sqrt{25-x^2} + \sqrt{9x-x^2-14}; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 25-x^2 \geq 0 \\ 9x-x^2-14 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \leq 5 \\ x^2-9x+14 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ (x-2)(x-7) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ 2 \leq x \leq 7 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq x \leq 5;$$

$$б) \quad y = \sqrt{8x-x^2-12} + \sqrt{16-x^2}; \Rightarrow \begin{cases} 8x-x^2-12 \geq 0 \\ 16-x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2-8x+12 \leq 0 \\ x^2 \leq 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-2)(x-6) \leq 0 \\ -4 \leq x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 6 \\ -4 \leq x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq x \leq 4.$$

322. $y = \frac{0,5x-2}{3}$; $y = \frac{1}{6}x - \frac{2}{3}$; функция является возрастающей, так как коэффициент при x больше нуля. Найдем точку пересечения с осью Ox ; $y = 0$; $\frac{0,5x-2}{3} = 0$; $0,5x = 2$; $x = 4$; $(4; 0)$. Найдем точку пересечения с осью Oy : $x = 0$; $y = -\frac{2}{3}$; $(0; -\frac{2}{3})$.

323. а) $y^4 - 24y^2 - 25 = 0$; пусть $y^2 = a \geq 0$; $\Rightarrow a^2 - 24a - 25 = 0$; $D_1 = 12^2 + 25 = 169$; $a = 12 \pm 13$; $a \geq 0$; $\Rightarrow a = 25$; $\Rightarrow y^2 = 25$; $\Rightarrow y = \pm 5$; б) $x^4 - 9x^2 + 18 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0$; $\Rightarrow a^2 - 9a + 18 = 0$; $D = 81 - 4 \cdot 18 = 9$;

$$\Rightarrow a = \frac{9 \pm 3}{2}; a_1 = 3; a_2 = 6; 1) x^2 = 3; \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}; 2) x^2 = 6; \Rightarrow x = \pm\sqrt{6}.$$

Ответ: $\pm\sqrt{3}; \pm\sqrt{6}$.

324. Пусть добавили x кг олова, а первоначальная масса олова a , а свинца b . Тогда $a + b = 3; \frac{a}{3} = 0,8; a = 2,4; \frac{b}{3} = 0,2; b = 0,6; \frac{a+x}{3+x} = 0,94; \frac{2,4+x}{x+3} = 0,94; x + 2,4 = 0,94x + 2,82; 0,06x = 0,42; x = 7$.

Ответ: 7 кг.

15. Решение неравенств методом интервалов

325. а) $(x + 8)(x - 5) > 0; x \in (-\infty; -8) \cup (5; +\infty);$

б) $(x - 14)(x + 10) < 0; x \in (-10; 14);$

в) $(x - 3,5)(x + 8,5) \geq 0; x \in (-\infty; -8,5] \cup [3,5; +\infty);$

г) $(x + \frac{1}{3})(x + \frac{1}{8}) \leq 0; x \in (-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [-\frac{1}{8}; +\infty).$

326. а) $(x + 25)(x - 30) < 0; \Rightarrow x \in (-25; 30);$

б) $(x + 6)(x - 6) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -6) \cup (6; +\infty);$

в) $(x - \frac{1}{3})(x - \frac{1}{5}) \leq 0; x \in [\frac{1}{5}; \frac{1}{3}];$

г) $(x + 0,1)(x + 6,3) \geq 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -6,3] \cup [-0,1; +\infty).$

327. а) $(x - 2)(x - 5)(x - 12) > 0; \Rightarrow x \in (2; 5) \cup (12; +\infty);$

б) $(x + 7)(x + 1)(x - 4) < 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -7) \cup (-1; 4);$

в) $x(x + 1)(x + 5)(x - 8) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -5) \cup (-1; 0) \cup (8; +\infty).$

328. а) $(x + 48)(x - 37)(x - 42) > 0; \Rightarrow x \in (-48; 37) \cup (42; +\infty);$

б) $(x + 0,7)(x - 2,8)(x - 9,2) < 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -0,7) \cup (2,8; 9,2).$

329. а) $(x + 9)(x - 2)(x - 15) < 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -9) \cup (2; 15);$

б) $x(x - 5)(x + 6) > 0; \Rightarrow x \in (-6; 0) \cup (5; +\infty);$

в) $(x - 1)(x - 4)(x - 8)(x - 16) < 0; \Rightarrow x \in (1; 4) \cup (8; 16).$

330. а) $5(x - 13)(x + 24) < 0; \Rightarrow x \in (-24; 13);$

б) $-(x + \frac{1}{7})(x + \frac{1}{3}) \geq 0; \Rightarrow (x + \frac{1}{7})(x + \frac{1}{3}) \leq 0; \Rightarrow x \in [-\frac{1}{3}; -\frac{1}{7}];$

в) $(x + 12)(3 - x) > 0; (x + 12)(x - 3) < 0; \Rightarrow x \in (-12; 3);$

г) $(6 + x)(3x - 1) \leq 0; (x + 6)(x - \frac{1}{3}) \leq 0; \Rightarrow x \in [-6; \frac{1}{3}].$

331. а) $2(x-18)(x-19) > 0; (x-18)(x-19) > 0;$
 $\Rightarrow x \in (-\infty; 18) \cup (19; +\infty);$

б) $-4(x+0,9)(x-3,2) < 0; (x+0,9)(x-3,2) > 0; \Rightarrow$
 $\Rightarrow x \in (-\infty; -0,9) \cup (3,2; +\infty);$

в) $(7x+21)(x-8,5) \leq 0; (x+3)(x-8,5) \leq 0; \Rightarrow x \in$
 $\in [-3; 8,5];$

г) $(8-x)(x-0,3) \geq 0; (x-8)(x-0,3) \leq 0; \Rightarrow x \in [0,3;$
 $8].$

332. а) $y = \sqrt{(5-x)(x+8)}; \Rightarrow (5-x)(x+8) \geq 0;$
 $(x-5)(x+8) \leq 0; \Rightarrow x \in [-8; 5];$

б) $y = \sqrt{(x+12)(x-1)(x-9)}; \Rightarrow (x+12)(x-1)(x-9) \geq$
 $\geq 0; \Rightarrow x \in [-12; 1] \cup [9; +\infty).$

333. а) $\sqrt{(2x+5)(x-17)}; \Rightarrow (2x+5)(x-17) \geq 0;$
 $(x+2,5)(x-17) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -2,5] \cup [17; +\infty);$

б) $\sqrt{x(x+9)(2x-8)}; \quad x(x+9)(2x-8) \geq 0;$
 $x(x+9)(x-4) \geq 0; x \in [-9; 0] \cup [4; +\infty).$

334. а) $\frac{x-5}{x+6} < 0; \Rightarrow (x-5)(x+6) < 0; x \in (-6; 5);$

б) $\frac{1,4-x}{x+3,8} < 0; \Rightarrow (1,4-x)(x+3,8) < 0;$
 $(x-1,4)(x+3,8) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -3,8) \cup (1,4; +\infty);$

в) $\frac{2x}{x-1,6} > 0; \Rightarrow 2x(x-1,6) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup$
 $\cup (1,6; +\infty);$

г) $\frac{5x-1,5}{x-4} > 0; \Rightarrow (5x-1,5)(x-4) > 0; \Rightarrow$
 $\Rightarrow (x-0,3)(x-4) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; 0,3) \cup (4; +\infty).$

335. а) $\frac{x-21}{x+7} < 0; \Rightarrow (x-21)(x+7) < 0; \Rightarrow x \in (-7; 21);$

б) $\frac{x+4,7}{x-7,2} > 0; \Rightarrow (x+4,7)(x-7,2) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -4,7) \cup$
 $\cup (7,2; +\infty);$

в) $\frac{6x+1}{3+x} > 0; \Rightarrow (6x+1)(3+x) > 0; \Rightarrow (x+\frac{1}{6})(x+3) >$
 $> 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-\frac{1}{6}; +\infty);$

г) $\frac{5x}{4x-12} < 0; \Rightarrow 5x(4x-12) < 0; \Rightarrow x(x-3) < 0; \Rightarrow x \in$
 $\in (0; 3).$

336. а) $\frac{x-1}{x-3} \geq 0; \Rightarrow (x-1)(x-3) \geq 0$ и $x \neq 3 \Rightarrow x \in$
 $\in (-\infty; 1] \cup (3; +\infty);$

б) $\frac{x+6}{x-5} \leq 0; \Rightarrow \begin{cases} (x+6)(x-5) \leq 0 \\ x \neq 5 \end{cases} \Rightarrow x \in [-6; 5);$

$$B) \frac{2-x}{x} \geq 0; \Rightarrow \begin{cases} x(2-x) \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x-2) \leq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow x \in (0; 2];$$

$$r) \frac{3-2x}{x-1} \leq 0; \Rightarrow \begin{cases} (3-2x)(x-1) \leq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} (x-1,5)(x-1) \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; 1) \cup [1,5; +\infty).$$

$$\boxed{337.} \text{ a) } \frac{x-8}{x+4} > 2; \frac{x-8}{x+4} - 2 > 0; \frac{x-8-2x-8}{x+4} > 0; \frac{-x-16}{x+4} > 0; \\ \frac{x+16}{x+4} < 0; \Rightarrow (x+4)(x+16) < 0; \Rightarrow x \in (-16; -4);$$

$$b) \frac{3-x}{x-2} < 1; \frac{3-x}{x-2} - 1 < 0; \frac{3-x-x+2}{x-2} < 0; \frac{-2x+5}{x-2} < 0; \\ \frac{x-2,5}{x-5} > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; 2,5) \cup (5; +\infty);$$

$$B) \frac{7x-1}{x} > 5; \frac{7x-1}{x} - 5 > 0; \frac{7x-1-5x}{x} > 0; \frac{2x-1}{x} > 0; \\ \frac{x-0,5}{x} > 0; \Rightarrow x(x-0,5) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (0,5; +\infty);$$

$$r) \frac{6-2x}{x+4} > 3; \frac{6-2x}{x+4} - 3 > 0; \frac{6-2x-3x-12}{x+4} > 0; \frac{-5x-6}{x+4} > 0; \\ \frac{x+1,2}{x+4} > 0; \Rightarrow (x+1,2)(x+4) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -4) \cup \\ \cup (-1,2; +\infty).$$

$$\boxed{338.} \text{ a) } \frac{5x+4}{x} < 4; \frac{5x+4-4x}{x} < 0; \frac{x+4}{x} < 0; \Rightarrow x(x+4) < 0; \\ \Rightarrow x \in (-4; 0);$$

$$b) \frac{6x+1}{x+1} > 1; \frac{6x+1-x-1}{x+1} > 0; \frac{5x}{x+1} > 0; \Rightarrow x(x+1) > 0; \\ \Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty);$$

$$B) \frac{x}{x-1} \geq 2; \frac{x-2x+2}{x-1} \geq 0; \frac{-x+2}{x-1} \geq 0; \frac{x-2}{x-1} \leq 0; \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} (x-2)(x-1) \leq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x \in (1; 2];$$

$$r) \frac{3x-1}{x+2} \geq 1; \frac{3x-1-x-2}{x+2} \geq 0; \frac{2x-3}{x+2} \geq 0; \frac{x-1,5}{x+2} \geq 0; \Rightarrow \\ \Rightarrow (x-1,5)(x+2) \geq 0 \\ x \neq -2 \Rightarrow x \in (-\infty; -2) \cup [1,5; +\infty).$$

339. $y = ax + b$ — общий вид уравнения прямой.

а) Прямая проходит через точки $(0; 0)$ и $(0,6; -2,4) \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} 0 = 0 \cdot a + b \\ -2,4 = 0,6a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = -4 \end{cases} \quad y = -4x$ уравнение
 прямой.

б) Прямая проходит через точки $(0; 4)$ и $(-2,5; 0) \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} 4 = 0 \cdot a + b \\ 0 = -2,5a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ 2,5a = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = 1,6 \end{cases} \quad y =$
 $= 1,6x + 4$ уравнение прямой.

340. Пусть в первом сосуде было x л раствора,

а во втором y л. $\Rightarrow \begin{cases} x + 1 = y \\ 0,1x + 0,2y = 0,16(x + y) \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ 0,1x + 0,2x + 0,2 = 0,16(2x + 1) \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ 0,3x + 0,2 = 0,32x + 0,16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ 0,02x = 0,04 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

16. Некоторые приемы решения целых уравнений

341. $x^4 - x^3 - 51x^2 + 49x + 98 = 0.$

Применим схему Горнера:

	1	-1	-51	49	98
-1	1	-2	-49	98	0
2	1	0	-49	0	
7	1	7	0		
-7	1	0			

Ответ: -7; -1; 2; 7.

342. а) $x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$; это уравнение имеет корень 2 $\Rightarrow x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = (x - 2)(x^2 - 2x - 1) = 0$;
 $D_1 = 1 + 1 = 2$; $\Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$.

Ответ: $1 - \sqrt{2}$; 2; $1 + \sqrt{2}$.

б) $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$; $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = (x - 1)(x^3 + 3x^2 - 4x - 12) = (x - 1)(x - 2)(x^2 + 5x + 6) = 0$; $D = 25 - 24 = 1$;
 $x = \frac{-5 \pm 1}{2}$; $x_1 = -3$; $x_2 = -2$; $x_3 = 2$; $x_4 = 1$.

Ответ: -3; -2; 1; 2.

343. а) $p^3 - p^2 = 8p - 12$; $p^3 - p^2 - 8p + 12 = 0$;
 $(p - 2)(p^2 + p - 6) = 0$; $D = 1 + 24 = 25$; $p = \frac{-1 \pm 5}{2}$;
 $p_1 = -3$; $p_2 = 2$.

Ответ: -3; 2.

б) $p^3 - 3p = p^2 + 1$; $p^3 - p^2 - 3p - 1 = 0$;
 $(p + 1)(p^2 - 2p - 1) = 0$; $D_1 = 1 + 1 = 2$; $p = 1 \pm \sqrt{2}$.

Ответ: -1; $1 - \sqrt{2}$; $1 + \sqrt{2}$.

344. $y = x^3 + 4x^2 + x - 6$. Точка пересечения с осью Oy : $x = 0$; $y = -6$. Точка пересечения с осью Ox : $y = 0$; $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$; $(x - 1)(x^2 + 5x + 6) = 0$;
 $D = 25 - 24 = 1$; $x = \frac{-5 \pm 1}{2}$; $\Rightarrow x_1 = -3$; $x_2 = -2$; $x_3 = 1$.
Ответ: $(-3; 0)$, $(-2; 0)$, $(1; 0)$, $(0; -6)$.

345. $y = x^4 - ax^3 - 10x^2 + 80x - 96$; график функции проходит через точку $(4; 0) \Rightarrow 0 = 256 - 64a - 160 + 320 - 96$;
 $64a = 320$; $a = 5$; $\Rightarrow y = x^4 - 5x^3 - 10x^2 + 80x - 96$;
 $x^4 - 5x^3 - 10x^2 + 80x - 96 = (x - 4)(x^3 - x^2 - 14x + 24) = (x - 4)(x - 3)(x^2 + 2x - 8) = 0$;
 $D_1 = 1 + 8 = 9$; $x = -1 \pm 3$; $\Rightarrow x_1 = -4$; $x_2 = 2$; $x_3 = 3$; $x_4 = 4$.

Ответ: $a = 5$, координаты пересечения график а с осью x $(-4; 0)$, $(2; 0)$, $(3; 0)$, $(4; 0)$.

346. а) $718x^4 - 717x^2 - 1 = 0$; $(718x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$;
 $718x^2 + 1 > 0 \Rightarrow x^2 = 1$; $x = \pm 1$;

б) $206x^4 - 205x^2 - 1 = 0$; $(206x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$; $206x^2 + 1 > 0 \Rightarrow x^2 = 1$; $x = \pm 1$.

347. а) $(x^2 + 8x)^2 - 4(x + 4)^2 = 256$; $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$;
 $x^2 + 8x = (x + 4)^2 - 16 = a$; $\Rightarrow a^2 - 4(a + 16) - 256 = 0$;
 $\Rightarrow a^2 - 4a - 320 = 0$; $D_1 = 2^2 + 320 = 324$;

$$a = 2 \pm 18; a_1 = 20; a_2 = -16; \Rightarrow 1) (x+4)^2 - 16 = 20; \\ (x+4)^2 = 36; x+4 = \pm 6; \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -10; 2) \\ (x+4)^2 - 16 = -16; (x+4)^2 = 0; \Rightarrow x_3 = -4.$$

Ответ: -10; -4; 2.

$$б) 2(x^2 - 6x)^2 - 120(x-3)^2 = 8; (x^2 - 6x)^2 - 60(x-3)^2 - \\ - 4 = 0; x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2; a = x^2 - 6x = (x-3)^2 - 9; \\ \Rightarrow a^2 - 60(a+9) - 4 = 0; a^2 - 60a - 544 = 0; D_1 = \\ = 30^2 + 544 = 1444; a = 30 \pm 38; a_1 = 68; a_2 = -8; 1) \\ (x-3)^2 - 9 = 68; (x-3)^2 = 77; x-3 = \pm\sqrt{77}; x_1 = 3 + \\ + \sqrt{77}; x_2 = 3 - \sqrt{77}; 2) (x-3)^2 - 9 = -8; (x-3)^2 = 1; \\ x-3 = \pm 1; x_3 = 4; x_4 = 2.$$

Ответ: $3 + \sqrt{77}$; $3 - \sqrt{77}$; 2; 4.

$$\boxed{348.} \text{ а) } x^3 + 11x - 108 = 0; (x-4)(x^2 + 4x + 27) = 0; \\ D_1 = 2^2 - 27 = 4 - 27 < 0 \text{ нет корней } \Rightarrow x = 4;$$

$$б) x^5 + 6x + 44 = 0; (x+2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 22) = 0; \\ x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 22 = (x - \frac{1}{2})^4 + 2,5x^2 - 7,5x + 22 - \\ - \frac{1}{16} > 0; \Rightarrow x = -2.$$

$$\boxed{349.} \text{ 1) } x^3 - x + 3 = 0 \text{ нет целых корней по теореме} \\ \text{2. 2) } x^4 + x^2 - 20 = 0; (x^2 - 4)(x^2 + 5) = 0; x = \pm 2; 3) \\ x^4 + 5x^2 + 4 = 0; (x^2 + 1)(x^2 + 4) = 0; \text{нет корней. 4) } x^3 - \\ - 5x + 4 = 0; (x-1)(x^2 + x - 4) = 0; D = 1 + 4 \cdot 4 = 17; \\ \Rightarrow \text{один целый корень } x = 1.$$

$$\boxed{350.} \text{ } 10x^4 - 77x^3 + 150x^2 - 77x + 10 = 0; 10x^2 - 77x + \\ + 150 - \frac{77}{x} + \frac{10}{x^2} = 0; 10(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 77(x + \frac{1}{x}) + 150 = 0; \\ a = x + \frac{1}{x}; a^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2; \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2; 10a^2 - \\ - 20 + 77a + 150 = 0; 10a^2 - 77a + 130 = 0; D = 77^2 - 4 \times \\ \times 10 \cdot 130 = 5929 - 5200 = 729; a = \frac{77 \pm 27}{20}; a_1 = \frac{104}{20} = 5,2; \\ a_2 = \frac{50}{20} = 2,5; \Rightarrow 1) x + \frac{1}{x} = 5,2; x^2 - 5,2x + 1 = 0; \\ D = 27,04 - 4 = 23,04; x = \frac{5,2 \pm 4,8}{2}; x_1 = 5; x_2 = \frac{1}{5}; 2) \\ x + \frac{1}{x} = 2,5; x^2 - 2,5x + 1 = 0; D = 6,25 - 4 = 2,25; \\ x = \frac{2,5 \pm 1,5}{2}; x_3 = 2; x_4 = \frac{1}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{2}$; 2; 5.

$$\boxed{351.} \text{ } ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0; \text{разделим на } x^4, \text{получим:} \\ a + b(\frac{1}{x}) + c(\frac{1}{x^2}) + b(\frac{1}{x^3}) + a(\frac{1}{x^4}) = 0; t \text{ является корнем} \\ \text{первого уравнения } \Rightarrow at^4 + bt^3 + ct^2 + bt + a = 0;$$

подставим во второе уравнения $x = \frac{1}{m}$, получим $a + bm + cm^2 + bm^3 + am^4 = 0$; $\Rightarrow \frac{1}{m}$ корень первого уравнения.

Дополнительные упражнения к главе II

352. а) $x^5 - x^3 = 0$; $x^3(x^2 - 1) = 0$; $x^3(x - 1)(x + 1) = 0$; $\Rightarrow x_1 = -1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 1$;

б) $x^6 = 4x^4$; $x^6 - 4x^4 = 0$; $x^4(x^2 - 4) = 0$; $x^4(x - 2)(x + 2) = 0$; $\Rightarrow x_1 = -2$; $x_2 = 0$; $x_3 = 2$;

в) $0,5x^3 = 32x$; $x^3 - 64x = 0$; $x(x^2 - 64) = 0$; $x(x - 8)(x + 8) = 0$; $\Rightarrow x_1 = -8$; $x_2 = 0$; $x_3 = 8$;

г) $0,2x^4 = 4x^2$; $x^4 - 20x^2 = 0$; $x^2(x^2 - 20) = 0$; $x^2(x - 2\sqrt{5})(x + 2\sqrt{5}) = 0$; $\Rightarrow x_1 = -2\sqrt{5}$; $x_2 = 0$; $x_3 = 2\sqrt{5}$.

353. а) $(a - 2)(a + 2)(a^2 + 4) = 25a^2 - 16$;
 $(a^2 - 4)(a^2 + 4) = 25a^2 - 16$; $a^4 - 16 = 25a^2 - 16$;
 $a^4 - 25a^2 = 0$; $a^2(a^2 - 25) = 0$; $a^2(a - 5)(a + 5) = 0$;
 $a_1 = -5$; $a_2 = 0$; $a_3 = 5$;

б) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) = 6x^2 - 1$; $(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 6x^2 - 1$; $x^4 - 1 = 6x^2 - 1$; $x^4 - 6x^2 = 0$; $x^2(x^2 - 6) = 0$;
 $\Rightarrow x_1 = -\sqrt{6}$; $x_2 = 0$; $x_3 = \sqrt{6}$.

354. а) $x^3 - x^2 - 4(x - 1)^2 = 0$; $x^2(x - 1) - 4(x - 1)^2 = 0$;
 $(x - 1)(x^2 - 4(x - 1)) = 0$; $(x - 1)(x^2 - 4x + 4) = 0$; 1) $x - 1 = 0$; $x = 1$; 2) $x^2 - 4x + 4 = 0$; $D_1 = 2^2 - 4 = 0$;
 $x = 2$. Ответ: 1; 2.

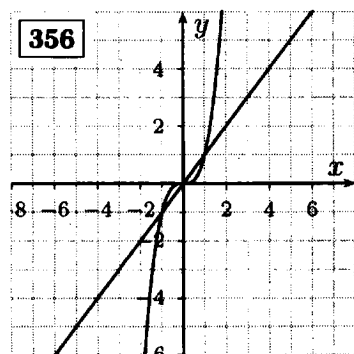
б) $2y^3 + 2y^2 - (y + 1)^2 = 0$; $2y^2(y + 1) - (y + 1)^2 = 0$;
 $(y + 1)(2y^2 - y - 1) = 0$; 1) $y + 1 = 0$; $y = -1$; 2) $2y^2 - y - 1 = 0$; $D = 1 + 8 = 9$; $y = \frac{1 \pm 3}{4}$; $y_1 = 1$; $y_2 = -\frac{1}{2}$.
 Ответ: -1 ; $-\frac{1}{2}$; 1.

в) $5x^3 - 19x^2 - 38x + 40 = 0$; $(5x^3 + 40) - (19x^2 + 38x) = 0$;
 $5(x^3 + 8) - 19x(x + 2) = 0$; $5(x + 2)(x^2 - 2x + 4) - 19x(x + 2) = 0$;
 $(x + 2)(5(x^2 - 2x + 4) - 19x) = 0$; $(x + 2)(5x^2 - 10x + 20 - 19x) = 0$; 1) $x + 2 = 0$; $x = -2$;
 2) $5x^2 - 29x + 20 = 0$; $D = 29^2 - 4 \cdot 5 \cdot 20 = 841 - 400 = 441$;
 $x = \frac{29 \pm 21}{10}$; $x_1 = 5$; $x_2 = 0,8$. Ответ: -2 ; $0,8$; 5.

г) $6x^3 - 31x^2 - 31x + 6 = 0$; $6(x^3 + 1) - 31x(x + 1) = 0$; $6(x + 1)(x^2 - x + 1) - 31x(x + 1) = 0$; $(x + 1)(6(x^2 - x + 1) - 31x) = 0$; $(x + 1)(6x^2 - 6x + 6 - 31x) = 0$; 1) $x + 1 = 0$; $x = -1$; 2) $6x^2 - 37x + 6 = 0$; $D = 37^2 - 4 \cdot 6 \cdot 6 = 1369 - 144 = 1225$; $x = \frac{37 \pm 35}{12}$; $x_1 = 6$; $x_2 = \frac{1}{6}$. Ответ: -1 ; $\frac{1}{6}$; 6 .

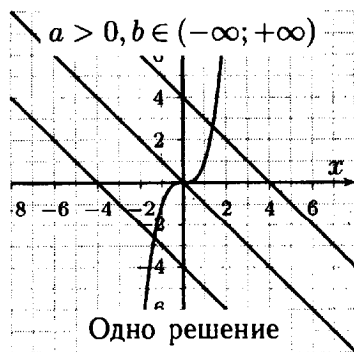
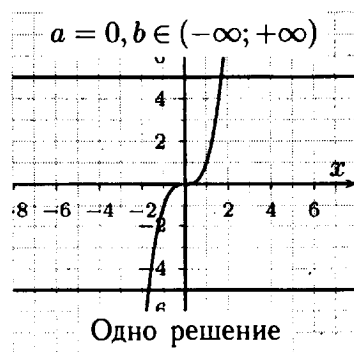
355. а) $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = 0$; $(x + 1)(x^2 + x + 2) = 0$; 1) $x + 1 = 0$; $x = -1$; 2) $x^2 + x + 2 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 2 = 1 - 8 = -7 < 0$; нет корней. Ответ: $x = -1$.

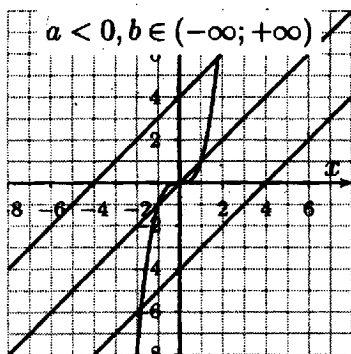
б) $x^3 + 4x^2 - 3x - 6 = 0$; $(x + 1)(x^2 + 3x - 6) = 0$; 1) $x + 1 = 0$; $x = -1$; 2) $x^2 + 3x - 6 = 0$; $D = 9 + 24 = 33$; $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$. Ответ: $\frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$; -1 ; $\frac{-3 - \sqrt{33}}{2}$.



$$\begin{aligned} x^3 &= x; & x^3 - x &= \\ &= 0; & x(x^2 - 1) &= 0; \\ x(x - 1)(x + 1) &= 0; & \Rightarrow \\ \Rightarrow x_1 &= -1; & x_2 &= 0; & x_3 &= 1. \end{aligned}$$

357. $x^3 + ax + b = 0 \Rightarrow x^3 = -ax - b$.





Одно, два или три решения

358. а) $(x^2 + 6x)^2 - 5(x^2 + 6x) = 24$; пусть $x^2 + 6x = a$;
 $\Rightarrow a^2 - 5a - 24 = 0$; $D = 25 + 4 \cdot 24 = 121$; $a = \frac{5 \pm 11}{2}$;
 $a_1 = 8$; $a_2 = -3$; 1) $x^2 + 6x = 8$; $x^2 + 6x - 8 = 0$; $D_1 =$
 $= 3^2 + 8 = 9 + 8 = 17$; $x = -3 \pm \sqrt{17}$; 2) $x^2 + 6x = -3$;
 $x^2 + 6x + 3 = 0$; $D_1 = 3^2 - 3 = 6$; $x = -3 \pm \sqrt{6}$.

Ответ: $-3 \pm \sqrt{17}$; $-3 \pm \sqrt{6}$.

б) $(x^2 - 2x - 5)^2 - 2(x^2 - 2x - 5) = 3$; пусть $x^2 - 2x - 5 =$
 $= a$; $\Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0$; $D_1 = 1 + 3 = 4$; $a = 1 \pm 2$; $a_1 = 3$;
 $a_2 = -1$; 1) $x^2 - 2x - 5 = 3$; $x^2 - 2x - 8 = 0$; $D_1 = 1 +$
 $+ 8 = 9$; $x = 1 \pm 3$; $x_1 = 4$; $x_2 = -2$; 2) $x^2 - 2x - 5 = -1$;
 $x^2 - 2x - 4 = 0$; $D_1 = 1 + 4 = 5$; $x = 1 \pm \sqrt{5}$.

Ответ: 4; -2; $1 \pm \sqrt{5}$.

в) $(x^2 + 3x - 25)^2 - 2(x^2 + 3x - 25) = -7$; пусть $x^2 +$
 $+ 3x - 25 = a$; $\Rightarrow a^2 - 2a + 7 = 0$; $D_1 = 1 - 7 = -6 < 0$;
нет корней;

г) $(y + 2)^4 - (y + 2)^2 = 12$; пусть $(y + 2)^2 = a \geq 0$; $a^2 -$
 $- a - 12 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 12 = 49$; $a = \frac{1 \pm 7}{2}$; $a \geq 0$; $\Rightarrow a = 4$;
 $(y + 2)^2 = 4$; $y + 2 = \pm 2$; $y_1 = 0$; $y_2 = -4$;

д) $(x^2 + 2x)(x^2 + 2x + 2) = 3$; пусть $x^2 + 2x = a$; \Rightarrow
 $\Rightarrow a(a + 2) = 3$; $a^2 + 2a - 3 = 0$; $\Rightarrow a_1 = 1$; $a_2 = -3$; 1)
 $x^2 + 2x = 1$; $x^2 + 2x - 1 = 0$; $D_1 = 1 + 1 = 2$; $x = -1 \pm \sqrt{2}$;
2) $x^2 + 2x = -3$; $x^2 + 2x + 3 = 0$; $D_1 = 1 - 3 < 0$; нет
корней.

Ответ: $-1 \pm \sqrt{2}$.

е) $(x^2 - x - 16)(x^2 - x + 2) = 88$; пусть $x^2 - x = a$; \Rightarrow
 $\Rightarrow (a - 16)(a + 2) = 88$; $a^2 + 2a - 16a - 32 - 88 = 0$;

$a^2 - 14a - 120 = 0$; $D_1 = 49 + 120 = 169$; $a = 7 \pm 13$;
 $a_1 = 20$; $a_2 = -6$; 1) $x^2 - x = -6$; $x^2 - x + 6 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 6 = -23$; нет корней. 2) $x^2 - x = 20$; $x^2 - x - 20 = 0$;
 $D = 1 + 80 = 81$; $x = \frac{1 \pm 9}{2}$; $x_1 = 5$; $x_2 = -4$;

ж) $(2x^2 + 7x - 8)(2x^2 + 7x - 3) - 6 = 0$; пусть $2x^2 + 7x - 3 = a$;
 $\Rightarrow a(a - 5) - 6 = 0$; $a^2 - 5a - 6 = 0$; $a_1 = -1$;
 $a_2 = 6$; 1) $2x^2 + 7x - 3 = -1$; $2x^2 + 7x - 2 = 0$; $D = 49 + 16 = 65$;
 $x = \frac{-7 \pm \sqrt{65}}{4}$; 2) $2x^2 + 7x - 3 = 6$; $2x^2 + 7x - 9 = 0$;
 $D = 49 + 72 = 121$; $x = \frac{-7 \pm 11}{4}$; $x_1 = -4,5$; $x_2 = 1$.

Ответ: $-4,5$; 1 ; $\frac{-7 \pm \sqrt{65}}{4}$.

359. а) $y^7 - y^6 + y = 1$; $y^7 - y^6 + y - 1 = 0$;
 $(y - 1)(y^6 + 1) = 0$; $\Rightarrow y = 1$;

б) $y^7 + y^6 - 27y = 27$; $y^7 + y^6 - 27y - 27 = 0$;
 $(y + 1)(y^6 - 27) = 0$; $y_1 = -1$; $y_2 = \sqrt{3}$; $y_3 = -\sqrt{3}$.

360. а) $2x^7 + x^6 + 2x^4 + x^3 + 2x + 1 = 0$; $2x(x^6 + x^3 + 1) + (x^6 + x^3 + 1) = 0$;
 $(2x + 1)(x^6 + x^3 + 1) = 0$; 1) $x^6 + x^3 + 1 = 0$;
 $x^3 = a$; $a^2 + a + 1 = 0$; $D = 1 - 4 < 0$ нет корней. 2) $2x + 1 = 0$; $x = -\frac{1}{2}$;

б) $x^7 - 2x^6 + 2x^4 - 4x^3 + x - 2 = 0$; $x^6(x - 2) + 2x^3(x - 2) + (x - 2) = 0$;
 $(x - 2)(x^6 + 2x^3 + 1) = 0$; 1) $x^6 + 2x^3 + 1 = 0$;
 $(x^3 + 1)^2 = 0$; $x = -1$; 2) $x - 2 = 0$; $x = 2$.

Ответ: -1 ; 2 .

361. а) $x^4 - 9x^2 + 18 = 0$; пусть $x^2 = a$; $\Rightarrow a^2 - 9a + 18 = 0$;
 $D = 81 - 4 \cdot 18 = 9 > 0$; $a = \frac{9 \pm 3}{2}$; $a_1 = 3$; $a_2 = 6$; 1) $x^2 = 3$;
 $x = \pm\sqrt{3}$; 2) $x^2 = 6$; $x = \pm\sqrt{6}$; \Rightarrow сумма корней $\sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{6} - \sqrt{6} = 0$;

б) $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$; пусть $x^2 = a$; $\Rightarrow a^2 + 3a - 10 = 0$;
 $D = 9 + 40 = 49$; $a = \frac{-3 \pm 7}{2}$; $a_1 = -5$; $a_2 = 2$; 1) $x^2 = -5$ нет корней.
 2) $x^2 = 2$; $x = \pm\sqrt{2}$; \Rightarrow сумма корней $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$;

в) $4x^4 - 12x^2 + 1 = 0$; пусть $2x^2 = a$; $\Rightarrow a^2 - 6a + 1 = 0$;
 $D = 36 - 4 = 32$; $a = \frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$; 1) $2x^2 = 3 + 2\sqrt{2}$;
 $x^2 = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$; $x = \pm\sqrt{\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}}$; 2) $2x^2 = 3 - 2\sqrt{2}$; $x^2 = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}$;
 $x = \pm\sqrt{\frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}}$; сумма корней 0 ;

г) $12y^4 - y^2 - 1 = 0$; пусть $y^2 = a \geq 0$; $12a^2 - a - 1 = 0$;
 $D = 1 + 48 = 49$; $a = \frac{1 \pm 7}{24}$; $a \geq 0$; $\Rightarrow a = \frac{1}{3}$; $y^2 = \frac{1}{3}$;
 $y = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$; $\Rightarrow y_1 + y_2 = 0$.

362. а) $(\sqrt{3 + \sqrt{5}})^4 - 6(\sqrt{3 + \sqrt{5}})^2 + 3 = (3 + \sqrt{5})^2 - 6(3 + \sqrt{5}) + 3 = 9 + 5 + 6\sqrt{5} - 18 - 6\sqrt{5} + 3 = -1 \neq 0$
 не является корнем;

б) $(\sqrt{5 - \sqrt{2}})^4 - 10(\sqrt{5 - \sqrt{2}})^2 + 23 = (5 - \sqrt{2})^2 - 10(5 - \sqrt{2}) + 23 = 25 + 2 - 10\sqrt{2} - 50 + 10\sqrt{2} + 23 = 0$
 является корнем.

363. а) $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$; $x^2 = a$; $a^2 - 20a + 64 = 0$;
 $= 0$; $D_1 = 100 - 64 = 36$; $a = 10 \pm 6$; $a_1 = 4$; $a_2 = 16$;
 $\Rightarrow x^4 - 20x^2 + 64 = (x^2 - 4)(x^2 - 16) = (x - 2)(x + 2)(x + 4)(x - 4)$;

б) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$; $x^2 = a$; $a^2 - 17a + 16 = 0$; $D = 17^2 - 4 \cdot 16 = 225$; $a = \frac{17 \pm 15}{2}$; $a_1 = 16$; $a_2 = 1$; $\Rightarrow x^4 - 17x^2 + 16 = (x^2 - 1)(x^2 - 16) = (x - 1)(x + 1)(x - 4)(x + 4)$;

в) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$; $x^2 = a$; $a^2 - 5a - 36 = 0$; $D = 25 + 4 \cdot 36 = 169$; $a = \frac{5 \pm 13}{2}$; $a_1 = 9$; $a_2 = -4 \Rightarrow x^4 - 5x^2 - 36 = (x^2 + 4)(x^2 - 9) = (x^2 + 4)(x - 3)(x + 3)$;

г) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$; $a = x^2$; $a^2 - 3a - 4 = 0$; $D = 9 + 16 = 25$; $a = \frac{3 \pm 5}{2}$; $a_1 = 4$; $a_2 = -1$; $\Rightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = (x^2 - 4)(x^2 + 1) = (x^2 + 1)(x - 2)(x + 2)$;

д) $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$; $x^2 = a$; $9a^2 - 10a + 1 = 0$; $a_1 = 1$; $a_2 = \frac{1}{9}$; $\Rightarrow 9x^4 - 10x^2 + 1 = 9(x^2 - 1)(x^2 - \frac{1}{9}) = (x - 1)(x + 1)(9x^2 - 1) = (x - 1)(x + 1)(3x - 1)(3x + 1)$;

е) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$; $x^2 = a$; $4a^2 - 17a + 4 = 0$; $D = 17^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 225$; $a = \frac{17 \pm 15}{8}$; $a_1 = \frac{1}{4}$; $a_2 = 4$; $\Rightarrow 4x^4 - 17x^2 + 4 = 4(x^2 - 4)(x^2 - \frac{1}{4}) = (x^2 - 4)(4x^2 - 1) = (x - 2)(x + 2)(2x - 1)(2x + 1)$.

364. а) $\frac{3y^3 + 12y^2 - 27y - 108}{y^2 - 16} = 0$; $y^2 \neq 16$; $y \neq \pm 4$;
 $3y^3 + 12y^2 - 27y - 108 = 0$; $y^3 + 4y^2 - 9y - 36 = 0$;
 $(y + 4)(y^2 - 9) = 0$; $\Rightarrow y^2 = 9$; $y = \pm 3$;

$$6) \frac{y^3 + 6y^2 - y - 6}{y^3 - 36y} = 0; \Rightarrow \begin{cases} y^3 + 6y^2 - y - 6 = 0 \\ y^3 - 36y \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (y+6)(y^2-1) = 0 \\ y(y-6)(y+6) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow y^2 = 1; y = \pm 1.$$

$$\boxed{365.} \quad \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+20}; \frac{x+4-x-2}{(x+2)(x+4)} = \frac{x+20-x-8}{(x+8)(x+20)};$$

$$\frac{2}{x^2+6x+8} = \frac{12}{x^2+28x+160}; x^2 + 28x + 160 = 6(x^2 + 6x + 8);$$

$$x^2 + 28x + 160 = 6x^2 + 36x + 48; 5x^2 + 8x - 112 = 0;$$

$$D_1 = 4^2 + 5 \cdot 112 = 16 + 560 = 576; x = \frac{-4 \pm 24}{5}; x_1 = 4;$$

$$x_2 = -5,6.$$

$$\boxed{366.} \quad a) \frac{x^2-5x+3}{x-5} - \frac{x^2+5x+1}{x+5} = \frac{1}{4}; x + \frac{3}{x-5} - \left(x + \frac{1}{x+5}\right) = \frac{1}{4};$$

$$x + \frac{3}{x-5} - x - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{4}; \frac{3(x+5)-(x-5)}{x^2-25} = \frac{1}{4}; \frac{3x+15-x+5}{x^2-25} = \frac{1}{4};$$

$$4(2x+20) = x^2 - 25; 8x + 80 = x^2 - 25; x^2 - 8x - 105 = 0;$$

$$D_1 = 4^2 + 105 = 105 + 16 = 121; x = 4 \pm 11; x_1 = 15;$$

$$x_2 = -7;$$

$$6) \frac{x^2+6x+10}{x+3} - \frac{x^2-6x+7}{x-3} = 7\frac{1}{8}; x + 3 + \frac{1}{x+3} - \left(x - 3 + \frac{-2}{x-3}\right) =$$

$$= \frac{57}{8}; \frac{x-3+2x+6}{x^2-9} + 6 = 7\frac{1}{8}; \frac{3x+3}{x^2-9} = \frac{9}{8}; \frac{x+1}{x^2-9} = \frac{3}{8}; 3x^2 -$$

$$-27 = 8x + 8; 3x^2 - 8x - 35 = 0; D_1 = 4^2 + 3 \cdot 35 = 121;$$

$$x = \frac{4 \pm 11}{3}; x_1 = \frac{15}{3} = 5; x_2 = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}.$$

$$\boxed{367.} \quad a) \frac{1}{x^2-6x+8} - \frac{1}{x-2} + \frac{10}{x^2-4} = 0; \frac{1}{(x-4)(x-2)} - \frac{1}{x-2} +$$

$$+ \frac{10}{(x-2)(x+2)} = 0; \frac{x+2-(x-4)(x+2)+10(x-4)}{(x-4)(x-2)(x+2)} = 0; \Rightarrow x + 2 -$$

$$-(x^2 - 2x - 8) + 10x - 40 = 0; x \neq \pm 2; x \neq 4; -x^2 + 13x -$$

$$-30 = 0; x^2 - 13x + 30 = 0; D = 13^2 - 4 \cdot 30 = 169 - 120 = 49;$$

$$x = \frac{13 \pm 7}{2}; x_1 = 10; x_2 = 3;$$

$$6) \frac{3}{x^2-x-6} + \frac{3}{x+2} = \frac{7}{x^2-9}; \frac{3}{(x-3)(x+2)} + \frac{3}{x+2} - \frac{7}{(x-3)(x+3)} =$$

$$= 0; \frac{3(x+3)+3(x-3)(x+3)-7(x+2)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = 0; \Rightarrow x \neq \pm 3; x \neq -2;$$

$$3x + 9 + 3x^2 - 27 - 7x - 14 = 0; 3x^2 - 4x - 32 = 0; D_1 =$$

$$= 2^2 + 3 \cdot 32 = 4 + 96 = 100; x = \frac{2 \pm 10}{3}; x_1 = 4; x_2 = -2\frac{2}{3}.$$

$$\boxed{368.} \quad \frac{1}{x^3-x^2+x-1} + \frac{4x^2+21}{x^3+x^2+x+1} = \frac{4x^3-3x^2+14x-4}{x^4-1}; x^4 - 1 =$$

$$= (x+1)(x^3-x^2+x-1) = (x-1)(x^3+x^2+x+1); \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x+1+(4x^2+21)(x-1)-4x^3+3x^2-14x+4}{x^4-1} = 0; \Rightarrow x \neq \pm 1; x +$$

$$+ 1 + 4x^3 - 4x^2 + 21x - 21 - 4x^3 + 3x^2 - 14x + 4 = 0;$$

$$-x^2 + 8x - 16 = 0; x^2 - 8x + 16 = 0; (x-4)^2 = 0; \Rightarrow x = 4.$$

369. а) $x^2 = \frac{7x-4}{4x-7}$; $4x^3 - 7x^2 - 7x + 4 = 0$;
 $(x+1)(4x^2 - 11x + 4) = 0$; 1) $4x^2 - 11x + 4 = 0$; $D =$
 $= 121 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 57x = \frac{11 \pm \sqrt{57}}{8}$; 2) $x+1 = 0$; $x = -1$.

Ответ: $\frac{11 \pm \sqrt{57}}{8}$; -1 .

б) $x^2 = \frac{5x-3}{3x-5}$; $3x^3 - 5x^2 - 5x + 3 = 0$;
 $(x+1)(3x^2 - 8x + 3) = 0$; 1) $3x^2 - 8x + 3 = 0$; $D_1 =$
 $= 4^2 - 3 \cdot 3 = 16 - 9 = 7$; $x = \frac{4 \pm \sqrt{7}}{3}$; 2) $x+1 = 0$;
 $x = -1$.

Ответ: -1 ; $\frac{4 \pm \sqrt{7}}{3}$.

370. а) Обозначим $\frac{x^2+1}{x} = t$; тогда $\frac{1}{t} = \frac{x}{x^2+1}$; $\Rightarrow t +$
 $+\frac{1}{t} = 2\frac{1}{2}$; $\frac{t^2+1}{t} = \frac{5}{2}$; $2t^2 + 2 = 5t$; $2t^2 - 5t + 2 = 0$;
 $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9$; $t = \frac{5 \pm 3}{4}$; $t_1 = 2$; $t_2 = \frac{1}{2}$; 1) $\frac{x^2+1}{x} =$
 $= 2$; $x^2 - 2x + 1 = 0$; $(x-1)^2 = 0$; $x = 1$; 2) $\frac{x^2+1}{x} = \frac{1}{2}$;
 $2x^2 - x + 2 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -15 < 0$ нет корней.

Ответ: 1.

б) Обозначим $\frac{x^2+2}{3x-2} = t$; тогда $\frac{3x-2}{x^2+2} = \frac{1}{t}$; $\Rightarrow t + \frac{1}{t} = 2\frac{1}{6}$;
 $\frac{t^2+1}{t} = \frac{13}{6}$; $6t^2 - 13t + 6 = 0$; $D = 13^2 - 4 \cdot 6 \cdot 6 = 25$;
 $t = \frac{13 \pm 5}{12}$; $t_1 = \frac{3}{2}$; $t_2 = \frac{2}{3}$; 1) $\frac{x^2+2}{3x-2} = \frac{3}{2}$; $2x^2 + 4 = 9x - 6$;
 $2x^2 - 9x + 10 = 0$; $D = 81 - 80 = 1$; $x = \frac{9 \pm 1}{4}$; $x_1 = 2$;
 $x_2 = 2,5$; 2) $\frac{x^2+2}{3x-2} = \frac{2}{3}$; $3x^2 + 6 = 6x - 4$; $3x^2 - 6x + 10 = 0$;
 $D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 10 = 36 - 120 < 0$ нет корней.

Ответ: 2; 2,5.

371. а) $\frac{x^4}{x^2-2} + \frac{1-4x^2}{2-x^2} + 4 = 0$; $\frac{x^4+4x^2-1+4x^2-8}{x^2-2} = 0$; $x^2 =$
 $= t \geq 0$; $t^2+8t-9=0$; $t \neq 2$; $t_1 = 1$; $t_2 = -9$ не подходит,
так как $t \geq 0$; $\Rightarrow x^2 = 1$; $x = \pm 1$;

б) $\frac{x^2+3}{x^2+1} + \frac{2}{x^2-4} + \frac{10}{x^4-3x^2-4} = 0$; $y = x^2 \geq 0$; $\frac{y+3}{y+1} + \frac{2}{y-4} +$
 $+\frac{10}{(y-4)(y+1)} = 0$; $\frac{(y+3)(y-4)+2(y+1)+10}{(y-4)(y+1)} = 0$; $\Rightarrow y^2 - 4y +$
 $+3y - 12 + 2y + 2 + 10 = 0$; $y \neq 4$; $y \neq -1$; $y^2 + y = 0$;
 $y(y+1) = 0$; $y \geq 0$; $\Rightarrow y = 0$; $\Rightarrow x^2 = 0$; $\Rightarrow x = 0$.

372. а) $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2 - 16\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 = 15$; $a = \left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2$; $\frac{1}{a} = \left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2$;
 $\Rightarrow a - \frac{16}{a} = 15$; $a^2 - 15a - 16 = 0$; $\Rightarrow a_1 = 16$; $a_2 = -1$;
1) $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2 = -1$ нет корней. 2) $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2 = 16$; $\frac{x+1}{x-2} = \pm 4$;
 $\Rightarrow x_1 = 3$; $x_2 = 1,4$;

б) $\left(\frac{x+3}{x-5}\right)^2 - 9\left(\frac{x-5}{x+3}\right)^2 = 8$; $a = \left(\frac{x+3}{x-5}\right)^2$; $\Rightarrow a - \frac{9}{a} = 8$; $a^2 - 8a - 9 = 0$; $\Rightarrow a_1 = 9$; $a_2 = -1$; 1) $\left(\frac{x+3}{x-5}\right)^2 = -1$ нет корней. 2) $\left(\frac{x+3}{x-5}\right)^2 = 9$; $\frac{x+3}{x-5} = \pm 3$; $\Rightarrow x_1 = 3$; $x_2 = 9$.

373. а) $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) = 2$; $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$; $\Rightarrow a = x + \frac{1}{x}$; $a^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$; $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2$; $\Rightarrow 2(a^2 - 2) - a = 2$; $2a^2 - a - 6 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 6 = 49$; $a = \frac{1 \pm 7}{4}$; $a_1 = 2$; $a_2 = -\frac{3}{2}$; \Rightarrow 1) $x + \frac{1}{x} = -\frac{3}{2}$; $2x^2 - 3x + 2 = 0$; $D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 - 16 < 0$; нет корней. 2) $x + \frac{1}{x} = 2$; $x^2 - 2x + 1 = 0$; $(x-1)^2 = 0$; $x = 1$;

б) $9x^2 - 18x + \frac{9}{x^2} - \frac{18}{x} = 22$; $9\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 18\left(x + \frac{1}{x}\right) = 22$; $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$; $\Rightarrow a = x + \frac{1}{x}$; $a^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$; $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2$; $\Rightarrow 9(a^2 - 2) - 18a = 22$; $9a^2 - 18 - 18a - 22 = 0$; $9a^2 - 18a - 40 = 0$; $D_1 = 9^2 + 40 \cdot 9 = 81 + 360 = 441$; $a = \frac{9 \pm 21}{9} = \frac{3 \pm 7}{3}$; $a_1 = \frac{10}{3}$; $a_2 = -\frac{4}{3}$; 1) $x + \frac{1}{x} = -\frac{4}{3}$; $3x^2 - 4x + 3 = 0$; $D_1 = 4 - 3 \cdot 3 < 0$; нет корней. 2) $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$; $3x^2 - 10x + 3 = 0$; $D_1 = 25 - 9 = 16$; $x = \frac{5 \pm 4}{3}$; $x_1 = 3$; $x_2 = \frac{1}{3}$.

374. $3\frac{1}{4}\left(a + \frac{1}{a}\right) = a^3 + \frac{1}{a^3}$; $\frac{13}{4}\left(a + \frac{1}{a}\right) = a^3 + \frac{1}{a^3}$; $x = a + \frac{1}{a}$; $\Rightarrow x^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + \frac{3}{a} + 3a$; $a^3 + \frac{1}{a^3} = x^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$; $a^3 + \frac{1}{a^3} = x^3 - 3x$; $\Rightarrow \frac{13}{4}x = x^3 - 3x$; $4x^3 - 12x - 13x = 0$; $4x^3 - 25x = 0$; $x(4x^2 - 25) = 0$; $x\left(x - \frac{5}{2}\right)\left(x + \frac{5}{2}\right) = 0$; $\Rightarrow x = 0$; и $x = \pm 2,5$; 1) $a + \frac{1}{a} = 0$; $a^2 + 1 = 0$; нет корней. 2) $a + \frac{1}{a} = -2,5$; не подходит так как $a + \frac{1}{a}$ больше в $3\frac{1}{4}$ чем $a^3 + \frac{1}{a^3}$ 3) $a + \frac{1}{a} = 2,5$; $2a^2 - 5a + 2 = 0$; $D = 15 - 16 = 9$; $a = \frac{5 \pm 3}{4}$; $a_1 = 2$; $a_2 = \frac{1}{2}$.

375. а) $x^3 + \frac{1}{x^3} = 22\left(x + \frac{1}{x}\right)$; $a = x + \frac{1}{x} \neq 0$; $a^3 - 3a = 22a$; $a^3 - 25a = 0$; $a(a-5)(a+5) = 0$; $\Rightarrow a_1 = 0$ не подходит $a_2 = 5$; $a_3 = -5$; 1) $x + \frac{1}{x} = 5$; $x^2 - 5x + 1 = 0$; $D = 25 - 4 = 21$; $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$; 2) $x + \frac{1}{x} = -5$; $x^2 + 5x + 1 = 0$; $D = 25 - 4 = 21$; $x = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$.

Ответ: $\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ и $\frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$.

б) $x^3 - \frac{1}{x^3} = 19\left(x - \frac{1}{x}\right)$; $a = x - \frac{1}{x}$; $a^3 + 3a = 19a$; $a^3 - 16a = 0$; $a(a+4)(a-4) = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = 4$; $a_3 = -4$;

1) $x - \frac{1}{x} = 0$; $x^2 - 1 = 0$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$; 2) $x - \frac{1}{x} = 4$; $x^2 - 4x - 1 = 0$; $D_1 = 4 + 1 = 5$; $x = 2 \pm \sqrt{5}$; 3) $x - \frac{1}{x} = -4$; $x^2 + 4x - 1 = 0$; $D_1 = 4 + 1 = 5$; $x = -2 \pm \sqrt{5}$.

Ответ: ± 1 ; $2 \pm \sqrt{5}$; $-2 \pm \sqrt{5}$.

376. а) $x^2 - 5x - 50 < 0$; $D = 5^2 + 4 \cdot 50 = 225$; $x = \frac{5 \pm 15}{2}$; $x_1 = 10$; $x_2 = -5$; $\Rightarrow x \in (-5; 10)$;

б) $-m^2 - 8m + 9 \geq 0$; $m^2 + 8m - 9 \leq 0$; $D_1 = 4^2 + 9 = 16 + 9 = 25$; $x = -4 \pm 5$; $x_1 = -9$; $x_2 = 1$; $\Rightarrow x \in [-9; 1]$;

в) $3y^2 + 4y - 4 > 0$; $D_1 = 2^2 + 4 \cdot 3 = 4 + 12 = 16$; $y = \frac{-2 \pm 4}{3}$; $y_1 = -2$; $y_2 = \frac{2}{3}$; $\Rightarrow y \in (-\infty; -2) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$;

г) $8p^2 + 2p \geq 21$; $8p^2 + 2p - 21 \geq 0$; $D_1 = 1 + 8 \cdot 21 = 169$; $p = \frac{-1 \pm 13}{8}$; $p_1 = -\frac{7}{4} = -1,75$; $p_2 = \frac{3}{2} = 1,5$; $\Rightarrow p \in (-\infty; -1,75] \cup [1,5; +\infty)$;

д) $12x - 9 \leq 4x^2$; $4x^2 - 12x + 9 \geq 0$; $(2x - 3)^2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; +\infty)$;

е) $-9x^2 < 1 - 6x$; $9x^2 - 6x + 1 > 0$; $(3x - 1)^2 > 0$; $\Rightarrow x \neq \frac{1}{3}$.

377. а) $2(x+1)(x-3) > (x+5)(x-7)$;
 $2(x^2 - 3x + x - 3) > x^2 - 7x + 5x - 35$; $2x^2 - 4x - 6 - x^2 + 2x + 35 > 0$; $x^2 - 2x + 29 > 0$; $(x-1)^2 + 28 > 0$;

б) $\frac{1}{4}(x+5)(x-7) \leq (x+2)(x-4)$; $x^2 - 7x + 5x - 35 \leq 4(x^2 - 4x + 2x - 8)$; $x^2 - 2x - 35 \leq 4(x^2 - 2x - 8)$;

$4x^2 - 8x - 32 - x^2 + 2x + 35 \geq 0$; $3x^2 - 6x + 3 \geq 0$;

$3(x^2 - 2x + 1) \geq 0$; $3(x-1)^2 \geq 0$.

378. а) $y = \frac{1}{\sqrt{144 - 9x^2}}$; $144 - 9x^2 \geq 0$; $9x^2 \leq 144$; $x^2 \leq 16$; $\Rightarrow x \in [-4; 4]$;

б) $y = \frac{\sqrt{16 - 24x + 9x^2}}{x+2}$; $\Rightarrow \begin{cases} 9x^2 - 24x + 16 \geq 0 \\ x + 2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} (3x - 4)^2 \geq 0 \\ x \neq -2 \end{cases} \Rightarrow x \neq -2$.

379. Уравнение имеет два корня при $D > 0$; $(a+2)x^2 + 8x + a - 4 = 0$; $D_1 = 4^2 - (a+2)(a-4) = 16 - (a^2 - 4a + 2a - 8) = 16 - a^2 + 2a + 8 = 24 + 2a - a^2 > 0$; $\Rightarrow a^2 - 2a - 24 < 0$; $D_1 = 1 + 24 = 25$; $a = 1 \pm 5$; $\Rightarrow a \in (-4; 6)$.

380. Уравнение не имеет корней при $D < 0$; $(b-1)x^2 + 6x + b - 3 = 0$; $D_1 = 3^2 - (b-3)(b-1) = 9 - (b^2 - b - 3b + 3) = 9 - b^2 + 4b - 3 = 6 + 4b - b^2 < 0$; $\Rightarrow b^2 - 4b - 6 > 0$; $D_1 = 2^2 + 6 = 10$; $b = 2 \pm \sqrt{10}$; $\Rightarrow b \in (-\infty; 2 - \sqrt{10}) \cup (2 + \sqrt{10}; +\infty)$.

381. Уравнение не имеет корней, если после замены соответствующее ему квадратное уравнение не имеет неотрицательных корней.

а) $x^4 - 12x^2 + c = 0$; пусть $a = x^2$; $a^2 - 12a + c = 0$; 1) уравнение не имеет корней при $D < 0$; $D_1 = 36 - c < 0 \Rightarrow c > 36$; 2) $a^2 - 12a + c = 0$; при $D \geq 0$ $a = \frac{12 \pm \sqrt{D}}{2}$ будет обязательно положительный корень \Rightarrow уравнение будет иметь решение $\Rightarrow c > 36$;

б) $x^4 + cx^2 + 100 = 0$; $a = x^2$; $a^2 + ca + 100 = 0$; $D = c^2 - 400 < 0$; $c^2 < 400$; $\Rightarrow -20 < c < 20$; 2) При $D \geq 0$ $a = \frac{-c \pm \sqrt{D}}{2}$; уравнение не будет иметь решений, когда оба корня будут отрицательными $\Rightarrow -c + \sqrt{D} < 0 \Rightarrow c > \sqrt{D}$; $c^2 > c^2 - 400$; $\Rightarrow c > \sqrt{D}$ всегда. $\Rightarrow c > 0$; из 1 и 2 следует что $c > -20$.

382. Уравнение имеет корни, если после замены соответствующее квадратное уравнение имеет неотрицательные корни. $a = x^2$; $a^2 - 13a + k = 0$; $D = 13^2 - 4 \times 1 \cdot k = 169 - 4k \geq 0$; при $k \leq \frac{169}{4}$; $a = \frac{13 \pm \sqrt{D}}{2}$ и точно один из них положителен.

а) Уравнение имеет четыре различных корня, если $D > 0$; $a_1 = \frac{13 + \sqrt{D}}{2} > 0$; и $a_2 = \frac{13 - \sqrt{D}}{2} > 0$; $\Rightarrow 13 - \sqrt{D} > 0$; $13 - \sqrt{169 - 4k} > 0$; $13 > \sqrt{169 - 4k}$; $169 - 169 - 4k$; $4k > 0$; $k > 0 \Rightarrow 0 < k < \frac{169}{4}$;

б) Уравнение имеет два различных корня, если $D > 0$; $a_1 = \frac{13 + \sqrt{D}}{2} > 0$; и $a_2 = \frac{13 - \sqrt{D}}{2} < 0$; или $D = 0$; $\Rightarrow 1) 13 - \sqrt{d} < 0$; $13 - \sqrt{169 - 4k} < 0$; $13 < \sqrt{169 - 4k}$; $-4k > 0$; $k < 0$; $D = 0$; $\Rightarrow k = \frac{169}{4}$. Ответ: при $k = \frac{169}{4}$ и $k < 0$.

383. $x^2 + 6x - 7 \leq 0$; $D_1 = 3^2 + 7 = 16$; $x = -3 \pm 4$; $x_1 = -7$; $x_2 = 1$; $\Rightarrow x \in [-7; 1]$;
 $x^2 - 2x - 15 \leq 0$; $D_1 = 1^2 + 15 = 16$; $x = 1 \pm 4$; $x_1 = 5$; $x_2 = -3$; $\Rightarrow x \in [-3; 5]$. Общее решение: $x \in [-3; 1]$.

$$\boxed{384.} \quad \text{a) } \begin{cases} 4x^2 - 27x - 7 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad 4x^2 - 27x - 7 = 0; D =$$

$$= 27^2 + 4 \cdot 4 \cdot 7 = 841; x = \frac{27 \pm 29}{8}; x_1 = 7; x_2 = -\frac{1}{4};$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 27x - 7 > 0 \text{ при } x \in (-\infty; -\frac{1}{4}) \cup (7; +\infty);$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -\frac{1}{4}) \cup (7; +\infty); \\ x > 0; \end{cases} \Rightarrow x \in (7; +\infty);$$

$$\text{б) } \begin{cases} -3x^2 + 17x + 6 < 0 \\ x < 0 \end{cases} \quad 3x^2 - 17x - 6 > 0; D =$$

$$= 17^2 + 4 \cdot 3 \cdot 6 = 289 + 72 = 361; x = \frac{17 \pm 19}{6}; x_1 =$$

$$= 6; x_2 = -\frac{1}{3}; \Rightarrow -3x^2 + 17x + 6 < 0 \text{ при } x \in$$

$$\in (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (6; +\infty); \Rightarrow \begin{cases} -3x^2 + 17x + 6 < 0 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (6; +\infty); \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{1}{3});$$

$$\text{в) } \begin{cases} x + 1 < 0 \\ 2x^2 - 18 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x^2 > 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \\ |x| > 3 \end{cases} \Rightarrow x <$$

$$< -3;$$

$$\text{г) } \begin{cases} x - 4 > 0 \\ 3x^2 - 15x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 3x(x - 5) < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 0 < x < 5 \end{cases} \Rightarrow x \in (4; 5).$$

$$\boxed{385.} \quad \text{а) } \begin{cases} x^2 + x - 6 < 0 \\ -x^2 + 2x + 3 > 0 \end{cases} \quad 1) x^2 + x - 6 = 0; D = 1 + 4 \times$$

$$\times 6 = 25; x = \frac{-1 \pm 5}{2}; x_1 = -3; x_2 = 2; \Rightarrow x^2 + x - 6 < 0 \text{ при } x \in (-3; 2);$$

$$2) -x^2 + 2x + 3 = 0; x^2 - 2x - 3 = 0; D_1 = 1 + 3 =$$

$$= 4; x = 1 \pm 2; x_1 = 3; x_2 = -1; \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 > 0; \text{ при}$$

$$x \in (-1; 3); \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 6 < 0 \\ -x^2 + 2x + 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-3; 2) \\ x \in (-1; 3) \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow x \in (-1; 2).$$

$$6) \begin{cases} x^2 + 4x - 5 > 0 \\ x^2 - 2x - 8 < 0 \end{cases} \quad 1) \quad x^2 + 4x - 5 = 0; \quad D_1 = 2^2 +$$

$$+ 5 = 9; \quad x = -2 \pm 3; \quad x_1 = -5; \quad x_2 = 1; \quad \Rightarrow x^2 + 4x - 5 > 0 \text{ при } x \in (-\infty; -5) \cup (1; +\infty); \quad 2) \quad x^2 - 2x - 8 = 0;$$

$$D_1 = 1 + 8 = 9; \quad x = 1 \pm 3; \quad x_1 = 4; \quad x_2 = -2; \quad \Rightarrow x^2 - 2x - 8 < 0; \text{ при } x \in (-2; 4); \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 4x - 5 > 0 \\ x^2 - 2x - 8 < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -5) \cup (1; +\infty) \\ x \in (-2; 4) \end{cases} \Rightarrow x \in (1; 4).$$

386. а) $(x + 1,2)(6 - x)(x - 4) > 0; (x + 1,2)(x - 6) \times (x - 4) < 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -1,2) \cup (4; 6);$

б) $(\frac{1}{3} - x)(\frac{1}{2} - x)(\frac{1}{7} - x) < 0; (x - \frac{1}{3})(x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{7}) > 0; \Rightarrow x \in (\frac{1}{7}; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty);$

в) $(x + 0,6)(1,6 + x)(1,2 - x) > 0; (x + 0,6)(x + 1,6) \times (x - 1,2) < 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -1,6) \cup (-0,6; 1,2);$

г) $(1,7 - x)(1,8 + x)(1,9 - x) < 0; (x - 1,7)(x + 1,8) \times (x - 1,9) < 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -1,8) \cup (1,7; 1,9).$

387. а) $(3x - 5)(x + 4)(2 - x) = 0; \quad x_1 = -4; \quad x_2 = 2; \quad x_3 = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3};$

б) $(3x - 5)(x + 4)(2 - x) > 0; (x - \frac{5}{3})(x + 4)(x - 2) < 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (1\frac{2}{3}; 2);$

в) $(3x - 5)(x + 4)(2 - x) < 0; (x - \frac{5}{3})(x + 4)(x - 2) > 0; \Rightarrow x \in (-4; 1\frac{2}{3}) \cup (2; +\infty).$

388. а) $(18x - 36)(x - 7) > 0; (x - 2)(x - 7) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; 2) \cup (7; +\infty);$

б) $(x - 7,3)(9,8 - x) > 0; (x - 7,3)(x - 9,8) < 0; \Rightarrow x \in (7,3; 9,8);$

в) $(x + 0,8)(4 - x)(x - 20) < 0; (x + 0,8)(x - 4)(x - 20) > 0; x \in (-0,8; 4) \cup (20; +\infty);$ г) $(10x + 3)(17 - x)(x - 5) \geq 0; (x + 0,3)(x - 17)(x - 5) \leq 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -0,3] \cup [5; 17].$

389. а) $(x^2 - 16)(x + 17) > 0$; $(x - 4)(x + 4)(x + 17) > 0$; $\Rightarrow x \in (-17; -4) \cup (4; +\infty)$;

б) $(x - \frac{2}{3})(x^2 - 121) < 0$; $(x - \frac{2}{3})(x - 11)(x + 11) < 0$;
 $\Rightarrow x \in (-\infty; -11) \cup (\frac{2}{3}; 11)$;

в) $x^3 - 25x < 0$; $x(x^2 - 25) < 0$; $x(x - 5)(x + 5) < 0$;
 $\Rightarrow x \in (-\infty; -5) \cup (0; 5)$;

г) $x^3 - 0,01x > 0$; $x(x^2 - 0,01) > 0$; $x(x - 0,1)(x + 0,1) > 0$;
 $\Rightarrow x \in (-0,1; 0) \cup (0,1; +\infty)$;

д) $(x^2 - 9)(x^2 - 1) > 0$; $(x - 3)(x + 3)(x - 1)(x + 1) > 0$;
 $\Rightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (3; +\infty)$;

е) $(x^2 - 15x)(x^2 - 36) < 0$; $x(x - 15)(x - 6)(x + 6) < 0$;
 $\Rightarrow x \in (-\infty; -6) \cup (0; 6) \cup (15; +\infty)$.

390. а) $(x^2 + 17)(x - 6)(x + 2) < 0$; $x^2 + 17 > 0$; \Rightarrow
 $\Rightarrow (x - 6)(x + 2) < 0$; $x \in (-2; 6)$;

б) $(2x^2 + 1)x(x - 4) > 0$; $2x^2 + 1 > 0$; $\Rightarrow x(x - 4) > 0$;
 $x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$;

в) $(x - 1)^2(x - 24) < 0$; $x \neq 1$; $\Rightarrow x - 24 < 0$; $x < 24$;
 $\Rightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (1; 24)$;

г) $(x + 7)(x - 4)^2(x - 21) > 0$; $x \neq 4$; \Rightarrow
 $\Rightarrow (x + 7)(x - 21) > 0$; $x \in (-\infty; -7) \cup (21; +\infty)$.

391. а) $y = \frac{4}{\sqrt{(3x-1)(6x+1)}}$; $(3x - 1)(6x + 1) > 0$;

$(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{6}) \geq 0$; $\Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{1}{6}) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$;

б) $y = \frac{7}{\sqrt{(11x+2)(x-4)}}$; $(11x + 2)(x - 4) > 0$;

$(x + \frac{2}{11})(x - 4) \geq 0$; $\Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{2}{11}) \cup (4; +\infty)$.

392. а) $\frac{x-3}{x+1} \geq 0$; $\Rightarrow (x - 3)(x + 1) \geq 0$ и $x \neq -1$,
 так как при $x = -1$ знаменатель обращается в 0. Не равносильны;

б) $\frac{x+5}{x-8} \leq 0$; $\Rightarrow (x + 5)(x - 8) \leq 0$ и $x \neq 8$, так как при $x = 8$ знаменатель обращается в 0. Не равносильны.

393. а) $\frac{x-8}{x+4} > 0$; $\Rightarrow (x - 8)(x + 4) > 0$; $\Rightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (8; +\infty)$;

б) $\frac{x+16}{x-11} < 0$; $\Rightarrow (x + 16)(x - 11) < 0$; $\Rightarrow x \in (-16; 11)$;

в) $\frac{x+1}{3-x} \geq 0$; $\Rightarrow x \neq 3$ и $(x + 1)(3 - x) \geq 0$; $\Rightarrow x \neq 3$ и $(x + 1)(x - 3) \leq 0$; $\Rightarrow x \in [-1; 3)$;

$$\text{г) } \frac{6-x}{x-4} \leq 0; \Rightarrow x \neq 4 \text{ и } (6-x)(x-4) \leq 0; \Rightarrow x \neq 4 \text{ и } (x-6)(x-4) \geq 0; \Rightarrow x \in (-\infty; 4) \cup [6; +\infty);$$

$$\text{д) } \frac{2x-4}{3x+3} \leq 0; \frac{x-2}{x+1} \leq 0; \Rightarrow x \neq -1 \text{ и } (x-2)(x+1) \leq 0; \Rightarrow x \in (-1; 2];$$

$$\text{е) } \frac{5x-1}{2x+3} \geq 0; \Rightarrow 2x+3 \neq 0 \text{ и } (5x-1)(2x+3) \geq 0; \Rightarrow x \neq -1,5 \text{ и } (x-0,2)(x+1,5) \geq 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -1,5) \cup [0,2; +\infty).$$

$$\boxed{394.} \text{ а) } \frac{6x+2}{x+4} < 5; \frac{6x+2-5x-20}{x+4} < 0; \frac{x-18}{x+4} < 0; \Rightarrow (x-18)(x+4) < 0; \Rightarrow x \in (-4; 18);$$

$$\text{б) } \frac{5x+8}{x} > 1; \frac{5x+8-x}{x} > 0; \frac{4x+8}{x} > 0; \frac{x+2}{x} > 0; \Rightarrow x(x+2) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty);$$

$$\text{в) } \frac{3-2x}{3x+2} \leq 1; \frac{3-2x-3x-2}{3x+2} \leq 0; \frac{-5x+1}{3x+2} \leq 0; \Rightarrow 3x+2 \neq 0 \text{ и } (1-5x)(3x+2) \leq 0; \Rightarrow x \neq -\frac{2}{3} \text{ и } (x+\frac{2}{3})(x-\frac{1}{5}) \geq 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{2}{3}) \cup [\frac{1}{5}; +\infty);$$

$$\text{г) } \frac{5x-4}{x+8} \geq 0; \Rightarrow x \neq -8 \text{ и } (5x-4)(x+8) \geq 0; (x-\frac{4}{5})(x+8) \geq 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -8] \cup (\frac{4}{5}; +\infty).$$

ГЛАВА III. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

§ 7. Уравнения с двумя переменными и их системы

17. Уравнения с двумя переменными и его график

395. $(-1; 3)$ а) $x^2 - y + 2 = 0$; $1 - 3 + 2 = 0$ — является решением; б) $xy + y = -3 + 3 = 0 \neq 6$ — не является решением; в) $x^2 + y^2 = 1 + 9 = 10$ — является решением; г) $x^2 - y^2 + 8 = 1 - 9 + 8 = 0$ — является решением.

396. а) $x - 2y = 8$; $(2; -3)$; $(8; 0)$; $(0; -4)$; б) $x + 0y = 10$; $(10; 1)$; $(10; 2)$; $(10; 3)$; в) $x - xy = 12$; $(12; 0)$; $(4; -2)$; $(6; -1)$; г) $(x + y)(y - 2) = 0$; $(1; -1)$; $(2; -2)$; $(8; 2)$.

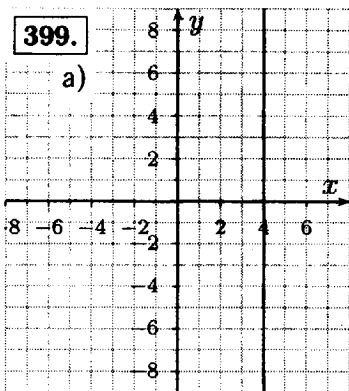
397. а) вторая; б) шестая; в) $8x^6 - y^2 = 2x^4(4x^2 - y)$; $8x^6 - y^2 = 8x^6 - 2x^4y$; $2x^4y - y^2 = 0$; пятая; г) $(x - 2y)^2 - x^2 = 4y(y - x) + 5x$; $x^2 - 4xy + 4y^2 - x^2 = 4y^2 - 4yx + 5x$; $5x = 0$; первая.

398. $x^2 - y^2 = 0$; $(x - y)(x + y) = 0$; $\Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \Rightarrow$

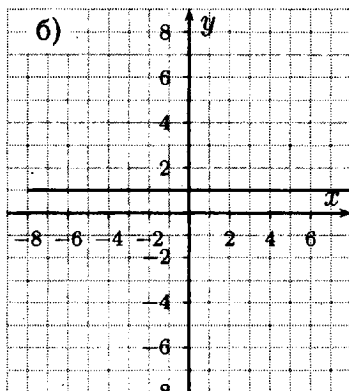
$\Rightarrow \begin{cases} x = y \\ y = -x \end{cases}$

399.

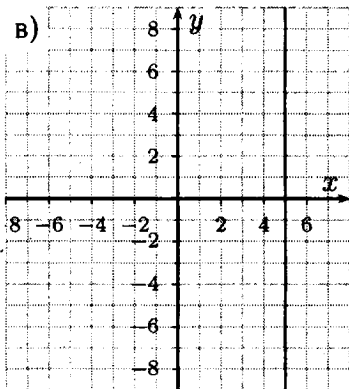
a)



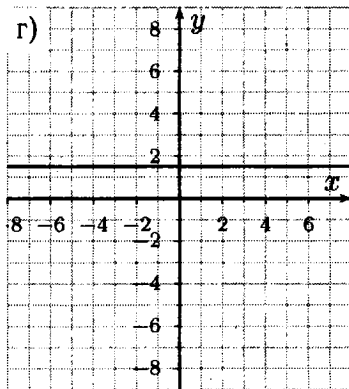
б)



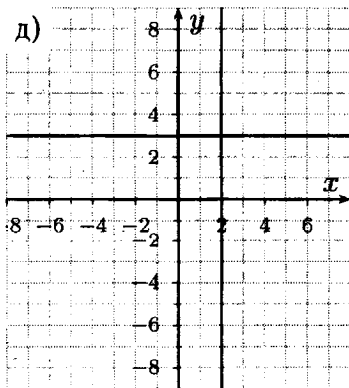
в)



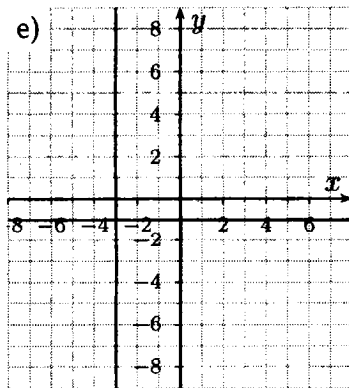
г)

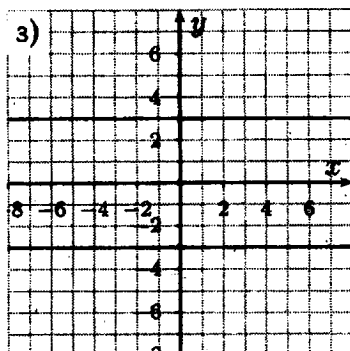
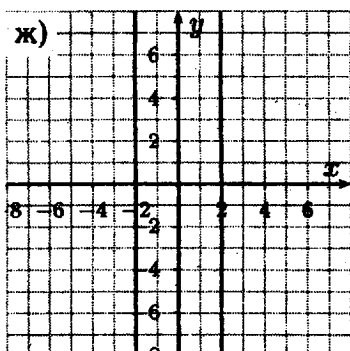


д)



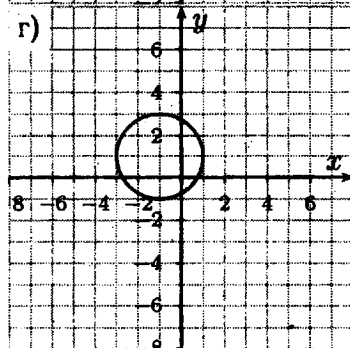
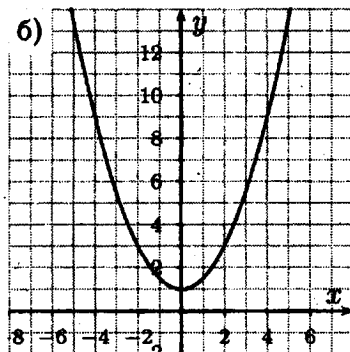
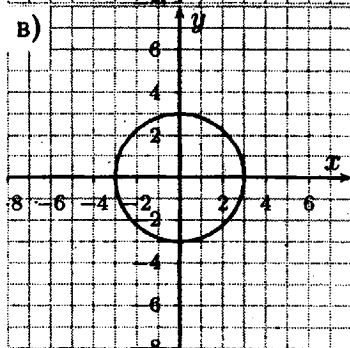
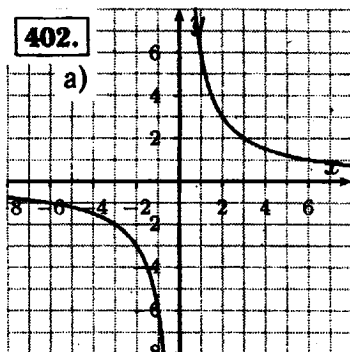
е)





400. а) $(x-1)(y-1) = 0$; б) $(x+1)(y-x) = 0$;
 в) $(x-1)(x+2) = 0$; г) $(y+1)(y-2) = 0$.

401. а) $(x-3)(y-3) = 0$; б) $(x+2)(y+2) = 0$;
 в) $(y+2)(y-2) = 0$; г) $(x-4)(x+2) = 0$.



403. а) Пара прямых $x = 5$ и $x = -6$; б) пара прямых $x = 4$ и $x = -2$; в) $x^2 + (y - 1)^2 = 0$; $x = 0$; $y = 1$. Точка $(0; 1)$; г) окружность с центром в точке $(5; -2)$ и радиусом 1.

404. $x^2 + y^2 = r^2$; \Rightarrow а) $A(-2; \sqrt{5})$ $x^2 + y^2 = 4 + 5 = 9$; $x^2 + y^2 = 9$; б) $B(3; 4)$ $x^2 + y^2 = 9 + 16 = 25$; $x^2 + y^2 = 25$; в) $C(8; 0)$; $x^2 + y^2 = 64 + 0 = 64$; $x^2 + y^2 = 64$.

405. $K(2; -5)$; $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = r^2$: а) $A(-1; -1)$; $(-1 - 2)^2 + (-1 + 5)^2 = 9 + 16 = 25$; $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 25$; б) $B(-3; 7)$; $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = (-3 - 2)^2 + (7 + 5)^2 = 25 + 144 = 169$; $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 169$; в) $C(1; -4)$; $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = (1 - 2)^2 + (-4 + 5)^2 = 1 + 1 = 2$; $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 2$.

406. $x^2 + y^2 - 6(x - y) = 7$; $x^2 + y^2 - 6x + 6y = 7$; $(x^2 - 6x + 9) + (y^2 + 6y + 9) = 25(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 25$.

407. $\frac{(2x+y)^2}{4} - (x - 0,5y)^2 = 24$; $\frac{4x^2 + 4xy + y^2}{4} - (x^2 + 0,25y^2 - xy) = 24$; $x^2 + xy + \frac{y^2}{4} - x^2 - \frac{y^2}{4} + xy = 24$; $xy = 12$; $y = \frac{12}{x}$.

Ответ: 3 Гипербола.

408. При $m < 0$.

409. а) Точка касания $(5; 0) \Rightarrow r^2 = 49$; $r = 7$; б) Точка касания $(0; 7) \Rightarrow r^2 = 25$; $r = 5$.

410. $(x - 3)^2 + (y - 8)^2 = r^2$: а) точка касания $(3; 0) \Rightarrow r^2 = 64$; $(x - 3)^2 + (y - 8)^2 = 64$; б) точка касания $(0; 8) \Rightarrow r^2 = 9$; $\Rightarrow (x - 3)^2 + (y - 8)^2 = 9$.

411. а) $xy = 2$; $y = \frac{2}{x}$; $\Rightarrow x = 1, y = 2$; $x = -1, y = -2$; $x = 2, y = 1$; $x = -2, y = -1$.

Ответ: $(1; 2)$; $(-1; -2)$; $(2; 1)$; $(-2; -1)$.

б) $x^2 - y^2 = 3$; $(x - y)(x + y) = 3$; $x - y = \pm 1$; $\Rightarrow x + y = \pm \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 1 \end{cases} \quad x - y = \pm \Rightarrow x + y = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \mp 1 \end{cases}$

Ответ: $(2; 1)$; $(-2; -1)$; $(2; -1)$; $(-2; 1)$.

412. а) $25x^2 + 6x \leq 0$; $x(25x + 6) \leq 0$; $x(x + \frac{6}{25}) \leq 0$; $\Rightarrow x \in [-\frac{6}{25}; 0]$; б) $x^2 - 169 > 0$; $(x - 13)(x + 13) >$

> 0 ; $\Rightarrow x \in (-\infty; -13) \cup (13; +\infty)$; в) $4x^2 - 225 \leq 0$; $(2x - 15)(2x + 15) \leq 0$; $(x - 7,5)(x + 7,5) \leq 0$; $x \in [-7,5; 7,5]$; г) $y^2 < 10y + 24$; $y^2 - 10y - 24 < 0$; $D_1 = 5^2 + 24 = 49$; $y = 5 \pm 7$; $y_1 = 12$; $y_2 = -2$; $\Rightarrow y^2 - 10y - 24 = (y - 12)(y + 2)$; $(y - 12)(y + 2) < 0$; $y \in (-2; 12)$; д) $15y^2 + 30 > 22y + 7$; $15y^2 - 22y + 23 > 0$; $D_1 = 11^2 - 15 \cdot 23 = 121 - 345 = -224 < 0$; $\Rightarrow y$ любое число; е) $3y^2 - 7 \leq 26y + 70$; $3y^2 - 26y - 77 \leq 0$; $D_1 = 13^2 + 3 \cdot 77 = 400$; $y = \frac{13 \pm 20}{3}$; $y_1 = 11$; $y_2 = -\frac{7}{3}$; $\Rightarrow 3y^2 - 26y - 77 = 3(y - 11)(y + \frac{7}{3}) \leq 0$; $\Rightarrow y \in [-2\frac{1}{3}; 11]$.

$$\boxed{413.} \text{ а) } \begin{cases} 11x - 9y = 37 \\ x = 1 + 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11 + 22y - 9y = 37 \\ x = 1 + 2y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 13y = 26 \\ x = 1 + 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 5 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 16x - 4y = 5 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 2 \\ 16x - 4(3x - 2) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16x - 12x + 8 = 5 \\ y = 3x - 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x = -3 \\ y = 3x - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{4} \\ y = -4\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\boxed{414.} \text{ а) } \begin{cases} 5x + 2y = 30 \\ 3x + 4y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10x - 4y = -60 \\ 3x + 4y = -3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -7x = -63 \\ 3x + 4y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ 27 + 4y = -3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ 4y = -30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -7,5 \end{cases}$$

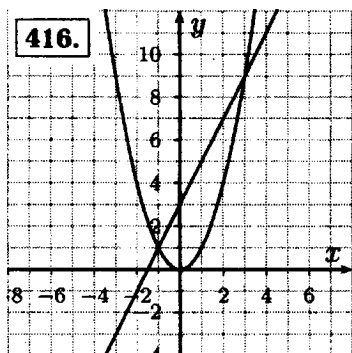
$$\text{б) } \begin{cases} 2x - y = 85 \\ 5x - 2y = 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x + 2y = -170 \\ 5x - 2y = 200 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ 2y = 4x - 170 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 2x - 85 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = -25 \end{cases}$$

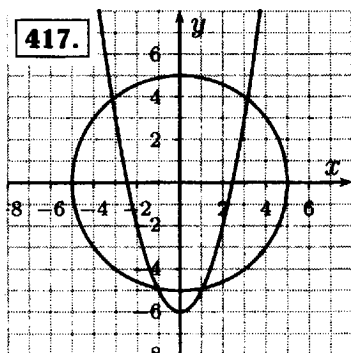
18. Графический способ решения систем уравнений

415.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ 6x + 5y = -4 \end{cases} \quad \text{а) } (-2; 1) \begin{cases} 4 + 1 = 5 \\ -12 + 5 = -7 \neq -4 \end{cases}$$

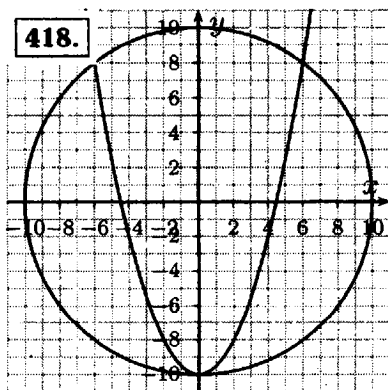
не является решением. б) $(1; -2) \begin{cases} 1 + 4 = 5 \\ 6 - 10 = -4 \end{cases}$ является решением.



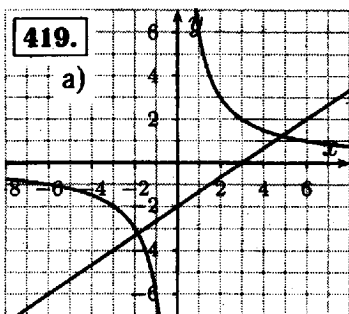
$$\begin{aligned} x_1 &= -1, y_1 = 4; \\ x_2 &= 3, y_2 = 2 \end{aligned}$$



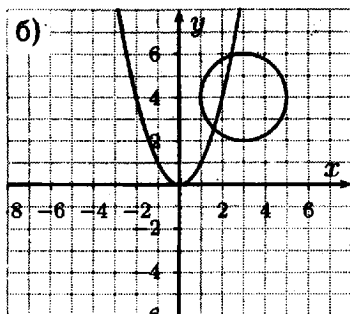
$$\begin{aligned} x_{1,2} &\approx \pm 3,2, y_{1,2} \approx 3,9; \\ x_{3,4} &= \pm 1,1, y_{3,4} \approx 4,9 \end{aligned}$$



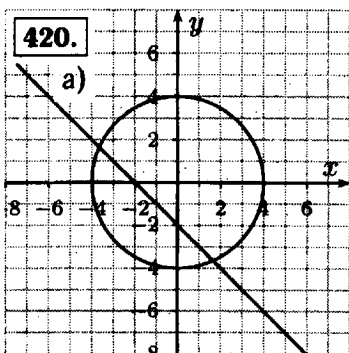
$$\begin{aligned} x_1 &= -6, y_1 = 8; x_2 = 6, y_2 = 8; \\ x_3 &= 0, y_3 = -10 \end{aligned}$$



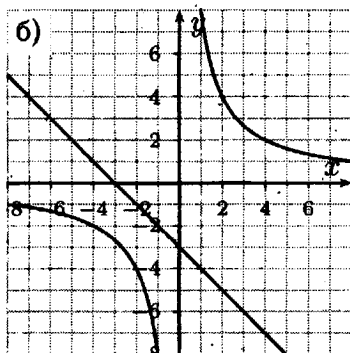
$\approx (4,8; 1,2), (-1,9; -3,2)$



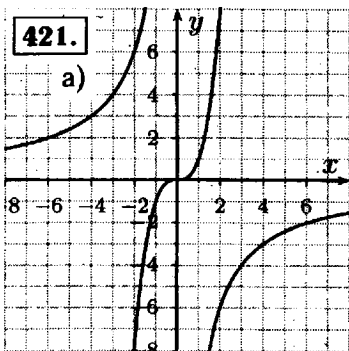
$\approx (1,6; 2,5), (2,4; 5,8)$



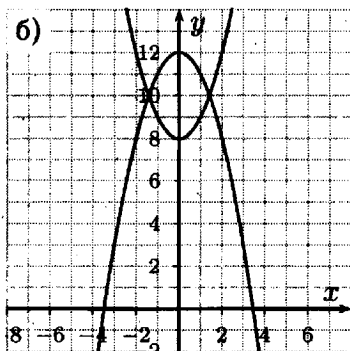
$\approx (-3,6; 1,6), (1,6; -3,6)$



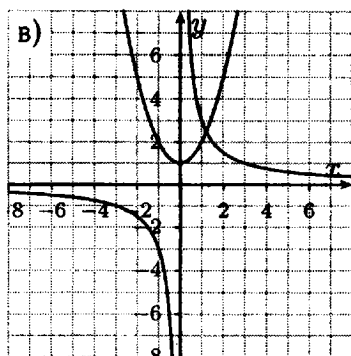
Нет решений.



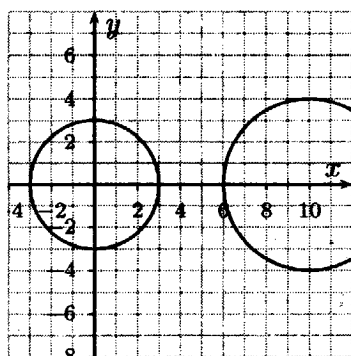
Нет решений.



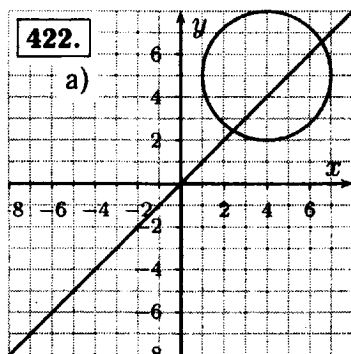
Два решения.



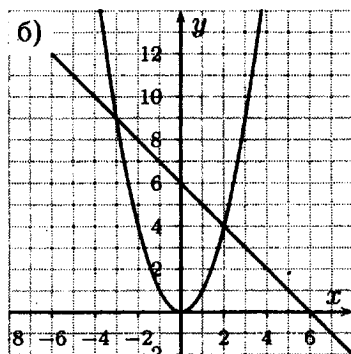
Одно решение.



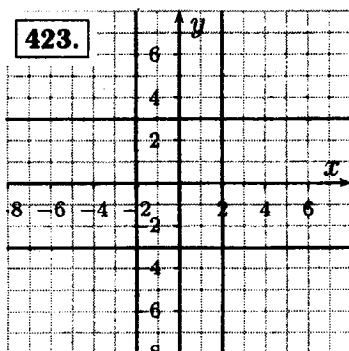
Нет решений.



$\approx (2, 2), (6, 6)$



$(-3, 9), (2, 4)$



$(\pm 2, \pm 3), (\pm 2, \mp 3)$

424. а) $y = x+1$; $x-y+1 = 0$; $y = x-1$; $y-x+1$; искомый график $(x-y+1)(y-x+1) = 0$; б) $y = x^2$; $x^2 - y = 0$; $y = -2$; $y + 2 = 0$; искомый график $(y-x^2)(y+2) = 0$.

425. $(18; 3)$, $\begin{cases} x - 2y = 4b \\ 2x + y = 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 18 - 6 = 4b \\ 36 + 3 = 39 \end{cases} \Rightarrow 12 = 4b$; $b = 3$.

426. $\begin{cases} x + y = a + 1 \\ 3x - y = a - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 2a \\ x + y = a + 1 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} x = 0,5a \\ y + 0,5x = a + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0,5a \\ y = \frac{a}{2} + 1 \end{cases} \quad x > 0; y > 0;$
 $\Rightarrow a > 0$.

427. $\left(\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1}\right) : \frac{4a}{5a-5} = \frac{a^2+2a+1-a^2+2a-1}{(a-1)(a+1)} \cdot \frac{5(a-1)}{4a} =$
 $= \frac{4a}{a+1} \cdot \frac{5}{4a} = \frac{5}{a+1} \Rightarrow$ при $a > -1$; $\frac{5}{a+1} > 0$.

428. Пусть скорость первого велосипедиста x км/ч, тогда скорость второго равна $x + 2$ км/ч. Значит, $\frac{36}{x} - \frac{36}{x+2} = \frac{1}{4}$; $\frac{144(x+2) - 144x - x(x+2)}{4x(x+2)} = 0$; $\Rightarrow 144x + 288 - 144x - x^2 - 2x = 0$; $-x^2 - 2x + 288 = 0$; $x^2 + 2x - 288 = 0$; $D_1 = 1 + 288 = 289$; $x = -1 \pm 17$; $x > 0 \Rightarrow x = 16$; $x + 2 = 18$.

Ответ: 16 км/ч, и 18 км/ч.

19. Решение систем уравнений второй степени

429. а) $\begin{cases} y^2 - x = -1 \\ x = y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 - y - 3 = -1 \\ x = y + 3 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} y^2 - y - 2 = 0 \\ x = y + 3 \end{cases} \quad y^2 - y - 2 = 0; y_1 = -1; y_2 = 2;$
 1) $\begin{cases} y_1 = -1 \\ x_1 = 2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_2 = 2 \\ x_2 = 5 \end{cases}$

Ответ: $x = 2, y = -1$ или $x = 5, y = 2$.

$$6) \begin{cases} y = x - 1 \\ x^2 - 2y = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ x^2 - 2x + 2 - 26 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ x^2 - 2x - 24 = 0 \end{cases}$$

$$D_1 = 1 + 24 = 25; x = 1 \pm 5; x_1 = 6; x_2 = -4;$$

$$1) \begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 5 \end{cases}; 2) \begin{cases} x_2 = -4 \\ y_2 = -5 \end{cases}$$

Ответ: $x = 6, y = 5$ или $x = -4, y = -5$.

$$в) \begin{cases} xy + x = -4 \\ x - y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 6 \\ x(x - 6) + x = -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x - 6 \\ x^2 - 6x + x + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 6 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases};$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0; x_1 = 1; x_2 = 4; 1) \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_2 = -5 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = -2 \end{cases}.$$

Ответ: $x = 1, y = -5$ или $x = 4, y = -2$.

$$г) \begin{cases} x + y = 9 \\ y^2 + x = 29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 - y \\ y^2 + 9 - y - 29 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 9 - y \\ y^2 - y - 20 = 0 \end{cases}; y^2 - y - 20 = 0; D = 1 + 80 = 81;$$

$$y = \frac{1 \pm 9}{2}; y_1 = 5; y_2 = -4; 1) \begin{cases} y_1 = 5 \\ x_1 = 4 \end{cases}; 2) \begin{cases} y_2 = -4 \\ x_2 = 13 \end{cases}$$

Ответ: $x = 4, y = 5$ или $x = 13, y = -4$.

$$\boxed{430.} \text{ а) } \begin{cases} x = 3 - y \\ y^2 - x = 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ y^2 - 3 + y - 39 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ y^2 + y - 42 = 0 \end{cases}$$

$$D = 1 + 4 \cdot 42 = 169; y = \frac{-1 \pm 13}{2}; y_1 = -7; y_2 = 6;$$

$$1) \begin{cases} y_1 = -7 \\ x_1 = 10 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y_2 = 6 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

Ответ: $x = 10, y = -7$ или $x = -3, y = 6$.

$$б) \begin{cases} y = 1 + x \\ x + y^2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ y - 1 + y^2 = -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ y^2 + y = 0 \end{cases}; y^2 + y = 0; y(y + 1) = 0; \Rightarrow y_1 = 0;$$

$$y_2 = -1; 1) \begin{cases} y_1 = 0 \\ x_1 = -1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y_2 = -1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

Ответ: $x = -1, y = 0$ или $x = -2, y = -1$.

$$в) \begin{cases} x^2 + y = 14 \\ y - x = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 8 \\ x^2 + x + 8 - 14 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 8 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases}; x^2 + x - 6 = 0; x_1 = 2; x_2 = -3;$$

$$1) \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 10 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = 5 \end{cases}$$

Ответ: $x = 2, y = 10$ или $x = -3, y = 5$.

$$г) \begin{cases} x + y = 4 \\ y + xy = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ y + y(4 - y) = 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ y + 4y - y^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ y^2 - 5y + 6 = 0 \end{cases};$$

$$y^2 - 5y + 6 = 0; y_1 = 2; y_2 = 3; 1) \begin{cases} y_1 = 2 \\ x_1 = 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y_2 = 3 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Ответ: $x = 2, y = 2$ или $x = 1, y = 3$.

$$\boxed{431.} \text{ а) } \begin{cases} x - y = 3 \\ xy = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ y^2 + 3y + 2 = 0 \end{cases};$$

$$y^2 + 3y + 2 = 0; y_1 = -1; y_2 = -2; 1) \begin{cases} y_1 = -1 \\ x_1 = 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y_2 = -2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Ответ: $x = 2, y = -1$ или $x = 1, y = -2$.

$$б) \begin{cases} x + y = 2,5 \\ xy = 1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2,5 - y \\ 2,5y - y^2 = 1,5 \end{cases} \Rightarrow y^2 - 2,5y + 1,5 = 0; 2y^2 - 5y + 3 = 0; D = 25 - 24 = 1; y = \frac{5 \pm 1}{4};$$

$$y_1 = 1; y_2 = 1,5; \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = 1,5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = 1,5 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x + y = -1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y - 1 \\ y^2 + (-y - 1)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -y - 1 \\ y^2 + y^2 + 2y + 1 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y - 1 \\ y^2 + y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -y - 1 \\ y(y + 1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0 \\ x_1 = -1 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_2 = -1 \\ x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г) } & \begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ (y + 2)^2 - y^2 = 17 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ y^2 + 4y + 4 - y^2 = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ 4y = 13 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} y = 3\frac{1}{4} \\ x = 5\frac{1}{4} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\boxed{432.} \text{ а) } \begin{cases} x + y = 8 \\ xy = -20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 8 - x \\ 8x - x^2 = -20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 8 - x \\ x^2 - 8x - 20 = 0 \end{cases} ; x^2 - 8x - 20 = 0;$$

$$D_1 = 4^2 + 20 = 36; x = 4 \pm 6; x_1 = 10; x_2 = -2;$$

$$\begin{cases} x_1 = 10 \\ y_1 = -2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = 10 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x - y = 0,8 \\ xy = 2,4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 0,8 \\ y^2 + 0,8y = 2,4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 0,8 \\ 5y^2 + 4y - 12 = 0 \end{cases}$$

$$D_1 = 2^2 + 12 \cdot 5 = 4 + 60 = 64; y = \frac{-2 \pm 8}{5}; y_1 = -2;$$

$$y_2 = 1,2; \begin{cases} y_1 = -2 \\ x_1 = -1,2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = 1,2 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x - y)(x + y) = 8 \\ x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 6 \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma) \quad & \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x + y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y - 3 \\ y^2 + 6y + 9 + y^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x = -y - 3 \\ 2y^2 + 6y + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 2 = 0 \\ x = -y - 3 \end{cases} \quad x^2 + 3x + \\
 & + 2 = 0; \quad x_1 = -1; \quad x_2 = -2; \quad \begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = -2 \end{cases} \quad \text{или} \\
 & \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \boxed{433.} \quad & \text{а) } \begin{cases} y - 2x = 2 \\ 5x^2 - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x + 2 \\ 5x^2 - 2x - 2 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} y = 2x + 2 \\ 5x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases} \quad 5x^2 - 2x - 3 = 0; \\
 D_1 = 1 + 15 = 16; \quad & x = \frac{1 \pm 4}{5}; \quad x_1 = 1; \quad x_2 = -0,6; \quad \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 4 \end{cases} \\
 \text{или} \quad & \begin{cases} x_2 = -0,6 \\ y_2 = 0,8 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \begin{cases} x - 2y^2 = 2 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7 - 3x \\ x - 2(7 - 3x)^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x - 2(9x^2 - 42x + 49) - 2 = 0 \\ y = 7 - 3x \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x - 18x^2 + 84x - 98 - 2 = 0 \\ y = 7 - 3x \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} -18x^2 + 85x - 100 = 0 \\ y = 7 - 3x \end{cases}; \quad 18x^2 - 85x + 100 = 0;
 \end{aligned}$$

$$D = 85^2 - 4 \cdot 18 \cdot 100 = 25; x = \frac{85 \pm 5}{36}; x_1 = 2,5; x_2 = 2\frac{2}{9};$$

$$\begin{cases} x_1 = 2,5 \\ y_1 = -0,5 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 2\frac{2}{9} \\ y_1 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 - 3y^2 = 52 \\ y - x = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 14 \\ x^2 - 3(14 + x)^2 - 52 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 14 \\ x^2 - 588 - 84x - 3x^2 - 52 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x^2 - 84x - 640 = 0 \\ y = x + 14 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 42x + 320 = 0 \\ y = x + 14 \end{cases}; x^2 + 42x + 320 = 0;$$

$$D_1 = 21^2 - 320 = 121; x = -21 \pm 11; \begin{cases} x_1 = -32 \\ y_1 = -18 \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} x_2 = -10 \\ y_2 = 4 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 11 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 3(3 - 2y)^2 + 2y^2 = 11 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 3(9 - 12y + 4y^2) + 2y^2 - 11 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 - 2y \\ 14y^2 - 36y + 16 = 0 \end{cases} \quad 7y^2 - 18y + 8 = 0;$$

$$D_1 = 9^2 - 7 \cdot 8 = 81 - 56 = 25; y = \frac{9 \pm 5}{7}; y_1 = 2; y_2 = \frac{4}{7};$$

$$\begin{cases} y_1 = 2 \\ x_1 = -1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_2 = \frac{4}{7} \\ x_1 = 1\frac{6}{7} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{д)} \quad & \begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ 3x = 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3}y \\ \frac{16}{9}y^2 + y^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} \frac{25}{9}y^2 = 100 \\ x = \frac{4}{3}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 36 \\ x = \frac{4}{3}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 8 \end{cases} \text{ или} \\
 & \begin{cases} y = -6 \\ x = -8 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{е)} \quad & \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 32 \\ 2x - y = 8 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} y = 2x - 8 \\ 2x^2 - (4x^2 - 32x + 64) - 32 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} y = 2x - 8 \\ -2x^2 + 32x - 96 = 0 \end{cases} \quad x^2 - 16x + 48 = 0; \\
 D_1 = & 8^2 - 48 = 64 - 48 = 16; \quad x = 8 \pm 4; \quad x_1 = 12; \quad x_2 = 4; \\
 \begin{cases} x_1 = 12 \\ y_1 = 16 \end{cases} & \text{ или } \begin{cases} x_2 = 4 \\ x_2 = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \boxed{435.} \text{ а)} \quad & \begin{cases} 2x + 4y = 5(x - y) \\ x^2 - y^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} 2x + 4y = 5x - 5y \\ x^2 - y^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 9y \\ x^2 - y^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x = 3y \\ 9y^2 - y^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ y^2 = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases} \text{ или} \\
 \begin{cases} y_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ x_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases} & ;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6) \quad & \begin{cases} u - v = 6(u + v) \\ u^2 - v^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u - v = 6u + 6v \\ u^2 - v^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} -5u = 7v \\ u^2 - v^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = -\frac{7}{5}v \\ \frac{49}{25}v^2 - v^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} u = -\frac{7}{5}v \\ v^2 = \frac{25}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 2,5 \\ u_1 = -3,5 \end{cases} \text{ или} \\
& \begin{cases} v_2 = -2,5 \\ u_2 = 3,5 \end{cases}
\end{aligned}$$

436. а) $\begin{cases} 6(y - x) - 50 = y \\ y - xy = 24 \end{cases} \Rightarrow$

$$\begin{aligned}
& \Rightarrow \begin{cases} 6y - 6x - 50 - y = 0 \\ y - xy = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5y = 6x + 50 \\ y - xy = 24 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} y = 1,2x + 10 \\ 1,2x + 10 - 1,2x^2 - 10x = 24 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} y = 1,2x + 10 \\ 1,2x^2 + 8,8x + 14 = 0 \end{cases} \quad 6x^2 + 44x + 70 = 0; \\
& 3x^2 + 22x + 35 = 0; D_1 = 11^2 - 3 \cdot 35 = 121 - 105 = 16; \\
& x = \frac{-11 \pm 4}{3}; x_1 = -5; x_2 = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}; \begin{cases} x_1 = -5 \\ y_1 = 4 \end{cases} \text{ или} \\
& \begin{cases} x_2 = -2\frac{1}{3} \\ y_2 = 7\frac{1}{5} \end{cases};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6) \quad & \begin{cases} p + 5t = 2(p + t) \\ pt - t = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p + 5t = 2p + 2t \\ pt - t = 10 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} p = 3t \\ 3t^2 - t - 10 = 0 \end{cases} \quad 3t^2 - t - 10 = 0;
\end{aligned}$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 10 = 121; t = \frac{1 \pm 11}{6}; t_1 = 2; t_2 = -1\frac{2}{3};$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ p_1 = 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} t_2 = -1\frac{2}{3} \\ p_2 = -5 \end{cases}$$

$$\boxed{437.} \text{ а) } \begin{cases} (x-2)(y+3) = 160 \\ y-x = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ (x-2)(x+4) = 160 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + 4x - 2x - 8 - 160 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + 2x - 168 = 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2x - 168 = 0;$$

$$D_1 = 1 + 168 = 169; x = -1 \pm 13; x_1 = 12; x_2 = -14;$$

$$\begin{cases} x_1 = 12 \\ y_1 = 13 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -14 \\ y_2 = -13 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} (x-1)(y+10) = 9 \\ x-y = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 11 \\ (y+10)(y+10) = 9 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 11 \\ (y+10)^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 11 \\ y + 10 = \pm 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -7 \\ x_1 = 4 \end{cases}$$

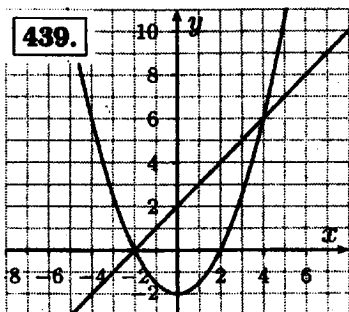
$$\text{или } \begin{cases} y_2 = -13 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\boxed{438.} \text{ а) } \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ xy = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ xy = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 3 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -3 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 0 \\ y^2 - 6y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-2)(x-3) = 0 \\ (y-1)(y-5) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

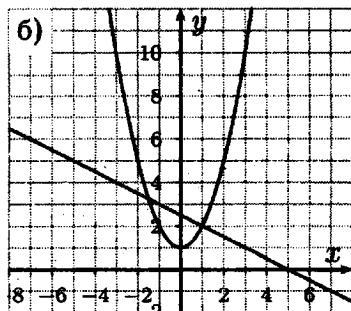
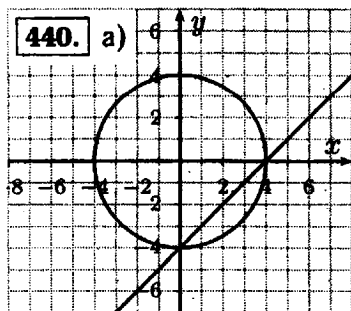
$$\Rightarrow \begin{cases} x=2; y=1 \\ x=2; y=5 \\ x=3; y=1 \\ x=3; y=5 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = 0,5x^2 - 2 \\ y - x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 2 \\ x + 2 = 0,5x^2 - 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 2 \\ x^2 - 2x - 8 = 0 \end{cases}; x^2 - 2x - 8 = 0; D_1 = 1 + 8 = 9;$$

$$x = 1 \pm 3; x_1 = 4; x_2 = -2; \begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = 0 \end{cases}$$



$$\begin{aligned}
 \text{а) } & \begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ y^2 + 8y + 16 + y^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ 2y^2 + 8y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ y(y + 4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0 \\ x_1 = 4 \end{cases} \\
 \text{или} & \begin{cases} y_2 = -4 \\ x_2 = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y = x^2 + 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 + 1 \\ x + 2x^2 + 2 = 5 \end{cases};$$

$$2x^2 + x - 3 = 0; \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = -1,5;$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = -1,5 \\ y_2 = 3,25 \end{cases}$$

$$\boxed{441.} \text{ а) } \begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 1 \\ 4y^2 + 4y + 1 + 2y^2 + y - y^2 - 11 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 1 \\ 5y^2 + 5y - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 + y - 2 = 0 \\ x = 2y + 1 \end{cases};$$

$$y^2 + y - 2 = 0; y_1 = 1; y_2 = -2; \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = 3 \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} y_2 = -2 \\ x_1 = -3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + xy - 3y = 9 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -1,5x - 0,5 \\ x^2 - 1,5x^2 - 0,5x + 4,5x + 1,5 - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -1,5x - 0,5 \\ -0,5x^2 + 4x - 7,5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1,5x - 0,5 \\ x^2 - 8x + 15 = 0 \end{cases} \quad x^2 -$$

$$-8x + 15 = 0; D_1 = 4^2 - 15 = 1; x = 4 \pm 1; x_1 = 5;$$

$$x_2 = 3; \begin{cases} x_1 = 5 \\ y_2 = -8 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = -5 \end{cases}$$

442.

$$a) \begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = -1 \\ x + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2y \\ 4y^2 + y^2 - 6y^2 = -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 = 1 \\ x = -2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = -2 \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} y_2 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} u + 2v = 4 \\ u^2 + uv - v = -5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = 4 - 2v \\ 16 - 16v + 4v^2 + 4v - 2v^2 - v = -5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = 4 - 2v \\ 2v^2 - 13v + 21 = 0 \end{cases}; \quad 2v^2 - 13v + 21 = 0;$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 2 \cdot 21 = 1; v = \frac{13 \pm 1}{4}; v_1 = 3; v_2 = 3,5;$$

$$\begin{cases} v_1 = 3 \\ u_1 = -2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} v_2 = 3,5 \\ u_2 = -3 \end{cases}$$

443.

$$a) \begin{cases} x - y = 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 5 \\ \frac{1}{y+5} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 5 \\ \frac{6y + 6(y+5) - y(y+5)}{y(y+5)} = 0 \end{cases} \Rightarrow 6y + 6y + 30 - y^2 - 5y = 0;$$

$$y^2 - 7y - 30 = 0; D = 7^2 + 4 \cdot 30 = 169;$$

$$y = \frac{7 \pm 13}{2}; y_1 = 10; y_2 = -3;$$

$$\begin{cases} y_1 = 10 \\ x_1 = 15 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = -3 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x + y = 6 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{6-x} - \frac{1}{4} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ \frac{4(6-x) - 4x - x(6-x)}{4x(6-x)} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ \frac{24 - 4x - 4x - 6x + x^2}{4x(6-x)} = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 14x + 24 = 0; D_1 = 7^2 - 24 = 25; x = 7 \pm 5; x_1 = 12; x_2 = 2;$$

$$\begin{cases} x_1 = 12 \\ y_1 = -6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 4 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} 3x + y = 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -2,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 3x \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 3x \\ \frac{2(1-3x) + 2x + 5x(1-3x)}{2x(1-3x)} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1 - 3x \\ \frac{2 - 6x + 2x + 5x - 15x^2}{x(1-3x)} = 0 \end{cases} \quad -15x^2 + x + 2 = 0;$$

$$15x^2 - x - 2 = 0; D = 1 + 4 \cdot 15 \cdot 2 = 121; x = \frac{1 \pm 11}{30};$$

$$x_1 = \frac{2}{5}; x_2 = -\frac{1}{3}; \begin{cases} x_1 = \frac{2}{5} \\ y_1 = -\frac{1}{5} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -\frac{1}{3} \\ y_2 = 2 \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 2 \\ 3x - 3y = xy \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 2 \\ 6y + 6 - 3y = 2y^2 + 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 2 \\ 2y^2 - y - 6 = 0 \end{cases}$$

$$2y^2 - y - 6 = 0; D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 6 = 49; y = \frac{1 \pm 7}{4}; y_1 = 2; y_2 = -1,5;$$

$$\begin{cases} y_1 = 2 \\ x_1 = 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = -1,5 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

444.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & \begin{cases} y = x^2 - 8x + 16 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2}y \\ y = \frac{9}{4}y^2 - 8 \cdot \frac{3}{2}y + 16 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y \\ 4y = 9y^2 - 48y + 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y \\ 9y^2 - 52y + 64 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 9y^2 - 52y + 64 = 0; D_1 = 26^2 - 9 \cdot 64 = 100; y = \frac{26 \pm 10}{9}; \\
 & y_1 = 4; y_2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}; \begin{cases} y_1 = 4 \\ x_1 = 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = 1\frac{7}{9} \\ x_2 = 2\frac{2}{3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\text{б) } \begin{cases} (x-5)^2 + (y-4)^2 = 65 \\ 3x - y + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 3x + 6 \\ (x-5)^2 + (3x+2)^2 = 65 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 3x + 6 \\ x^2 - 10x + 25 + 9x^2 + 12x + 4 - 65 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 3x + 6 \\ 10x^2 + 2x - 36 = 0 \end{cases} \quad 5x^2 + x - 18 = 0;$$

$$D = 1 + 4 \cdot 5 \cdot 18 = 361; x = \frac{-1 \pm 19}{10}; x_1 = -2; x_2 = 1,8;$$

$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 1,8 \\ y_2 = 11,4 \end{cases}$$

$$\text{445. } \begin{cases} x - y = 4 \\ y = x^2 - 5x + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - x^2 + 5x - 5 = 4 \\ x = y + 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 9 = 0 \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-3)^2 = 0 \\ y = x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

одна общая точка.

446.

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2x - 3 \\ -2x - 3 = 2x^2 - 5x + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -2x - 3 \\ 2x^2 - 3x + 4 = 0 \end{cases} \quad 2x^2 - 3x + 4 = 0;$$

$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 9 - 32 = -23 < 0$ нет корней, значит графики функции не пересекаются.

$$\boxed{447.} \text{ а) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 12 \\ xy = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{6}{y} \\ \frac{36}{y^2} + y^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{6}{y} \\ 36 + y^4 - 12y^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{6}{y} \\ (y^2 - 6)^2 = 0 \end{cases} \quad y_1 = \sqrt{6};$$

$$y_2 = -\sqrt{6}; \quad \begin{cases} y_1 = \sqrt{6} \\ x_1 = -\sqrt{6} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = -\sqrt{6} \\ x_2 = \sqrt{6} \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 34 \\ xy = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{20}{y} \\ 2 \cdot \frac{400}{y^2} - y^2 = 34 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{20}{y} \\ 800 - y^4 - 34y^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{20}{y} \\ y^4 + 34y^2 - 800 = 0 \end{cases};$$

пусть $y^2 = a \geq 0$; $a^2 + 34a - 800 = 0$;

$$D_1 = 17^2 + 800 = 1089; \quad a = -17 \pm 33; \quad a \geq 0; \Rightarrow a = 16;$$

$$\Rightarrow y^2 = 16; \quad y_1 = 4; \quad y_2 = -4; \quad \begin{cases} y_1 = 4 \\ x_1 = 5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = -4 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

$$\boxed{448.} \text{ а) } \begin{cases} x^2 - 2y^2 = 14 \\ x^2 + 2y^2 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 = 32 \\ 2y^2 = x^2 - 14 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 16 \\ y^2 = \frac{x^2 - 14}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 4 \\ y^2 = \frac{16 - 14}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 4 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \pm 4 \\ y = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = -1 \end{cases}, \begin{cases} x_3 = -4 \\ y_3 = 1 \end{cases}$$

$$\text{или } \begin{cases} x_4 = -4 \\ y_4 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 61 \\ x^2 - y^2 = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 = 72 \\ y^2 = x^2 - 11 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 36 \\ y^2 = 36 - 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 6 \\ y = \pm 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 5 \end{cases}, \\
 & \begin{cases} x_2 = 6 \\ y_2 = -5 \end{cases}, \begin{cases} x_3 = -6 \\ y_3 = 5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_4 = -6 \\ y_4 = -5 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{в) } \begin{cases} xy + x = 56 \\ xy + y = 54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ y(x + 1) = 54 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ y(y + 3) = 54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ y^2 + 3y - 54 = 0 \end{cases} \quad y^2 + 3y - \\
 & - 54 = 0; D = 9 + 4 \cdot 54 = 225; y = \frac{-3 \pm 15}{2}; y_1 = -9; \\
 & y_2 = 6; \begin{cases} x_1 = -7 \\ y_1 = -9 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 8 \\ y_2 = 6 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \boxed{449.} \text{ а) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ y = x^2 + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ x^2 = y - 6 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} y^2 + y - 6 - 36 = 0 \\ x^2 = y - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 + y - 42 = 0 \\ x^2 = y - 6 \end{cases} \quad y^2 + y - \\
 & - 42 = 0 D = 1 + 4 \cdot 42 = 169; y = \frac{-1 \pm 13}{2}; y_1 = -7; y_2 = 6;
 \end{aligned}$$

$$1) \begin{cases} y = -7 \\ x^2 = -7 - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -7 \\ x^2 = -13 \end{cases} \text{ нет решений.}$$

$$2) \begin{cases} y = 6 \\ x^2 = 6 - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 0 \end{cases};$$

$$\begin{aligned}
 & \text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ (x - 2)^2 + y^2 = 36 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 16 - x^2 \\ x^2 - 4x + 4 + 16 - x^2 = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 16 - x^2 \\ -4x = 16 \end{cases} \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 = 16 - x^2 \\ x = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 16 - 16 \\ x = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 0 \\ x = -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{450.} \begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = kx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = kx \\ kx = x^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = kx \\ x^2 - kx + 1 = 0 \end{cases} \quad x^2 - kx + 1 = 0; D = k^2 - 4;$$

графики функций имеет только одну общую точку при

$$D = 0; \Rightarrow k^2 - 4 = 0; k^2 = 4; k = \pm 2.$$

Ответ: при $k = -2$ или $k = 2$.

$$\boxed{451.} M(1; 2); y = kx; k = \frac{y}{x}; k = 2;$$

$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-6)^2 = 25 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 16 + (2x-6)^2 - 25 = 0 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow$$

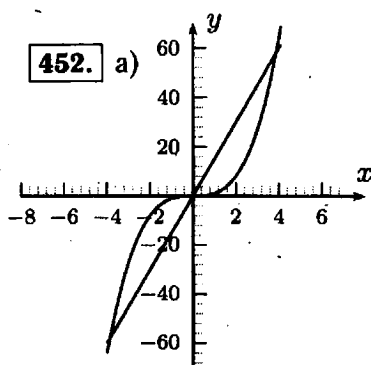
$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 16 + 4x^2 - 24x + 36 - 25 = 0 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x^2 - 32x + 27 = 0 \\ y = 2x \end{cases} \quad 5x^2 - 32x + 27 = 0;$$

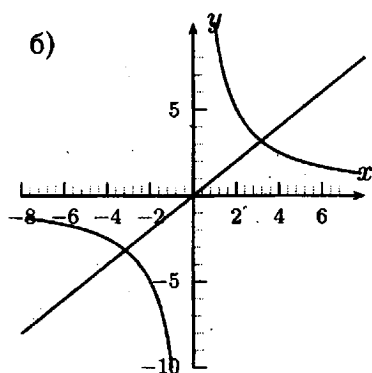
$$D_1 = 16^2 - 5 \cdot 27 = 256 - 135 = 121; x = \frac{16 \pm 11}{5}; x_1 = 1;$$

$$x_2 = 5,4; \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 5,4 \\ y_2 = 10,8 \end{cases}$$

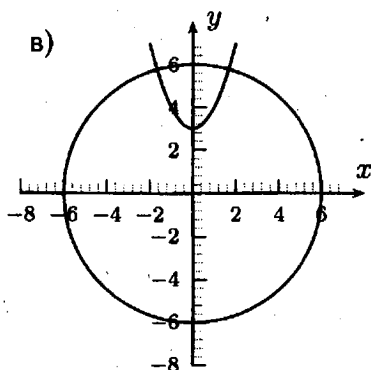
Ответ: координаты другой общей точки (5,4; 10,8).



Три решения.



Два решения.



Два решения.

453. а) $0,2x(x-1) - x(0,2x+0,5) < 0,6x-4$; $0,2x^2 - 0,2x - 0,2x^2 - 0,5x - 0,6x + 4 < 0$; $-1,3x + 4 < 0$; $1,3x > 4$; $x > \frac{40}{13}$; $x > 3\frac{1}{13}$; б) $1,2x(3-x) + 0,4x(3x-1) < x + 1,1$; $3,6x - 1,2x^2 + 1,2x^2 - 0,4x - x - 1,1 < 0$; $2,2x - 1,1 < 0$; $2,2x < 1,1$; $x < \frac{1}{2}$.

454. а) $-x^2 - 2x + 168 > 0$; $x^2 + 2x - 168 < 0$; $D_1 = 1 + 168 = 169$; $x = -1 \pm 13$; $x_1 = -14$; $x_2 = 12$; $\Rightarrow -x^2 - 2x + 168 > 0$ при $x \in (-14; 12)$; б) $15x^2 + x - 2 <$

$$\begin{aligned}
 < 0; D = 1 + 4 \cdot 15 \cdot 2 = 121; x = \frac{-1 \pm 11}{30}; x_1 = -\frac{12}{30} = -\frac{2}{5}; \\
 x_2 = \frac{1}{3}; \Rightarrow 15x^2 + x - 2 < 0 \text{ при } x \in \left(-\frac{2}{5}; \frac{1}{3}\right); \\
 \text{в) } \frac{x+14}{3-2x} < 0; \Rightarrow (x+14)(3-2x) < 0; (x+14)(x-1,5) > \\
 > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -14) \cup (1,5; +\infty); \text{ г) } \frac{6-5x}{x+25} > 0; \Rightarrow \\
 \Rightarrow (6-5x)(x+25) > 0; (x-1,2)(x+25) < 0; \Rightarrow x \in \\
 \in (-25; 1,2).
 \end{aligned}$$

20. Решение задач с помощью систем уравнений второй степени

455. Пусть искомые два числа x и y , тогда

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} x + y = 12 \\ xy = 35 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = 12 - y \\ y(12 - y) = 35 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \begin{cases} x = 12 - y \\ 12y - y^2 = 35 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = 12 - y \\ y^2 - 12y + \\ + 35 = 0; D_1 = 6^2 - 35 = 1; y = 6 \pm 1; y_1 = 7; x_1 = 5; \\ \text{или } y_2 = 5; x_2 = 7. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ответ: 7 и 5.

456. Пусть большее число равняется x , а меньшее y , тогда

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} x - y = 7 \\ xy = -12 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = y + 7 \\ xy = -12 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \begin{cases} x = y + 7 \\ y^2 + 7y + 12 = 0 \end{cases} & \quad y^2 + 7y + 12 = 0; D = 49 - 48 = 1; \\
 y = \frac{-7 \pm 1}{2}; y_1 = -4; x_1 = 3; y_2 = -3; x_2 = 4.
 \end{aligned}$$

Ответ: 3 и -4 или 4 и -3 .

457. Пусть стороны прямоугольника равны x и y . Тогда по теореме Пифагора $x^2 + y^2 = 100$; а периметр $2(x + y) = 28$;

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x + y = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x = 14 - y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 196 - 28y + y^2 + y^2 = 100 \\ x = 14 - y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y^2 - 28y + 96 = 0 \\ x = 14 - y \end{cases} \quad y^2 - 14y + 48 = 0;$$

$$D_1 = 7^2 - 48 = 1; \quad y = 7 \pm 1; \quad y_1 = 8; \quad y_2 = 6; \quad \begin{cases} y_1 = 8 \\ x_1 = 6 \end{cases}$$

$$\text{или} \quad \begin{cases} y_2 = 6 \\ x_2 = 8 \end{cases}$$

Ответ: 6 см и 8 см.

458. Пусть большая сторона прямоугольника равняется x , а меньшая y . По теореме Пифагора $x^2 + y^2 = 26^2$;

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 676 \\ x - y = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 14 + y \\ 196 + 28y + y^2 + y^2 = 676 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 14 + y \\ 2y^2 + 28y - 480 = 0 \end{cases} \quad y^2 + 14y - 240 = 0;$$

$$D_1 = 7^2 + 240 = 289; \quad y = -7 \pm 17; \quad y > 0; \Rightarrow y = 10; \\ x = 24.$$

Ответ: 24 см и 10 см.

459. Пусть длина прямоугольного участка равняется x , а ширина y . Тогда

$$\begin{cases} xy = 2400 \\ 2(x + y) = 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 2400 \\ x + y = 100 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} xy = 2400 \\ y = 100 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 100x - x^2 = 2400 \\ y = 100 - x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 100x + 2400 = 0 \\ y = 100 - x \end{cases} \quad x^2 - 100x + 2400 = 0;$$

$D_1 = 50^2 - 2400 = 100$; $x = 50 \pm 10$; $x_1 = 60$; $y_1 = 40$;
или $x_2 = 40$; $y_2 = 60$.

Ответ: 60 см и 40 см.

460. Пусть один катет треугольника равняется x , второй y .

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 37^2 \\ x + y + 37 = 84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1369 \\ x = 47 - y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2209 - 94y + y^2 + y^2 = 1369 \\ x = 47 - y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y^2 - 94y + 840 = 0 \\ x = 47 - y \end{cases} \quad y^2 - 47y + 420 = 0;$$

$D = 2209 - 4 \cdot 420 = 526$; $y = \frac{47 \pm 23}{2}$; $y_1 = 35$; $x_1 = 12$;
 $y_2 = 12$; $x_2 = 35$.

Ответ: 35 см и 12 см.

461. Пусть скорость первого отряда x км/ч, а второго y км/ч. По теореме Пифагора $(4x)^2 + (4y)^2 = 24^2$;

$$\Rightarrow \begin{cases} (4x)^2 + (4y)^2 = 576 \\ 4x - 4y = 4,8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16x^2 + 16y^2 = 576 \\ x - y = 1,2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ x = y + 1,2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 + 2,4y + 1,44 + y^2 = 36 \\ x = y + 1,2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y^2 + 2,4y - 34,56 = 0 \\ x = y + 1,2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 + 1,2y - 17,28 = 0 \\ x = y + 1,2 \end{cases} \quad y^2 + 1,2y - 17,28 = 0;$$

$D = 1,44 + 4 \cdot 17,28 = 70,56$; $y = \frac{-1,2 \pm 8,4}{2}$; $y > 0$;
 $y = 3,6$ км/ч; $x = 4,8$ км/ч.

Ответ: 3,6 км/ч и 4,8 км/ч.

462. Пусть скорость первого тела равняется x м/с, а второго y м/с. По теореме Пифагора $(15x)^2 + (15y)^2 = 9$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x = 8y \\ 225x^2 + 225y^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3}y \\ 25 \cdot \frac{16}{9}y^2 + 25y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3}y \\ y^2 = \frac{9}{625} \end{cases} \Rightarrow \text{так как}$$

$$y > 0 \begin{cases} y = \frac{3}{25} \\ x = \frac{4}{25} \end{cases}$$

Ответ: 0,12 м/с и 0,16 м/с.

463. Пусть длины сторон прямоугольника равны x см и y см. Тогда,

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 122 \\ xy = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 61 \\ x = \frac{30}{y} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 + \frac{900}{y^2} = 61 \\ x = \frac{30}{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^4 - 61y^2 + 900 = 0 \\ x = \frac{30}{y} \end{cases} \quad y^2 = a >$$

$$> 0; a^2 - 61a + 900 = 0;$$

$$D = 61^2 - 4 \cdot 900 = 3721 - 3600 = 121; a = \frac{61 \pm 11}{2}; a_1 = 36;$$

$$a_2 = 25; \Rightarrow y_1 = 6; y_2 = 5; \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 6 \\ x_1 = 5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = 5 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

Ответ: 5 см и 6 см.

464. Пусть длины катетов треугольника x см и y см. Тогда площадь треугольника равняется $\frac{1}{2}xy = 24$; а по теореме Пифагора $x^2 + y^2 = 100$. Тогда

$$\begin{cases} xy = 48 \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{48}{y} \\ \frac{2304}{y^2} + y^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{48}{y} \\ y^4 - 100y^2 + 2304 = 0 \end{cases} \quad y^4 - 100y^2 + 2304 = 0;$$

$$y^2 = a > 0; a^2 - 100a + 2304 = 0;$$

$$D_1 = 50^2 - 2304 = 2500 - 2304 = 196; a = 50 \pm 14;$$

$$a_1 = 64; a_2 = 36; \Rightarrow y_1 = 8; y_2 = 6; \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y_1 = 8 \\ x_1 = 6 \end{array} \right. \text{ или } \left. \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_2 = 6 \\ x_2 = 8 \end{array} \right.$$

Ответ: 6 см и 8 см.

465. Пусть длины катетов треугольника равняются $x > 0$ и $y > 0$. Тогда

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 169 \\ (x+4)^2 + y^2 = 225 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y^2 = 169 - x^2 \\ x^2 + 8x + 16 + 169 - x^2 = 225 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 8x = 40 \\ y^2 = 169 - x^2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 5 \\ y^2 = 144 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 12 \end{array} \right.$$

Ответ: 5 см и 12 см.

466. Пусть первый экскаватор работал x ч, а второй y ч. 45 мин = $\frac{15}{4}$ ч.

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 4 = y \\ \frac{15}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + 4 = y \\ 15 \left(\frac{x+4+x}{x(x+4)} \right) = 4 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + 4 = y \\ \frac{30x+60-4x^2-16x}{x(x+4)} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow 4x^2 - 14x - 60 = 0;$$

$$2x^2 - 7x - 30 = 0; D = 7^2 + 4 \cdot 2 \cdot 30 = 49 + 240 = 289;$$

$$x = \frac{7 \pm 17}{4}; x > 0; \Rightarrow x = 6; y = 10.$$

Ответ: 6 ч и 10 ч.

467. Пусть первый комбайнер, работая отдельно, выполнит работу за x ч, а второй за y ч. Тогда,

$$\begin{cases} x + 24 = y \\ 35 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 24 = y \\ 35 \left(\frac{x+24+x}{x(x+24)} \right) - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 24 = y \\ \frac{70x+840-x^2-24x}{x(x+24)} = 0 \end{cases} \Rightarrow -x^2 + 46x + 840 = 0;$$

$$x^2 - 46x - 840 = 0; D_1 = 23^2 + 840 = 1369; x = 23 \pm 37; x > 0; \Rightarrow x = 60; y = 84.$$

Ответ: 60 ч и 84 ч.

468. Пусть время, за которое первая бригада заасфальтирует участок дороги равняется x ч, а вторая y ч. Тогда,

$$\begin{cases} x - 4 = y \\ 24 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 4 = y \\ 24 \cdot \frac{x-4+x}{x(x-4)} = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 4 = y \\ \frac{48x-96-5x^2+20x}{x(x-4)} = 0 \end{cases} \quad 5x^2 - 68x + 96 = 0;$$

$$D_1 = 34^2 - 5 \cdot 96 = 1156 - 480 = 676; x = \frac{34 \pm 26}{5}; x_1 = 12;$$

$$x_2 = 1,6; \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 1,6 \\ y_2 = -2,4 \end{cases} \quad \text{— не подходит по условию}$$

$$\text{задачи, } \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 8 \end{cases}$$

Ответ: 8 ч и 12 ч.

469. Пусть вкладчик положил x р, и y процентов годовых начислял банк.

$$\begin{cases} xy = 400 \\ x(1+y)^2 = 5832 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{400}{y} \\ \frac{400}{y} (y^2 + 2y + 1) = 5832 \end{cases};$$

$$50(y^2 + 2y + 1) = 729y; 50y^2 - 629y + 50 = 0;$$

$$D = 629^2 - 4 \cdot 50 \cdot 50 = 385641; y = \frac{629 \pm 621}{100}; y_1 = 1,25 \text{ не подходит, } y = 0,08; \Rightarrow x = 5000.$$

Ответ: 5000 р и 8%.

470. Пусть площадь опоры равняется x . Тогда, $\frac{28}{x-1} = \frac{30}{x} - 1; 28x = 30(x-1) - x(x-1); 28x = 30x - 30 -$

$$-x^2 + x; x^2 + x - 30 = 0; D = 1 + 4 \cdot 30 = 121; x = \frac{-1 \pm 11}{2};$$

$$x > 0; x = 5 \text{ дм}^2.$$

471. Пусть x кг масса детали старого образца, а детали нового типа y кг.

$$\text{Тогда, } \begin{cases} 2 + \frac{24}{x} = \frac{22}{y} \\ x = y + 0,2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{24}{y+0,2} + 2 - \frac{22}{y} = 0 \\ x = y + 0,2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{24y + 2y(y+0,2) - 22(y+0,2)}{y(y+0,2)} = 0 \\ x = y + 0,2 \end{cases} \quad 24y + 2y^2 + 0,4y - 22y -$$

$$- 4,4 = 0; 2y^2 + 2,4y - 4,4 = 0; y^2 + 1,2y - 2,2 = 0;$$

$$D = 1,2^2 + 4 \cdot 2,2 = 10,24; y = \frac{-1,2 \pm 3,2}{2}; y > 0; \Rightarrow y = 1;$$

$$x = 1,2.$$

Ответ: 1 кг и 1,2 кг.

472. Пусть скорость первого пешехода x км/ч, а скорость второго y км/ч. За 4 часа первый пешеход пройдет $4x$, а второй $4y$ км. Расстояние между ними 4 км, тогда

$$4x + 4y + 4 = 40; \Rightarrow x + y = 9.$$

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ \frac{20-x}{x} = \frac{20}{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 9 - x \\ \frac{20-x}{x} - \frac{20}{9-x} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{(20-x)(9-x) - 20x}{x(9-x)} = 0 \\ y = 9 - x \end{cases} \quad (20-x)(9-x) - 20x = 0;$$

$$x^2 - 20x - 9x + 180 - 20x = 0;$$

$$x^2 - 49x + 180 = 0; D = 49^2 - 4 \cdot 180 = 1681; x = \frac{49 \pm 41}{2};$$

$$x_1 = 4; x_2 = 45;$$

$$\begin{cases} x_1 = 45 \\ y_1 = -36 \end{cases} \text{ не подходит по смыслу задачи, } \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$$

Ответ: 4 км/ч и 5 км/ч.

473. Пусть скорость первого туриста x км/ч, а второго y км/ч. 54 мин = $\frac{9}{10}$ ч. Тогда

$$\begin{cases} x = y + 1 \\ \frac{18}{x} + \frac{9}{10} = \frac{18}{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ \frac{2}{y+1} + \frac{1}{10} - \frac{2}{y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ \frac{20y + y^2 + y - 20y - 20}{10y(y+1)} = 0 \end{cases} \Rightarrow y^2 + y - 20 = 0; D = 1 + 4 \cdot 20 = 81; y = \frac{-1 \pm 9}{2}; y > 0; \Rightarrow y = 4; x = y + 1 = 5.$$

Ответ: 4 км/ч и 5 км/ч.

474. Пусть скорость мотоциклиста, который приехал раньше x км/ч, а другого y км/ч. 30 мин = 0,5 ч. Тогда $0,5x + 0,5y = 50$; $\Rightarrow x + y = 100$; первый мотоциклист проедет весь путь за $\frac{50}{x}$ ч, а второй за $\frac{50}{y}$ ч. 25 мин = $\frac{5}{12}$ ч.

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{50}{x} + \frac{25}{60} = \frac{50}{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 100 - x \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{60} - \frac{2}{100-x} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 100 - x \\ \frac{12000 - 120x + 100x - x^2 - 120x}{60x(100-x)} = 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 140x - 12000 = 0; D_1 = 70^2 + 12000 = 16900; x = -70 \pm 130; x > 0; x = 60; y = 40.$$

Ответ: 40 км/ч и 60 км/ч.

475. Пусть плотность первой жидкости x , а второй y . Тогда

$$\begin{cases} x = y - 0,2 \\ \frac{12+14}{\frac{12}{x} + \frac{14}{y}} = 1,3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 0,2 \\ 26xy = 1,3(12y + 14x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 0,2 \\ 26y^2 - 39y + 3,64 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 0,2 \\ y^2 - 1,5y + 0,14 = 0 \end{cases}$$

$$D = 1,5^2 - 4 \cdot 0,14 = 1,69; y = 1,4; x = 1,2.$$

Ответ: 1,2 кг/см³ и 1,4 кг/см³.

476. Пусть объем олова x , а объем меди y . Тогда

$$\begin{cases} \frac{356}{x} = \frac{438}{y} + 1,6 \\ x = y - 20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 356y = 438(y - 20) + 1,6y(y - 20) & 1,6y^2 + 50y - \\ x = y - 20 \end{cases}$$

$$- 8760 = 0; D = 50^2 + 4 \cdot 1,6 \cdot 8760 = 58564;$$

$$y = \frac{-50+242}{3,2} = 60; x = 60 - 20 = 40.$$

Ответ: 40 см³ и 60 см³.

477. Пусть раствор содержал x г воды. Тогда, $\frac{50}{x+150} =$
 $= \frac{50}{x} - 0,075; 0,075x^2 + 11,25x - 7500 = 0; D = 11,25^2 +$
 $+ 4 \cdot 0,075 \cdot 7500 = 2376,5625; x = \frac{-11,25+48,75}{0,15} = 250;$

концентрация $\frac{50}{250} = 0,2$.

Ответ: 500 г, 0,2.

478. а) В первой и второй координатных четвертях;
 б) В третьей координатной четверти.

479.

$$а) \begin{cases} 3x + y + 4 = 0 \\ x^2 - y^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3x - 4 \\ x^2 - (9x^2 + 24x + 16) = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -3x - 4 & 4x^2 + 12x + 9 = 0; \\ 8x^2 + 24x + 18 = 0 \end{cases}$$

$$D_1 = 6^2 - 4 \cdot 9 = 36 - 36 = 0; x = -\frac{12}{8} = -1,5;$$

$$\begin{cases} x = -1,5 \\ y = 0,5 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} y + 3x = 2 \\ x^2 - xy = 3,36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x \\ x^2 - 2x + 3x^2 = 3,36 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x & 2x^2 - x - 1,68 = 0; \\ 4x^2 - 2x - 3,36 = 0 \end{cases}$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 1,68 = 14,44; x = \frac{1 \pm 3,8}{4}; x_1 = 1,2;$$

$$x_2 = -0,7; \begin{cases} x_1 = 1,2 \\ y_1 = -1,6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -0,7 \\ y_2 = 4,1 \end{cases}$$

$$\boxed{480.} \text{ а) } \begin{cases} y = x^2 - 3x + 3 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ 2x - 1 = x^2 - 3x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0; D = 25 - 16 = 9; x = \frac{5 \pm 3}{2}; x_1 = 1;$$

$$x_2 = 4; \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = 7 \end{cases}$$

Ответ: координаты точек пересечения (1; 1); (4; 7).

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x + y = 14 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 14 - x \\ x^2 + 196 - 28x + x^2 = 100 \end{cases} \quad 2x^2 - 28x + 96 = 0;$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0; D_1 = 7^2 - 48 = 1; x = 7 \pm 1; x_1 = 6;$$

$$x_2 = 8; \begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 8 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 8 \\ y_2 = 6 \end{cases}$$

Ответ: координаты точек пересечения (6; 8); (8; 6).

$$\boxed{481.} \text{ а) } x^2 - 6x < 0; x(x - 6) < 0; \Rightarrow x \in (0; 6);$$

$$\text{б) } 8x + x^2 \geq 0; x(x + 8) \geq 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -8] \cup [0; +\infty);$$

$$\text{в) } x^2 \leq 4; x^2 - 4 \leq 0; (x - 2)(x + 2) \leq 0; \Rightarrow x \in [-2; 2];$$

$$\text{г) } x^2 > 6; x^2 - 6 > 0; (x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6}) > 0;$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}; +\infty).$$

§ 8. Неравенства с двумя переменными и их системы

21. Неравенства с двумя переменными

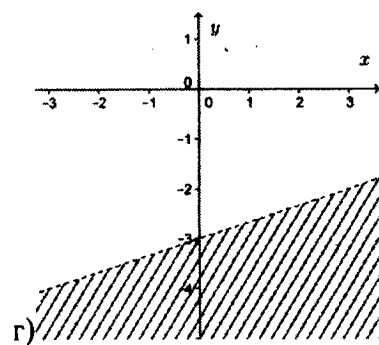
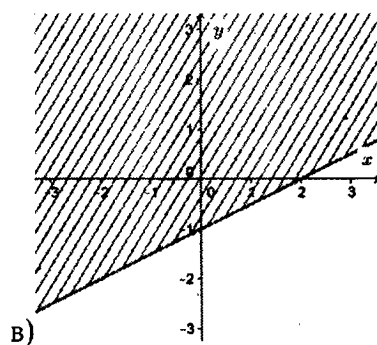
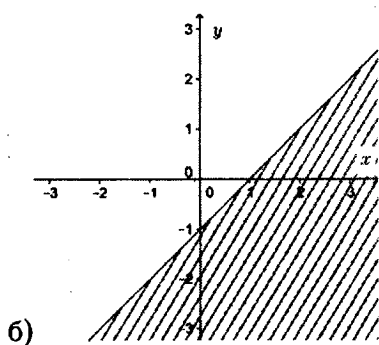
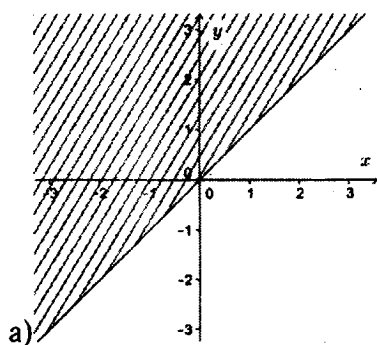
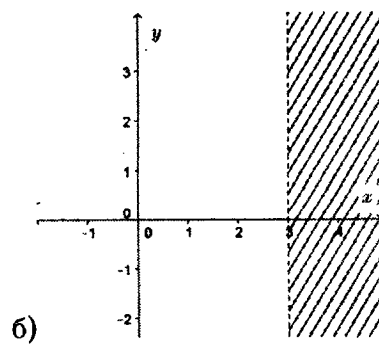
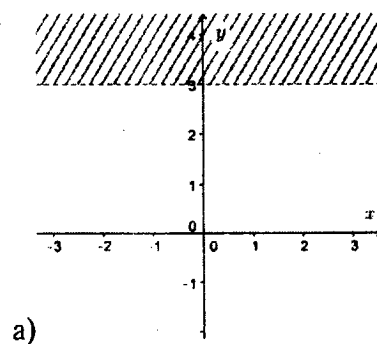
$$\boxed{482.} \text{ а) } 2 \cdot (-2) - 3 \cdot 3 + 16 = -4 - 9 + 16 = 3 > 0 \text{ да;}$$

$$\text{б) } (-2)^2 + 3 \cdot (-2) \cdot 3 - 3^2 = 4 - 9 - 18 = -23 < 20 \text{ да;}$$

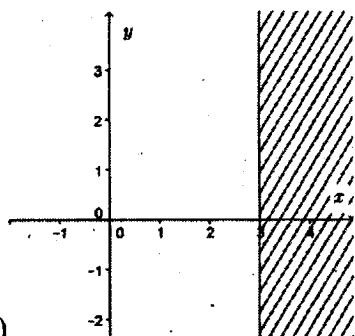
$$\text{в) } (-2 + 3)^2 + (3 - 4)^2 = 2 \text{ нет.}$$

$$\boxed{483.} \text{ а) } (10; 1); (0; 1); \text{ б) } (10; 0); (2; -5); \text{ в) } (1; 0); (10; 1);$$

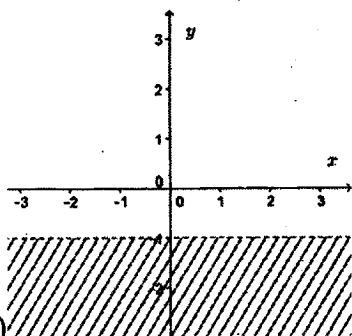
$$\text{г) } (0; 0); (1; 2).$$

484.**485.**

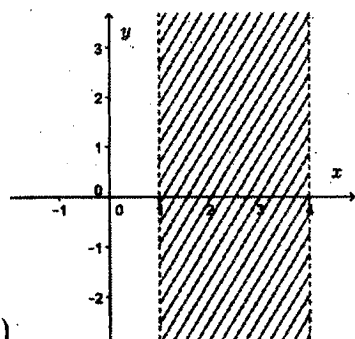
486.



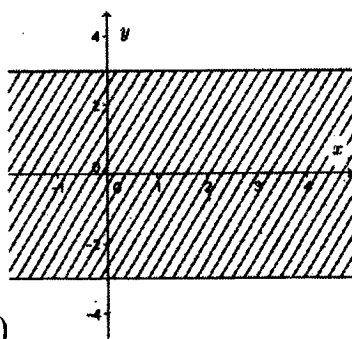
a)



б)

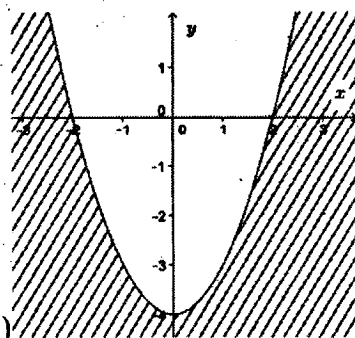


в)

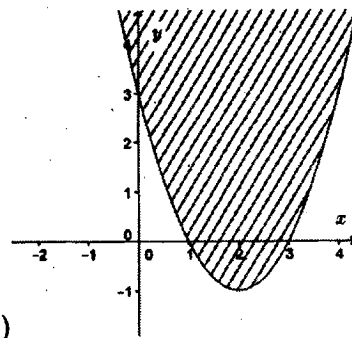


г)

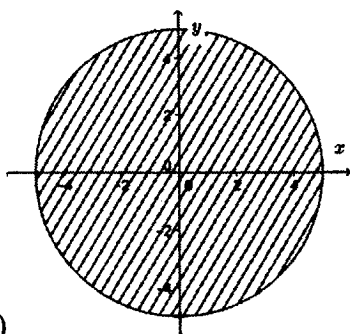
487.



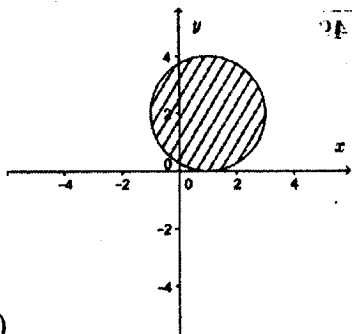
a)



б)

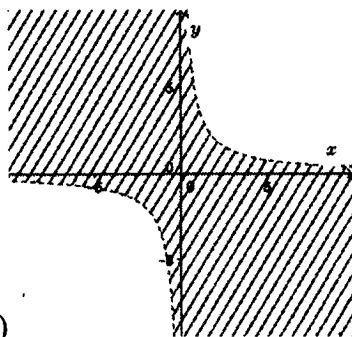
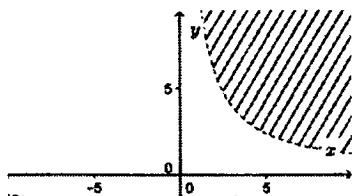


в)



г)

488.



а)

б)

489.

а) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13 \leq 0$; $(x^2 - 6x + 9) + (y^2 - 4y + 4) \leq 0$; $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 0$; точка (3; 2);

б) $x^2 - 4x - y + 5 \geq 0$; $y \leq (x - 2)^2 + 1$; множество точек, принадлежащих параболе $y = (x - 2)^2 + 1$, и точек, расположенных ниже нее.

490.

а) $(x - 2)^2 + y^2 \leq 9$;

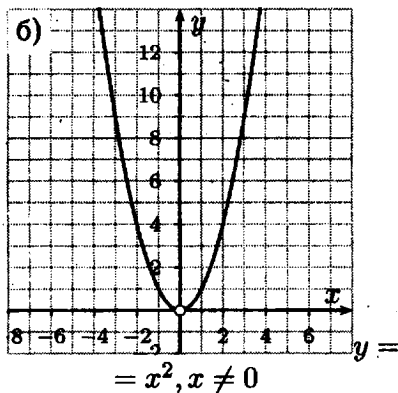
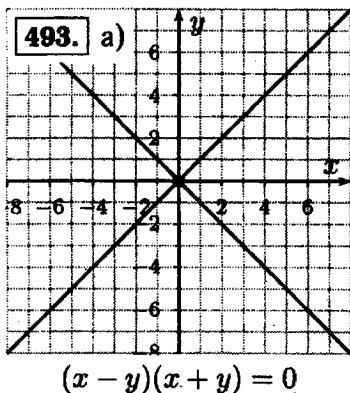
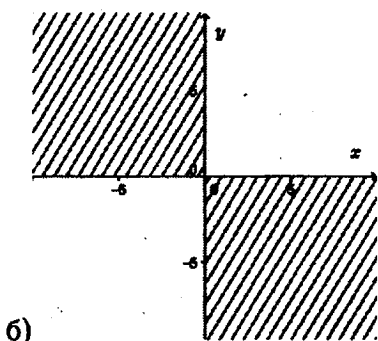
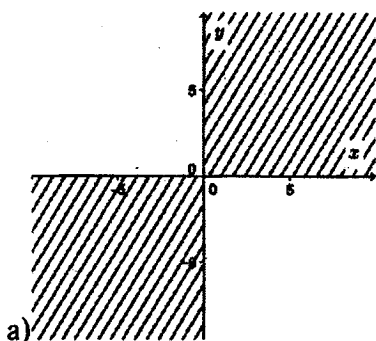
б) $x^2 + (y - 4)^2 > 4$.

491.

а) $y > x^2 - 9$;

б) $y < (x + 2)^2$.

492.



494. $\frac{x-1}{x+2} - \frac{1-x}{x^2+3x+2}; x^2 + 3x + 2 = 0; D = 9 - 8 = 1;$
 $x = \frac{-3 \pm 1}{2}; x_1 = -2; x_2 = -1; x^2 + 3x + 2 = (x + 2)(x + 1);$
 $\frac{x-1}{x+2} - \frac{1-x}{(x+2)(x+1)} = \frac{x^2-1-1+x}{(x+2)(x+1)} = \frac{x^2+x-2}{(x+2)(x+1)}; x^2 + x - 2 = 0;$
 $D = 1 + 8 = 9; x = \frac{-1 \pm 3}{2}; x_1 = -2; x_2 = 1; \Rightarrow x^2 + x -$
 $-2 = (x + 2)(x - 1); \Rightarrow \frac{x^2+x-2}{(x+2)(x+1)} = \frac{(x+2)(x-1)}{(x+2)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}.$

495. $\begin{cases} 5x - y - 2 = 0 \\ x^2 - 2xy + y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5x - 2 \\ (x - y)^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 5x - 2 \\ (x - 5x + 2)^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5x - 2 \\ (4x - 2)^2 = 4 \end{cases} \quad (2x - 1)^2 =$$

$$= 1; \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = 0; \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 3 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 0 \\ y_2 = -2 \end{cases}$$

22. Системы неравенств с двумя переменными

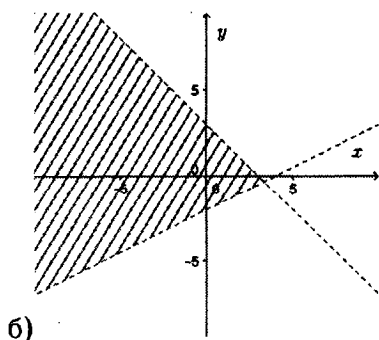
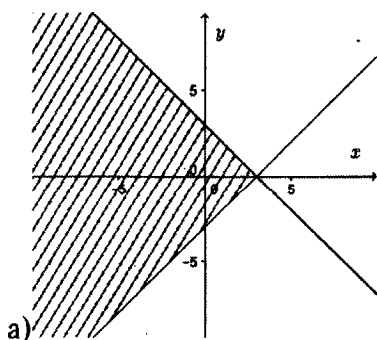
496. а) $\begin{cases} 4^2 - 2 \cdot 2 = 16 - 4 = 8 > 7 \\ 3 \cdot 4 + 2 = 12 + 2 = 14 > 3 \end{cases}$ да.

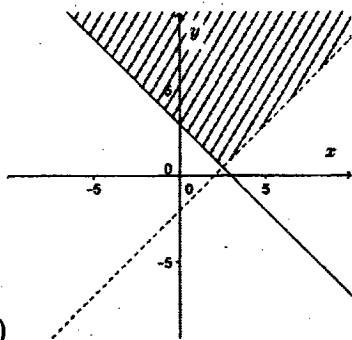
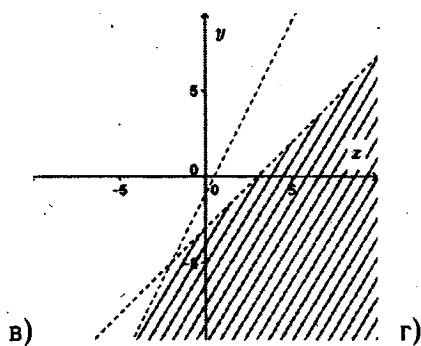
б) $\begin{cases} (-5)^2 - 2 = 25 - 2 = 23 > 7 \\ 3 \cdot (-5) + 1 = -14 < 3 \end{cases}$ нет.

в) $\begin{cases} (-2)^2 + 2 = 6 < 7 \\ 3 \cdot (-2) - 1 = -7 < 3 \end{cases}$ нет.

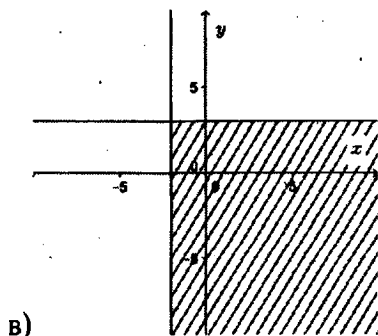
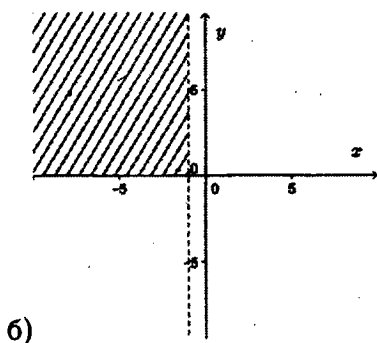
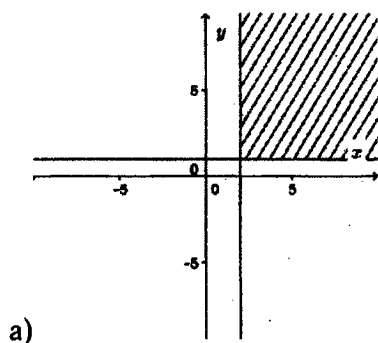
г) $\begin{cases} 6^2 - 2 \cdot (-5) = 36 + 10 = 46 > 7 \\ 3 \cdot 6 - 5 = 18 - 5 = 13 > 3 \end{cases}$ да.

497.



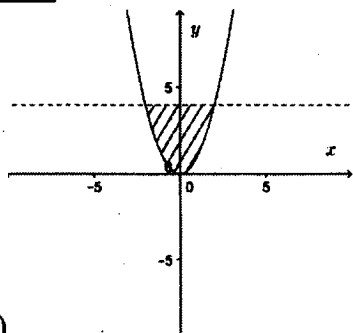


498.

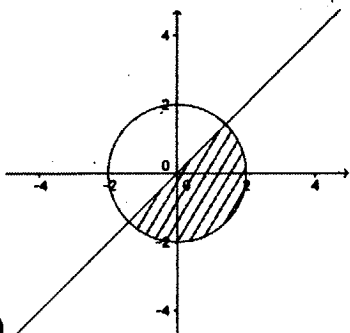


499. а) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

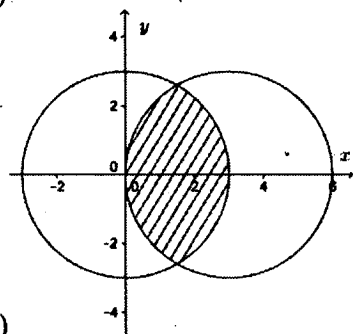
500.



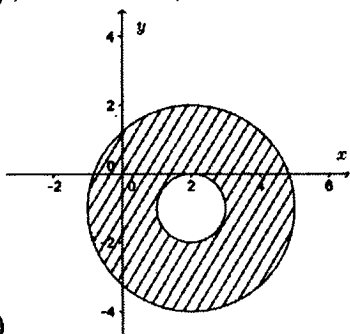
a)



б)

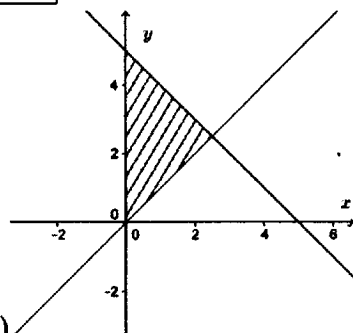


в)

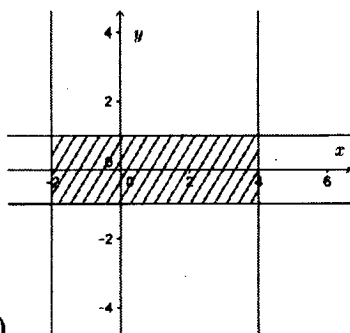


г)

501.



a)



б)

502.

a)
$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 6 \\ 2y - 3x \leq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 25 \\ x^2 + y^2 \leq 100 \end{cases}$$

503. Уравнение прямой проходящей через точки $(0; 0)$ и $(3; 3)$ $y = x$. Уравнение прямой проходящей через точки

$$(0; -2) \text{ и } (3; -2) y = -2; \Rightarrow \begin{cases} y \leq x \\ y \geq -2 \end{cases}$$

504. а) $(x + 2)^2 + 9(x + 2) + 20 = 0$; пусть $x + 2 = a$; $a^2 + 9a + 20 = 0$; $D = 81 - 80 = 1$; $a = \frac{-9 \pm 1}{2}$; $a_1 = -5$; $a_2 = -4$; $\Rightarrow x_1 = -7$; $x_2 = -6$; б) $(x - 5)^2 + 2(x - 5) - 63 = 0$; пусть $x - 5 = a$; $\Rightarrow a^2 + 2a - 63 = 0$; $D_1 = 1 + 63 = 64$; $a = -1 \pm 8$; $a_1 = -9$; $a_2 = 7$; $\Rightarrow x_1 = -4$; $x_2 = 12$.

$$\mathbf{505.} \quad y = \sqrt{x - 5} + \sqrt{15 - x}; \Rightarrow \begin{cases} x - 5 \geq 0 \\ 15 - x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 15 \end{cases} \Rightarrow x \in [5; 15].$$

$$\mathbf{506.} \quad 6x(x + 8) - (5x - 27)(x + 17) = 6x^2 + 48x - 5x^2 - 58x + 459 = x^2 - 10x + 459 = (x - 5)^2 + 434 > 0;$$

23. Некоторые приемы решения систем уравнений второй степени с двумя переменными

$$\mathbf{507.} \quad \text{а) } \begin{cases} (x - 2y)(x + 3y) = 0 \\ x^2 - y^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} x - 2y = 0 \\ x^2 - y^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 4y^2 - y^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \pm 2 \\ x = \pm 4 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + 3y = 0 \\ x^2 - y^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3y \\ 9y^2 - y^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -3y \\ 8y^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = \frac{3}{2} \\ x = -3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x = \mp \frac{3\sqrt{6}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(4; 2)$; $(-4; -2)$; $(\frac{3\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2})$; $(-\frac{3\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2})$.

$$6) \begin{cases} x^2 - 4xy + 3y^2 + 2x - 6y = 0 \\ x^2 - xy + y^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x - y + 2)(x - 3y) = 0 \\ x^2 - xy + y^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x^2 - xy + y^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 2 \\ x^2 - x^2 - 2x + x^2 + 4x + 4 = 7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 2 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 1; y_1 = 3; x_2 = -3;$$

$$y_2 = -1;$$

$$2) \begin{cases} x = 3y \\ 9y^2 - 3y^2 + y^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 7y^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_3 = 1; x_3 = 3; y_4 = -1;$$

$$x_4 = -3.$$

Ответ: (3; 1); (-3; -1); (1; 3).

$$\boxed{508.} \text{ a) } \begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 - x + y = 0 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x + 2y - 1)(x - y) = 0 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} ; 1) \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 - 2y \\ 1 - 4y + 4y^2 + y^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - 2y \\ 5y^2 - 4y - 7 = 0 \end{cases} \quad 5y^2 -$$

$$-4y - 7 = 0; D_1 = 2^2 + 5 \cdot 7 = 4 + 35 = 39; \Rightarrow y = \frac{2 \pm \sqrt{39}}{5};$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{2 + \sqrt{39}}{5} \\ x_1 = \frac{1 - 2\sqrt{39}}{5} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = \frac{2 - \sqrt{39}}{5} \\ x_2 = \frac{1 + 2\sqrt{39}}{5} \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x - y = 0 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ 2y^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ y = \pm 2 \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{1-2\sqrt{39}}{5}; \frac{2+\sqrt{39}}{5}\right)$, $\left(\frac{1+2\sqrt{39}}{5}; \frac{2-\sqrt{39}}{55}\right)$, $(2; 2)$,
 $(-2; -2)$.

$$6) \begin{cases} x^2 - 6xy + 5y^2 - x + 5y = 0 \\ x^2 - 20y^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x - y - 1)(x - 5y) = 0 \\ x^2 - 20y^2 = 5 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 20y^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ y^2 + 2y + 1 - 20y^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ 19y^2 - 2y + 4 = 0 \end{cases}; 19y^2 - 2y + 4 = 0;$$

$$D_1 = 1 - 19 \cdot 4 < 0 \text{ нет корней. } 2) \begin{cases} x - 5y = 0 \\ x^2 - 20y^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5y \\ 25y^2 - 20y^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5y \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = 5 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_2 = -1 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

Ответ: $(5; 1)$, $(-5; -1)$.

$$\boxed{509.} \text{ а) } \begin{cases} x^2 - 3xy + 14 = 0 \\ 3x^2 + 2xy - 24 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 6xy + 28 = 0 \\ 9x^2 + 6xy - 72 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x^2 + 9xy - 42 = 0 \\ 3x^2 + 2xy - 24 = 0 \\ 11x^2 - 44 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 11xy = 66 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 6 \\ x = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 3 \end{cases}$$

Ответ: $(2; 3)$; $(-2; -3)$.

$$\begin{aligned}
6) \quad & \begin{cases} 2x^2 - 6y = xy \\ 3x^2 - 8y = 0,5xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x^2 - 18y = 3xy \\ -6x^2 + 16y = -xy \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} -2y = 2xy \\ 3x^2 - 8y = x^2 - 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y(x+1) = 0 \\ 2x^2 = 5y \end{cases} \\
1) \quad & \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} x+1 = 0 \\ y = \frac{2x^2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{2}{5} \end{cases}
\end{aligned}$$

Ответ: $(0; 0)$, $(-1; -\frac{2}{5})$.

510.

$$\begin{aligned}
a) \quad & \begin{cases} x^2 + 3xy - 10y^2 = 0 \\ x^2 - 4xy + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+5y)(x-2y) = 0 \\ x^2 - 4xy + 3y = 0 \end{cases} \\
1) \quad & \begin{cases} x = -5y \\ 25y^2 + 20y^2 + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -5y \\ 45y^2 + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} x = -5y \\ y(45y+3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0 \\ x_1 = 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = -\frac{1}{15} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}; \\
2) \quad & \begin{cases} x = 2y \\ 4y^2 - 8y^2 + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ y(3-4y) = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0 \\ x_1 = 0 \end{cases} \quad \text{или} \\
& \begin{cases} y_2 = \frac{3}{4} \\ x_2 = 1,5 \end{cases}
\end{aligned}$$

Ответ: $(0; 0)$; $(\frac{1}{3}; -\frac{1}{15})$; $(1,5; \frac{3}{4})$.

$$\begin{aligned}
6) \quad & \begin{cases} x^2 + xy - 6y^2 = 0 \\ x^2 + 3xy + 2y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+3y)(x-2y) = 0 \\ x^2 + 3xy + 2y - 6 = 0 \end{cases} \\
1) \quad & \begin{cases} x = -3y \\ 9y^2 - 9y^2 + 2y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3y \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = -9 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x = 2y \\ 4y^2 + 6y^2 + 2y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 5y^2 + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-1 \pm \sqrt{61}}{10} \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{61}}{5} \end{cases}$$

Ответ: $(-9; 3)$; $(\frac{-1+\sqrt{61}}{5}; \frac{-1+\sqrt{61}}{10})$; $(\frac{-1-\sqrt{61}}{5}; \frac{-1-\sqrt{61}}{10})$.

511.

$$a) \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{25}{12} \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12(\frac{x}{y})^2 - 25 \cdot \frac{x}{y} + 12 = 0 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases} \quad D =$$

$$= 25^2 - 4 \cdot 12 \cdot 12 = 625 - 576 = 49; \Rightarrow$$

$$1) \frac{x}{y} = \frac{25+7}{24} = \frac{32}{24} = \frac{4}{3};$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 4y \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3}y \\ \frac{16}{9}y^2 - y^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{7}{9}y^2 = 7 \\ x = \frac{4}{3}y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 = 9 \\ x = \frac{4}{3}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm 3 \\ x = \pm 4 \end{cases} \quad 2) \frac{x}{y} = \frac{25-7}{24} = \frac{3}{4};$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x = 3y \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4}y \\ \frac{9}{16}y^2 - y^2 = 7 \end{cases} \quad \text{нет корней.}$$

Ответ: $(\pm 4; \pm 3)$.

$$б) \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = 2,1 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10(\frac{x}{y})^2 - 21 \cdot \frac{x}{y} - 10 = 0 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases} \quad D =$$

$$= 21^2 + 4 \cdot 10 \cdot 10 = 441 + 400 = 841;$$

$$1) \frac{x}{y} = \frac{21+29}{20} = 2,5 \Rightarrow \begin{cases} x = 2,5y \\ 6,25y^2 + y^2 = 29 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2,5y \\ y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm 2 \\ x = \pm 5 \end{cases} \quad 2) \frac{x}{y} = \frac{21-29}{20} = -0,4;$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -0,4y \\ 0,16y^2 + y^2 = 29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 25 \\ x = -0,4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm 5 \\ x = \mp 2 \end{cases}$$

Ответ: (5; 2), (-5, -2), (2; -5), (-2; 5).

$$\boxed{512.} \text{ а) } \begin{cases} x^2 + xy = 6 \\ y^2 + xy = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + xy = 6 \\ 2y^2 + 2xy = 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x - 2y)(x + y) = 0 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} x = 2y \\ 4y^2 - y^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 1 \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = -y \\ y^2 - y^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ 0 = 3 \end{cases} \text{ нет корней.}$$

Ответ: (2; 1), (-2; -1).

$$б) \begin{cases} x^2 - xy = 7 \\ y^2 - xy = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = \frac{7}{x} \\ x - y = -\frac{9}{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = \frac{7}{x} \\ \frac{7}{x} = -\frac{9}{y} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{9}{7}x \\ x^2 = \frac{49}{16} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{7}{4} \\ y = \mp \frac{9}{4} \end{cases}$$

Ответ: $(1\frac{3}{4}; -2\frac{1}{4})$, $(-1\frac{3}{4}; 2\frac{1}{4})$.

$$\boxed{513.} \text{ а) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 1 \\ xy = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x - y)^2 = 1 \\ xy = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} x - y = 1 \\ xy = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ xy = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ y^2 + y - 12 = 0 \end{cases} \quad D = 1 + 48 = 49; \quad y = \frac{-1 \pm 7}{2};$$

$$\begin{cases} y_1 = -4 \\ x_1 = -3 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_2 = 3 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - y = -1 \\ xy = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ y^2 - y - 12 = 0 \end{cases} \quad D = 1 + 48 = 49;$$

$$y = \frac{1 \pm 7}{2}; \quad \begin{cases} y_1 = 4 \\ x_1 = 3 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_2 = -3 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

Ответ: (3; 4), (-3; -4), (4; 3), (-4; -3).

$$б) \begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \\ x + y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 - y \\ 36 - 12y + y^2 + y^2 = 26 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 - 6y + 5 = 0 \\ x = 6 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = 5 \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} y_2 = 5 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Ответ: (1; 5), (5, 1).

514. а) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x + xy + y = 5 \end{cases}$ Пусть $xy = a$; $x + y = b$;

$$\Rightarrow \begin{cases} b^2 - a = 7 \\ b + a = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 + b - 12 = 0 \\ a = 5 - b \end{cases} \quad D = 1 + 48 = 49;$$

$$b = \frac{-1 \pm 7}{2}; \quad b_1 = -4; \quad b_2 = 3;$$

$$1) \begin{cases} b_1 = -4 \\ a_1 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = -4 \\ xy = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 - y \\ -y^2 - 4y = 9 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 + 4y + 9 = 0 \\ x = -4 - y \end{cases} \quad D_1 = 4 - 9 = -5 < 0 \text{ нет корней.}$$

$$2) \begin{cases} b_2 = 3 \\ a_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 1 \end{cases} \text{ или} \\ \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 2 \end{cases}$$

Ответ: (1; 2), (2; 1) ..

$$6) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 19 \\ x + xy + y = 1 \end{cases} \quad \text{Пусть } xy = a; \quad x + y = b;$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b^2 - a = 19 \\ a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 - b \\ b^2 + b - 20 = 0 \end{cases} \quad D = 1 + 80 = 81;$$

$$b = \frac{-1 \pm 9}{2}; \quad b_1 = -5; \quad b_2 = 4;$$

$$1) \begin{cases} b_1 = -5 \\ a_1 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = -5 \\ xy = 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -5 - y \\ y^2 + 5y + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow D = 25 - 24 = 1; \quad y = \frac{-5 \pm 1}{2};$$

$$\begin{cases} y_1 = -3 \\ x_1 = -2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = -2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} b_2 = 4 \\ a_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ 4y - y^2 = -3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ y^2 - 4y - 3 = 0 \end{cases} \quad D_1 = 4 + 3 = 7;$$

$$\begin{cases} y = 2 \pm \sqrt{7} \\ x = 2 \mp \sqrt{7} \end{cases}$$

Ответ: (-2; -3), (-3; -2), (2 + \sqrt{7}; 2 - \sqrt{7}), (2 - \sqrt{7}; 2 + \sqrt{7}).

$$\boxed{515.} \text{ a) } \begin{cases} 4x(x+y) + y^2 = 49 \\ 4x(x-y) + y^2 = 81 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x^2 + 4xy + y^2 = 49 \\ 4x^2 - 4xy + y^2 = 81 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2x+y)^2 = 49 \\ (2x-y)^2 = 81 \end{cases} \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} 2x+y=7 \\ 2x-y=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x+y=7 \\ 2x-y=-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=8 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x+y=-7 \\ 2x-y=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-8 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x+y=-7 \\ 2x-y=-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$$

Ответ: (4; -1), (-4; 1), (0,5; -8), (-0,5; 8).

$$6) \begin{cases} 3x(3x-4y) + 4y^2 = 64 \\ 3x(3x+4y) + 4y^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9x^2 - 12xy + 4y^2 = 64 \\ 9x^2 + 12xy + 4y^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3x-2y)^2 = 64 \\ (3x+2y)^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} 3x-2y=8 \\ 3x+2y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x-2y=8 \\ 3x+2y=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=-3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x-2y=-8 \\ 3x+2y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{2}{3} \\ y=3 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x-2y=-8 \\ 3x+2y=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$$

Ответ: (-2; 1), (2; -1), $(-\frac{2}{3}; 3)$, $(\frac{2}{3}; -3)$.

Дополнительные упражнения к главе III

516. а) $x^2 + 4xy + 4y^2 + 5 = 0$; $(x + 2y)^2 + 5 \geq 5 > 0 \Rightarrow$ уравнение не имеет решений;

б) $x^2 - 2xy + 8 + y^2 = 0$; $(x - y)^2 + 8 \geq 8 > 0 \Rightarrow$ уравнение не имеет решений;

в) $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + 1 \geq 1 > 0 \Rightarrow$ уравнение не имеет решений;

г) $x^2y^2 - 2xy + 3 = 0$; $(xy - 1)^2 + 2 \geq 2 > 0 \Rightarrow$ уравнение не имеет решений.

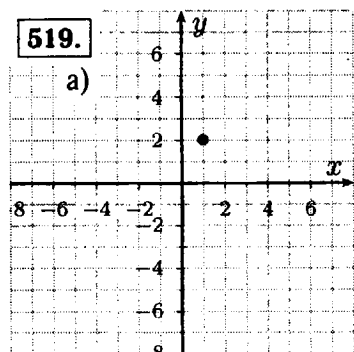
517. а) $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0$; $(x + 1)^2 + y^2 = 0$; $\Rightarrow x = -1$, $y = 0$;

б) $x^2 - 2x + y^2 + 4y + 5 = 0$; $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 0$; $\Rightarrow x = 1$, $y = -2$.

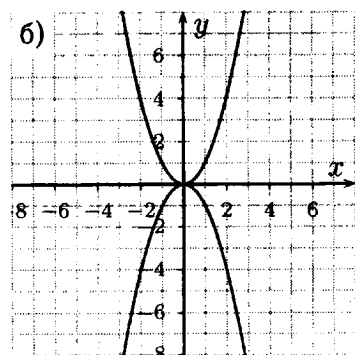
518. а) $(x + 5 - y)(x - 5 - y) = 0$;

б) $(x^2 + y^2 - 4)(y^2 - 9) \geq 0$;

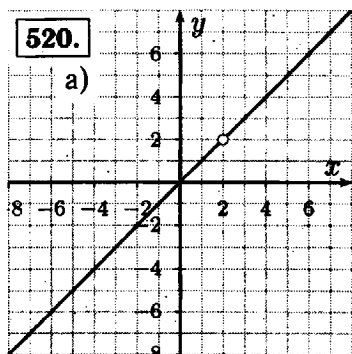
в) $(xy - 6)(x^2 + y^2 - 1) = 0$;



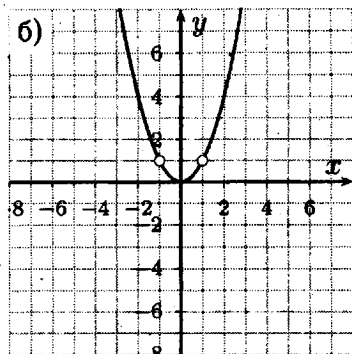
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 2x - 2y + 5 &= \\ = 0 &\Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = \\ &= 0 \Rightarrow x = 1, y = 2 \end{aligned}$$



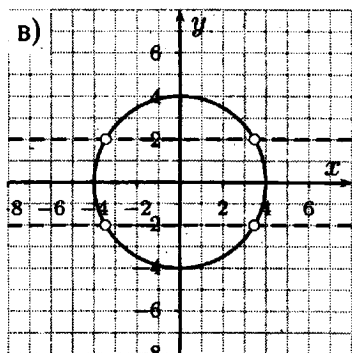
$$\begin{aligned} y^2 - x^4 = 0 &\Rightarrow (y - x^2)(y + \\ &+ x^2) = 0 \end{aligned}$$



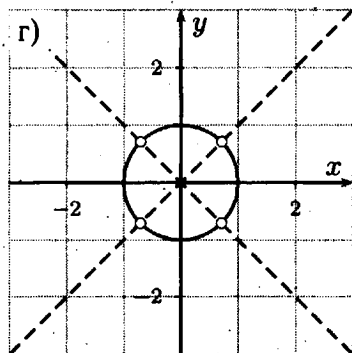
$$\frac{y-x}{x-2} = 0 \Rightarrow y = x, x \neq 2$$



$$\frac{y-x^2}{x^2-1} = 0 \Rightarrow y = x^2, x \neq \pm 1$$



$$\frac{x^2+y^2-16}{y^2-4} = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 16, y \neq \pm 2$$



$$\frac{x^2+y^2-1}{x^2-y^2} = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1, y \neq \pm x$$

521. $(x-a)^2 + (y-3)^2 = 16$: а) $A(2;3)$; $(2-a)^2 + (3-3)^2 = 16$; $(2-a)^2 = 16$; $\Rightarrow a_1 = 6$; $a_2 = -2$;
 б) $B(7;-1)$; $(7-a)^2 + (-1-3)^2 = 16$; $\Rightarrow (7-a)^2 = 0$; $\Rightarrow a = 7$; в) $C(-2;7)$; $(-2-a)^2 + (7-3)^2 = 16$;
 $(-2-a)^2 = 0$; $\Rightarrow a = -2$; г) $D(1;5)$; $(1-a)^2 + (5-3)^2 = 16$;
 $(1-a)^2 = 12$; $\Rightarrow a_1 = 1 + 2\sqrt{3}$; $a_2 = 1 - 2\sqrt{3}$.

522. а) $x^2 - y^2 = 5 \Rightarrow (x-y)(x+y) = 5$; \Rightarrow
 1) $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=-1 \\ x+y=-5 \end{cases} \Rightarrow$

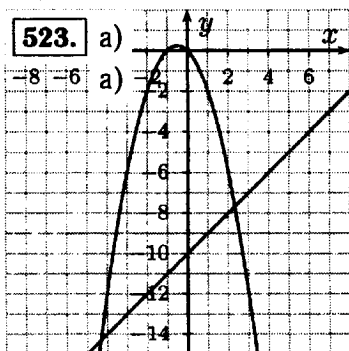
$$\Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases} \quad 3) \quad \begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x - y = -5 \\ x + y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

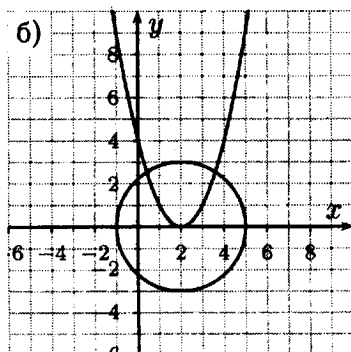
Ответ: (3; 2), (-3; -2), (-3; 2), (3; -2).

б) $x^2 - y^2 = 8$; $\Rightarrow (x - y)(x + y) = 8$; $\Rightarrow x = \pm 3$; $y = \pm 1$
или $x = \pm 3$, $y = \mp 1$.

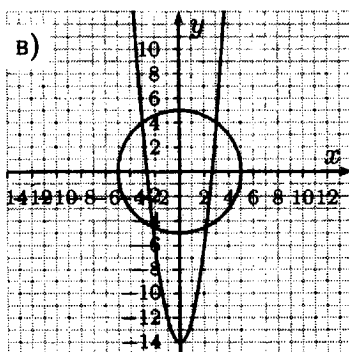
Ответ: (3; 1), (-3; -1), (-3; 1), (3; -1).



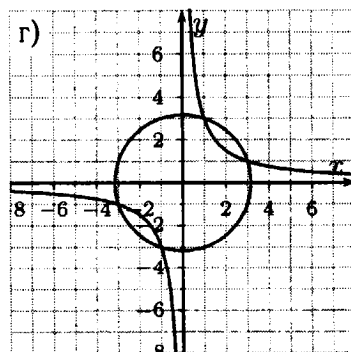
(-4, 3; -14, 3), (2, 3; 7, 7)



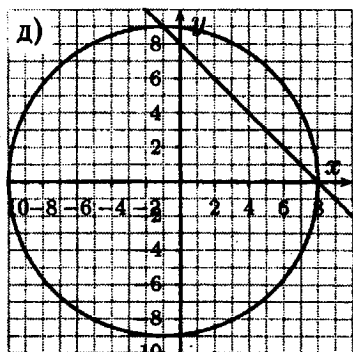
(0, 4; 2, 5), (3, 6; 2, 5)



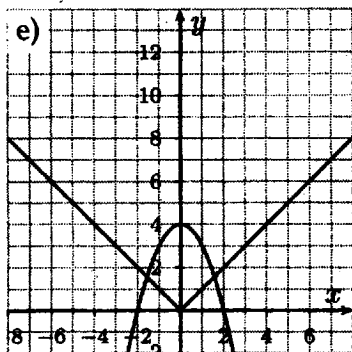
(3; 4), (-3; 4),
(-2, 2; -4, 5), (-2, 2; -4, 5)



(-3; -1), (-1; -3),
(1; 3), (3; 1)



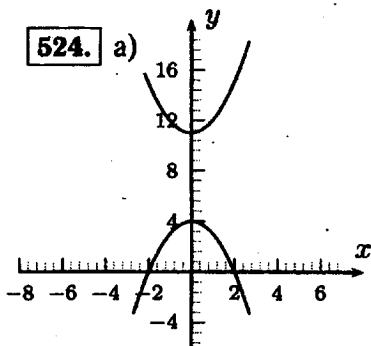
$(-1; 9), (8; 0)$



$(-1,6; 1,6), (1,6; 1,6)$

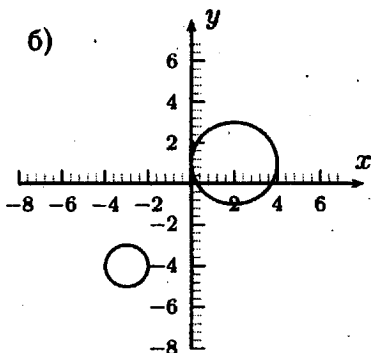
524.

а)



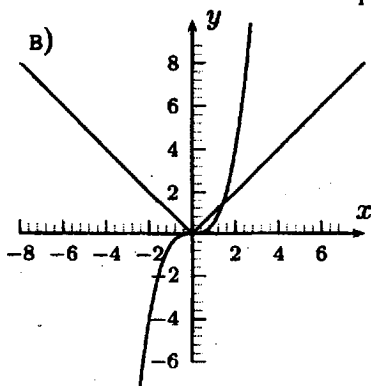
Нет решений.

б)



Нет решений.

в)



Два решения.

525. Графиком уравнения $x^2 + y^2 = r^2$ является окружность с центром $(0; 0)$ и радиусом r . Графиком уравнения $y = -x^2 + 4$ является парабола, получающаяся из параболы $y = -x^2$ сдвинув на 4 единицы вверх. В зависимости от r система может иметь: 0; 2; 3; 4 решения.

526. Графиком уравнения $x^2 + y^2 = 5$ является окружность с центром $(0; 0)$ и радиусом $\sqrt{5}$. Графиком уравнения $x - y = m$ является прямая, получающаяся из прямой $x = y$ сдвигом на m вверх.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x - y = m \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + m \\ y^2 + 2m + m^2 + y^2 = 5 \end{cases} \quad 2y^2 + 2m + m^2 - 5 = 0; D_1 = m^2 - 2(m^2 - 5) = m^2 - 2m^2 + 10 = 10 - m^2:$$

а) Система имеет одно решение при $D = 0$; $\Rightarrow 10 - m^2 = 0$; $\Rightarrow m = \pm\sqrt{10}$; б) Система имеет два решения при $D > 0$; $\Rightarrow 10 - m^2 > 0$; $\Rightarrow -\sqrt{10} < m < \sqrt{10}$.

527. а) $\begin{cases} x + 3y = -1 \\ x^2 + 2xy + y = 3 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -3y - 1 \\ (-3y - 1)^2 + 2y(-3y - 1) + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -3y - 1 \\ 9y^2 + 6y + 1 - 6y^2 - 2y + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -3y - 1 \\ 3y^2 + 5y - 2 = 0 \end{cases} \quad D = 5^2 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49; y = \frac{-5 \pm 7}{6};$$

$$y_1 = \frac{1}{3}; y_2 = -2; \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ y_1 = -2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{Ответ:}$$

$(5; -2), (-2; \frac{1}{3})$.

$$\begin{aligned}
\text{б) } & \begin{cases} 2x - y = 1 \\ xy - y^2 + 3x = -1 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x(2x - 1) - (2x - 1)^2 + 3x + 1 = 0. \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ 2x^2 - x - 4x^2 + 4x - 1 + 3x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ 2x^2 - 6x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x(x - 3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = -1 \end{cases} \\
\text{или } & \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 5 \end{cases} . \text{ Ответ: } (0; -1), (3; 5).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{в) } & \begin{cases} 2x + y - 11 = 0 \\ 2x + 5y - y^2 - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} y = 11 - 2x \\ 2x + 5(11 - 2x) - (11 - 2x)^2 - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} y = 11 - 2x \\ 2x + 55 - 10x - 121 + 44x - 4x^2 - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} y = 11 - 2x \\ -4x^2 + 36x - 72 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 11 - 2x \\ x^2 - 9x + 18 = 0 \end{cases} \quad D = \\
& = 81 - 4 \cdot 18 = 9; \quad x = \frac{9 \pm 3}{2}; \quad x_1 = 6; \quad x_2 = 3; \quad \begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = -1 \end{cases} \\
\text{или } & \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 5 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (6; -1), (3; 5).
\end{aligned}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x^2 - 3y^2 - 5x - 2y = 26 \\ x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 + y \\ 2(4 + y)^2 - 3y^2 - 5(4 + y) - 2y - 26 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 32 + 16y + 2y^2 - 3y^2 - 20 - 5y - 2y - 26 = 0 \\ x = 4 + y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 - 9y + 14 = 0 \\ x = 4 + y \end{cases} \quad D = 81 - 4 \cdot 14 = 25; \quad y = \frac{9 \pm 5}{2};$$

$$y_1 = 7; y_2 = 2; \quad \begin{cases} y_1 = 7 \\ x_1 = 11 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_2 = 2 \\ x_2 = 6 \end{cases} \quad \text{Ответ:}$$

(11; 7), (6; 2).

$$д) \begin{cases} 4x^2 - 9y^2 + x - 40y = 19 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y + 2,5 \\ 4(1,5y + 2,5)^2 - 9y^2 + 1,5y + 2,4 - 40y - 19 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9y^2 + 30y + 25 - 9y^2 + 1,5y + 2,5 - 40y - 19 = 0 \\ x = 1,5y + 2,5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -8,5y + 8,5 = 0 \\ x = 1,5y + 2,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases} \quad \text{Ответ:}$$

(4; 1).

$$е) \begin{cases} 3x^2 + y^2 + 8x + 13y = 5 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y - 2 \\ 3(y - 2)^2 + y^2 + 8(y - 2) + 13y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y - 2 \\ 3y^2 - 12y + 12 + y^2 + 8y - 16 + 13y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4y^2 + 9y - 9 = 0 \\ x = y - 2 \end{cases} \quad D = 81 + 4 \cdot 4 \cdot 9 = 225;$$

$$y = \frac{-9 \pm 15}{8}; y_1 = -3; y_2 = \frac{3}{4}; \begin{cases} y_1 = -3 \\ x_1 = -5 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_2 = \frac{3}{4} \\ x_2 = -1\frac{1}{4} \end{cases} \text{.. Ответ: } (-5; -3), (-1\frac{1}{4}; \frac{3}{4}).$$

$$\boxed{528.} \text{ а) } \begin{cases} x - y = 4 \\ (x - 1)(y + 1) = 2xy + 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ (y + 3)(y + 1) - 2y(y + 4) - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ y^2 + 3y + y + 3 - 2y^2 - 8y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ y^2 + 4y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ y(y + 4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0 \\ x_1 = 4 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_2 = -4 \\ x_2 = 0 \end{cases} \text{ Ответ: } (4; 0), (0; -4).$$

$$\text{б) } \begin{cases} y - x = 1 \\ (2y + 1)(x - 1) = xy + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ (2x + 3)(x - 1) - x(x + 1) - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ 2x^2 + 3x - 2x - 3 - x^2 - x - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \begin{cases} 2x - y = 5 \\ (x+1)(y+4) = 2xy - 1 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} y = 2x - 5 \\ (x+1)(2x-1) - 2x(2x-5) + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} y = 2x - 5 \\ 2x^2 + 2x - x - 1 - 4x^2 + 10x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} y = 2x - 5 \\ -2x^2 + 11x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 5 \\ x(2x - 11) = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = -5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 5,5 \\ y_2 = 6 \end{cases};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г)} \quad & \begin{cases} x + y = 1 \\ (x-1)(y+5) = y^2 - 12 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x = 1 - y \\ -y(y+5) - y^2 + 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x = 1 - y \\ y^2 + 5y + y^2 - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x = 1 - y \\ 2y^2 + 5y - 12 = 0 \end{cases} \quad D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 12 = 121;
 \end{aligned}$$

$$y = \frac{-5 \pm 11}{4}; \quad y_1 = -4; \quad y_2 = 1,5; \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -4 \\ x_1 = 5 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_2 = 1,5 \\ x_2 = -0,5 \end{cases}$$

$$\boxed{529.} \text{ а) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ xy = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 16 \\ xy = -12 \end{cases} =$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x+y)^2 = 16 \\ xy = -12 \end{cases} \Rightarrow 1) \begin{cases} x+y = 4 \\ xy = -12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ 4y - y^2 + 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ y^2 - 4y - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ (y-6)(y+2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 6 \\ x_1 = -2 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_2 = -2 \\ x_2 = 6 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x+y = -4 \\ xy = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 - y \\ y^2 + 4y - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -4 - y \\ (y+6)(y-2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -6 \\ x_1 = 2 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_2 = 2 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

Ответ: (6; -2), (-6; 2), (2; -6), (-2; 6).

$$6) \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 228 \\ 3x^2 - 2y^2 = 172 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x^2 = 400 \\ 2y^2 = 228 - x^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 100 \\ y^2 = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 10 \\ y = \pm 8 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} x = \mp 10 \\ y = \pm 8 \end{cases}$$

Ответ: (10; 8), (-10; -8), (10; -8), (-10; 8).

530. а) $\begin{cases} x^2 + 3x - 4y = 20 \\ x^2 - 2x + y = -5 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 4y = 20 \\ -x^2 + 2x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 5y = 25 \\ x^2 + 3x - 4y = 20 \\ 4x^2 - 8x + 4y = -20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y = 5 \\ 5x^2 - 5x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 + y \\ x(x - 1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = -5 \end{cases}$$

$$\text{или} \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -4 \end{cases} \cdot \text{б)} \begin{cases} y^2 + 3x - y = 1 \\ y^2 + 6x - 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 2y^2 + 6x - 2y = 2 \\ -y^2 - 6x + 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{или} \begin{cases} y_2 = -1 \\ x_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\boxed{531.} \text{ а)} \begin{cases} x + y + xy = 5 \\ xy + x - y = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = -8 \\ x + y + xy = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x - 4 - 4x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \end{cases};$$

$$\text{б)} \begin{cases} x + xy + y = 10 \\ xy - 2x - 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2xy + 2y = 20 \\ xy - 2x - 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3xy = 22 \\ xy - 2x - 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{22}{3y} \\ \frac{22}{3y} - \frac{44}{3y} - 2y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{22}{3y} \\ 11y - 22 - 3y^2 - 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{22}{3y} \\ 3y^2 - 8y + 22 = 0 \\ 3y^2 - 8y + 22 = 0 \end{cases}$$

$$D_1 = 4^2 - 3 \cdot 22 = 16 - 66 < 0 \text{ нет корней.}$$

$$\boxed{532.} \text{ а)} \begin{cases} (x + y)(x - y) = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} x + y = 0 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ 3y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: $(1; 1)$, $(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$.

$$6) \begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ (x - 7y)(x + 7y) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} x = 7y \\ 50y^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 2 \\ x = 7y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 7\sqrt{2} \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = -7y \\ 50y^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 2 \\ x = -7y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm\sqrt{2} \\ x = \mp 7\sqrt{2} \end{cases}$$

Ответ: $(7\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $(-7\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $(7\sqrt{2}; -\sqrt{2})$, $(-7\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

$$в) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ (x - 3)(y - 5) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} x = 3 \\ y^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \pm 4 \end{cases}; 2) \begin{cases} y = 5 \\ x = 0 \end{cases}$$

Ответ: $(3; 4)$, $(3; -4)$, $(0; 5)$.

$$г) \begin{cases} x^2 - y^2 = 50 \\ x(y + 1) = 0 \end{cases} \quad 1) \begin{cases} x = 0 \\ y^2 = -50 \end{cases} \quad \text{нет корней.}$$

$$2) \begin{cases} y = -1 \\ x^2 = 51 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = \pm\sqrt{51} \end{cases}$$

Ответ: $(\sqrt{51}; -1)$, $(-\sqrt{51}; -1)$.

$$\boxed{533.} \quad a) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 2x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6y + 6x = xy \\ 2x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 5 \\ 12x - 30 + 6x = 2x^2 - 5x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 5 \\ 2x^2 - 23x + 30 = 0 \end{cases} \quad D = 23^2 - 4 \cdot 2 \cdot 30 = 289;$$

$$x = \frac{23 \pm 17}{4}; \quad x_1 = 10; \quad x_2 = \frac{3}{2}; \quad \begin{cases} x_1 = 10 \\ y_1 = 15 \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{3}{2} \\ y_2 = -2 \end{cases}; \quad 6) \quad \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \\ x + 2y = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20y - 20x = xy \\ x = 14 - 2y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 20y - 280 + 40y = 14y - 2y^2 \\ x = 14 - 2y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 + 23y - 140 = 0 \\ x = 14 - 2y \end{cases} \quad D = 23^2 + 4 \cdot 140 = 1089;$$

$$y = \frac{-23 \pm 33}{2}; \quad y_1 = -28, \quad y_2 = 5; \quad \begin{cases} y_1 = -28 \\ x_1 = 70 \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} y_2 = 5 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

Ответ: (4; 5), (70; -28).

$$B) \quad \begin{cases} x + y = 14 \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2\frac{1}{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 14 - y \\ 12x^2 + 12y^2 = 25xy \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 14 - y \\ 12(196 - 28y + y^2) + 12y^2 = 350y - 25y^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 14 - y \\ 2352 - 336y + 12y^2 + 12y^2 = 350y - 25y^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 14 - y \\ 49y^2 - 686y + 2352 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 14 - y \\ y^2 - 14y + 48 = 0 \end{cases} \quad D_1 = 49 - 48 = 1;$$

$$y = 7 \pm 1;$$

$$y_1 = 8; y_2 = 6; 1) \begin{cases} y_1 = 8 \\ x_1 = 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = 6 \\ x_2 = 8 \end{cases}$$

Ответ: (6; 8), (8; 6).

$$\begin{aligned} \Gamma) \begin{cases} x - y = 2 \\ \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{5}{6} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ 6x^2 - 6y^2 = 5xy \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ 6(y^2 + 4y + 4) - 6y^2 = 5y^2 + 10y \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ 6y^2 + 24y + 24 - 6y^2 = 5y^2 + 10y \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ 5y^2 - 14y - 24 = 0 \end{cases} \quad D_1 = 7^2 + 4 \cdot 5 \cdot 24 = 529; \end{aligned}$$

$$y = \frac{7 \pm 23}{5}; y_1 = 6; y_2 = -3,2; \begin{cases} y_1 = 6 \\ x_1 = 8 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_2 = -3,2 \\ x_2 = -1,2 \end{cases}$$

Ответ: (8; 6), (-1,2; -3,2).

$$\boxed{534.} \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 3x + y^2 = 10 \\ x^2 - y^2 - x + y = 100 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 4y - 2 \\ 4y - 2 + y^2 = 10 & y^2 + 4y - 12 = 0; \\ x^2 - y^2 - x + y = 100 \end{cases}$$

$$D_1 = 2^2 + 12 = 16; y = -2 \pm 4; y_1 = -6; y_2 = 2;$$

$$1) \begin{cases} y_1 = -6 \\ 3x = -24 - 2 \\ x^2 - y^2 - x + y = 100 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1 = -6 \\ x_1 = -\frac{26}{3} \\ (\frac{26}{3})^2 - 36 + \frac{26}{3} - 6 \neq 100 \end{cases} \quad \text{нет корней.}$$

$$2) \begin{cases} y_2 = 2 \\ 3x = 8 - 2 \\ x^2 - y^2 - x + y = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_2 = 2 \\ x_2 = 2 \\ 4 - 4 - 2 + 2 \neq 100 \end{cases}$$

нет корней. \Rightarrow система не имеет решений.

535. Решим сначала систему: $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 7 - x \\ 2x - 7 + x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = 7 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}; \text{ эти}$$

две функции имеют только одну общую точку, если все три графика имеют общие точки, то это должна быть точка (3; 4). $x^2 + xy - y^2 - y = 9 + 12 - 16 - 4 = 1$.

Графики имеют общую точку (3; 4).

536. а) $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x^2 - y^2 + x - y = 6 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2 + 2x = 24 \\ 2y^2 + 2y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 12 = 0 \\ y^2 + y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-3)(x+4) = 0 \\ (y-2)(y+3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = -3 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x_3 = -4 \\ y_3 = 2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_4 = -4 \\ y_4 = -3 \end{cases}. \quad \text{б) Пусть } xy = a;$$

$$a^2 + a - 72 = 0; D = 1 + 4 \cdot 72 = 289; a = \frac{-1 \pm 17}{2}; a_1 = -9;$$

$$a_2 = 8; 1) \begin{cases} xy = -9 \\ x + y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 - y \\ 6y - y^2 = -9 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 - 6y - 9 = 0 \\ x = 6 - y \end{cases} \quad D = 36 + 36 = 72; \quad y = \frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{2};$$

$$\begin{cases} y_1 = 3 + 3\sqrt{2} \\ x_1 = 3 - 3\sqrt{2} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_2 = 3 - 3\sqrt{2} \\ x_2 = 3 + 3\sqrt{2} \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} xy = 8 \\ x + y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 - y \\ 6y - y^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 6 - y \\ y^2 - 6y + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow D_1 = 3^2 - 8 = 1; \quad y = 3 \pm 1;$$

$$\begin{cases} y_1 = 4 \\ x_1 = 2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_2 = 2 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

Ответ: (4; 2), (2; 4), (3 + 3\sqrt{2}; 3 - 3\sqrt{2}),
(3 - 3\sqrt{2}; 3 + 3\sqrt{2}).

в) Пусть $x + y = a$; $a^2 - 2a = 15$; $(a - 1)^2 = 16$; $a_1 = -3$;

$$a_2 = 5; \quad 1) \begin{cases} x + y = -3 \\ x + xy + y = 11 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -y - 3 \\ -y - 3 - y^2 - 3y + y = 11 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -y - 3 \\ y^2 + 3y + 14 = 0 \end{cases} \quad D = 9 - 4 \cdot 14 < 0 \text{ нет корней.}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 - y \\ 5y - y^2 - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 - y \\ y^2 - 5y + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 3 \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 2 \end{cases}$$

Ответ: (2; 3), (3; 2).

г) Пусть $x + y = a$; а $x - y = b$;

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - 4a = 45 \\ b^2 - 2b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-2)^2 = 49 \\ (b-1)^2 = 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} a-2 = \pm 7 \\ b-1 = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=9 \\ x-y=3 \end{cases}; \begin{cases} x+y=9 \\ x-y=-1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x+y=-5 \\ x-y=3 \end{cases}; \begin{cases} x+y=-5 \\ x-y=-1 \end{cases}; \Rightarrow \begin{cases} x_1=4 \\ y_1=5 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=-4 \end{cases}; \begin{cases} x_3=-3 \\ y_3=-2 \end{cases}; \begin{cases} x_4=6 \\ y_4=3 \end{cases}.$$

537. $(ax^2 - 2x + b)(x^2 + ax - 1) = ax^4 + a^2x^3 - ax^2 - 2x^3 - 2ax^2 + 2x + bx^2 + abx - b = ax^4 + (a^2 - 2)x^3 - 2x^3 + (b - 3a)x^2 + (ab + 2)x - b$; так как коэффици-

енты при x^2 и x соответственно равны 8 и -2 , полу-

чим систему $\begin{cases} b - 3a = 8 \\ ab + 2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 8 + 3a \\ 8a + 3a^2 + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 8 + 3a \\ 3a^2 + 8a + 4 = 0 \end{cases} \quad D_1 = 4^2 - 3 \cdot 4 = 16 - 12 = 4;$$

$$a = \frac{-4 \pm 2}{3}; \begin{cases} a_1 = -2 \\ b_1 = 2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a_2 = -\frac{2}{3} \\ b_2 = 6 \end{cases}.$$

538. Пусть большее число равняется x , а меньшее

y . Тогда, $\begin{cases} x + y = 5(x - y) \\ x^2 - y^2 = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6y = 4x \\ x^2 - y^2 = 180 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3}x \\ x^2 - \frac{4}{9}x^2 = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3}x \\ 9x^2 - 4x^2 = 1620 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3}x \\ x^2 = 324 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3}x \\ x = \pm 18 \end{cases}$$

$$x = -18 \text{ не удовлетворяет условию задачи, } \Rightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 12 \end{cases}$$

Ответ: 18 и 12.

539. Пусть искомые числа x, y . Тогда,

$$\begin{aligned} \begin{cases} xy = 15(x + y) \\ x + 2y = 100 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = 100 - 2y \\ 100y - 2y^2 = 15(100 - y) \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 100 - 2y \\ 100y - 2y^2 = 1500 - 15y \end{cases} &\Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} 2y^2 - 115y + 1500 = 0 \\ x = 100 - 2y \end{cases} & D = 115^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1500 = 1225; \end{aligned}$$

$$y = \frac{115 \pm 35}{4}; \begin{cases} y_1 = 20 \\ x_1 = 60 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = 37,5 \\ x_2 = 25 \end{cases}$$

Ответ: 20 и 60 или 25 и 37,5.

540. Пусть первое число x , а второе y . Тогда,

$$\begin{aligned} \begin{cases} x^2 - y^2 = 100 \\ 3x - 2y = 30 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3x-30}{2} \\ x^2 - \frac{9x^2-180x+900}{4} = 100 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3x-30}{2} \\ 4x^2 - 9x^2 + 180x - 900 = 400 \end{cases} &\Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3x-30}{2} \\ 5x^2 - 180x + 1300 = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3x-30}{2} \\ x^2 - 36x + 260 = 0 \end{cases} \\ D_1 = 324 - 260 = 64; x = 18 \pm 8; &\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 10 \\ y_1 = 0 \end{cases} \text{ или} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_2 = 26 \\ y_2 = 24 \end{cases}$$

Ответ: 10 и 0 или 26 и 24.

541. Пусть первая цифра x , а вторая y . Тогда,

$$\begin{cases} 10x + y = 4(x + y) \\ 10x + y = 2xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x = 3y \\ 10x + y = 2xy \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 10x + 2x = 4x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 0 \\ y = 2x \end{cases} \quad x = 0 \text{ не}$$

подходит по условию задачи. $\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$

Ответ: 36.

542. Пусть числитель дроби x , а знаменатель y . Тогда:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y-1} = 2 \\ \frac{x-1}{y+1} = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 2y - 2 \\ 4x - 4 = y + 1 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y = 4x - 5 \\ x^2 = 8x - 10 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 12 = 0 \\ y = 4x - 5 \end{cases} \quad D_1 = \\ = 4^2 - 12 = 4; \quad x = 4 \pm 2; \quad \begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 19 \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 3 \end{cases}$$

Ответ: $\frac{6}{19}$ или $\frac{2}{3}$.

543. Пусть числитель дроби x , а знаменатель y . Тогда,

$$\begin{cases} \frac{x+7}{y^2} = \frac{3}{4} \\ \frac{x}{y+6} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 28 = 3y^2 \\ y + 6 = 2x \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 6 \\ 4x + 28 = 3(2x - 6)^2 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 6 \\ 4x + 28 = 3(4x^2 - 24x + 36) \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 6 \\ 4x + 28 = 12x^2 - 72x + 108 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 6 \\ 12x^2 - 76x + 80 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 6 \\ 3x^2 - 19x + 20 = 0 \end{cases} \quad D = 19^2 - 4 \cdot 3 \cdot 20 = 121;$$

$x = \frac{19 \pm 11}{6}$; $x_1 = \frac{4}{3}$ не подходит по условию задачи.

$$\begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = 4 \end{cases}$$

Ответ: $\frac{5}{4}$.

544. Пусть длины сторон треугольника x и y . Тогда по теореме Пифагора $x^2 + y^2 = 15^2$;

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 225 \\ 2(x - 6 + y - 8) = \frac{2(x+y)}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 225 \\ x + y - 14 = \frac{x+y}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 225 \\ 3x + 3y - 42 = x + y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 225 \\ 2x + 2y = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 225 \\ x + y = 21 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 21 - x \\ 441 - 42x + x^2 + x^2 - 225 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 21 - x \\ 2x^2 - 42x + 216 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 21 - x \\ x^2 - 21x + 108 = 0 \end{cases} \quad D = 21^2 - 4 \cdot 108 = 9; \quad x = \frac{21 \pm 3}{2};$$

$$\begin{cases} x_1 = 9 \\ y_1 = 12 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 12 \\ y_2 = 9 \end{cases}$$

Ответ: 9 см и 12 см.

545. Пусть первая труба заполняет бассейн за x ч, а вторая за y ч. Тогда за один час первая труба наполняет $\frac{1}{x}$ часть бассейна, а вторая $\frac{1}{y}$ часть бассейна. Значит,

$$\begin{cases} y = x + 5 \\ \frac{5}{x} + \frac{7,5}{y} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 5 \\ 5y + 7,5x = xy \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 5 \\ 10y + 15x = 2xy \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 5 \\ 10x + 50 + 15x = 2x^2 + 10x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 5 \\ 2x^2 - 15x - 50 = 0 \end{cases} \quad D = 15^2 + 4 \cdot 2 \cdot 50 = 625;$$

$x = \frac{15 \pm 25}{4}$; $x_1 = -\frac{5}{2}$ не подходит по смыслу задачи.

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases}; \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3+5}{30} = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{за 6 часов совместной}$$

работы весь бассейн заполнится.

Ответ: 6 ч.

546. Пусть первая труба заполняет бассейн за x ч, а вторая за y ч. Тогда за один час первая труба наполняет $\frac{1}{x}$ часть бассейна, а вторая $\frac{1}{y}$ часть бассейна. Значит,

$$\begin{cases} x = 1,5y \\ \frac{2}{x} + 4 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y \\ \frac{2}{x} + 4 \left(\frac{y+x}{xy} \right) = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y \\ \frac{2}{x} + 4 \cdot \frac{2,5y}{xy} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y \\ \frac{2}{x} + \frac{10}{x} = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y \\ x = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 8 \end{cases}$$

Ответ: 12 ч и 8 ч.

547. Пусть скорость первого поезда x км/ч, а второго y км/ч. Значит,

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = \frac{270}{3} \\ \frac{270}{x} = \frac{270}{y} + 1\frac{21}{60} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 90 \\ \frac{270}{x} - \frac{270}{y} = \frac{81}{60} \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} y = 90 - x \\ \frac{10(y-x)}{xy} = \frac{1}{20} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 90 - x \\ 200(90 - 2x) = 90x - x^2 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} y = 90 - x \\ x^2 - 490x + 18000 = 0 \end{cases} \quad D = D_1 = 245^2 - 18000 = \\ & = 42025; \quad x = 245 \pm 205; \quad x_1 = 450 \text{ не подходит, так как} \\ & y = 90 - x < 0; \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 50 \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: 40 км/ч и 50 км/ч.

548. Пусть скорость автомобилей x км/ч и y км/ч. 1 ч 15 мин = $\frac{75}{60}$ ч = $\frac{5}{4}$ ч. 48 мин = $\frac{48}{60} = \frac{4}{5}$ ч. Автомобили встретятся через $\frac{90}{x+y}$ ч. Значит,

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 90 - \frac{90}{x+y} \cdot x = \frac{5}{4} \cdot x \\ 90 - \frac{90}{x+y} \cdot y = \frac{4}{5} \cdot y \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} 90x + 90y - 90x = \frac{5}{4}x(x+y) \\ 90x + 90y - 90y = \frac{4}{5}y(x+y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{90y}{x(x+y)} = \frac{5}{4} \\ \frac{90x}{y(x+y)} = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \frac{90y}{x(x+y)} = \frac{y(x+y)}{90x}; \quad \frac{90}{x+y} = \frac{x+y}{90}; \Rightarrow x + y = 90; \\ & \Rightarrow \begin{cases} 90 - x = \frac{5}{4}x \\ 90 - y = \frac{4}{5}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{9}{4}x = 90 \\ \frac{9}{5}y = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 50 \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: 40 км/ч и 50 км/ч.

549. Пусть скорость первого туриста x км/ч, а второго y км/ч, и туристы встретились через t часов. Второй турист шел один 6 часов и прошел путь $6y$. Затем они двигались вместе до места встречи и прошли путь $tx + ty$; после встречи первый шел 9 часов и прошел путь $9y$, а второй 8 часов и путь $8y$. Из условия следует, что первый турист участок длиной $9y$ прошел за время t , $xt = 9y$; $\Rightarrow t = \frac{9y}{x}$; а второй за время t прошел расстояние $8x - 6y$,

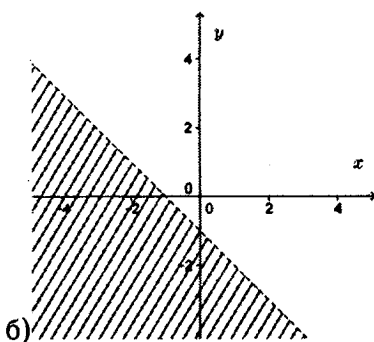
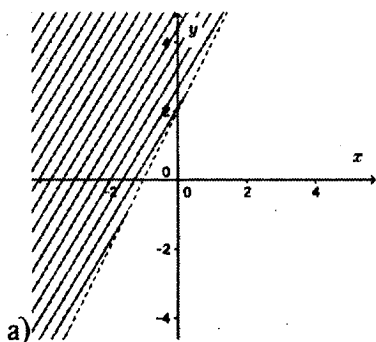
$$\Rightarrow \frac{9y}{x} = \frac{8x-6y}{y} \cdot \begin{cases} \frac{9y}{x} = \frac{8x-6y}{y} \\ 8x - 9y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{24y}{4+3y} = \frac{12+3y}{y} \\ x = \frac{3(4+3y)}{8} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8y^2 = 16 + 4y + 12y + 3y^2 \\ x = \frac{12+9y}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5y^2 - 16y - 16 = 0 \\ x = \frac{12+9y}{8} \end{cases}$$

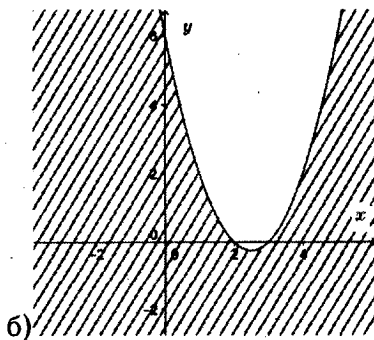
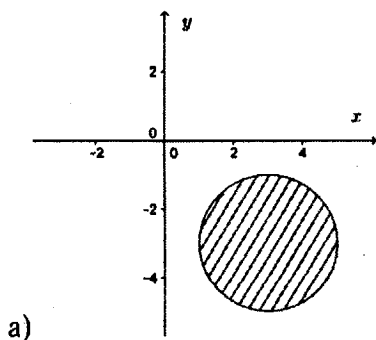
$$D_1 = 8^2 + 5 \cdot 16 = 144; y = \frac{8 \pm 12}{5}; y > 0; \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 6 \end{cases}$$

Ответ: скорость первого 6 км/ч, скорость второго 4 км/ч.

550.



551.



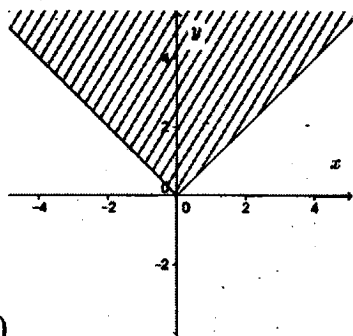
552. а) Под графиком функции $y = x$; б) Над графиком функции $y = x$.

553. а) $x^2 + y^2 - 4x - 8y \leq 0$; $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 - 20 \leq 0$; круг с центром в точке $(2; 4)$ и радиусом $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

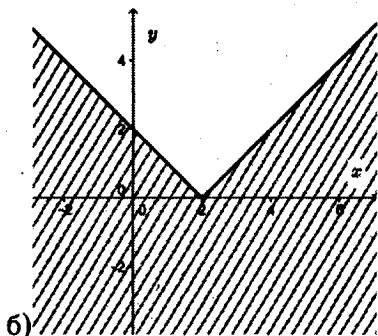
Множество точек внутри круга;

б) $x^2 - 6x + y + 4 > 0$; $y > -x^2 + 6x - 4$; множество точек, лежащих выше графика параболы $y = -x^2 + 6x - 4$.

554.

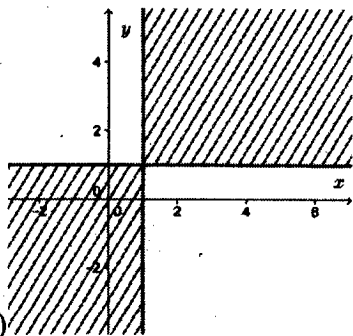


а)

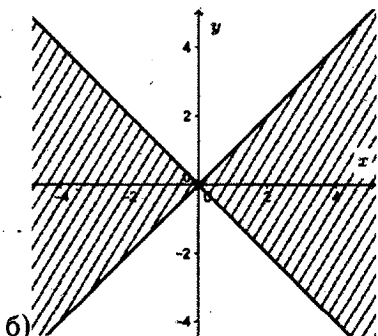


б)

555.

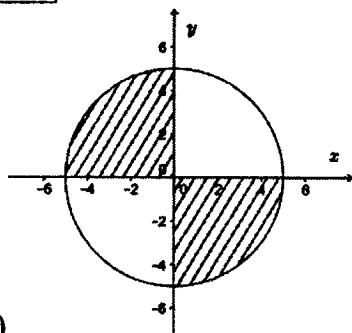


а)

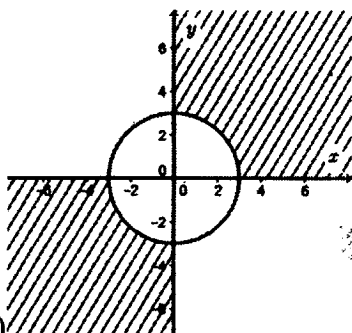


б)

556. $|x| + |y| \leq 1$; 1) $x \geq 0$; $y \geq 0$; $x + y \leq 1$; $y \leq 1 - x$;
 2) $x \leq 0$; $y \geq 0$; $-x + y \leq 1$; $y \leq x + 1$; 3) $x \leq 0$; $y \leq 0$;
 $-x - y \leq 1$; $y \geq -x - 1$; 4) $x \geq 0$; $y \leq 0$; $x - y \leq 1$;
 $y \geq x - 1$.

557.

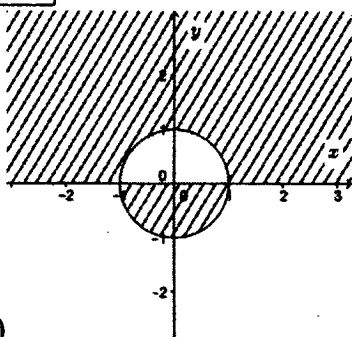
a)



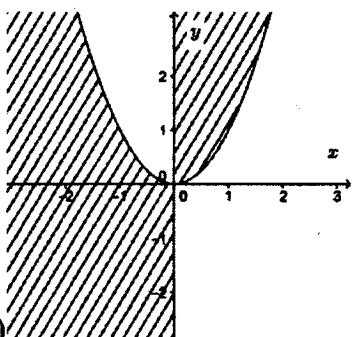
б)

558.

$$\begin{cases} y \leq 2x + 3 \\ y \geq kx + b \end{cases} : \text{a) } k = 2; b = -3; \text{б) } k = 1; b = 0.$$

559.

a)



б)

ГЛАВА IV. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ

§ 9. Арифметическая прогрессия

24. Последовательности

560. $a_n = 3 \cdot n$; 3; 6; 9; 12; 15; 18... $a_1 = 3$; $a_5 = 3 \cdot 5 = 15$;
 $a_{10} = 3 \cdot 10 = 30$; $a_{100} = 3 \cdot 100 = 300$; $a_n = 3n$.

561. Первые восемь членов последовательности: -1;
0 - 1; 0; -1; 0; -1; 0; $c_{10} = 0$; $c_{25} = -1$; $c_{200} = 0$;
 $c_{253} = -1$; $c_{2k} = 0$; $c_{2k+1} = -1$.

562. Первые десять членов последовательности: 1; 4;
9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100. $a_{20} = 20^2 = 400$; $a_{40} = 40^2 =$
 $= 1600$; $a_n = n^2$.

563. а) a_{100} ; a_{201} ; a_{n+1} ; a_n ; a_{n+2} ; a_{2n+1} ;

б) a_{70} ; a_{99} ; a_{n-3} ; a_{n+2} ; a_{3n-1} .

564. а) x_{32} ; x_{33} ; x_{34} ;

б) x_{n+1} ; x_{n+2} ; x_{n+3} ; x_{n+4} ; x_{n+5} ;

в) x_{n-3} ; x_{n-2} ; x_{n-1} ;

г) x_{n-1} ; x_n ; x_{n+1} .

565. а) $x_1 = 2 - 1 = 1$; $x_2 = 4 - 1 = 3$; $x_3 = 6 - 1 = 5$;
 $x_4 = 8 - 1 = 7$; $x_5 = 10 - 1 = 9$; $x_6 = 12 - 1 = 11$;

б) $x_1 = 1 + 1 = 2$; $x_2 = 4 + 1 = 5$; $x_3 = 9 + 1 = 10$;
 $x_4 = 16 + 1 = 17$; $x_5 = 25 + 1 = 26$; $x_6 = 36 + 1 = 37$;

в) $x_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$; $x_3 = \frac{3}{4}$; $x_4 = \frac{4}{5}$; $x_5 = \frac{5}{6}$;
 $x_6 = \frac{6}{7}$;

г) $x_1 = 2$; $x_2 = -2$; $x_3 = 2$; $x_4 = -2$; $x_5 = 2$; $x_6 = -2$;

д) $x_1 = 2^{-2} = \frac{1}{4}$; $x_2 = 2^{-1} = \frac{1}{2}$; $x_3 = 2^0 = 1$; $x_4 = 2^1 = 2$;
 $x_5 = 2^2 = 4$; $x_6 = 2^3 = 8$;

е) $x_1 = 0,5 \cdot 4 = 2$; $x_2 = 0,5 \cdot 4^2 = 8$; $x_3 = 0,5 \cdot 4^3 = 32$;
 $x_4 = 0,5 \cdot 4^4 = 128$; $x_5 = 0,5 \cdot 4^5 = 512$; $x_6 = 0,5 \cdot 4^6 = 2048$.

566. а) $b_5 = 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 = 50 + 15 = 65$;

б) $b_{10} = 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 = 200 + 30 = 230$;

в) $b_{50} = 2 \cdot 50^2 + 3 \cdot 50 = 5150$.

567. $a_n = n^2 - n - 20$; $n^2 - n - 20 = 0$; $D = 1 + 80 = 81$; $n = \frac{1 \pm 9}{2}$; $n_1 = -4$; $n_2 = 5$; $\Rightarrow n^2 - n - 20 = (n - 5)(n + 4) < 0$ при $n \in [-4; 5]$. $a_1 = 1 - 1 - 20 = -20$; $a_2 = 4 - 2 - 20 = -18$; $a_3 = 9 - 3 - 20 = -14$; $a_4 = 16 - 4 - 20 = -8$.

568. а) $b_2 = b_1 + 3 = 10 + 3 = 13$; $b_3 = b_2 + 3 = 13 + 3 = 16$; $b_4 = b_3 + 3 = 16 + 3 = 19$; $b_5 = b_4 + 3 = 19 + 3 = 22$;

б) $b_2 = \frac{b_1}{2} = 20$; $b_3 = \frac{b_2}{2} = 10$; $b_4 = \frac{b_3}{2} = 5$; $b_5 = \frac{b_4}{2} = 2,5$.

569. а) $a_1 = 1$; $a_2 = a_1 + 1 = 2$; $a_3 = a_2 + 1 = 3$; $a_4 = a_3 + 1 = 4$; $a_5 = a_4 + 1 = 5$;

б) $a_1 = 1000$; $a_2 = 0,1a_1 = 100$; $a_3 = 0,1a_2 = 10$; $a_4 = 0,1a_3 = 1$; $a_5 = 0,1a_4 = 0,1$;

в) $a_1 = 16$; $a_2 = -0,5a_1 = -8$; $a_3 = -0,5a_2 = 4$; $a_4 = -0,5a_3 = -2$; $a_5 = -0,5a_4 = 1$;

г) $a_1 = 3$; $a_2 = a_1^{-1} = \frac{1}{3}$; $a_3 = a_2^{-1} = 3$; $a_4 = a_3^{-1} = \frac{1}{3}$; $a_5 = a_4^{-1} = 3$.

570. а) $b_1 = 5$; $b_2 = b_1 + 5 = 10$; $b_3 = b_2 + 5 = 15$; $b_4 = b_3 + 5 = 20$;

б) $b_1 = 5$; $b_2 = 5b_1 = 25$; $b_3 = 5b_2 = 125$; $b_4 = 5b_3 = 625$.

571.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 45 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 4x^2 = 45 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ y = 2x \end{cases} \text{ по}$$

условию $x > 0$; $y > 0$; $\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$

572. а) $4x^4 + 4x^2 - 15 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0$; $4a^2 + 4a - 15 = 0$; $D_1 = 2^2 + 4 \cdot 15 = 64$; $a = \frac{-2 \pm 8}{4}$; $a > 0$; $\Rightarrow a = 1,5$; $x^2 = 1,5$; $x = \pm \sqrt{1,5}$;

б) $2x^4 - x^2 - 36 = 0$; пусть $x^2 = a \geq 0$; $2a^2 - a - 36 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 36 = 289$; $a = \frac{1 \pm 17}{4}$; $a > 0$; $\Rightarrow a = 4,5$; $\Rightarrow x^2 = 4,5$; $\Rightarrow x = \pm \sqrt{4,5}$.

573. а) $x^2 + x - 42 \leq 0$; $(x + 7)(x - 6) \leq 0$; $\Rightarrow -7 \leq x \leq 6$;

б) $(x + 11)(x + 4)(x - 1) > 0$; $\Rightarrow x \in (-11; -4) \cup (1; +\infty)$.

574. а) $81 \cdot 3^{-6} = 3^4 \cdot 3^{-6} = 3^{4-6} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$;

б) $\frac{(-3^{-3})^3}{-9^{-2}} = \frac{3^{-9}}{3^{-4}} = 3^{-9-(-4)} = 3^{-5} = \frac{1}{243}$;

в) $9^{-5} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-3} = 3^{-10} \cdot (3^{-2})^{-3} = 3^{-10} \cdot 3^6 = 3^{-4} = \frac{1}{81}$;

г) $(-3^{-3})^2 \cdot 27^3 = 3^{-6} \cdot 3^9 = 3^3 = 27$.

**Определение арифметической прогрессии.
формула n -го члена арифметической
прогрессии**

575. а) $a_n = a_1 + 4 \cdot (n - 1)$; $a_1 = 10$; $a_2 = 10 + 4 \cdot 1 = 14$;
 $a_3 = 10 + 4 \cdot (3 - 1) = 10 + 8 = 18$; $a_4 = 10 + 4 \cdot (4 - 1) =$
 $= 10 + 12 = 22$; $a_5 = 10 + 4 \cdot (5 - 1) = 10 + 16 = 26$;

б) $a_n = 30 - 10 \cdot (n - 1)$; $a_1 = 30$; $a_2 = 30 - 10 = 20$;
 $a_3 = 30 - 10 \cdot 2 = 10$; $a_4 = 30 - 10 \cdot 3 = 0$; $a_5 = 30 - 10 \times$
 $\times 4 = -10$;

в) $a_n = 1,7 - 0,2 \cdot (n - 1)$; $a_1 = 1,7$; $a_2 = 1,7 - 0,2 = 1,5$;
 $a_3 = 1,7 - 0,2 \cdot 2 = 1,7 - 0,4 = 1,3$; $a_4 = 1,7 - 0,2 \cdot 3 = 1,7 -$
 $- 0,6 = 1,1$; $a_5 = 1,7 - 0,2 \cdot 4 = 1,7 - 0,8 = 0,9$;

г) $a_n = -3,5 + 0,6 \cdot (n - 1)$; $a_1 = -3,5$; $a_2 = -3,5 +$
 $+ 0,6 = -2,9$; $a_3 = -3,5 + 0,6 \cdot 2 = -3,5 + 1,2 = -2,3$;
 $a_4 = -3,5 + 0,6 \cdot 3 = -3,5 + 1,8 = -1,7$; $a_5 = -3,5 + 0,6 \times$
 $\times 4 = -3,5 + 2,4 = -1,1$.

576. $b_n = b_1 + d(n - 1)$: а) $b_7 = b_1 + d \cdot (7 - 1) = b_1 + 6d$;
б) $b_{26} = b_1 + d \cdot (26 - 1) = b_1 + 25d$; в) $b_{231} = b_1 + d \times$
 $\times (231 - 1) = b_1 + 230d$; г) $b_k = b_1 + d \cdot (k - 1)$; д) $b_{k+5} =$
 $= b_1 + d \cdot (k + 5 - 1) = b_1 + (k + 4)d$; е) $b_{2k} = b_1 + (2k - 1)d$.

577. $c_n = c_1 + d(n - 1)$: а) $c_n = 20 + 3 \cdot (n - 1)$; $c_5 =$
 $= 20 + 3 \cdot 4 = 20 + 12 = 32$;

б) $c_n = 5,8 - 1,5(n - 1)$; $c_{21} = 5,8 - 1,5 \cdot 20 = 5,8 - 30 =$
 $= -24,2$.

578. а) $a_n = -3 + 0,7(n - 1)$; $a_{11} = -3 + 0,7 \cdot 10 = -3 +$
 $+ 7 = 4$;

б) $a_n = 18 - 0,6(n - 1)$; $a_{26} = 18 - 0,6 \cdot 25 = 18 - 15 = 3$.

579. а) $a_1 = \frac{1}{3}$; $a_2 = -1$; $d = a_2 - a_1 = -1 - \frac{1}{3} = -1\frac{1}{3} =$
 $= -\frac{4}{3}$; $a_n = \frac{1}{3} - \frac{4}{3}(n - 1)$; $a_{10} = \frac{1}{3} - \frac{4}{3} \cdot 9 = \frac{1}{3} - 12 = -11\frac{2}{3}$;

б) $a_1 = 2,3$; $a_2 = 1$; $d = a_2 - a_1 = 1 - 2,3 = -1,3$; $a_n = 2,3 -$
 $- 1,3(n - 1)$; $a_{10} = 2,3 - 1,3 \cdot (10 - 1) = 2,3 - 11,7 = -9,4$.

580. а) $a_1 = -8$; $a_2 = -6,5$; $d = a_2 - a_1 = -6,5 - (-8) = 8 - 6,5 = 1,5$; $a_n = -8 + 1,5 \cdot (n - 1)$; $a_{23} = -8 + 1,5 \times (23 - 1) = -8 + 33 = 25$;

б) $a_1 = 11$; $a_2 = 7$; $d = a_2 - a_1 = 7 - 11 = -4$; $a_n = 11 - 4(n - 1)$; $a_{23} = 11 - 4 \cdot (23 - 1) = 11 - 88 = -77$.

581. $a_1 = 7$; $d = 3$; $a_n = 7 + 3(n - 1)$; $a_8 = 7 + 3 \times (8 - 1) = 7 + 21 = 28$.

Ответ: 28 м.

582. $a_1 = 0$; $d = 50$; $a_n = 50(n - 1)$. Скорость поезда в конце двадцатой минуты — это 21 член арифметической прогрессии. $a_{21} = 50 \cdot (21 - 1) = 1000$ м/мин.

583. $\triangle OA_1B_1 \sim \triangle OA_2B_2 \dots \sim \triangle OA_nB_n$; так как угол O общий и $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \dots \parallel A_nB_n$. $OA_n = nOA_1$; $OB_n = nOB_1$; $\Rightarrow \frac{OA_n}{OA_1} = \frac{OB_n}{OB_1} = \frac{A_nB_n}{A_1B_1} = n$; $A_nB_n = nA_1B_1$; $A_5B_5 = 5 \cdot 1,5 = 7,5$ см. $A_{10}B_{10} = 10 \cdot 1,5 = 15$ см.

584. $x_n = x_1 + d(n - 1)$; $x_1 = x_n - d(n - 1)$:

а) $x_1 = x_{30} - d \cdot (30 - 1) = 128 - 4 \cdot 29 = 12$;

б) $x_1 = x_{45} - d(45 - 1) = -208 + 7 \cdot 44 = 100$.

585. $y_n = y_1 + d(n - 1)$; $y_n - y_1 = d(n - 1)$; $d = \frac{y_n - y_1}{n - 1}$:

а) $d = \frac{22 - 10}{3} = 3$;

б) $d = \frac{-21 - 28}{14} = -3,5$.

586. а) $c_n = c_1 + d(n - 1)$; $c_1 = c_n - d(n - 1) = 26 - 0,7 \cdot 35 = 1,5$;

б) $c_n = c_1 + d(n - 1)$; $d = \frac{c_n - c_1}{n - 1} = \frac{1,2 + 10}{14} = 0,8$.

587. $x_1 = 5$; $x_9 = 1$; $d = \frac{x_9 - x_1}{8} = -\frac{1}{2}$; $x_1 = 5$; $x_2 = 4,5$; $x_3 = 4$; $x_4 = 3,5$; $x_5 = 3$; $x_6 = 2,5$; $x_7 = 2$; $x_8 = 1,5$; $x_9 = 1$.

588. $x_1 = 2,5$; $x_6 = 4$; $d = \frac{x_6 - x_1}{5} = 0,3$; $x_1 = 2,5$; $x_2 = 2,8$; $x_3 = 3,1$; $x_4 = 3,4$; $x_5 = 3,7$; $x_6 = 4$.

589.

$$а) \begin{cases} c_1 + 4d = 27 \\ c_1 + 26d = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 22d = 33 \\ c_1 = 27 - 4d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1,5 \\ c_1 = 21 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} c_1 + 19d = 0 \\ c_1 + 65d = -92 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 46d = -92 \\ c_1 = -19d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = -2 \\ c_1 = 38 \end{cases}$$

$$\boxed{590.} \begin{cases} x_1 + 15d = -7 \\ x_1 + 25d = 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10d = 62 \\ x_1 = -7 - 15d \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 6,2 \\ x_1 = -100 \end{cases}$$

$$\boxed{591.} \quad x_1 = 2; x_2 = 9; d = x_2 - x_1 = 7; x_n = x_1 + d(n - 1);$$

$$x_n = 2 + 7n - 7 = 7n - 5:$$

а) $7n - 5 = 156; 7n = 161; n = 23$ целое число, тогда $a_{23} = 156;$

б) $7n - 5 = 295; 7n = 290; n = 42\frac{6}{7}$ не целое число, значит, арифметическая прогрессия не содержит число 295.

$$\boxed{592.} \quad a_n = a_1 + d(n - 1) = 32 - 1,5n + 1,5 = 33,5 - 1,5n:$$

а) $33,5 - 1,5n = 0; 1,5n = 33,5; n = 22\frac{1}{3}$ не целое число, значит, арифметическая прогрессия не содержит число 0;

б) $33,5 - 1,5n = -28; 1,5n = 61,5; n = 41;$ целое число, тогда $a_{41} = -28.$

$$\boxed{593.} \quad x_n = x_1 + d(n - 1) = 8,7 - 0,3(n - 1) = 8,7 - 0,3n + 0,3 = 9 - 0,3n:$$

а) $x_n \geq 0; 9 - 0,3n \geq 0; 0,3n \leq 9; n \leq 30;$

б) $x_n < 0; 9 - 0,3n < 0; 0,3n > 9; n > 30.$

$$\boxed{594.} \quad x_1 = -20,3; x_2 = -18,7; d = x_2 - x_1 = -18,7 + 20,3 = 1,6; x_n = -20,3 + 1,6(n - 1) = -20,3 + 1,6n - 1,6 = 1,6n - 21,9;$$

1) $x_n < 0; 1,6n - 21,9 < 0; 1,6n < 21,9; n < 13\frac{11}{16}; \Rightarrow$ номера отрицательных членов от 1 до 13.

2) $x_{14} = 1,6 \cdot 14 - 21,9 = 0,5.$

$\boxed{595.}$ Пусть $a = x; b = x + d;$ тогда $c = x + 2d; a^2 + ac + c^2 = x^2 + x(x + 2d) + (x + 2d)^2 = x^2 + x^2 + 2dx + x^2 + 4xd + 4d^2 = 3x^2 + 6xd + 4d^2 = (3x^2 + 3dx + d^2) + (3dx + 3d^2);$
 $b^2 + bc + c^2 = (x + d)^2 + (x + d)(x + 2d) + (x + 2d)^2 = x^2 + 2xd + d^2 + x^2 + 2dx + dx + 2d^2 + x^2 + 4dx + 4d^2 = 3x^2 + 9dx + 7d^2 = (3x^2 + 3dx + d^2) + 2(3dx + 3d^2); \Rightarrow a^2 + ac + c^2$
и $b^2 + bc + c^2$ являются последовательными членами арифметической прогрессии.

$$\begin{aligned}
 \text{596. } & a^2 = x; \quad b^2 = x + d; \quad c^2 = x + 2d; \quad \frac{1}{a+c} = \frac{1}{b+c} + \\
 & + \left(\frac{1}{a+c} - \frac{1}{b+c} \right) = \frac{1}{b+c} + \frac{b-a}{(a+c)(b+c)} = \frac{1}{b+c} + \frac{b^2-a^2}{(a+c)(b+c)(a+b)} = \\
 & = \left(\frac{1}{b+c} \right) + \frac{d}{(a+c)(b+c)(a+b)}; \quad \frac{1}{a+b} = \frac{1}{b+c} + \left(\frac{1}{a+b} - \frac{1}{b+c} \right) = \frac{1}{b+c} + \\
 & + \frac{b+c-a-b}{(a+b)(b+c)} = \frac{1}{b+c} + \frac{c-a}{(a+b)(b+c)} = \frac{1}{b+c} + \frac{c^2-a^2}{(a+c)(b+c)(a+b)} = \\
 & = \left(\frac{1}{b+c} \right) + \frac{2d}{(a+c)(b+c)(a+b)}.
 \end{aligned}$$

597. Последовательность a_n , заданная формулой вида $a_n = kn + b$ где k и b некоторые числа, является арифметической прогрессией.

а) $a_n = 3n + 1$; $k = 3$; $b = 1$; $d = k = 3$; $a_1 = 3 + 1 = 4$;

б) $a_n = n^2 - 5$; $a_n - a_{n-1} = n^2 - 5 - ((n-1)^2 - 5) = n^2 - 5 - (n^2 - 2n + 1 - 5) = 2n + 1$ зависит от $n \Rightarrow$ не является арифметической прогрессией;

в) $a_n = n + 4$; $k = d = 1$; $a_1 = 1 + 4 = 5$;

г) $a_n = \frac{1}{n+4}$; $a_n - a_{n-1} = \frac{1}{n+4} - \frac{1}{n+3} = \frac{n+3-n-4}{(n+4)(n+3)} = \frac{-1}{(n+4)(n+3)}$; зависит от $n \Rightarrow$ не является арифметической прогрессией;

д) $a_n = -0,5n + 1$; $k = d = -0,5$; $a_1 = -0,5 + 1 = 0,5$;

е) $a_n = 6n$; $a_n - a_{n-1} = 6n - 6(n-1) = 6n - 6n + 6 = 6$; $d = k = 6$; $a_1 = 6$.

598. Любой выпуклый n угольник получается из $n - 1$ угольника, добавлением треугольника, к какой либо стороне, значит, сумма углов увеличивается на 180° . Поэтому, $S_n - S_{n-1} = 180^\circ$. Значит, последовательность S_n является арифметической прогрессией.

$$\begin{aligned}
 \text{599. } & \begin{cases} 3x + y = 2 \\ x^2 - y^2 = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x \\ x^2 - (2 - 3x)^2 = -12 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x \\ x^2 - 4 + 12x - 9x^2 = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x \\ 8x^2 - 12x - 8 = 0 \end{cases} \\
 & 2x^2 - 3x - 2 = 0; \quad D = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25; \quad x = \frac{3 \pm 5}{4}; \quad x_1 = 2; \\
 & x_2 = -\frac{1}{2}; \quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -4 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = -0,5 \\ y_2 = 3,5 \end{cases}
 \end{aligned}$$

600. а) $x^3 + 4x^2 - 32x = 0$; $x(x^2 + 4x - 32) = 0$; 1) $x_1 = 0$; 2) $x^2 + 4x - 32 = 0$; $D_1 = 2^2 + 32 = 36$; $x = -2 \pm 6$; $x_2 = -8$; $x_3 = 4$;

б) $x^3 - 10x^2 + 4x - 40 = 0$; $x^2(x - 10) + 4(x - 10) = 0$; $(x^2 + 4)(x - 10) = 0$; $\Rightarrow x = 10$.

601. а) $(2x - 1)(x + 8) > 0$; $(x - 0,5)(x + 8) > 0$; $\Rightarrow x \in (-\infty; -8) \cup (0,5; +\infty)$;

б) $(33 - x)(16 + 2x) \leq 0$; $(x - 33)(x + 8) \geq 0$; $\Rightarrow x \in (-\infty; -8] \cup [33; +\infty)$.

602. а) $125^{-1} \cdot 25^2 = 5^{-3} \cdot 5^4 = 5$;

б) $0,0001 \cdot (10^3)^2 \cdot (0,1)^{-2} = 10^{-4} \cdot 10^6 \cdot 10^2 = 10^4 = 10000$;

в) $\frac{16^{-3} \cdot 4^5}{8} = 2^{-12} \cdot 2^{10} \cdot 2^{-3} = 2^{-5} = \frac{1}{32}$;

г) $9^4 \cdot (\frac{1}{27})^{-3} \cdot 81^{-4} = 3^8 \cdot 3^9 \cdot 3^{-16} = 3$.

26. Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии

603. $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$;

а) $S_n = \frac{(3+57) \cdot 60}{2} = 60 \cdot 30 = 1800$;

б) $S_n = \frac{(-10,5+51,5) \cdot 60}{2} = 41 \cdot 30 = 1230$.

604. $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$;

а) $d = -20 + 23 = 3$; $S_8 = \frac{2 \cdot (-23) + 3 \cdot 7}{2} \cdot 8 = (-46 + 21) \cdot 4 = -100$;

б) $d = 9,6 - 14,2 = -4,6$; $S_8 = \frac{2 \cdot 14,2 - 4,6 \cdot 7}{2} \cdot 8 = (28,4 - 32,2) \cdot 4 = -15,2$.

605. $S_n = \frac{2b_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$;

а) $S_9 = \frac{2 \cdot (-17) + 6 \cdot 8}{2} \cdot 9 = \frac{48 - 34}{2} \cdot 9 = 63$;

б) $S_9 = \frac{2 \cdot 6,4 + 0,8 \cdot 8}{2} \cdot 9 = (6,4 + 3,2) \cdot 9 = 86,4$.

606. $S_n = \frac{(x_1 + x_n) \cdot n}{2}$;

а) $x_n = 4n + 2$; $x_1 = 4 + 2 = 6$; $S_n = \frac{(4n+2+6)}{2} \cdot n = 2n^2 + 4n$;
 $S_{50} = 2 \cdot 50^2 + 4 \cdot 50 = 5200$; $S_{100} = 2 \cdot 100^2 + 4 \cdot 100 = 20400$;

б) $x_n = 2n + 3$; $x_1 = 2 + 3 = 5$; $S_n = \frac{(5+2n+3)}{2} \cdot n = n^2 + 4n$;
 $S_{50} = 2500 + 200 = 2700$; $S_{100} = 100^2 + 4 \cdot 100 = 10400$.

607. $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$; $a_n = 3n + 2$; $a_1 = 3 + 2 = 5$;
 $a_{20} = 60 + 2 = 62$; $S_{20} = \frac{5+62}{2} \cdot 20 = 670$.

$$\boxed{608.} \text{ a) } x_1 = 2; x_2 = 4; \dots a_n = 2n; S_n = \frac{(x_1+x_n) \cdot n}{2} = \frac{2+2n}{2} \cdot n = n \cdot (n+1) = n^2 + n;$$

$$\text{б) } x_1 = 1; x_2 = 3; \dots x_n = 2n - 1; S_n = \frac{(x_1+x_n) \cdot n}{2} = \frac{1+2n-1}{2} \cdot n = n^2.$$

$$\boxed{609.} \text{ a) } x_1 = 1; x_2 = 2; \dots x_{150} = 150; S_{150} = \frac{(x_1+x_n) \cdot n}{2} = \frac{1+150}{2} \cdot 150 = 11325;$$

$$\text{б) } x_1 = 20; x_2 = 21; x_n = 19 + n; x_n = 120; 19 + n = 120; n = 101; S_{101} = \frac{(x_1+x_n) \cdot n}{2} = \frac{20+120}{2} \cdot 101 = 7070;$$

$$\text{в) } x_1 = 4; x_2 = 8; x_n = 4n; x_n = 300; 4n = 300; n = 75; S_{75} = \frac{(x_1+x_n) \cdot n}{2} = \frac{4+300}{2} \cdot 75 = 11400;$$

$$\text{г) } x_1 = 7; x_2 = 14; x_n = 7n; 7n \leq 130; n \leq 18\frac{4}{7}; n = 18; x_n = 126; S_{18} = \frac{7+126}{2} \cdot 18 = 1197.$$

$$\boxed{610.} \quad x_1 = 10; d = 3; x_{15} = x_1 + d(15 - 1) = 10 + 3 \times 14 = 52; x_{30} = 10 + 3 \cdot (30 - 1) = 97; S_n = \frac{(x_1+x_n) \cdot n}{2}; S = \frac{x_{15}+x_{30}}{2} \cdot 16 = (52 + 97) \cdot 8 = 1192.$$

$$\boxed{611.} \quad x_1 = 21; d = -0,5; x_6 = 21 - 0,5(6 - 1) = 18,5; x_{25} = 21 - 0,5(25 - 1) = 9; S_n = \frac{(x_1+x_n) \cdot n}{2}; S_{20} = \frac{18,5+9}{2} \times 20 = 27,5 \cdot 10 = 275.$$

$$\boxed{612.} \quad c_7 = c_1 + 6d = 18,5; c_{17} = c_1 + 16d = -26,5;$$

$$\begin{cases} c_1 + 6d = 18,5 \\ c_1 + 16d = -26,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 18,5 - 6d \\ 18,5 - 6d + 16d = -26,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10d = -45 \\ c_1 = 18,5 - 6d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = -4,5 \\ c_1 = 45,5 \end{cases}$$

$$S_{20} = \frac{2c_1+d(n-1)}{2} n = \frac{2 \cdot 45,5 - 4,5 \cdot (20-1)}{2} \cdot 20 = (91 - 85,5) \cdot 10 = 55.$$

$$\boxed{613.} \quad b_1 = 4,2; b_{10} = b_1 + 9d = 15,9; 4,2 + 9d = 15,9; 9d = 11,7; d = 1,3; S_{15} = \frac{2c_1+d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{8,4+1,3 \cdot 14}{2} \cdot 15 = 199,5.$$

$$\boxed{614.} \quad x_1 = 5; d = 10; S_5 = \frac{2x_1+d(n-1)}{2} \cdot 5 = \frac{10+10 \cdot 4}{2} \cdot 5 = 25 \cdot 5 = 125.$$

Ответ: 125 м.

$$\boxed{615.} \text{ а) } x_5 = x_1 + d(5 - 1) = 5 + 40 = 45 \text{ м; б) } S_5 = \frac{2x_1+d(n-1)}{2} \cdot 5 = \frac{10+10 \cdot 4}{2} \cdot 5 = 25 \cdot 5 = 125 \text{ м.}$$

616. $x_1 = 1$; $d = 1$; n — номер ряда, x_n — количество шаров в том ряду. $S_n = \frac{2x_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2+n-1}{2} \cdot n = \frac{n+1}{2} \cdot n = 120$; $n^2 + n - 240 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 240 = 961$; $n = \frac{-1 \pm 31}{2}$; $n > 0$; $n = 15$; $S_{30} = \frac{n+1}{2} \cdot n = 31 \cdot 15 = 465$.

617. $x_1 = 3$; $x_2 = 5$; $d = x_2 - x_1 = 2$; $S_n = \frac{2x_1 + d(n-1)}{2} \times n = \frac{6+2(n-1)}{2} \cdot n = (3+n-1) \cdot n = (n+2) \cdot n = n^2 + 2n \leq 120$; $n^2 + 2n - 120 \leq 0$; $D_1 = 1 + 120 = 121$; $n > 0$; $n = -1 + 11 = 10$.

Ответ: 10.

618. $x_1 = 17$; $x_2 = 14$; $d = x_2 - x_1 = 14 - 17 = -3$; $S_n = \frac{2x_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{34-3(n-1)}{2} \cdot n > 0$; $\Rightarrow 34n - 3n^2 + 3n > 0$; $3n^2 - 37n < 0$; $n(3n - 37) < 0$; $n_1 = 0$; $3n_2 = 37$; $n_2 = 12\frac{1}{3}$; $n \in \mathbb{N}$; $\Rightarrow n = 12$.

Ответ: 12.

619. $a_7 = a_1 + 6d = 8$; $a_{11} = a_1 + 10d = 12,8$; \Rightarrow
 $\Rightarrow \begin{cases} a_1 + 6d = 8 \\ a_1 + 10d = 12,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 8 - 6d \\ 8 - 6d + 10d = 12,8 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} 4d = 4,8 \\ a_1 = 8 - 6d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1,2 \\ a_1 = 0,8 \end{cases}$

620. $x_1 = 20,7$; $x_2 = 18,3$; $d = x_2 - x_1 = 18,3 - 20,7 = -2,4$: а) $x_n = x_1 + d(n-1)$; $-1,3 = 20,7 - 2,4(n-1)$; $-1,3 = 20,7 - 2,4n + 2,4$; $2,4n = 24,4$; $n = 10,16 \dots$ но $n \in \mathbb{N}$; $\Rightarrow -1,3$ не является членом данной арифметической прогрессии; б) $-3,3 = 23,1 - 2,4n$; $2,4n = 26,4$; $n = 11$; $\Rightarrow x_{11} = -3,3$.

621.

а) $\begin{cases} 9x^2 + 9y^2 = 13 \\ 3xy = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3y} \\ \frac{9 \cdot 4}{9y^2} + 9y^2 = 13 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3y} \\ 4 + 9y^4 = 13y^2 \end{cases} \quad 9y^4 - 13y^2 + 4 = 0;$

$D = 13^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4 = 169 - 144 = 25$; $\Rightarrow y^2 = \frac{13 \pm 5}{18}$;

$$1) y^2 = 1; \Rightarrow y = \pm 1; 2) y^2 = \frac{8}{18}; y^2 = \frac{4}{9}; y = \pm \frac{2}{3};$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = \frac{2}{3} \end{cases}; \begin{cases} y_2 = -1 \\ x_2 = -\frac{2}{3} \end{cases}; \begin{cases} y_3 = \frac{2}{3} \\ x_3 = 1 \end{cases}; \begin{cases} y_4 = -\frac{2}{3} \\ x_4 = -1 \end{cases}$$

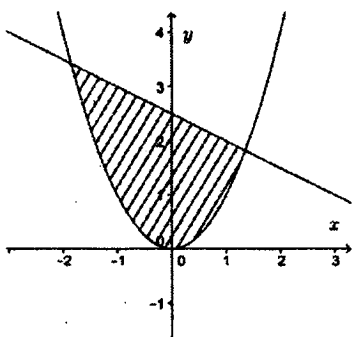
$$6) \begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ y^2 - 4x^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 4x^2 + 9 \\ x^2 + 4x^2 + 9 = 29 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x^2 = 20 \\ y^2 = 4x^2 + 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ y^2 = 16 + 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ x_1 = 5 \end{cases}; \begin{cases} y_2 = 2 \\ x_2 = -5 \end{cases}; \begin{cases} y_3 = -2 \\ x_3 = 5 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y_4 = -2 \\ x_4 = -5 \end{cases}$$

622.



§ 10. Геометрическая прогрессия

**27. Определение геометрической прогрессии.
Формула n -го члена геометрической
прогрессии**

623. а) $b_1 = 6; b_2 = b_1 \cdot q = 6 \cdot 2 = 12; b_3 = b_2 \cdot q = 12 \times 2 = 24; b_4 = b_3 \cdot q = 24 \cdot 2 = 48; b_5 = b_4 \cdot q = 48 \cdot 2 = 96;$

б) $b_1 = -16$; $b_2 = b_1 \cdot q = -16 \cdot \frac{1}{2} = -8$; $b_3 = -8 \cdot \frac{1}{2} = -4$;
 $b_4 = -4 \cdot \frac{1}{2} = -2$; $b_5 = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1$;
 в) $b_1 = -24$; $b_2 = -24 \cdot (-1,5) = 36$; $b_3 = 36 \cdot (-1,5) = -54$;
 $b_4 = -54 \cdot (-1,5) = 81$; $b_5 = 81 \cdot (-1,5) = -121,5$;
 г) $b_1 = 0,4$; $b_2 = 0,4 \cdot \sqrt{2}$; $b_3 = 0,4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 0,8$; $b_4 = 0,8\sqrt{2}$;
 $b_5 = 0,8\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 1,6$.

624. $c_n = c_1 q^{n-1}$: а) $c_6 = c_1 q^5$; б) $c_{20} = c_1 q^{19}$; в) $c_{125} = c_1 q^{124}$; г) $c_k = c_1 q^{k-1}$; д) $c_{k+3} = c_1 q^{k+2}$; е) $c_{2k} = c_1 q^{2k-1}$.

625. $x_n = x_1 q^{n-1}$:

а) $x_7 = x_1 q^6 = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 2^4 \cdot 2^{-6} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$;

б) $x_8 = x_1 q^7 = -810 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = -10 \cdot 3^4 \cdot 3^{-7} = -\frac{10}{27}$;

в) $x_{10} = x_1 q^9 = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2})^9 = -(\sqrt{2})^{10} = -2^5 = -32$;

г) $x_6 = x_1 q^5 = -125 \cdot (0,2)^5 = -5^3 \cdot \frac{1}{5^5} = -5^3 \cdot 5^{-5} = -5^{-2} = -\frac{1}{25}$.

626. а) $b_5 = b_1 q^4 = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{3}{2^2} \cdot \frac{2^4}{3^4} = \frac{2^2}{3^3} = \frac{4}{27}$;

б) $b_4 = b_1 q^3 = 1,8 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 = 1,8 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{1,8}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{0,6}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

627. а) $x_1 = 2$; $x_2 = x_1 q = -6$; $2q = -6$; $q = -3$;
 $x_n = x_1 q^{n-1} = 2 \cdot (-3)^{n-1}$; $x_7 = 2 \cdot (-3)^6 = 2 \cdot 729 = 1458$;

б) $x_1 = -40$; $x_2 = x_1 q = -20$; $-40q = -20$; $q = \frac{1}{2}$;
 $x_n = -40 \cdot (0,5)^{n-1}$; $x_7 = -40 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = -\frac{40}{64} = -\frac{5}{8}$;

в) $x_1 = -0,125$; $x_2 = x_1 q = 0,25$; $-0,125q = 0,25$; $q = -2$;
 $x_n = -0,125 \cdot (-2)^{n-1}$; $x_7 = -0,125 \cdot (-2)^6 = -0,125 \cdot 64 = -8$;

г) $x_1 = -10$; $x_2 = -10q = 10$; $q = -1$; $x_n = -10 \cdot (-1)^{n-1}$;
 $x_7 = -10 \cdot (-1)^6 = -10$.

628. а) $x_1 = 48$; $x_2 = x_1 q = 12$; $48q = 12$; $q = \frac{1}{4}$;
 $x_n = 48 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$; $x_6 = 48 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{3}{64}$;

б) $x_1 = \frac{64}{9}$; $x_2 = x_1 q = -\frac{32}{3}$; $\frac{64}{9} \cdot q = -\frac{32}{3}$; $q = -\frac{3}{2}$;
 $x_n = x_1 q^{n-1} = \frac{64}{9} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$; $x_6 = \frac{64}{9} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{2^6}{3^2} \cdot \frac{3^5}{2^5} = -2 \cdot 3^3 = -54$;

в) $x_1 = -0,001$; $x_2 = x_1 q = -0,01$; $-0,001q = -0,01$;
 $q = 10$; $x_n = -0,001 \cdot 10^{n-1}$; $x_6 = -0,001 \cdot 10^5 = -100$;

г) $x_1 = -100$; $x_2 = x_1q = 10$; $-100q = 10$; $q = -0,1$;
 $x_n = -100 \cdot (-0,1)^{n-1}$; $x_6 = x_1q^5 = -100 \cdot (-\frac{1}{10})^5 = 10^2 \times$
 $\times 10^{-5} = \frac{1}{1000}$.

629. $\triangle ABC \sim \triangle A_1BC_1 \sim \dots \triangle A_nBC_n$; площади треугольников представляют собой геометрическую прогрессию b_n ; где $b_1 = 768$; $q = \frac{1}{4}$; $b_9 = b_1q^8 = 768 \cdot \frac{1}{4^8} = \frac{3}{256}$ см².

630. а) $b_6 = 3$; $q = 3$; $b_6 = b_1q^5$; $3 = b_1 \cdot 3^5$; $b_1 = \frac{3}{3^5} = 3^{-4} = \frac{1}{81}$;

б) $b_5 = 17\frac{1}{2} = \frac{35}{2}$; $q = -2\frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$; $b_5 = b_1q^4$; $\frac{35}{2} = b_1(-\frac{5}{2})^4$;
 $b_1 = \frac{35}{2} \cdot \frac{2^4}{5^4} = \frac{2^3 \cdot 7}{5^3} = \frac{56}{125}$.

631. а) $c_5 = c_1q^4 = -6$; $c_7 = c_1q^6 = -54$; $\Rightarrow \frac{c_1q^6}{c_1q^4} = \frac{-54}{-6}$;
 $q^2 = 9$; $q = \pm 3$;

б) $c_6 = c_1q^5 = 25$; $c_8 = c_1q^7 = 4$; $\frac{c_8q^7}{c_6q^5} = \frac{4}{25}$; $q^2 = \frac{4}{25}$;
 $q = \pm \frac{2}{5}$.

632. а) $x_6 = x_1q^5$; $0,32 = x_1 \cdot (0,2)^5$; $x_1 = \frac{0,32}{0,2^5} = 0,32 \times$
 $\times 5^5 = 1000$;

б) $x_3 = x_1q^2 = -162$; $x_5 = x_1q^4 = -18$; $\frac{x_1q^4}{x_1q^2} = \frac{-18}{-162}$;
 $q^2 = \frac{1}{9}$; $q = \pm \frac{1}{3}$.

633. а) $b_1 = 125$; $b_3 = b_1q^2 = 5$; $125q^2 = 5$; $q^2 = \frac{1}{25}$;
 $q = \pm \frac{1}{5}$; $b_6 = 125 \cdot (\pm \frac{1}{5})^5 = \pm \frac{5^3}{5^5} = \pm \frac{1}{25}$;

б) $b_1 = -\frac{2}{9}$; $b_3 = b_1q^2 = -2$; $-\frac{2}{9}q^2 = -2$; $q^2 = 9$; $q = \pm 3$;
 $b_7 = b_1q^6 = -\frac{2}{9} \cdot (\pm 3)^6 = -\frac{2}{3^2} \cdot 3^6 = -2 \cdot 3^4 = -162$;

в) $b_4 = b_1q^3 = -1$; $b_6 = b_1q^5 = -100$; $\frac{b_1q^5}{b_1q^3} = \frac{-100}{-1}$; $q^2 =$
 $= 100$; $q = \pm 10$; $b_1 = \frac{b_4}{q^3} = \frac{-1}{\pm 10^3} = \pm 0,001$.

634. $x_1 = 2$; $x_5 = x_1q^4 = 162$; $2q^4 = 162$; $q^4 = 81$;
 $q = \pm 3$; 1) $q = 3$; $x_1 = 2$; $x_2 = x_1q = 162 \cdot 3 = 6$; $x_3 =$
 $= x_1q^2 = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$; $x_4 = x_1q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$;
 $x_5 = 162$.

635. $x_1 = 2$; $x_4 = x_1q^3 = \frac{1}{4}$; $2q^3 = \frac{1}{4}$; $q^3 = \frac{1}{8}$; $q = \frac{1}{2}$;
 $a = x_2 = x_1q = 1$; $b = x_3 = x_2q = \frac{1}{2}$.

636. $b_2 = b_1q = 6$; $b_4 = b_1q^3 = 24$; $\frac{b_1q^3}{b_1q} = \frac{24}{6}$; $q^2 = 4$;
 $q = \pm 2$; 1) $q = 2$; $b_1 = \frac{b_2}{q} = 3$; $b_6 = b_1q^5 = 3 \cdot 2^5 = 96$;
 2) $q = -2$; $b_1 = \frac{b_2}{q} = -3$; $b_6 = b_1q^5 = -96$.

637. Ежегодно сумма вклада увеличивается на 9%, через 4 года она увеличится в $1,09^4$ раза. $x_4 = 8000 \times 1,09^4 = 11292,985288$.

638. $x_5 = 60 \cdot (1 + 0,02)^5 \approx 66,245$ тысяч человек.

639. $x_6 = 2 \cdot 10^4 \cdot (1 + 0,1)^6 \approx 35431$ м³.

640. $x_6 = 760 \cdot (1 - 0,2)^6 \approx 199$ мм. рт. ст.

641. В равностороннем треугольнике высота является медианой и биссектрисой. Пусть высота равняется h . Тогда по теореме Пифагора $a_n^2 - \left(\frac{a_n}{2}\right)^2 = h^2$; $h^2 = (a_n^2) \left(1 - \frac{1}{4}\right)$; $h^2 = \frac{3}{4}a_n^2 h_{n+1} = \frac{\sqrt{3}a_n}{2}$; периметр треугольника получившегося из высоты равен $p_{n+1} = 3h_n = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3a_n = \frac{\sqrt{3}}{2}p_n$. Значит, периметры треугольников образуют геометрическую прогрессию. $p_1 = 3 \cdot 8 = 24$;
 $q = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $p_6 = 24 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5 = \frac{2^3 \cdot 3 \cdot 9\sqrt{3}}{2^5} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

642. Так как стороны вписанных треугольников являются средними линиями, очевидно, что $x_n = \frac{1}{2}x_{n-1}$;
 $p_n = 3x_n = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot x_{n-1} = \frac{1}{2}p_{n-1}$; периметры треугольников образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{2}$; $p_1 = 3 \cdot 16 = 48$. $p_8 = p_1q^7 = \frac{3 \cdot 2^4}{2^7} = \frac{3}{8}$.

643. $x_1 = a$; $x_2 = a + d$; $x_3 = a + 2d$; $x_1 = a$;

$$x_2 - 1 = aq; \quad x_3 + 1 = aq^2; \quad \begin{cases} a + d = aq + 1 \\ a + 2d = aq^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a(q-1) = d-1 \\ a(q^2-1) = 2d+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a(q+1)(q-1)}{a(q-1)} = \frac{2d+1}{d-1} \\ d-1 = a(q-1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = \frac{d+2}{d-1} \\ a = \frac{d-1}{q-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{d+2}{d-1} \\ a = \frac{d-1}{\frac{d+2}{d-1} - 1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{d+2}{d-1} \\ a = \frac{(d-1)^2}{3} \end{cases};$$

$$a + a + d + 2d = 21; \quad 3a + 3d = 21; \quad a + d = 7;$$

$$\frac{(d-1)^2}{3} + d = 7; \quad d^2 - 2d + 1 + 3d = 21; \quad d^2 + d - 20 = 0;$$

$$D = 1 + 80 = 81; d = \frac{-1 \pm 9}{2}; d_1 = -5; d_2 = 4;$$

$$1) \begin{cases} d = -5 \\ a + d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ d = -5 \end{cases} \quad x_1 = 12; x_2 = 7; x_3 = 2;$$

$$2) \begin{cases} d = 4 \\ a + d = 7 \end{cases} \quad x_1 = 3; x_2 = 7; x_3 = 11.$$

Ответ: 12, 7, 2 или 3, 7, 11.

644. $x_1 = a; x_2 = a + d; x_3 = a + 2d; x_1 + 1 = a + 1;$
 $x_2 + 1 = (a + 1)q; x_3 + 4 = (a + 1)q^2;$

$$\begin{cases} a + d = (a + 1)q - 1 \\ a + 2d = (a + 1)q^2 - 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = (a + 1)(q - 1) \\ 2d + 3 = (a + 1)(q^2 - 1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2d + 3 = \frac{d}{q-1} \cdot (q^2 - 1) \\ q - 1 = \frac{d}{a+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 + \frac{3}{d} = q + 1 \\ a + 1 = \frac{d}{q-1} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = \frac{3}{d} + 1 \\ a = \frac{d}{q-1} - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{3+d}{d} \\ a = \frac{d^2}{3} - 1 \end{cases} \quad x_1 + x_2 + x_3 = 3a +$$

$+ 3d = 15; a + d = 5; \frac{d^2}{3} - 1 + d = 15; d^2 + 3d - 3 = 15;$
 $d^2 + 3d - 18 = 0; D = 3^2 + 4 \cdot 18 = 9 + 72 = 81; d = \frac{-3 \pm 9}{2};$
 $d_1 = -6; d_2 = 3; 1) d_1 = -6; a + d = 5; x_1 = a = 11;$
 $x_2 = 5; x_3 = -1$ не подходит, так как по условия все
числа положительные. 2) $d = 3; a + d = 5; x_1 = a = 2;$
 $x_2 = 5; x_3 = 8.$

Ответ: 2, 5, 8.

645. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 30 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x + y)(x - y) = 30 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y = 6 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 11 \\ y = 5 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5,5 \\ y = -0,5 \end{cases}$$

646. а) $2x^2 - 13x - 34 \geq 0; D = 13^2 + 4 \cdot 2 \cdot 34 = 441;$
 $x = \frac{13 \pm 21}{4}; x_1 = 8,5; x_2 = -2;$
 $\Rightarrow x \in (-\infty; -2] \cup [8,5; +\infty);$

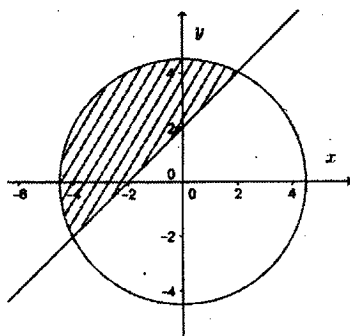
$$6) 10x - 4x^2 < 0; 4x^2 - 10x > 0; x(2x - 5) > 0;$$

$$x(x - 2,5) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2,5; +\infty);$$

$$B) \frac{x-4}{2x+5} \leq 0; \frac{x-4}{x+2,5} \leq 0; x \neq -2,5; \text{ и } (x-4)(x+2,5) \leq 0;$$

$$\Rightarrow x \in (-2,5; 4].$$

647.



Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии

648. а) $b_1 = 8; q = \frac{1}{2}; S_5 = b_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 8 \cdot \frac{(\frac{1}{2})^5 - 1}{\frac{1}{2} - 1} = 8 \times$
 $\times \frac{\frac{1}{32} - 1}{-\frac{1}{2}} = \frac{8 \cdot 2 \cdot 31}{32} = 15,5;$

б) $b_1 = 500; q = \frac{1}{5}; S_5 = b_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 500 \cdot \frac{\frac{1}{5^5} - 1}{\frac{1}{5} - 1} = \frac{500 \cdot 5 \cdot 3124}{4 \cdot 3125} =$
 $= \frac{3124}{5} = 624,8.$

649. а) $b_1 = 3; b_2 = b_1 q = -6; q = -2; S_6 = b_1 \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1} =$
 $= 3 \cdot \frac{64 - 1}{-2 - 1} = -63;$

б) $b_1 = 54; b_2 = b_1 q = 36; 54q = 36; q = \frac{36}{54} = \frac{2}{3}; S_6 = b_1 \times$
 $\times \frac{q^6 - 1}{q - 1} = 54 \cdot \frac{(\frac{2}{3})^6 - 1}{\frac{2}{3} - 1} = 54 \cdot \frac{\frac{64}{729} - 1}{-\frac{1}{3}} = \frac{54 \cdot 3 \cdot 664}{729} = \frac{1330}{9} = 147\frac{7}{9};$

в) $b_1 = -32; b_2 = b_1 q = -16; q = \frac{1}{2}; S_6 = b_1 \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1} = -32 \times$
 $\times \frac{(\frac{1}{2})^6 - 1}{\frac{1}{2} - 1} = -64 \cdot \frac{63}{64} = -63;$

г) $b_1 = 1; b_2 = b_1 q = -\frac{1}{2}; q = -\frac{1}{2}; S_6 = b_1 \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1} =$
 $= \frac{(-\frac{1}{2})^6 - 1}{-\frac{1}{2} - 1} = -\frac{2}{3} \cdot (-\frac{63}{64}) = \frac{21}{32}.$

650. а) $c_1 = -4$; $q = 3$; $S_9 = c_1 \cdot \frac{q^9 - 1}{q - 1} = -4 \cdot \frac{3^9 - 1}{3 - 1} = -2 \times 19682 = -39364$;

б) $c_1 = 1$; $q = -2$; $S_9 = c_1 \cdot \frac{q^9 - 1}{q - 1} = \frac{(-2)^9 - 1}{-2 - 1} = \frac{513}{3} = 171$.

651. а) $b_n = 0,2 \cdot 5^n$; $q = \frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{0,2 \cdot 5^n}{0,2 \cdot 5^{n-1}} = 5$; $b_1 = 0,2 \times 5 = 1$; $\Rightarrow b_n$ — геометрическая прогрессия. $S_n = b_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{5^n - 1}{5 - 1} = \frac{5^n - 1}{4}$;

б) $b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$; $q = \frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{3 \cdot 2^{n-1}}{3 \cdot 2^{n-2}} = 2$; $b_1 = 3$; $\Rightarrow b_n$ — геометрическая прогрессия. $S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1} = 3(2^n - 1)$;

в) $b_n = 3^{1+n}$; $q = \frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{3^{1+n}}{3^n} = 3$; $b_1 = 9$; $\Rightarrow b_n$ — геометрическая прогрессия. $S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 9 \cdot \frac{3^n - 1}{3 - 1} = \frac{9}{2}(3^n - 1)$.

652. а) $b_1 = 1$; $q = 3$; $S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{3^n - 1}{3 - 1} = \frac{3^n - 1}{2}$;

б) $b_1 = 2$; $q = 2$; $S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 2 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 2^{n+1} - 2$;

в) $b_1 = \frac{1}{2}$; $q = -\frac{1}{2}$; $S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(-\frac{1}{2})^n - 1}{-\frac{1}{2} - 1} = -\frac{(-\frac{1}{2})^n - 1}{3}$;

г) $b_1 = 1$; $q = -x$; $S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{(-x)^n - 1}{-x - 1} = \frac{1 - (-x)^n}{x + 1}$;

д) $b_1 = 1$; $b_2 = x^2$; $S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{x^{2n} - 1}{x^2 - 1}$;

е) $b_1 = 1$; $q = -x^3$; $S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{(-x)^{3n} - 1}{-x^3 - 1} = \frac{1 - (-x)^{3n}}{x^3 + 1}$.

653. а) $b_7 = b_1 q^6$; $72,9 = b_1 (1,5)^6$; $b_1 = 6,4$; $S_7 = b_1 \times \frac{1,5^7 - 1}{1,5 - 1} = \frac{102,95}{0,5} = 205,9$;

б) $b_5 = b_1 q^4 = \frac{2}{3}$; $\frac{16}{9} = b_1 \cdot \frac{16}{81}$; $b_1 = 9$; $S_7 = b_1 \cdot \frac{(\frac{2}{3})^7 - 1}{\frac{2}{3} - 1} = 9 \cdot \frac{\frac{128}{2187} - 1}{-\frac{1}{3}} = \frac{2059}{81} = 25 \frac{34}{81}$.

654. а) $x_5 = x_1 q^4 = 1 \frac{1}{9}$; $q = \frac{1}{3}$; $\frac{10}{9} = x_1 \cdot \frac{1}{81}$; $x_1 = 90$;
 $S_5 = x_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 90 \cdot \frac{\frac{1}{3^5} - 1}{\frac{1}{3} - 1} = \frac{90 \cdot 242 \cdot 3}{2 \cdot 243} = 134 \frac{4}{9}$;

б) $x_4 = x_1 q^3 = 121,5$; $q = -3$; $121,5 = x_1 \cdot (-3)^3$; $x_1 = -4,5$;
 $S_5 = -4,5 \cdot \frac{(-3)^5 - 1}{-3 - 1} = -\frac{244,9}{4,2} = -274,5$.

655. $x_1 = 2; x_5 = x_1 q^4 = 162; q < 0; 162 = 2q^4; q^4 = 81;$
 $q = -3; S_6 = 2 \cdot \frac{(-3)^6 - 1}{-3 - 1} = -\frac{728}{2} = -364.$

656. $b_2 = b_1 q = 6; b_4 = b_1 q^3 = 54; q > 0; \Rightarrow \frac{b_1 q^3}{b_1 q} = \frac{54}{6};$
 $q^2 = 9; q = 3; b_1 = \frac{b_2}{q} = 2; S_7 = 2 \cdot \frac{3^7 - 1}{3 - 1} = 2186.$

657. $b_1 > 0; b_2 > 0; \dots b_n > 0; b_1 + b_2 = b_1 + b_1 q = 8;$
 $b_3 + b_4 = b_1 q^2 + b_1 q^3 = 72;$

$$\Rightarrow \begin{cases} b_1(1+q) = 8 \\ b_1 q^2(1+q) = 72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q^2 = 9 \\ b_1 = \frac{8}{q+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 3 \\ b_1 = 2 \end{cases};$$

$S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 2 \cdot \frac{3^n - 1}{2} = 3^n - 1 = 242; \Rightarrow 3^n = 243;$
 $\Rightarrow n = 5.$

Ответ: 5.

658. $q = 0,2; b_7 = b_1 q^6 = 0,012; 0,012 = b_1 \cdot 0,2^6; b_1 =$
 $= \frac{0,012}{0,2^6} = 187,5; b_n = 187,5 \cdot (0,2)^{n-1}.$

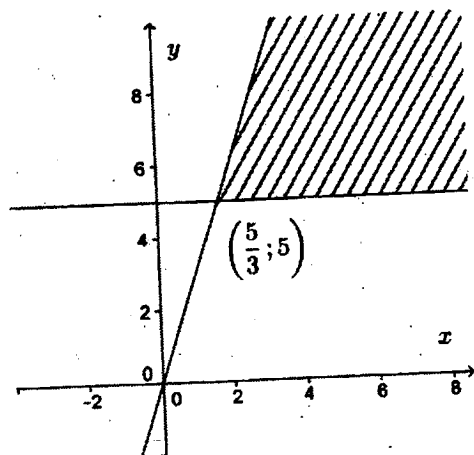
659. а) $\frac{2^{n+2} - 2^{n-2}}{2^n} = 2^{n-2} \cdot \frac{(2^4 - 1)}{2^n} = 2^{-2} \cdot (16 - 1) = \frac{15}{4};$

б) $\frac{25^n - 5^{2n-1}}{5^{2n}} = \frac{5^{2n} - 5^{2n-1}}{5^{2n}} = \frac{5^{2n-1} \cdot 5 - 5^{2n-1}}{5^{2n-1} \cdot 5} = \frac{4}{5}.$

660. а) $1,5x - x^2 \leq 0; x^2 - 1,5x \geq 0; x(x - 1,5) \geq 0;$
 $\Rightarrow x \in (-\infty; 0] \cup [1,5; +\infty);$

б) $x^2 + x + 6 = (x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}) - \frac{1}{4} + 6 = (x + \frac{1}{2})^2 + 5\frac{3}{4} > 0;$
 $\Rightarrow x \in (-\infty; +\infty).$

661.



29. Метод математической индукции

662. При $n = 1$; $\frac{1^2(1+1)^2}{4} = 1 = 1^3$; при $n = 2$; $\frac{2^2(2+1)^2}{4} = 9 = 1 + 8 = 1^3 + 2^3$; при $n = 3$; $\frac{3^2(3+1)^2}{4} = \frac{9 \cdot 4^2}{4} = 36 = 1 + 8 + 27 = 1^3 + 2^3 + 3^3$. При $n = 1$ формула верна. Допустим, что формула верна для $n = k$, т. е. $1^3 + 2^3 + \dots + k^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4}$; докажем справедливость для $n = k+1$; $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^3$; $\frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^3 = \frac{(k+1)^2(k^2+4k+4)}{4} = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$; $\Rightarrow 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$; справедливость формулы доказана.

663. При $n = 1$; $\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot (1+1)(1+2) = 2 = 1 \cdot 2$ формула верна. Допустим, что формула верна для $n = k$, т. е. $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + k(k+1) = \frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$; докажем справедливость для $n = k+1$; $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + k(k+1) + (k+1)(k+2) = \frac{1}{3}k(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2) = (k+1)(k+2)(\frac{1}{3}k+1) = \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$; справедливость формулы доказана.

664. При $n = 1$; $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$; формула верна. Допустим, что формула верна для $n = k$, т. е. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1}$; докажем справедливость для $n = k+1$; $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{1}{k+1} \cdot (k + \frac{1}{k+2}) = \frac{1}{k+1} \cdot \frac{k^2+2k+1}{k+2} = \frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$; справедливость формулы доказана.

665. При $n = 1$; $1 \cdot (3+1) = 4 = 1 \cdot (??)^2$; формула верна. Допустим, что формула верна для $n = k$, т. е. $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + k(3k+1) = k(k+1)^2$; докажем справедливость для $n = k+1$; $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + k(3k+1) + (k+1)(3(k+1)+1) = k(k+1)^2 + (k+1)(3k+4) = (k+1)(k(k+1) + 3k+4) = (k+1)(k^2+k+3k+4) = (k+1)(k+2)^2$; справедливость формулы доказана.

666. При $n = 2$; $k = 1$; $b_{k=1} = -3 + 6 + 3 = 6 = 3 \cdot 2^2 - 6 = 6 = b_{n=2}$; формула верна. Допустим, что формула

верна для $n = l$, т. е. $b_l = b_l + 6l + 3 = 3(l+1)^2 - 6 = b_{n=l+1}$; докажем справедливость для $n = l+2$; $b_{k=l+1} = b_{l+1} + 6(l+1) + 3 = 3(l+1)^2 - 6 + 6l + 6 + 3 = 3l^2 + 6l + 3 + 3 + 6l + 6 - 6 = 3(l^2 + 4l + 4) - 6 = 3(l+2)^2 - 6 = b_{n=l+2}$; справедливость формулы доказана.

667. При $n = 2$; $k = 1$; $a_{k=1} = -5 + 10 + 5 = 10 = 5 \cdot 2^2 - 10 = 20 = a_{n=2}$; формула верна. Допустим, что формула верна для $n = l$, т. е. $a_l = a_l + 10l + 5 = 5(l+1)^2 - 10 = b_{n=l+1}$; докажем справедливость для $n = l+1$; $b_{l+1} = b_{l+1} + 10(l+1) + 5 = 5(l+1)^2 - 10 + 10l + 10 + 5 = 5l^2 + 10l + 5 - 10 + 10l + 10 + 5 = 5(l^2 + 4l + 4) - 10 = 5(l+2)^2 - 10 = b_{n=l+2}$; справедливость формулы доказана.

668. При $n = 1$; $49^1 - 1 = 48$; формула верна. Допустим, что формула верна для $n = k$, т. е. $49^k - 1$ кратно 48; докажем справедливость для $n = k+1$; $49^{k+1} - 1 = 49 \times 49^k - 1 = 49(49^k - 1) + 48$ кратно 48 так как $49^k - 1$ кратно 48. Справедливость формулы доказана.

669. а) При $n = 1$; $u_1 = 1 = u_2$; формула верна. Допустим, что формула верна для $n = k$, т. е. $u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{2k-1} = u_{2k}$; докажем справедливость для $n = k+1$; $u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{2k-1} + u_{2k+1} = u_{2k} + u_{2k+1} = u_{2k+2} = u_{2(k+1)}$. Справедливость формулы доказана.

б) При $n = 1$; $u_1^2 = 1 = u_1 \cdot u_{n+1}$; формула верна. Допустим, что формула верна для $n = k$, т. е. $u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_k^2 = u_k \cdot u_{k+1}$; докажем справедливость для $n = k+1$; $u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_k^2 + u_{k+1}^2 = u_k \cdot u_{k+1} + u_{k+1}^2 = u_{k+1}(u_k + u_{k+1}) = u_{k+1}u_{k+2}$. Справедливость формулы доказана.

Дополнительные упражнения к главе IV

670. а) $c_1 = -2 \cdot 1^2 + 7 = 5$; $c_2 = -2 \cdot 2^2 + 7 = -1$; $c_3 = -2 \cdot 3^2 + 7 = -11$; $c_4 = -2 \cdot 4^2 + 7 = -25$; $c_5 = -2 \times 5^2 + 7 = -43$;

б) $c_1 = \frac{100}{1^2-5} = -25$; $c_2 = \frac{100}{2^2-5} = -100$; $c_3 = \frac{100}{3^2-5} = 25$; $c_4 = \frac{100}{4^2-5} = \frac{100}{11} = 9\frac{1}{11}$; $c_5 = \frac{100}{5^2-5} = 5$;

$$\text{в) } c_1 = -2,5 \cdot 2^1 = -5; c_2 = -2,5 \cdot 2^2 = -10; c_3 = -2,5 \times 2^3 = -20; c_4 = -2,5 \cdot 2^4 = -40; c_5 = -2,5 \cdot 2^5 = -80;$$

$$\text{г) } c_1 = 3,2 \cdot 2^{-1} = 1,6; c_2 = 3,2 \cdot 2^{-2} = 0,8; c_3 = 3,2 \cdot 2^{-3} = 0,4; c_4 = 3,2 \cdot 2^{-4} = 0,2; c_5 = 3,2 \cdot 2^{-5} = 0,1;$$

$$\text{д) } c_1 = \frac{(-1)^0}{4} = \frac{1}{4}; c_2 = \frac{(-1)^1}{4 \cdot 2} = -\frac{1}{8}; c_3 = \frac{(-1)^2}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12}; c_4 = \frac{(-1)^3}{4 \cdot 4} = -\frac{1}{16}; c_5 = \frac{(-1)^4}{4 \cdot 5} = \frac{1}{20};$$

$$\text{е) } c_1 = \frac{1 - (-1)^1}{2+1} = \frac{2}{3}; c_2 = \frac{1 - (-1)^2}{2 \cdot 2 + 1} = 0; c_3 = \frac{1 - (-1)^3}{2 \cdot 3 + 1} = \frac{2}{7}; c_4 = \frac{1 - (-1)^4}{2 \cdot 4 + 1} = 0; c_5 = \frac{1 - (-1)^5}{2 \cdot 5 + 1} = \frac{2}{11}.$$

$$\text{671. а) } x_1 = 5; x_2 = 10; q = 5; x_n = 5 + 5(n - 1);$$

$$\text{б) } x_1 = 1; x_2 = 6; q = 5; x_n = 1 + 5(n - 1).$$

$$\text{672. а) } y_1 = -3; y_2 = y_1 + 10 = 7; y_3 = y_2 + 10 = 17; y_4 = y_3 + 10 = 27; y_5 = y_4 + 10 = 37;$$

$$\text{б) } y_1 = 10; y_2 = \frac{2,5}{y_1} = 0,25; y_3 = \frac{2,5}{0,25} = 10; y_4 = \frac{2,5}{y_3} = \frac{2,5}{10} = 0,25; y_5 = \frac{2,5}{y_4} = \frac{2,5}{0,25} = 10;$$

$$\text{в) } y_1 = 1,5; y_2 = y_1 + 1 = 2,5; y_3 = y_2 + 2 = 4,5; y_4 = y_3 + 3 = 7,5; y_5 = y_4 + 4 = 11,5;$$

$$\text{г) } y_1 = -4; y_2 = -y_1 \cdot 1^2 = 4; y_3 = -2^2 \cdot y_2 = -16; y_4 = -y_3 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144; y_5 = -y_4 \cdot 4^4 = -144 \cdot 256 = -36864.$$

$$\text{673. а) } a_3 = -19; a_4 = -11,5; d = -11,5 + 19 = 7,5; a_2 = a_3 - 7,5 = -19 - 7,5 = -26,5; a_1 = a_2 - 7,5 = -26,5 - 7,5 = -34; a_5 = a_4 + d = -11,5 + 7,5 = -4;$$

$$\text{б) } a_2 = -8,5; a_4 = -4,5; 2d = a_4 - a_2 = -4,5 + 8,5 = 4; d = 2; a_1 = a_2 - d = -10,5; a_3 = a_2 + d = -6,5; a_5 = a_4 + d = -2,5; a_6 = a_5 + d = -0,5.$$

$$\text{674. } p = a_1 + a_2 + a_3 = 24; a_2 = a_1 + d; a_3 = a_1 + 2d; a_1 + a_2 + a_3 = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 3a_1 + 3d = 3(a_1 + d) = 24; a_1 + d = 8 = a_2; a_1 + 8 + a_3 = 24; a_1 + a_3 = 16; a_1 = 16 - a_3; запишем неравенство треугольника $a_1 + a_2 > a_3; a_1 + 8 > a_3; \text{ и } a_3 + 8 > a_1; \Rightarrow a_1 \in \{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\}; a_3 \in \{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\}.$$$

$$\text{675. } a_1 = x; a_2 = x + d; a_3 = x + 2d; a_1 + a_2 + a_3 = x + x + d + x + 2d = 3x + 3d = 180^\circ; \Rightarrow a_2 = x + d = 60^\circ.$$

$$\text{676. а) } a_4 - a_2 = 2d; a_{2n} - a_{2n-2} = 2d \text{ не зависит от } n \Rightarrow \text{последовательность является арифметической};$$

б) $(a_2 - 1) - (a_1 - 1) = a_2 - a_1 = d$; $(a_n - 1) - (a_{n-1} - 1) = a_n - a_{n-1} = d$; не зависит от $n \Rightarrow$ последовательность является арифметической;

в) $2a_n - 2a_{n-1} = 2(a_n - a_{n-1}) = 2d$ не зависит от $n \Rightarrow$ последовательность является арифметической;

г) $a_n^2 - a_{n-1}^2 = (a_n - a_{n-1})(a_n + a_{n-1}) = d(a_n + a_{n-1})$ зависит от $n \Rightarrow$ последовательность не является арифметической.

677. а) $a_{12} = a_1 + d(12 - 1) = a_1 + 11d = 9\sqrt{3} - 2 + 22 - 11\sqrt{3} = 20 - 2\sqrt{3}$;

б) $a_8 = a_1 + d(8 - 1) = a_1 + 7d = \frac{5\sqrt{3}-7}{3} + \frac{7\sqrt{3}-14}{3} = \frac{12\sqrt{3}-21}{3} = 4\sqrt{3} - 7$.

678. а) $a_n = a_1 + d(n - 1)$; $-2,94 = 1,26 - 0,3 \cdot (n - 1)$; $0,3n = 1,26 + 2,94 + 0,3$; $0,3n = 4,5$; $n = 15$;

б) $a_5 = a_1 + 4d$; $a_1 = a_5 - 4d = -3,7 - 4 \cdot (-0,6) = -1,3$; $a_n = a_1 + d(n - 1)$; $-9,7 = -1,3 - 0,6(n - 1)$; $0,6n = 9,7 - 1,3 + 0,6$; $0,6n = 9$; $n = 15$.

679. $b_n = b_1 + d(n - 1)$:

а) $14\frac{3}{4} = 2\frac{3}{4} + \frac{2}{5}(n - 1)$; $\frac{59}{4} - \frac{11}{4} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}n$; $12 + 0,4 = 0,4n$; $n = 31 \in \mathbb{N} \Rightarrow$ является членом этой прогрессии;

б) $8,35 = 2,75 + 0,4n - 0,4$; $0,4n = 6$; $n = 15 \in \mathbb{N} \Rightarrow$ является членом этой прогрессии.

680. а) $x_1 = -10\frac{1}{2} = -\frac{21}{2}$; $x_2 = -10\frac{1}{4} = -\frac{41}{4}$; $d = x_2 - x_1 = -\frac{41}{4} + \frac{21}{2} = \frac{1}{4}$; $x_n = x_1 + d(n - 1) > 0$; $-10\frac{1}{2} + \frac{1}{4}n - \frac{1}{4} > 0$; $\frac{1}{4}n > 10\frac{3}{4}$; $n > 43 \Rightarrow n = 44$; $x_{44} = -10\frac{1}{2} + \frac{1}{4}(44 - 1) = -\frac{42}{4} + \frac{43}{4} = \frac{1}{4}$;

б) $x_1 = 8\frac{1}{2} = \frac{17}{2}$; $x_2 = 8\frac{1}{3} = \frac{25}{3}$; $d = x_2 - x_1 = \frac{25}{3} - \frac{17}{2} = -\frac{1}{6}$; $x_n = \frac{25}{3} - \frac{1}{6}(n - 1)$; $\frac{25}{3} - \frac{n}{6} + \frac{1}{6} < 0$; $n > 50 + 1$; $n > 51$; $n = 52$; $x_{52} = 8,5 - \frac{1}{6}(53 - 1) = -\frac{1}{6}$.

681. а) $y_2 = y_1 + d$; $y_7 = y_1 + 6d$; $y_4 = y_1 + 3d$; $y_5 = y_1 + 4d$; $y_2 + y_7 = y_1 + d + y_1 + 6d = (y_1 + 3d) + (y_1 + 4d) = y_4 + y_5$;

б) $y_{n-5} = y_1 + d(n - 6)$; $y_{n+10} = y_1 + d(n + 9)$; $y_n = y_1 + d(n - 1)$; $y_{n+5} = y_1 + d(n + 4)$; $y_{n-5} + y_{n+10} = y_1 + dn - 6d + y_1 + dn + 9d = (y_1 + dn - d) + (y_1 + dn + 4d) = y_n + y_{n+5}$.

682. $x_m = x_1 + d(m-1)$; $x_n = x_1 + d(n-1)$; $x_m - x_n = x_1 + dm - d - x_1 - dn + d = dm - dn = d(m-n)$;
 $\Rightarrow d = \frac{x_m - x_n}{m-n}$.

683. а)
$$\begin{cases} a_1 + 19d = 1,7 \\ a_1 + 36d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -36d \\ -36d + 19d = 1,7 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow -17d = 1,7$;

$d = -0,1$;

б) $a_{10} = a_1 + 9d = 270$; $a_1 = 270 - 9d = 270 + 27 = 297$;

$a_{100} = 297 - 3 \cdot 99 = 0$.

684. а) $x_1 = \frac{2}{3}$; $x_2 = x_1 + d = \frac{3}{4}$; $d = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}$;
 $S_{10} = \frac{2x_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \left(\frac{4}{3} + \frac{3}{4}\right) \cdot 5 = \frac{16+9}{12} \cdot 5 = \frac{25}{12} \cdot 5 = \frac{125}{12} = 10\frac{5}{12}$;

б) $x_1 = \sqrt{3}$; $x_2 = \sqrt{12}$; $d = x_2 - x_1 = \sqrt{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3}(2-1) = \sqrt{3}$; $S_{10} = \frac{2x_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = (2\sqrt{3} + 9\sqrt{3}) \times 5 = 11\sqrt{3} \cdot 5 = 55\sqrt{3}$.

685. а) $x_1 = 2$; $x_2 = 6$; $d = x_2 - x_1 = 4$; $x_n = x_1 + d(n-1)$; $198 = 2 + 4n - 4$; $4n = 200$; $n = 50$; $S_{50} = \frac{x_1 + x_{50}}{2} \cdot n = \frac{2+198}{2} \cdot 50 = 100 \cdot 50 = 5000$;

б) $x_1 = 95$; $x_2 = 85$; $d = x_2 - x_1 = -10$; $x_n = x_1 + d(n-1)$; $-155 = 95 - 10n + 10$; $10n = 260$; $n = 26$;
 $S_{26} = \frac{x_1 + x_{26}}{2} \cdot 26 = -60 \cdot 13 = -780$.

686. Пусть O — вершина угла, а A_1, A_2, \dots, A_{12} — точки на одной стороне, B_1, B_2, \dots, B_{12} — точки на второй стороне. $\triangle OA_1B_1 \sim \triangle OA_2B_2 \sim \dots \sim \triangle OA_{12}B_{12}$; и $\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \dots = \frac{A_{12}B_{12}}{A_{11}B_{11}} = 3$; длины отрезков являются членами арифметической прогрессии, где $x_1 = 3$; $d = 3$; $S_{12} = \frac{2x_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{6+3 \cdot 11}{2} \cdot 12 = 39 \cdot 6 = 234$ см.

687. а) $d = -0,4$; $n = 12$; $a_{12} = a_1 + 11d$; $a_1 = a_{12} - 11d = 2,4 + 4,4 = 6,8$; $S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12 = (6,8 + 2,4) \cdot 6 = 55,2$;

б) $a_1 = -35$; $d = 5$; $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 250$; $\frac{-70+5n-5}{2} \times n = 250$; $-75n + 5n^2 = 100$; $n^2 - 15n - 100 = 0$; $D = 15^2 + 4 \cdot 100 = 625$; $n = \frac{15 \pm 25}{2}$; $n > 0$; $n = 20$; $a_{20} = a_1 + d(n-1) = -35 + 5 \cdot 19 = 60$;

$$b) d = \frac{1}{2}; a_n = a_1 + d(n-1) = 50; S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n = 2525; \frac{a_1 + 50}{2} \cdot n = 2525; n(a_1 + 50) = 5050;$$

$$\begin{cases} a_1 + 0,5(n-1) = 50 \\ n(a_1 + 50) = 5050 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 50,5 - 0,5n \\ n(50,5 - 0,5n + 50) = 5050 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0,5n^2 - 100,5n + 5050 = 0; n^2 - 201n + 10100 = 0; D = 201^2 - 4 \cdot 10100 = 1; n = \frac{201 \pm 1}{2}; n_1 = 100; n_2 = 101;$$

$$1) \text{ при } n = 100; a_1 = a_n - d(n-1) = 50 - \frac{1}{2} \cdot 99 = 0,5;$$

$$2) \text{ при } n = 101; a_1 = a_n - d(n-1) = 50 - \frac{1}{2} \cdot 100 = 0;$$

$$r) a_1 = -\frac{1}{2}; a_n = a_1 + d(n-1) = -0,5 + d(n-1) = -29\frac{1}{2};$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{-\frac{1}{2} - 29\frac{1}{2}}{2} \cdot n = -450; \Rightarrow \frac{-30}{2} \cdot n = -450;$$

$$n = 30; -0,5 + 29d = -29,5; 29d = -29; d = -1.$$

$$\boxed{688.} \quad x_{10} = x_1 + 9d = 1;$$

$$S_{16} = \frac{x_1 + x_{16}}{2} \cdot 16 = 8(x_1 + x_1 + 15d) = 2(2x_1 + 15d) = 4;$$

$$\begin{cases} x_1 + 9d = 1 \\ 4x_1 + 30d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 - 9d \\ 4 - 36d + 30d = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 - 9d \\ -6d = -3 \end{cases} \begin{cases} d = 0,5 \\ x_1 = -3,5 \end{cases}$$

$$\boxed{689.} \quad a) x_1 = 10; d = 1; x_n = x_1 + d(n-1) = 10 + n -$$

$$-1 = 9 + n = 99; n = 90; S_{90} = \frac{x_1 + x_{90}}{2} \cdot 90 = (10 + 99) \times$$

$$\times 45 = 4905; б) x_1 = 100; d = 1; x_n = x_1 + d(n-1) =$$

$$= 100 + n - 1 = 99 + n = 999; n = 900; S_{900} = \frac{x_1 + x_{900}}{2} \times$$

$$\times 900 = (100 + 999) \cdot 450 = 494550.$$

$$\boxed{690.} \quad a) x_1 = 2; d = 2; x_n = x_1 + d(n-1) = 2 + 2n -$$

$$-2 = 2n = 200; n = 100; S_{100} = \frac{x_1 + x_{100}}{2} \cdot 100 = (2 + 200) \times$$

$$\times 50 = 10100;$$

$$б) x_1 = 1; d = 2; x_n = x_1 + d(n-1) = 1 + 2n - 2 = 2n -$$

$$-1 = 149; 2n = 150; n = 75; S_{75} = \frac{x_1 + x_{75}}{2} \cdot 75 = \frac{1 + 149}{2} \times$$

$$\times 75 = 5625;$$

$$в) x_1 = 102; d = 3; x_n = x_1 + d(n-1) = 102 + 3n - 3 =$$

$$= 3n + 99 = 198; 3n = 99; n = 33; S_{33} = \frac{x_1 + x_{33}}{2} \cdot 33 = \frac{100}{2} \times$$

$$\times 33 = 1650.$$

$\boxed{691.}$ а) Разделим числа не кратные трем на две группы, те которые дают при делении на 3 остаток 1, и которые

при делении на 3 дают остаток 2. 1) $x_1 = 1$; $d = 3$; $x_n = x_1 + d(n-1) = 1 + 3n - 3 = 3n - 2 = 97$; $3n = 99$; $n = 33$; $S_{33} = \frac{x_1 + x_{33}}{2} \cdot 33 = \frac{1+97}{2} \cdot 33 = 1617$; 2) $y_1 = 2$; $d = 3$; $y_n = y_1 + d(n-1) = 2 + 3n - 3 = 3n - 1 = 98$; $3n = 99$; $n = 33$; $A_{33} = \frac{y_1 + y_{33}}{2} \cdot 33 = \frac{2+98}{2} \cdot 33 = \frac{100}{2} \cdot 33 = 1650$.
 $S = S_{33} + A_{33} = 1617 + 1650 = 3267$;

б) Найдем вначале сумму чисел кратных 5, а затем сумму всех чисел на заданном промежутке. Разность второй суммы и первой будет искомое число. 1) $x_1 = 55$; $d = 5$; $x_n = x_1 + d(n-1) = 55 + 5n - 5 = 50 + 5n = 145$; $5n = 95$; $n = 19$; $S_{19} = \frac{x_1 + x_{19}}{2} \cdot 19 = \frac{55+145}{2} \cdot 19 = 1900$; 2) $y_1 = 51$; $d = 1$; $y_n = y_1 + d(n-1) = 51 + n - 1 = 50 + n = 149$; $n = 99$; $S_{99} = \frac{y_1 + y_{99}}{2} \cdot 99 = \frac{51+149}{2} \cdot 99 = 9900$;
 $S = S_{99} - S_{19} = 9900 - 1900 = 8000$.

692. а) $x_1 = 1$; $d = 1$; $x_n = x_1 + d(n-1) = 1 + n - 1 = n$; $S_n = \frac{x_1 + x_n}{2} \cdot n = \frac{1+n}{2} \cdot n$; $5x_{n+1} = S_n$; $5(n+1) = \frac{1+n}{2} \cdot n$; $n = 10$; $\Rightarrow x_{n+1} = n + 1 = 11$;

б) $x_1 = 1$; $d = 1$; $x_n = x_1 + d(n-1) = 1 + n - 1 = n$; $S_n = \frac{x_1 + x_n}{2} \cdot n = \frac{1+n}{2} \cdot n$; $x_{n+1} = S_n$; $n+1 = \frac{1+n}{2} \cdot n$; $n = 2$;
 $x_{n+1} = n + 1 = 3$.

693. $x_1 = 2$; $x_2 = 5$; $d = x_2 - x_1 = 5 - 2 = 3$; $x_n = 2 + 3(n-1) = 2 + 3n - 3 = 3n - 1$. При замене четных членов последовательность примет вид 2; -5; 8; -11; 14; ... при $n = 2ky_n = -x_n$, при $n = 2k + 1y_n = x_n$; $\Rightarrow y_n = (-1)^{n+1} \cdot x_n = (-1)^{n+1} (3n - 1)$.

Исходную последовательность разделим на две, 1) $a_1 = 2$; $a_2 = 8$; $d = a_2 - a_1 = 6$; $A_{25} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{4+6 \cdot 24}{2} \times 25 = 1850$; 2) $b_1 = -5$; $b_2 = -11$; $d = b_2 - b_1 = -11 + 5 = -6$; $B_{25} = \frac{2b_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{-10-6 \cdot 24}{2} \cdot 25 = -1925$;
 $S_{50} = A_{25} + B_{25} = 1850 - 1925 = -75$.

694. а) $\frac{x \cdot x^2 \cdot x^3 \dots x^n}{x \cdot x^3 \cdot x^5 \dots x^{2n-1}} = \frac{x^{1+2+\dots+n}}{x^{1+3+5+\dots+2n-1}}$; 1) $1 + 2 \dots + n$; $x_1 = 1$; $d = 1$; $S_n = \frac{2x_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2+n-1}{2} \cdot n = \frac{n(n+1)}{2}$; 2) $1 + 3 + 5 \dots + 2n - 1$; $y_1 = 1$; $d = 2$; $x_k = x_1 + d(k-1) = 1 + 2k - 2 = 2k - 1 = 2n - 1$; $k = n$;
 $W_n = \frac{2y_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2+2n-2}{2} \cdot n = n^2$; $\frac{x^{1+2+\dots+n}}{x^{1+3+5+\dots+2n-1}} =$
 $= \frac{x^{\frac{n^2+n}{2}}}{x^{n^2}} = x^{0,5n^2+0,5n-n^2} = x^{0,5n-0,5n^2}$;

$$6) \frac{x^2 \cdot x^4 \cdot x^6 \dots x^{2n}}{1+2+3+\dots+n} = \frac{x^{2+4+6+\dots+2n}}{x^{1+2+3+\dots+n}} = \frac{(x^2)^{1+2+\dots+n}}{x^{1+2+\dots+n}} =$$

$$= \left(\frac{x^2}{x}\right)^{1+2+\dots+n} = x^{1+2+\dots+n} = x^{\frac{n}{2}(n+1)}.$$

695. a) $x_1 = 8,2; x_2 = 7,4; d = x_2 - x_1 = -0,8; x_n = x_1 + d(n-1) = 8,2 - 0,8n + 0,8 = 9 - 0,8n > 0; 0,8n < 9; n < 11,25 \Rightarrow n = 11; S_{11} = \frac{2x_1+10d}{2} \cdot 11 = \frac{16,4-8}{2} \cdot 11 = 46,2;$

b) $x_1 = -6,5; x_2 = -6; d = x_2 - x_1 = 0,5; x_n = x_1 + d(n-1) = -6,5 + 0,5n - 0,5 = 0,5n - 7 < 0; 0,5n < 7; n < 14; \Rightarrow n = 13; S_{13} = \frac{2x_1+12d}{2} \cdot 13 = (x_1 + 6d) \cdot 13 = -45,5.$

696. $S_{10} = \frac{2x_1+9d}{2} \cdot 10 = 5(2x_1 + 9d) = 100; 2x_1 + 9d = 20; S_{30} = \frac{2x_1+29d}{2} \cdot 30 = 15(2x_1 + 29d) = 900; 2x_1 +$

$+ 29d = 60; \begin{cases} 2x_1 + 9d = 20 \\ 2x_1 + 29d = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20d = 40 \\ 2x_1 = 20 - 9d \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} d = 2 \\ x_1 = \frac{20-9 \cdot 2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 2 \\ x_1 = 1 \end{cases}; S_{40} = \frac{2x_1+39d}{2} \cdot 40 =$

$= 20(2 + 78) = 1600.$

697. a) $S_{20} = \frac{2x_1+19d}{2} \cdot 20 = 10(2x_1 + 19d) = 1000; 2x_1 + 19d = 100; S_{40} = \frac{2x_1+39d}{2} \cdot 40 = 20(2x_1 + 39d) =$

$= 10000; 2x_1 + 39d = 500 \begin{cases} 2x_1 + 19d = 100 \\ 2x_1 + 39d = 500 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} 20d = 400 \\ x_1 = \frac{100-19d}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 20 \\ x_1 = -140 \end{cases}; x_{50} = x_1 +$

$+ d(n-1) = -140 + 20 \cdot 49 = 840;$

b) $S_5 = \frac{2x_1+4d}{2} \cdot 5 = 5(x_1 + 2d) = 0,5; x_1 + 2d = 0,1;$

$S_{15} = \frac{2x_1+14d}{2} \cdot 15 = 15(x_1 + 7d) = -81; x_1 + 7d = -5,4;$

$\begin{cases} x_1 + 2d = 0,1 \\ x_1 + 7d = -5,4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5d = -5,5 \\ x_1 = 0,1 - 2d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = -1,1 \\ x_1 = 2,3 \end{cases};$

$x_{50} = x_1 + 49d = 2,3 - 1,1 \cdot 49 = -51,6.$

698. a) $a_n = 2n + 1; a_1 = 3; S_n = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n = \frac{2n+1+3}{2} \times n = n(n+2);$

b) $a_n = 3 - n; a_1 = 2; S_n = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n = \frac{2+3-n}{2} \cdot n = \frac{n(5-n)}{2}.$

699. $S_n = n^2 - 8n$; $x_1 = S_1 = 1 - 8 = -7$; $x_2 = S_2 - S_1 = (4 - 16) + 7 = -5$; $x_3 = S_3 - S_2 = (9 - 24) + 12 = -3$; $d = x_2 - x_1 = -5 + 7 = 2$; $S_n = \frac{2x_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{-14 + 2(n-1)}{2} \times n = n(n-8) = n^2 - 8n \Rightarrow$ данная последовательность является арифметической прогрессией. $x_5 = x_1 + 4d = -7 + 8 = 1$.

700. а) $S_n = -n^2 + 3n$; $x_1 = S_1 = -1 + 3 = 2$; $x_2 = S_2 - x_1 = -4 + 6 - 2 = 0$; $d = x_2 - x_1 = -2$; $S_n = \frac{2x_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{4 - 2n + 2}{2} \cdot n = n(3 - n) = -n^2 + 3n$; является арифметической прогрессией; $S_n = \frac{2x_1 + d(n-1)}{2} \times n$; очевидно, что каждое слагаемое S_n зависит от n . б) нет; в) нет; г) не являются арифметическими прогрессиями, так как в их формулах S_n присутствуют слагаемое, не зависящее от n .

701. а) $b_3 = b_1 q^2 = 225$; $b_4 = b_1 q^3 = -135$; $q = \frac{-135}{225} = -0,6$; $b_1 = \frac{b_3}{q^2} = 625$; $b_2 = b_1 q = -375$; $b_6 = b_1 q^5 = -48,6$;

б) $b_4 = b_1 q^3 = 36$; $b_5 = b_1 q^4 = 54$; $q = \frac{54}{36} = 1,5$; $b_3 = \frac{b_4}{q} = 24$; $b_2 = \frac{b_3}{q} = \frac{24}{1,5} = 16$; $b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{16}{1,5} = 10\frac{2}{3}$.

702. x_1 ; $x_2 = x_1 q$; $x_n = x_n q^n$:

а) $a_1 = x_1 + 1$; $a_n = x_n + 1 = x_n q^n + 1$; $q = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{x_n q^n + 1}{x_{n-1} q^{n-1} + 1}$ зависит от $n \Rightarrow$ не является геометрической прогрессией;

б) $a_1 = 3x_1$; $a_n = 3x_n$; $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{3x_n}{3x_{n-1}} = q$; является геометрической прогрессией;

в) $a_1 = x_1^2$; $a_n = x_n^2$; $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{x_n^2}{x_{n-1}^2} = q^2$ является геометрической прогрессией;

г) $a_1 = \frac{1}{x_1}$; $a_n = \frac{1}{x_n}$; $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{x_{n-1}}{x_n} = \frac{1}{q}$; является геометрической прогрессией.

703. $x_1 = x_1$; $x_2 = x_1 + d = x_1 q$; $x_3 = x_1 + 2d = x_1 q^2$;

$$\begin{cases} d = x_1 q - x_1 \\ 2d = x_1 q^2 - x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 q - 2x_1 = x_1 q^2 - x_1 \\ d = x_1 q - x_1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q^2 - 1 = 2q - 2 \\ d = x_1 q - x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q + 1 = 2 \\ d = x_1 q - x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 1 \\ d = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x_1 = x_2 = x_3$ — любые числа.

704. а) $\frac{x_n}{x_{n-1}} = \frac{2^n}{2^{n-1}} = 2 \Rightarrow$ является геометрической прогрессией;

б) $\frac{x_n}{x_{n-1}} = \frac{3^{-n}}{3^{-n+1}} = \frac{1}{3} \Rightarrow$ является геометрической прогрессией;

в) $\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} = \frac{n^2+2n+1}{n^2}$ зависит от $n \Rightarrow$ не является геометрической прогрессией;

г) $\frac{x_n}{x_{n-1}} = \frac{ab^n}{ab^{n-1}} = b$ является геометрической прогрессией.

705. а) $b_1 = \frac{243}{256} = \frac{3^5}{2^8}; q = \frac{2}{3}; n = 8; b_8 = b_1 q^7 = \frac{3^5 \cdot 2^7}{2^8 \cdot 3^7} = \frac{1}{2 \cdot 3^2} = \frac{1}{18};$

б) $b_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}; q = -\sqrt{6}; n = 5; b_5 = b_1 q^4 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 36 = 12\sqrt{6}.$

706. $b_1 = 135; b_9 = b_1 q^8 = \frac{5}{3}; q^8 = \frac{b_9}{b_1} = \frac{5}{3 \cdot 135} = \frac{1}{81}; q = \pm\sqrt{3};$ 1) $q = \sqrt{3}; b_1 = 135; b_2 = \frac{135}{\sqrt{3}} = 45\sqrt{3}; b_3 = 45;$

$b_4 = 15\sqrt{3}; b_5 = 15; b_6 = 5\sqrt{3}; b_7 = 5; b_8 = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3};$

2) $q = -\sqrt{3}; b_1 = 135; b_2 = -\frac{135}{\sqrt{3}} = -45\sqrt{3}; b_3 = 45; b_4 = -15\sqrt{3}; b_5 = 15; b_6 = -5\sqrt{3}; b_7 = 5; b_8 = -\frac{5}{\sqrt{3}} = -\frac{5\sqrt{3}}{3}.$

707. $b_n = b_1 q^{n-1}; b_{n+1} = b_1 q^n; b_{n+1} - b_n = b_1 q^{n-1} (q - 1);$

а) $b_1 > 0; q > 1; \begin{cases} b_1 > 0 \\ q - 1 > 0 \Rightarrow b_1 q^{n-1} (q - 1) > 0; \\ q^{n-1} > 0 \end{cases}$

б) $b_1 > 0; 0 < q < 1; \begin{cases} b_1 > 0 \\ q - 1 < 0 \Rightarrow b_1 q^{n-1} (q - 1) < 0; \\ q^{n-1} > 0 \end{cases}$

в) $b_1 < 0; q > 1; \begin{cases} b_1 < 0 \\ q - 1 > 0 \Rightarrow b_1 q^{n-1} (q - 1) < 0; \\ q^{n-1} > 0 \end{cases}$

$$\text{r) } b_1 < 0; 0 < q < 1; \begin{cases} b_1 < 0 \\ q - 1 < 0 \Rightarrow b_1 q^{n-1} (q - 1) > 0. \\ q^{n-1} > 0 \end{cases}$$

$$\text{708. a) } a_2 \cdot a_6 = a_1 \cdot q \cdot a_1 \cdot q^5 = (a_1 \cdot q^2) \cdot (a_1 \cdot q^4) = a_3 \cdot a_5;$$

$$\text{б) } a_{n-3} \cdot a_{n+8} = a_1 \cdot q^{n-4} \cdot a_1 \cdot q^{n+7} = (a_1 \cdot q^{n-1}) \cdot (a_1 q^{n+4}) =$$

$$= a_n \cdot a_{n+5}.$$

$$\text{709. } b_n = b_1 q^{n-1}; b_m = b_1 q^{m-1}; b_1 = \frac{b_m}{q^{m-1}}; b_n = b_1 q^{n-1} =$$

$$= \frac{b_m}{q^{m-1}} \cdot q^{n-1} = b_m \cdot q^{n-1-m+1} = b_m q^{n-m}.$$

$$\text{710. a) } q = -\frac{1}{3}; n = 5; S_n = 20\frac{1}{3}; S_5 = b_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = b_1 \times$$

$$\times \frac{-\frac{1}{3^5} - 1}{-\frac{1}{3} - 1} = b_1 \cdot \frac{244}{243} \cdot \frac{3}{4} = b_1 \cdot \frac{61}{81} = 20\frac{1}{3}; b_1 \cdot \frac{61}{81} = \frac{61}{3}; b_1 = 27;$$

$$b_5 = b_1 \cdot q^4 = 27 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{3};$$

$$\text{б) } x_1 = 11; x_n = 88; S_n = 165; x_n = x_1 q^{n-1} = 88; q^{n-1} =$$

$$= 8; S_{n-1} = x_1 \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q - 1} = 165 - 88; 77 = 11 \cdot \frac{8-1}{q-1}; q - 1 = 1;$$

$$q = 2; x_n = x_1 q^{n-1}; 2^{n-1} = 8; n - 1 = 3; n = 4;$$

$$\text{в) } x_1 = \frac{1}{2}; q = -\frac{1}{2}; S_n = \frac{21}{64}; S_n = x_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{21}{64}; \frac{1}{2} \times$$

$$\times \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^n - 1}{-\frac{1}{2} - 1} = \frac{21}{64}; \left(\left(-\frac{1}{2}\right)^n - 1\right) \cdot \frac{2}{3} = -\frac{21}{32}; \left(-\frac{1}{2}\right)^n - 1 = -\frac{63}{64};$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{64}; n = 6; x_6 = x_1 q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{64};$$

$$\text{г) } q = \sqrt{3}; x_n = x_1 q^{n-1} = 18\sqrt{3}; S_n = 26\sqrt{3} + 24; x_n =$$

$$= 18\sqrt{3}; S_n = x_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{x_1 q^n - x_1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{18 \cdot 3 - x_1}{\sqrt{3} - 1} = 26\sqrt{3} + 24;$$

$$(26\sqrt{3} + 24)(\sqrt{3} - 1) = 54 - x_1; 78 - 26\sqrt{3} + 24\sqrt{3} - 24 =$$

$$= 54 - x_1; x_1 = 2\sqrt{3}; x_n = x_1 q^{n-1} = 2\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3})^{n-1} = 18\sqrt{3};$$

$$(\sqrt{3})^{n-1} = 9; n - 1 = 4; n = 5.$$

$$\text{711. } S_n = \frac{3}{4}(5^n - 1); x_1 = S_1 = 3; x_2 = S_2 - x_1 = \frac{3}{4} \times$$

$$\times 24 - 3 = 15; x_2 = x_1 q; q = \frac{x_2}{x_1} = 5; S_n = x_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} =$$

$$= 3 \cdot \frac{5^n - 1}{4} = \frac{3}{4} \cdot (5^n - 1) \Rightarrow \text{последовательность является}$$

геометрической прогрессией.

$$\text{712. } n = 15; S_5 = \frac{11}{64}; S_{10} - S_5 = -5\frac{1}{2}; S_5 = b_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1};$$

$$S_{10} = b_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1}; S_{10} - S_5 = b_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} - b_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = \frac{b_1}{q - 1} \times$$

$$\times (q^{10} - 1 - q^5 + 1) = q^5 \cdot b_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = q^5 \cdot S_5; q^5 = \frac{S_{10} - S_5}{S_5} =$$

$$= -\frac{\frac{11}{2}}{\frac{11}{64}} = -32; q = -2; S_{15} - S_{10} = b_1 \cdot \frac{q^{15}-1}{q-1} - b_1 \cdot \frac{q^{10}-1}{q-1} =$$

$$= \frac{b_1}{q-1} \cdot (q^{15} - 1 - q^{10} + 1) = q^{10} \cdot b_1 \cdot \frac{q^5-1}{q-1} = q^5 \cdot S_5 = 1024 \times$$

$$\times \frac{11}{64} = 176.$$

713. a) $b_1 = 1; q = x; n = 5; S_5 = b_1 \cdot \frac{x^5-1}{x-1} = \frac{x^5-1}{x-1};$

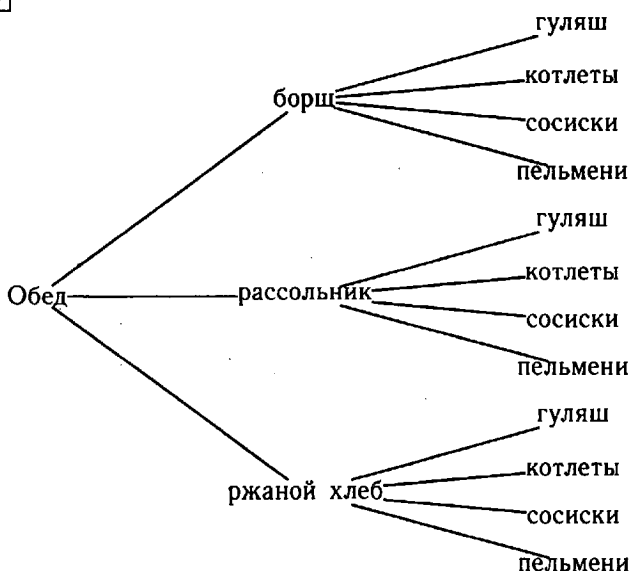
b) $b_1 = 1; q = -x; n = 7; S_7 = b_1 \cdot \frac{q^7-1}{q-1} = \frac{-x^7-1}{-x-1} = \frac{x^7+1}{x+1}.$

ГЛАВА V. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

§ 11. Элементы комбинаторики

30. Примеры комбинаторных задач

714.



715. Всего 10 вариантов: ВЗ, ВМ, ВП, ВС, ЗМ, ЗП, ЗС, МП, МС, ПС.

716. Всего 12 способов: $AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD, DA, DB, DC$.

717.

Первая ваза	3	2	1	0
Вторая ваза	0	1	2	3

718. а) 16, 18, 61, 68, 81, 86;

б) 30, 34, 40, 43.

719. а) 12, 13, 21, 23, 31, 32;

б) 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33.

720. 204, 206, 240, 246, 260, 260, 264, 402, 406, 420, 426, 460, 462, 602, 604, 620, 624, 640, 642.

721. $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$ партий.

722. $2 \cdot 11 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 + 2 \times$
 $\times 4 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 2(11 + 10 + \dots + 2 + 1) = 132$
игры.

723. $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ рукопожатий.

724. Каждый ученик отдаст $24 - 1 = 23$ учащимся свою фотографию. Значит, потребуется $24 \cdot 23 = 552$ фотографии.

725. Для каждой цифры существует всего 10 различных ходов, всего кодов $10 \cdot 10 = 100.100 > 96$. Кодов хватит для всех квартир.

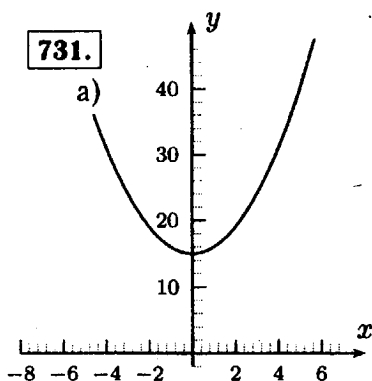
726. $3 \cdot 4 = 12$ способов.

727. $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$ способов.

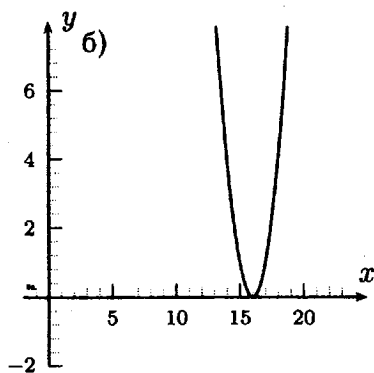
728. $5 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2 = 180$ костюмов.

729. а) $\left(\frac{2ab}{a^2-b^2} + \frac{a-b}{2a+2b}\right) \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \left(\frac{2ab}{(a-b)(a+b)} + \frac{a-b}{2(a+b)}\right) \times$
 $\times \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \frac{4ab+a^2-2ab+b^2}{2(a+b)(a-b)} \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \frac{(a+b)^2}{2(a+b)(a-b)} \times$
 $\times \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \frac{a+b}{2(a-b)} \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \frac{a^2+ab}{(a+b)(a-b)} - \frac{b}{a-b} =$
 $= \frac{a^2+ab-ab-b^2}{a^2-b^2} = 1;$ б) $\frac{y}{x-y} - \frac{x^3-xy^2}{x^2+y^2} \cdot \left(\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{x^2-y^2}\right) =$
 $= \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2-y^2)}{x^2+y^2} \cdot \frac{x^2+xy-xy+y^2}{(x^2-y^2)(x-y)} = \frac{y}{x-y} - \frac{x}{x-y} = \frac{y-x}{x-y} = -1.$

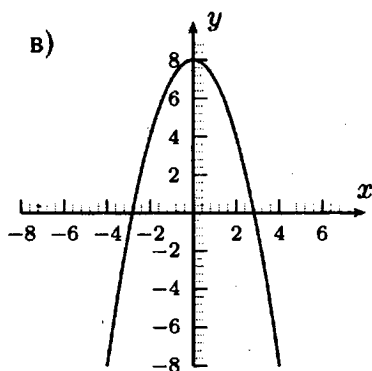
730. а) $(2,5x + 3)(4x - 1) - 2,5x(4x + 2) < 3; 10x^2 -$
 $- 2,5x + 12x - 3 - 10x^2 - 5x < 3; 4,5x < 6; x < 1\frac{1}{3};$
б) $(1 - 4x)^2 - (8x - 1)(2x + 1) > 0; 1 - 8x + 16x^2 - 16x^2 -$
 $- 8x + 2x + 1 > 0; 2 - 14x > 0; 14x < 2; x < \frac{1}{7}.$

731.

$$y \in [15; +\infty);$$



$$y \in [0; +\infty);$$



$$y \in (-\infty; 8].$$

31. Перестановки

732. $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$ способами.

733. $7! = 5040$ маршрутов.

734. $9! = 362880$ способами.

735. Исходное выражение не нужно учитывать $5! - 1 = 120 - 1 = 119$ выражений.

736. $3! = 6$ вариантов.

737. а) $6! = 720$ чисел; б) $6! - 5! = 720 - 120 = 600$ чисел.

738. а) $3! = 6$ чисел; б) Чтобы число было кратно 15 необходимо, чтобы оно было кратно 3 и 5. Любое составленное число кратно трем, так как сумма цифр его 24 кратно 3. Составленное число кратно 5, если оно оканчивается на 5, значит, таких чисел $3! = 6$.

739. Всего таких чисел $4! = 24$, поэтому сумма цифр равна $24(1 + 3 + 5 + 7) = 24 \cdot 16 = 384$.

740. а) Составленные числа будут больше 3000, если они будут начинаться с 3 или 4. Всего различных чисел начинающихся с 3 будет $3! = 6$, а с 4 — $3! = 6$. Всего $6 + 6 = 12$; б) Составленные числа будут больше 2000, если они будут начинаться с 2, 3 или 4. Всего различных чисел начинающихся с 2 будет $3! = 6$, а с 3 — $3! = 6$, с 4 — $3! = 6$. Всего $6 + 6 + 6 = 18$.

741. а) $6! = 720$; б) $5! = 120$; в) Всего 6 таких мест, когда Олег и Игорь стоят рядом, число возможных комбинаций размещения их 12. Остальные мальчики стоят в произвольном порядке, тогда всего различных расположений $12 \cdot 5! = 12 \cdot 120 = 1440$.

742. Всего 5 различных способов двух предметов рядом. Так как нам не важно, что в первое алгебра или геометрия, то различных способов размещения их 10. Остальные предметы расставлены в произвольном порядке, значит всего $10 \cdot 4! = 240$ способов.

743. $3 \cdot 2! = 6$.

744. Последний из 5 сборников может стоять на 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 или 12 месте. Всего различных расположений сборников $8 \cdot 5! = 960$. А остальные книги стоят в произвольном порядке, поэтому всего способов $960 \cdot 7! = 4838400$ способов.

745. а) $10! = 3628800$ способами; б) $5! \cdot 5! = 14400$ способами.

746. а) $90 = 9 \cdot 10$ делится; б) $92 = 4 \cdot 23$ делится; в) $94 = 2 \cdot 47$ не делится; г) $96 = 6 \cdot 16$ делится.

747. а) $168 = 3 \cdot 7 \cdot 8$ делится; б) $136 = 8 \cdot 17$ не делится; в) $147 = 3 \cdot 7 \cdot 7 < 3 \cdot 7 \cdot 14$ делится; г) $132 = 3 \cdot 4 \cdot 11$ делится.

748. а) $\frac{15!}{14!} = 15$; б) $\frac{8!}{10!} = \frac{1}{9 \cdot 10} = \frac{1}{90}$; в) $\frac{42!}{40!} = 41 \cdot 42 = 1722$; г) $\frac{16!}{14! \cdot 3!} = \frac{15 \cdot 16}{2 \cdot 3} = 5 \cdot 8 = 40$; д) $\frac{28!}{4! \cdot 26!} = \frac{27 \cdot 28}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 31,5$; е) $\frac{45!}{43! \cdot 3!} = \frac{44 \cdot 45}{2 \cdot 3} = 22 \cdot 15 = 330$.

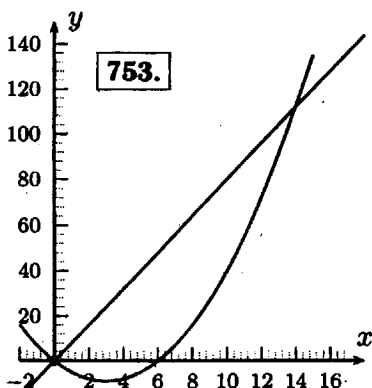
749. а) $\frac{12!}{9!} = 10 \cdot 11 \cdot 12 = 1320$; б) $\frac{14!}{12!} = 13 \cdot 14 = 182$; в) $\frac{30!}{29! \cdot 2!} = \frac{30}{2} = 15$; г) $\frac{36!}{2! \cdot 34!} = \frac{35 \cdot 36}{2} = 35 \cdot 18 = 630$; д) $\frac{15!}{2! \cdot 16!} = \frac{1}{2 \cdot 16} = \frac{1}{32}$; е) $\frac{25!}{23! \cdot 5!} = \frac{24 \cdot 25}{120} = 5$.

750. а) $6! \cdot 5 = 5! \cdot 6 \cdot 5 = 30 \cdot 5! > 6 \cdot 5!$; больше в 5 раз; б) $(n+1)! \cdot n = n(n+1) \cdot n! > (n+1)n!$ больше в n раз.

751. а) $\left(\frac{a-3}{a^2-3a+9} - \frac{6a-18}{a^3+27} \right) : \frac{5a-15}{4a^3+108} =$
 $= \left(\frac{a-3}{a^2-3a+9} - \frac{6(a-3)}{(a+3)(a^2-3a+9)} \right) \cdot \frac{4(a^3+27)}{5(a-3)} = \frac{a+3-6}{a^3+27} \cdot \frac{4(a^3+27)}{5} =$
 $= \frac{4}{5}(a-3);$

б) $\frac{ab^2-a^2b}{a+b} \cdot \frac{a+\frac{ab}{a-b}}{a-\frac{ab}{a+b}} = \frac{ab(b-a)}{a+b} \cdot \frac{1+\frac{b}{a-b}}{1-\frac{b}{a+b}} = \frac{ab(b-a)}{a+b} \cdot \frac{\frac{a-b}{a-b}}{\frac{a-b}{a+b}} = \frac{ab(b-a)}{a+b} \times$
 $\times \frac{a}{a-b} \cdot \frac{a+b}{a} = -ab.$

752. а) $\begin{cases} 7 - 3x - 4(3 - 1,5x) < 0 \\ -6(1 + 2,5x) - 10x - 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} 7 - 3x - 12 + 6x < 0 \\ -6 - 15x - 10x - 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x < 5 \\ 25x < -10 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} x < 1\frac{2}{3} \\ x < -0,4 \end{cases} \Rightarrow x < -0,4;$
 б) $\begin{cases} 2(1,5x - 1) - (x + 4) \geq 0 \\ -(2 - x) - 0,75x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2 - x - 4 \geq 0 \\ -2 + x - 0,75x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \geq 6 \\ 0,25x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 8 \end{cases} \Rightarrow 3 \leq x \leq 8.$



$$x^2 - 6x = 8x; x^2 - 14x = 0; x(x - 14) = 0; x_1 = 0; x_2 = 14;$$

$$y = 8x; \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x_2 = 14 \\ y_2 = 112 \end{cases}$$

Ответ: графики пересекаются в точках (0; 0), (14; 112).

32. Размещения

754. $A_4^3 = \frac{4!}{1!} = 24.$

755. $A_{30}^2 = \frac{30!}{28!} = 29 \cdot 30 = 870.$

756. $A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 840.$

757. $A_{12}^4 = \frac{12!}{8!} = 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 = 11880.$

758. $A_{10}^5 = \frac{10!}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 30240.$

759. $A_{20}^6 = \frac{20!}{14!} = 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 = 27907200.$

760. а) $A_6^2 = \frac{6!}{4!} = 5 \cdot 6 = 30$; б) $A_6^4 = \frac{6!}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 360$;

в) $A_6^6 = 6! = 720.$

761. $A_{26}^5 = \frac{26!}{21!} = 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25 \cdot 26 = 7893600.$

762. а) $A_5^4 = \frac{5!}{1!} = 120$; б) $A_5^4 - A_4^3 = \frac{5!}{1!} - \frac{4!}{1!} = 5 \cdot 4! - 4! = 4 \cdot 4! = 96.$

763. $A_{10}^7 - A_9^6 = \frac{10!}{3!} - \frac{9!}{3!} = \frac{9 \cdot 9!}{3!} = 544320.$

764. а) $A_4^2 + A_4^2 = 2A_4^2 = 2 \cdot \frac{4!}{2!} = 4! = 24$; б) $A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12.$

765. а) $-2 < \frac{4x-1}{5} < 2$; $-10 < 4x-1 < 10$; $-9 < 4x < 11$; $-2\frac{1}{4} < x < 2\frac{3}{4}$; б) $0,2 \leq \frac{1-5x}{20} \leq 0,4$; $4 \leq 1-5x \leq 8$; $3 \leq -5x \leq 7$; $-7 \leq 5x \leq -3$; $-1,4 \leq x \leq -0,6.$

$$\boxed{766.} \text{ a) } \begin{cases} 3y - 2x = 10 \\ 7x + 5y = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 3y - 10 \\ 14x + 10y = 54 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 14x = 21y - 70 \\ 21y - 70 + 10y = 54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 31y = 124 \\ x = 1,5y - 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0,4x - 0,2y = 0,4 \\ x + 11y = 12,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + 11y = 12,5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 2 \\ x + 22x - 22 = 12,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 23x = 34,5 \\ y = 2x - 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\boxed{767.} \text{ а) } \frac{8!}{6! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 7 \cdot 4 = 28; \text{ б) } \frac{12!}{9! \cdot 3!} = \frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{2 \cdot 3} = 220;$$

$$\text{в) } \frac{7! \cdot 5!}{8! \cdot 4!} = \frac{5}{8}.$$

33. Сочетания

$$\boxed{768.} \quad C_7^2 = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21.$$

$$\boxed{769.} \quad C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 56.$$

$$\boxed{770.} \quad C_{10}^6 = \frac{10!}{6! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 210.$$

$$\boxed{771.} \quad C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28.$$

$$\boxed{772.} \text{ а) } C_{10}^4 = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 210; \text{ б) } C_{10}^5 = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 252.$$

$$\boxed{773.} \text{ а) } C_{11}^2 = \frac{11!}{2! \cdot 9!} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55; \text{ б) } C_{11}^3 = \frac{11!}{3! \cdot 8!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11}{2 \cdot 3} = 165.$$

$$\boxed{774.} \quad C_{12}^4 \cdot C_5^2 = \frac{12!}{4! \cdot 8!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} = 4950.$$

$$\boxed{775.} \quad C_{10}^3 \cdot C_4^2 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{6} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} = 720.$$

$$\boxed{776.} \text{ а) } 5! = 120; \text{ б) } 4! = 24.$$

$$\boxed{777.} \quad 5! \cdot 4! = 120 \cdot 24 = 2880.$$

$$\boxed{778.} \text{ а) } C_{10}^1 = \frac{10!}{1! \cdot 9!} = 10; \text{ б) } C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{6} = 120;$$

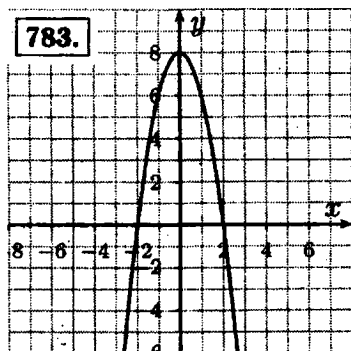
$$\text{в) } C_{10}^2 = \frac{10!}{2! \cdot 8!} = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45.$$

779. а) $C_{16}^4 = \frac{16!}{4! \cdot 12!} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16}{24} = 1820$; б) $A_{16}^4 = \frac{16!}{12!} = 43680$.

780. $A_5^2 \cdot A_{10}^3 = \frac{5!}{3!} \cdot \frac{10!}{7!} = 4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 14400$.

781. $C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{(n-1)n}{2} = 378$; $(n-1)n = 756$; $n^2 - n - 756 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 756 = 3025$; $n = \frac{1 \pm 55}{2}$; $n > 0$; $\Rightarrow n = 28$.

782. $C_n^4 = 13C_n^2$; $\frac{n!}{4!(n-4)!} = 13 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!}$; $\frac{(n-3)(n-2)}{24} = \frac{13}{2}$; $n^2 - 2n - 3n + 6 = 13 \cdot 12$; $n^2 - 5n - 150 = 0$; $D = 25 + 4 \times 150 = 625$; $n = \frac{5 \pm 25}{2}$; $n > 0$; $\Rightarrow n = 15$.



784. а) $x^2 - 0,5x - 5 < 0$; $x^2 - 0,5x - 5 = 0$; $D = 0,25 + 4 \cdot 5 = 20,25$; $x = \frac{0,5 \pm 4,5}{2}$; $x_1 = -2$; $x_2 = 2,5$; $\Rightarrow x^2 - 0,5x - 5 = (x + 2)(x - 2,5) < 0$ при $x \in (-2; 2,5)$; б) $x^2 - 2x + 12,4 = (x^2 - 2x + 1) + 11,4 = (x - 1)^2 + 11,4 > 0$ при любом значении x .

785. а)
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ xy = 240 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ y(y + 1) = 240 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ y^2 + y - 240 = 0 \end{cases}$$

$D = 1 + 4 \cdot 240 = 961$; $y = \frac{-1 \pm 31}{2}$; $y_1 = 15$; $y_2 = -16$;

1) $\begin{cases} y_1 = 15 \\ x_1 = 16 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_2 = -16 \\ x_2 = -15 \end{cases}$

Ответ: (16; 15) и (-15; -16).

$$\begin{aligned}
6) \quad & \begin{cases} x^2 + y^2 = 65 \\ 2x - y = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 15 \\ x^2 + 4x^2 - 60x + 225 = 65 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} 5x^2 - 60x + 160 = 0 \\ y = 2x - 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 12x + 32 = 0 \\ y = 2x - 15 \end{cases} \quad x^2 - \\
& - 12x + 32 = 0; D_1 = 6^2 - 32 = 4; x = 6 \pm 2; x_1 = 4; \\
& x_2 = 8; 1) \begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = -7 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_2 = 8 \\ y_2 = 1 \end{cases}
\end{aligned}$$

Ответ: (4; -7) и (8; 1).

786. а) $5\sqrt{x} = 1$; $\sqrt{x} = \frac{1}{5}$; $x = \frac{1}{25}$; б) $\sqrt{x-4} = 15$;
 $x - 4 = 225$; $x = 229$.

§ 12. Начальные сведения из теории вероятностей

34. Относительная частота случайного события

787. $\frac{12}{1000} = 0,012$.

788. $\frac{46}{31+31} = \frac{23}{31}$.

789. Пусть число слов составленных из шести букв x . Тогда, относительная частота появления слов $\frac{x}{150}$.

790. $\frac{\text{число букв}}{\text{общее число букв}}$.

791. а) $\frac{7}{164} \approx 0,0427 > 0,038$; б) $\frac{6}{164} \approx 0,0366 > 0,026$.

792. $\frac{\text{число выпадений орла}}{\text{число подбрасываний}}$.

793. Относительная частота попаданий: 0,76; 0,8; 0,84; 0,8; 0,78; 0,84; 0,86; 0,9; 0,8. Вероятность попадания равна: $\frac{0,76+0,8+0,84+0,8+0,78+0,84+0,86+0,9+0,8}{9} = \frac{7,38}{9} = 0,82$.

794. Нельзя.

795. $0,9 \cdot 85 = 76,5 \approx 77$.

796. а) $f(x) = x^2 - 10x - 17$; $xв = \frac{-b}{2a} = 5$; $yв = 25 - 50 - 17 = -42$. Область определения $(-\infty; +\infty)$; область значений $[-42; +\infty)$; б) $g(x) = \frac{1}{|x|-x}$; 1) $x \geq 0$; $x - x = 0$

значение функции не определено. 2) $x < 0$; $g(x) = \frac{1}{-x-x} = -\frac{1}{2x}$. Область определения $(-\infty; 0)$; область значений $(0; +\infty)$.

797. а) $4x - 5x^2 < 0$; $x(4 - 5x) < 0$; $x(x - 0,8) > 0$; $\Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (0,8; +\infty)$; б) $9x^2 \leq -5x$; $9x^2 + 5x \leq 0$; $x(9x + 5) \leq 0$; $x(x + \frac{5}{9}) \leq 0$; $x \in [-\frac{5}{9}; 0]$; в) $6x^2 - x - 35 > 0$; $D = 1 + 4 \cdot 6 \cdot 35 = 841$; $x = \frac{1 \pm 29}{12}$; $x_1 = 2,5$; $x_2 = -2\frac{1}{3}$; $a > 0$; $\Rightarrow x \in (-\infty; -2\frac{1}{3}) \cup (2,5; +\infty)$.

35. Вероятность равновозможных событий

798. $\frac{120}{1500} = 0,08$.

799. Всего исходов 6, причем у каждого различное число очков от 1 до 6. а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

800. Всего двухзначных чисел 90. Сумма цифр равна 6 только у 15, 24, 33, 42, 51, 60, вероятность равна $\frac{6}{90} = \frac{1}{15}$.

801. Вероятность равна $\frac{93-3-6}{93} = \frac{84}{93} = \frac{28}{31}$.

802. У одного кубика исходов 6, у двух $6 \cdot 6 = 36$ и только у двух исходов сумма очков равна 3. Вероятность равна $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

803. У одного кубика исходов 6, у двух $6 \cdot 6 = 36$, из них 7 случаев, когда сумма очков кратна 5 и 6 случаев, когда сумма кратна 6. Вероятность выигрыша Андрея $\frac{7}{36}$, а у Олега $\frac{6}{36}$.

Ответ: у Андрея.

804. Всего различных комбинаций $3! = 6$. Вероятность равна $\frac{1}{6}$.

805. Всего комбинаций $5! = 120$. Вероятность равна $\frac{1}{120}$.

806. Всего таких слов $4! = 24$. Вероятность равна $\frac{1}{24}$.

807. $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$; $P(C) = 1$; $P(D) = 0$.

808. $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$; $P(C) = 1$; $P(D) = 0$.

809. $\frac{C_9^2}{C_{10}^2} = \frac{9!}{2! \cdot 7!} : \frac{10!}{2! \cdot 8!} = \frac{9! \cdot 8! \cdot 2!}{10! \cdot 7! \cdot 2!} = \frac{8}{10} = 0,8$.

$$\boxed{810.} \quad \frac{C_{15}^2 \cdot C_{12}^2}{C_{27}^4} = \frac{\frac{15!}{2! \cdot 13!} \cdot \frac{12!}{2! \cdot 10!}}{\frac{27!}{4! \cdot 23!}} = \frac{15! \cdot 12! \cdot 4! \cdot 23!}{2! \cdot 13! \cdot 2! \cdot 10! \cdot 27!} = \frac{77}{195} \approx 0,39.$$

$$\boxed{811.} \quad \frac{C_8^3 \cdot C_4^2}{C_{12}^5} = \frac{\frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}}{\frac{12!}{5! \cdot 7!}} = \frac{8! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 7!}{3! \cdot 5! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 12!} = \frac{14}{33}.$$

$$\boxed{812.} \quad \frac{C_8^3 \cdot C_4^2}{C_{12}^6} = \frac{\frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{4!}{3! \cdot 1!}}{\frac{12!}{6! \cdot 6!}} = \frac{8! \cdot 4! \cdot 6! \cdot 6!}{3! \cdot 5! \cdot 3! \cdot 12!} = \frac{8}{33}.$$

813. а) Всего существует $3! = 6$ возможностей распределить номерки и только в одной из них Аня получит своё пальто, а остальные нет. Вероятность равна $\frac{1}{6}$;
 б) Всего существует $3! = 6$ возможностей распределить номерки и только в 4 из них Вера не получит своё пальто. Вероятность равна $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

$$\boxed{814.} \quad S_{DEC} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 S_{ABC} = \frac{S_{ABC}}{9}. \text{ Вероятность равна } \frac{S_{DEC}}{S_{ABC}} = \frac{1}{9}.$$

$$\boxed{815.} \quad \frac{0,5}{2,5} = \frac{1}{5}.$$

$$\boxed{816.} \quad \frac{1,2}{3} = \frac{2}{5}.$$

$$\boxed{817.} \quad \frac{a+b}{a^2+ab+b^2} \cdot \frac{a^3-b^3}{b^2-a^2} : \left(1 - \frac{1+b}{b}\right) = \frac{a+b}{a^2+ab+b^2} \times \\ \times \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(b-a)(a+b)} : \frac{b-1-b}{b} = -1 \cdot (-b) = b.$$

$$\boxed{818.} \quad \begin{cases} y = 2x^2 - 6x \\ y = 10x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x = 2x^2 - 6x \\ y = 10x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 8x = 0 \\ y = 10x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x-8) = 0 \\ y = 10x \end{cases} \Rightarrow 1) \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_2 = 8 \\ y_2 = 80 \end{cases}$$

Ответ: (0; 0), (8; 80).

$$\boxed{819.} \quad \text{а) } \frac{x}{x-5} - \frac{4}{x+5} + \frac{76}{25-x^2} = 0 \frac{x^2+5x-4x+20}{x^2-25} - \frac{76}{x^2-25} = 0; \\ \frac{x^2+x-56}{x^2-25} = 0; \Rightarrow x \neq \pm 5; x^2+x-56=0; D=1+4 \cdot 56 = \\ = 225; x = \frac{-1 \pm 15}{2}; x_1 = -8 \text{ или } x_2 = 7;$$

$$\text{б) } \frac{7x}{x^2-36} + \frac{3}{6-x} = \frac{7}{x+6}; \frac{7x}{x^2-36} - \frac{3}{x-6} - \frac{7}{x+6} = 0; \\ \frac{7x-3x-18-7x+42}{x^2-36} = 0; \Rightarrow x \neq \pm 6; -3x+24=0; 3x=24; \\ x=8.$$

36. Сложение и умножение вероятностей

820. а) $\frac{10}{10+7+5+8} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$; б) $\frac{8}{10+7+5+8} = \frac{4}{15}$;
в) $\frac{10+8}{10+7+5+8} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$.

821. а) $\frac{1200}{100000} = 0,012$; б) $\frac{800}{100000} = 0,008$; в) $\frac{1200+800}{100000} = 0,02$.

822. Из четырех букв можно составить $4! = 24$ различных слов, из них 2 слова с нужными названиями. Вероятность равна $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$.

823. Вероятность того, что выпадет одно очка $\frac{1}{6}$, а того что более трех $\frac{1}{2}$. Искомая вероятность $2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

824. $0,03 \cdot 0,04 = 0,0012$.

825. $\frac{2}{12} \cdot \frac{3}{15} = \frac{1}{30}$.

826. а) $(\frac{5}{5+3})^2 = \frac{25}{64}$; б) $(\frac{3}{5+3})^2 = \frac{9}{64}$.

827. $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$.

828. $1 - (1 - 0,8)(1 - 0,75) = 0,95$.

829. $1 - \frac{6}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$.

830. $1 - \frac{C_7^3}{C_{11}^3} = 1 - \frac{35}{165} = 1 - \frac{7}{33} = \frac{26}{33}$.

Дополнительные упражнения к главе V

831. Чтобы число было кратно 10 оно должно заканчиваться на 0, на первом месте могут быть все цифры кроме 0, а на втором и третьем любые. Поэтому всего четырехзначных чисел кратных 10 — $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$.

832. 1) с, з, з, з. 2) з, с, з, з. 3) з, з, с, з. 4) з, з, з, с.

833. 11444, 14144, 14414, 14441, 41144, 41414, 41441, 44114, 44141, 44411.

834. Это все числа, которые начинаются с 2 их всего $3! = 6$, и которые начинаются с 3 их всего $3! = 6$. Значит всего $6 + 6 = 12$.

835. а) Последняя цифра должна быть 2, а остальные любые. Всего $3! = 6$; б) Последняя цифра должна быть 4 или 2, а остальные любые. Всего $3! + 3! = 6 + 6 = 12$.

836. а) $100 = 50 \cdot 2 \Rightarrow$ делится; б) $305 = 5 \cdot 61 \Rightarrow$ не делится; в) $1550 = 5 \cdot 10 \cdot 31 \Rightarrow$ делится.

837. а) $n = 5$; $5! = 120$; б) $n = 10$; $10! = 3628800$;
в) $n = 15$.

838. а) Это числа, которые оканчиваются на 2 или на 4. $2 \cdot A_4^2 = 2 \cdot \frac{4!}{2!} = 4! = 24$; б) Это числа, сумма цифр которых кратна 3. $4 \cdot P_3 = 4! = 24$.

839. а) $\frac{(n+1)!}{n!} = n + 1$; б) $\frac{n!}{(n+2)!} = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$;
в) $\frac{(n+1)!(n+3)}{(n+4)!} = \frac{n+3}{(n+2)(n+3)(n+4)} = \frac{1}{(n+2)(n+4)}$.

840. а) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = n(n+1) = 42$; $n^2 + n - 42 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 42 = 169$; $n = \frac{-1 \pm 13}{2}$; $n > 0$; $\Rightarrow n = 6$; б) $\frac{(n+1)! - n!}{(n+1)!} = \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1} = \frac{5}{6}$; $6n = 5n + 5$; $n = 5$.

841. а) $C_{24}^2 = \frac{24!}{2! \cdot 22!} = \frac{23 \cdot 24}{2} = 276$; б) $A_{24}^2 = \frac{24!}{22!} = 23 \times 24 = 552$.

842. $C_6^1 + C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 + C_6^5 + C_6^6 = \frac{6!}{5!} + \frac{6!}{2! \cdot 4!} + \frac{6!}{3! \cdot 3!} + \frac{6!}{4! \cdot 2!} + \frac{6!}{5! \cdot 1!} + 1 = 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 63$.

843. $A_n^2 = 30$; $\frac{n!}{(n-2)!} = (n-1)n = 30$; $n^2 - n - 30 = 0$;
 $D = 1 + 120 = 121$; $n = \frac{1 \pm 11}{2}$; $n > 0$; $\Rightarrow n = 6$.

844. а) $A_9^4 = \frac{9!}{5!} = 3024$; б) $A_9^3 = \frac{9!}{6!} = 504$.

845. $C_n^2 = 28$; $\frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2} = 28$; $n(n-1) = 56$;
 $n^2 - n - 56 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 56 = 225$; $n = \frac{1 \pm 15}{2}$; $n > 0 \Rightarrow \Rightarrow n = 8$.

846. $C_{25}^3 \cdot C_{20}^2 \cdot C_{18}^1 = \frac{25!}{3! \cdot 22!} \cdot \frac{20!}{2! \cdot 18!} \cdot \frac{18!}{1! \cdot 17!} = 7866000$.

847. $A_{n+1}^2 = 1,25 A_n^2$; $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 1,25 \cdot \frac{n!}{(n-2)!}$; $n(n+1) = 1,25n(n-1)$; $n+1 = 1,25n - 1,25$; $0,25n = 2,25$; $n = 9$.

848. а) $C_{12}^4 = \frac{12!}{4! \cdot 8!} = 495$; б) $C_{12}^5 = \frac{12!}{5! \cdot 7!} = 792$.

849. $C_5^2 \cdot C_8^3 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{8!}{3! \cdot 5!} = 560$.

850. а) Одно число 111; б) $C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$ числа 112, 121, 211; в) Сумма цифр равна 6 у всех составленных чисел, которые состоят, из 1) 1, 1, 4. различных $C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$. 2) 2, 2, 2 такое одно число 222. 3) 1, 2, 3. различных $3! = 6$. Всего $3 + 1 + 6 = 10$.

851. а) 14 чисел: 105, 150, 501, 510, 123, 132, 213, 231, 312, 321, 204, 240, 402, 420; б) 16 чисел: 135, 153, 315, 351, 513, 234, 243, 324, 342, 423, 432, 405, 450, 504, 540.

852. а) $\frac{P_6 - P_4}{P_5} = \frac{6! - 4!}{5!} = \frac{5 \cdot 6 - 1}{5} = 6 - \frac{1}{5} = 5,8$; б) $\frac{A_6^4 - A_8^3}{A_7^3 - A_7^2} = \frac{\frac{8!}{4!} - \frac{8!}{5!}}{\frac{7!}{3!} - \frac{7!}{2!}} = \frac{8 - \frac{8}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{40 - 8}{5 - 1} = \frac{32}{4} = 8$; в) $\frac{C_6^3 - C_6^2}{A_6^2} = \frac{\frac{6!}{3! \cdot 3!} - \frac{6!}{2! \cdot 4!}}{\frac{6!}{4!}} = \left(\frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{6} - \frac{5 \cdot 6}{2}\right) \cdot \frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

853. $A_n^4 = 12A_n^2$; $\frac{n!}{(n-4)!} = 12 \frac{n!}{(n-2)!}$; $(n-2)(n-3) = 12$; $n^2 - 3n - 2n + 6 - 12 = 0$; $n^2 - 5n - 6 = 0$; $D = 25 + 24 = 49$; $n = \frac{5 \pm 7}{2}$; $n > 0$; $\Rightarrow n = 6$.

854. $A_n^4 = 14 \cdot A_{n-2}^3$; $\frac{n!}{(n-4)!} = 14 \frac{(n-2)!}{(n-5)!}$; $n(n-1) = 14(n-4)$; $n^2 - n - 14n + 56 = 0$; $n^2 - 15n + 56 = 0$; $D = 15^2 - 4 \cdot 56 = 1$; $n = \frac{15 \pm 1}{2}$; $n = 7$; или $n = 8$.

855. а) $14C_n^{n-2} = 15A_{n-3}^2$; $14 \cdot \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = 15 \times \frac{(n-3)!}{(n-5)!}$; $7(n-1)n = 15(n-4)(n-3)$; $7n^2 - 7n = 15(n^2 - 3n - 4n + 12)$; $7n^2 - 7n = 15n^2 - 105n + 180$; $8n^2 - 98n + 180 = 0$; $4n^2 - 49n + 90 = 0$; $D = 49^2 - 4 \times 4 \cdot 90 = 961$; $n = \frac{49 \pm 31}{8}$; $\Rightarrow n = 10$; б) $6C_n^{n-3} = 11A_{n-1}^2$; $6 \cdot \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} = 11 \cdot \frac{(n-1)!}{(n-3)!}$; $n = 11$;

в) $13C_{2n}^{n+1} = 7C_{2n+1}^{n-1}$; $13 \cdot \frac{(2n)!}{(n+1)! \cdot (n-1)!} = 7 \cdot \frac{(2n+1)!}{(n-1)! \cdot (n+2)!}$; $13(n+2) = 7(2n+1)$; $13n + 26 = 14n + 7$; $n = 19$;

г) $21C_{2n}^{n+1} = 11C_{2n+1}^{n-1}$; $21 \cdot \frac{(2n)!}{(n+1)! \cdot (n-1)!} = 11 \cdot \frac{(2n+1)!}{(n-1)! \cdot (n+2)!}$; $21(n+2) = 11(2n+1)$; $21n + 42 = 22n + 11$; $n = 31$.

856. В первом 4, во втором 4, в третьем 2, в четвертом 2, в пятом 3, в шестом 2, в седьмом 2, в восьмом 3, в девятом 2, в десятом 1. а) $0,4 > 0,2$; б) $0,4 > 0,1$.

857. а) Всего 4 кости, в которых сумма очков равна 6. Вероятность равна $\frac{4}{28} = \frac{1}{7}$; б) Костей, у которых сумма очков равна 5, три, костей у которых сумма очков равна 4, три. Вероятности равны $\frac{3}{28}$.

858. Всего получится $A_4^3 = \frac{4!}{1!} = 24$ числа. а) $\frac{1}{24}$;

б) $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$; в) $\frac{A_3^2}{24} = \frac{3!}{4!} = \frac{1}{4}$.

859. а) $\frac{9}{25}$; б) $\frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$.

860. Всего 19 чисел от 1 до 100, в которых есть цифра 6, поэтому вероятность равна $\frac{100-19}{100} = 0,81$.

861. Это номера: 1, 5, 7, 11, 13. Вероятность равна $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

862. $\frac{C_6^2 \cdot C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{2! \cdot 4! \cdot 1! \cdot 3!}{10!} = \frac{1}{2}$.

863. $\frac{C_7^2}{C_{28}^2} = \frac{2! \cdot 5!}{28!} = \frac{1}{18}$.

864. $\frac{C_{37}^1}{C_{40}^1} = \frac{37!}{36! \cdot 40!} = \frac{37}{40}$.

865. а) $\frac{1}{A_5^3} = \frac{2!}{5!} = \frac{1}{60}$; б) $\frac{1}{A_5^4} = \frac{1}{5!} = \frac{1}{120}$; в) $\frac{1}{5!} = \frac{1}{120}$.

866. а) $\frac{1}{C_5^2} = \frac{2! \cdot 3!}{5!} = \frac{1}{10}$; б) $\frac{2}{C_5^2} = \frac{2 \cdot 2! \cdot 3!}{5!} = \frac{1}{5}$.

867. $\frac{n}{12} = \frac{1}{6}$; $6n = 12$; $n = 2$.

868. Пусть белых шаров в мешке было x , тогда красных $2x$ и синих $24 - 3x$. По условию $\frac{x}{24} = \frac{1}{8}$; $8x = 24$; $x = 3$. Вероятность того, что вытянутый наугад шар окажется синим $\frac{24-3x}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$.

869. Таких номеров всего 13, потому вероятность равна $\frac{13}{50} = 0,26$.

870. $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$.

871. $(\frac{1}{10})^5 = 0,00001$.

872. а) Должно выпасть 1, 1, 1. Вероятность равна $(\frac{1}{6})^3 = \frac{1}{216}$; б) Должно выпасть 1, 1, 2; 1, 2, 1; 2, 1, 1. $3 \cdot (\frac{1}{6})^3 = \frac{3}{216} = \frac{1}{72}$; в) $3 \cdot (\frac{1}{6})^3 + 3 \cdot (\frac{1}{6})^3 = \frac{1}{36}$; г) $3 \cdot (\frac{1}{6})^3 + 3 \cdot (\frac{1}{6})^3 + 3 \cdot (\frac{1}{6})^3 + 6 \cdot (\frac{1}{6})^3 = 15 \cdot (\frac{1}{6})^3 = \frac{5}{72}$.

873. Вероятность выигрыша у Миши: $3 \cdot (\frac{1}{6})^3 + 3 \cdot (\frac{1}{6})^3 = \frac{1}{36}$. Вероятность выигрыша у Кости $3 \cdot (\frac{1}{6})^3 + 3 \cdot (\frac{1}{6})^3 = \frac{1}{36}$. Значит, шансы одинаковы.

874. а) $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$; б) $(\frac{1}{3})^3 = \frac{1}{27}$;

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ КУРСА 7-9 КЛАССОВ

Вычисления

875. а) $\frac{2-3x^2}{x^3} = \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x}$; при $x = -\frac{1}{2}$; $\frac{2}{x^3} - \frac{3}{x} = -16 + 6 = -10$; б) $\frac{1-m^2}{3m^2-m} = \frac{(1+m)(1-m)}{m(3m-1)}$; при $m = \frac{2}{3}$; $\frac{(1+m)(1-m)}{m(3m-1)} = \frac{\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{2}{3} \cdot 1} = \frac{5}{6}$; в) $\frac{10x^2-5y^2}{x+y} = \frac{5(2x^2-y^2)}{x+y}$; при $x = 1,4$, $y = -1,6$. $\frac{5(2x^2-y^2)}{x+y} = \frac{5(3,92-2,56)}{-0,2} = -34$; г) При $a = 1,5$; $b = 10$; $c = -2$; $\frac{abc}{a(b-c)} = \frac{-30}{1,5 \cdot 12} = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$.

876. Среднее арифметическое

$$\frac{18 + 18 + 19 + 20 + 23 + 24 + 24 + 25 + 25 + 25}{10} = 22,1.$$

Мода ряда 25, медиана $\frac{23+24}{2} = 23,5$, размах $25 - 18 = 7$.

877. а) $(1 - 0,4)(1,3 \cdot 10000) = 7800$ р;

б) $(1 - 0,4)(1,3x) = 0,78$; $1 - 0,78 = 0,22 \Rightarrow$ цена снизилась на 22%.

878. Найдем сколько грамм воды в растворе $200 \times 0,6 = 120$ г, тогда соли $200 - 120 = 80$ г. Тогда при добавлении 300 г воды концентрация стала $\frac{80}{200+300} = 0,16 = 16\%$.

879. а) Пусть раствора было x г, тогда в первом растворе $0,15x$ г соли, а во втором $0,45x$ г соли. Концентрация получившегося раствора $\frac{0,15x+0,45x}{2x} = 0,3 = 30\%$;

б) Пусть первого раствора было x г, тогда второго $2x$, в первом растворе $0,3x$ г соли, а во втором $0,15 \cdot 2x = 0,3x$ г соли. Концентрация получившегося раствора $\frac{0,3x+0,3x}{x+2x} = 0,2 = 20\%$.

880. Пусть вторых сливок было x г, тогда первых $3x$. Жирность получившихся сливок $\frac{0,1 \cdot 3x + 0,2x}{3x+x} = \frac{0,3x+0,2x}{4x} = \frac{0,5x}{4x} = 0,125 = 12,5\%$.

881. а) $1,05 \cdot (1,05 \cdot 8000) = 8820$ р; б) $1,05 \cdot (1,05 \cdot 8000 + 2000) = 10920$ р.

882. а) $(\sqrt{15} + \sqrt{10}) \cdot 2\sqrt{5} - 5\sqrt{12} = 2(5\sqrt{3} + 5\sqrt{2}) - 5\sqrt{12} = 5(\sqrt{12} + 2\sqrt{2} - \sqrt{12}) = 10\sqrt{2}$; б) $\frac{2\sqrt{70} - 2\sqrt{28}}{3\sqrt{35} - 3\sqrt{14}} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{2 \cdot 5 \cdot 7} - \sqrt{2 \cdot 14}}{\sqrt{5 \cdot 7} - \sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; в) $(2\sqrt{12} - 3\sqrt{3})^2 = (4\sqrt{3} - 3\sqrt{3})^2 = 3$; г) $\frac{10-5\sqrt{3}}{10+5\sqrt{3}} + \frac{10+5\sqrt{3}}{10-5\sqrt{3}} = \frac{100-10\sqrt{3}+25 \cdot 3+100+10\sqrt{3}+25 \cdot 3}{100-25 \cdot 3} = \frac{350}{25} = 14$.

883. $(5 - 2\sqrt{6})^2 - (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(4\sqrt{2} + 8\sqrt{3}) = 25 - 20\sqrt{6} + 24 - 24 - 24\sqrt{6} + 8\sqrt{6} + 48 = 73 - 36\sqrt{6}$.

884. а) $\frac{\sqrt{\sqrt{18}-3} \cdot \sqrt{\sqrt{18}+3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{18-9}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{9}{6}} = \sqrt{1,5}$;

б) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7+\sqrt{24}} \cdot \sqrt{7-\sqrt{24}}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{49-24}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{25}} = \sqrt{0,4}$.

885. а) $\sqrt{19 - 6\sqrt{10}} = \sqrt{9 - 6\sqrt{10} + 10} = \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2} = \sqrt{10} - 3$;

б) $\sqrt{23 - 8\sqrt{7}} = \sqrt{16 - 8\sqrt{7} + 7} = \sqrt{(4 - \sqrt{7})^2} = 4 - \sqrt{7}$.

886. а) При $x = 1 + \sqrt{2}$; $3x^2 - 6x - 5 = 3(1 + \sqrt{2})^2 - 6(1 + \sqrt{2}) - 5 = 3(1 + 2\sqrt{2} + 2) - 6 - 6\sqrt{2} - 5 = 9 + 6\sqrt{2} - 11 - 6\sqrt{2} = -2$; б) При $x = \sqrt{5} + 1$; $\frac{x^2 - x - 5}{x-1} = \frac{5+2\sqrt{5}+1-\sqrt{5}-1-5}{\sqrt{5}+1-1} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$.

887. а) $0,3^{-3} + (\frac{3}{7})^{-1} + (-0,5)^{-2} \cdot \frac{3}{4} + (-1)^{-8} \cdot 6 = \frac{100}{27} + \frac{7}{3} + 4 \cdot \frac{3}{4} + 6 = 3\frac{19}{27} + 2\frac{1}{3} + 3 + 6 = \frac{406}{27} = 15\frac{1}{27}$;

б) $(\frac{2}{3})^{-2} - (\frac{1}{9})^{-1} + (\frac{6}{17})^0 \cdot \frac{1}{8} - 0,25^{-2} \cdot 16 = \frac{9}{4} - 9 + \frac{1}{8} - 16 \times \times 16 = 2\frac{1}{4} - 9 + \frac{1}{8} - 256 = -262\frac{5}{8}$.

888. $a_2 = a_1 + d = -6$; $a_3 = a_1 + 2d = -2$;

$$\begin{cases} a_1 + d = -6 \\ a_1 + 2d = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 4 \\ a_1 = -10 \end{cases} \quad a_{15} = a_1 + 14d = -10 + 14 \cdot 4 = 46$$

$$\boxed{889.} \quad x_2 = x_1 + d = x_1 + 1,2 = -2,4; \quad x_1 = -3,6; \quad S_{10} = \frac{2x_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 5(-7,2 + 1,2 \cdot 9) = 18.$$

$$\boxed{890.} \quad b_2 = b_1q = -\frac{1}{32}; \quad b_3 = b_1q^2 = \frac{1}{16}; \quad q = -\frac{1}{16} \cdot 32 = -2; \\ b_1 = \frac{1}{64}; \quad b_{12} = b_1q^{11} = \frac{1}{64} \cdot (-2)^{11} = -32.$$

$$\boxed{891.} \quad x_2 = x_1q = -\frac{1}{2}x_1 = -32; \quad x_1 = 64; \quad S_{10} = x_1 \cdot \frac{q^{10}-1}{q-1} = \\ = 64 \cdot \frac{2^{\frac{1}{2} \cdot 10} - 1}{2^{\frac{1}{2}} - 1} = 64 \cdot \frac{1023}{1024} \cdot 2 = \frac{341}{8} = 42\frac{5}{8}.$$

$$\boxed{892.} \quad \text{а) } \frac{20!}{18!} = 19 \cdot 20 = 380; \quad \text{б) } \frac{7!}{10!} = \frac{1}{8 \cdot 9 \cdot 10} = \frac{1}{720}; \\ \text{в) } \frac{50!}{49!} = 50; \quad \text{г) } \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 7 \cdot 4 \cdot 9 = 252; \quad \text{д) } \frac{12!}{9! \cdot 3!} = \\ = \frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{6} = 110 \cdot 2 = 220.$$

$$\boxed{893.} \quad \text{а) } \frac{3!}{6!} = \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{1}{120} < 10^{-2}; \quad \text{б) } \frac{15!}{10!} = 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \times \\ \times 15 = 360360 > 10^5.$$

$$\boxed{894.} \quad \text{а) } 5! = 120; \quad \text{б) } 5! - 4! = 96.$$

$$\boxed{895.} \quad 4! = 24.$$

$$\boxed{896.} \quad \text{а) } C_{12}^4 = \frac{12!}{4! \cdot 8!} = 495; \quad \text{б) } A_{12}^4 = \frac{12!}{8!} = 11880.$$

$$\boxed{897.} \quad C_{10}^3 \cdot C_8^2 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 6!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{6} \cdot \frac{7 \cdot 8}{2} = 3360.$$

$$\boxed{898.} \quad \text{Вероятность того что Иван выиграет приз } \frac{30}{150} = \frac{1}{5}, \\ \text{того что не выиграет } \frac{4}{5}.$$

$$\boxed{899.} \quad \text{а) } \frac{1}{9}; \quad \text{б) } \frac{1}{9}; \quad \text{в) } 4 \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{9}; \quad \text{г) } 5 \cdot \frac{1}{9} = \frac{5}{9}.$$

$$\boxed{900.} \quad \frac{1}{5!} = \frac{1}{120}.$$

$$\boxed{901.} \quad \text{а) } \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{14}; \quad \text{б) } 2 \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{7}; \quad \text{в) } 2 \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{7}.$$

Тождественные преобразования

$$\boxed{902.} \quad \text{а) } (x - 2y)(x + 2y) + 4y^2 = x^2 - 4y^2 + 4y^2 = x^2; \\ \text{б) } (2a - 3b)(2a + 3b) - 3a^2 = 4a^2 - 9b^2 - 3a^2 = a^2 - 9b^2; \\ \text{в) } (5x - 1)^2 + 10x = 25x^2 - 10x + 1 + 10x = 25x^2 + 1; \\ \text{г) } (3y + 4z)^2 - 8z(3y - 2z) = (3y + 4z)(3y + 4z - 8z) = \\ = (3y + 4z)(3y - 4z) = 9y^2 - 16z^2; \\ \text{д) } (m - 2n)(m^2 + 2mn + 4n^2) + 6n^3 = m^3 - 8n^3 + 6n^3 = \\ = m^3 - 2n^3; \\ \text{е) } (c^2 + 4d)(c^4 - 4c^2d + 16d^2) - c^2(c^4 - 1) = c^6 + 64d^3 - \\ - c^6 + c^2 = 64d^3 + c^2;$$

$$\text{ж) } (3x - 4y)^2 - (2x - 7y)(4x + 2y) = 9x^2 - 24xy + 16y^2 - 8x^2 - 4xy + 28xy + 14y^2 = x^2 + 30y^2;$$

$$\text{з) } 2x(2x + 3)^2 - (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) = 8x^3 + 24x^2 + 18x - 8x^3 + 27 = 24x^2 + 18x + 27.$$

903. а) $8x^2(x - 4) - (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) - 17 = 8x^3 - 32x^2 - 8x^3 + 27 - 17 = 10 - 32x^2$ при $x = 0,5$; $10 - 32x^2 = 10 - 8 = 2$; б) $4a^2(3a - 2) - 3a(2a - 1)^2 - (2a - 5)(2a + 5) = 12a^3 - 8a^2 - 3a(4a^2 - 4a + 1) - 4a^2 + 25 = 12a^3 - 12a^2 + 25 - 12a^3 + 12a^2 - 3a = 25 - 3a$; при $a = 3,325 - 3a = 15,1$; в) $(9x^2 - 3xb + b^2)(3x + b) - 9x(3x^2 - b) - b^3 = 27x^3 + b^3 - 27x^3 + 9bx - b^3 = 9bx$; при $x = -\frac{1}{3}$; $b = \frac{2}{3}$; $9bx = -2$; г) $x(3x - 2y)(3x + 2y) - x(3x + 2y)^2 + 2xy(5x + 2y) = x(3x + 2y)(3x - 2y - 3x - 2y) + 10x^2y + 4xy^2 = -12x^2y - 8xy^2 + 10x^2y + 4xy^2 = -2x^2y - 4xy^2$; при $x = 0,5$; $y = -1$; $-2x^2y - 4xy^2 = 0,5 - 2 = -1,5$.

904. а) $(a + 2b)(a - 2b)(a^2 + 4b^2) = (a^2 - 4b^2)(a^2 + 4b^2) = a^4 - 16b^4$; б) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) = (x^4 - 1)(x^4 + 1) = x^8 - 1$; в) $(a - 2)(a + 2)(a^2 - 2a + 4)(a^2 + 2a + 4) = (a^3 - 8)(a^3 + 8) = a^6 - 64$; г) $(c^2 - c - 2)(c^2 + c - 2) = (c^2 - 2 - c)(c^2 - 2 + c) = (c^2 - 2)^2 - c^2 = c^4 - 4c^2 + 4 - c^2 = c^4 - 5c^2 + 4$.

905. а) $12x^3 - 3x^2y - 18xy^2 = 3x(4x^2 - xy - 6y^2)$; б) $42a^2 - 6a^4 + 30a^3 = -6a^2(a^2 - 5a - 7)$; $a^2 - 5a - 7 = 0$; $D = 25 + 4 \cdot 7 = 25 + 28 = 53$; $x = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2}$; $\Rightarrow 42a^2 - 6a^4 + 30a^3 = -6a^2 \left(a - \frac{5 + \sqrt{53}}{2} \right) \left(a - \frac{5 - \sqrt{53}}{2} \right)$;

в) $8ab - 14a - 12b + 21 = 4b(2a - 3) - 7(2a - 3) = (4b - 7)(2a - 3)$; г) $x^2 - 5x - 9xy + 45y = x(x - 5) - 9y(x - 5) = (x - 5)(x - 9y)$.

906. а) $x^4 - 25y^2 = (x^2 - 5y)(x^2 + 5y)$; б) $4b^2 - 0,01c^6 = (2b - 0,1c^3)(2b + 0,1c^3)$; в) $8a^3 + c^3 = (2a + c)(4a^2 - 2ac + c^2)$; г) $x^9 - 27 = (x^3 - 3)(x^6 + 3x^3 + 9)$; д) $9ab^2 - 16ac^2 =$

$$= a(9b^2 - 16c^2) = a(3b - 4c)(3b + 4c); \text{ e) } -20xy^3 + 45x^3y = 5xy(9x^2 - 4y^2) = 5xy(3x - 2y)(3x + 2y).$$

907. а) $x^2 - x - 42 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 42 = 169$; $x = \frac{1 \pm 13}{2}$; $x_1 = -6$; $x_2 = 7$; $\Rightarrow x^2 - x - 42 = (x + 6)(x - 7)$; б) $y^2 + 9y + 18 = 0$; $D = 81 - 4 \cdot 18 = 9$; $y = \frac{-9 \pm 3}{2}$; $y_1 = -6$; $y_2 = -3$; $\Rightarrow y^2 + 9y + 18 = (y + 6)(y + 3)$; в) $81x^2 + 18x + 1 = (9x + 1)^2$; г) $16b^2 - 24b + 9 = (4b - 3)^2$; д) $6x^2 - x - 1 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 6 = 25$; $x = \frac{1 \pm 5}{12}$; $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = -\frac{1}{3}$; $\Rightarrow 6x^2 - x - 1 = 6(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{3}) = (2x - 1)(3x + 1)$; е) $3a^2 - 13a - 10 = 0$; $D = 13^2 + 4 \cdot 3 \cdot 10 = 169 + 120 = 289$; $a = \frac{13 \pm 17}{6}$; $a_1 = 5$; $a_2 = -\frac{2}{3}$; $\Rightarrow 3a^2 - 13a - 10 = 3(a - 5)(a + \frac{2}{3}) = (a - 5)(3a + 2)$.

908. а) $\frac{21a^3 - 6a^2b}{12ab - 42a^2} = \frac{3a^2(7a - 2b)}{-6a(7a - 2b)} = -\frac{a}{2}$; б) $\frac{6m^3 + 3mn^2}{2m^3n + mn^3} = \frac{3m(2m^2 + n^2)}{mn(2m^2 + n^2)} = \frac{3}{n}$; в) $\frac{x^2 - 2mx + 3x - 6m}{x^2 + 2mx + 3x + 6m} = \frac{x(x+3) - 2m(x+3)}{x(x+3) + 2m(x+3)} = \frac{x-2m}{x+2m}$; г) $\frac{8ab + 2a - 20b - 5}{4ab - 8b^2 + a - 2b} = \frac{2a(4b+1) - 5(4b+1)}{a(4b+1) - 2b(4b+1)} = \frac{2a-5}{a-2b}$; д) $\frac{16a^2 - 8ab + b^2}{16a^2 - b^2} = \frac{(4a-b)^2}{(4a-b)(4a+b)} = \frac{4a-b}{4a+b}$; е) $\frac{9x^2 - 25y^2}{9x^2 + 30xy + 25y^2} = \frac{3x-5y}{3x+5y}$; ж) $\frac{a^2 - 3a}{a^2 + 3a - 18} = \frac{a(a-3)}{(a-3)(a+6)} = \frac{a}{a+6}$; з) $\frac{4x^2 - 8x + 3}{4x^2 - 1} = \frac{(2x-1)(2x-3)}{(2x+1)(2x-1)} = \frac{2x-3}{2x+1}$; и) $\frac{m^2 + 4m - 5}{m^2 + 7m + 10} = \frac{(m-1)(m+5)}{(m+2)(m+5)} = \frac{m-1}{m+2}$.

909. а) $\frac{2x+3y}{y} = 7$; $2\frac{x}{y} + 3 = 7$; $2\frac{x}{y} = 4$; $\frac{x}{y} = 2$; $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$; $\Rightarrow \frac{3x+2y}{x} = 3 + 2\frac{y}{x} = 3 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 4$; б) $\frac{4a-5b}{b} = 3$; $4\frac{a}{b} - 5 = 3$; $4\frac{a}{b} = 8$; $\frac{a}{b} = 2$; $\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$; $\Rightarrow \frac{1}{\frac{b}{a} + 1} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$.

910. а) $\frac{2}{x^2-3x} - \frac{1}{x^2+3x} - \frac{x+1}{x^2-9} = \frac{2x+6-x+3-x^2-x}{x(x-3)(x+3)} = \frac{-x^2+9}{x(x^2-9)} = -\frac{1}{x}$; б) $\frac{2y+1}{y^2+3y} + \frac{y+2}{3y-y^2} - \frac{1}{y} = \frac{(2y+1)(3-y) + (y+2)(y+3) - (y+3)(3-y)}{y(y+3)(3-y)} = \frac{6y-2y^2+3-y+y^2+3y+2y+6+y^2-9}{y(y+3)(3-y)} = \frac{10y}{y(9-y^2)} = \frac{10}{9-y^2}$; в) $\frac{a^2+16a+12}{a^3-8} - \frac{2-3a}{a^2+2a+4} - \frac{3}{a-2} = \frac{a^2+16a+12 - (2-3a)(a-2) - 3a^2-6a-12}{(a-2)(a^2+2a+4)} = \frac{-2a^2+10a-2a+4+3a^2-6a}{(a-2)(a^2+2a+4)} = \frac{a^2+2a+4}{(a-2)(a^2+2a+4)} = \frac{1}{a-2}$;

$$\Gamma) \frac{2}{4b^2-6b+9} + \frac{4b^2+18}{8b^3+27} - \frac{1}{2b+3} = \frac{4b+6+4b^2+18-4b^2+6b-9}{(2b+3)(4b^2-6b+9)} =$$

$$= \frac{10b+15}{(2b+3)(4b^2-6b+9)} = \frac{5}{4b^2-6b+9}.$$

911.

$$a) \frac{ab^2-16a}{5b^3} \cdot \frac{20b^5}{a^2b+4a^2} = \frac{4b^2}{a} \cdot \frac{b^2-16}{b+4} = \frac{4b^2}{a} \cdot \frac{(b-4)(b+4)}{b+4} = \frac{4b^3-16b^2}{a};$$

$$b) \frac{7xy}{x^2-4xy+4y^2} \cdot \frac{3x-6y}{14y^2} = \frac{x}{2y} \cdot \frac{3(x-2y)}{(x-2y)^2} = \frac{3x}{2xy-4y^2};$$

$$B) \frac{p^3-125}{8p^2} \cdot \frac{4p}{p^2+5p+25} = \frac{1}{2p} \cdot \frac{(p-5)(p^2+5p+25)}{p^2+5p+25} = \frac{p-5}{2p};$$

$$\Gamma) \frac{9m^2-12mn+4n^2}{3m^3+24n^3} \cdot \frac{3m+6n}{2n-3m} = \frac{(2n-3m)^2}{3(m+2n)(m^2-2mn+4n^2)} \times$$

$$\times \frac{3(m+2n)}{2n-3m} = \frac{2n-3m}{m^2-2mn+4n^2}.$$

912.

$$a) \frac{x^2-4x}{x^2+7x} : \frac{24-6x}{49-x^2} = \frac{x(x-4)}{x(x+7)} \cdot \frac{(7-x)(x+7)}{6(4-x)} = \frac{x-7}{6};$$

$$b) \frac{y^3-16y}{2y+18} : \frac{4-y}{y^2+9y} = \frac{y(y-4)(y+4)}{2(y+9)} \cdot \frac{y(y+9)}{4-y} = -\frac{y^2(y+4)}{2} =$$

$$= -\frac{y^3+4y^2}{2};$$

$$B) \frac{(a+b)^2-2ab}{4a^2} : \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{a^2+2ab+b^2-2ab}{4a^2} \cdot \frac{ab}{a^2+b^2} = \frac{b}{4a};$$

$$\Gamma) \frac{5c^3-5}{c+2} : \frac{(c+1)^2-c}{13c+26} = \frac{5(c-1)(c^2+c+1)}{c+2} \cdot \frac{13(c+2)}{c^2+2c+1-c} =$$

$$= 65(c-1) = 65c - 65.$$

913.

$$a) \left(\frac{7(m-2)}{m^3-8} - \frac{m+2}{m^2+2m+4} \right) \cdot \frac{2m^2+4m+8}{m-3} =$$

$$= \left(\frac{7(m-2)}{m-2} - m - 2 \right) \cdot \frac{2}{m-3} = \frac{2(5-m)}{m-3} = \frac{10-2m}{m-3};$$

$$b) \frac{a+5}{a^2-9} : \left(\frac{a+2}{a^2-3a+9} - \frac{2(a+8)}{a^3+27} \right) = \frac{a+5}{a^2-9} :$$

$$: \left(\frac{(a+3)(a+2)-2a-16}{(a+3)(a^2-3a+9)} \right) = \frac{a+5}{(a+3)(a-3)} \cdot \frac{(a+3)(a^2-3a+9)}{a^2+2a+3a+6-2a-16} =$$

$$= \frac{a+5}{a-3} \cdot \frac{a^2-3a+9}{a^2+3a-10} = \frac{a^2-3a+9}{(a-3)(a-2)} = \frac{a^2-3a+9}{a^2-5a+6};$$

$$B) \left(\frac{x+2}{3x} - \frac{2}{x-2} - \frac{x-14}{3x^2-6x} \right) : \frac{x+2}{6x} \cdot \frac{1}{x-5} = \frac{x^2-4-6x-x+14}{3x(x-2)} \times$$

$$\times \frac{6x}{x+2} \cdot \frac{1}{x-5} = 2 \cdot \frac{x^2-7x+10}{(x+2)(x^2-7x+10)} = \frac{2}{x+2};$$

$$\Gamma) \left(\frac{4x}{9-x^2} - \frac{x-3}{9+3x} \right) \cdot \frac{18}{x+3} - \frac{2x}{3-x} = \frac{12x+(x-3)^2}{3(3-x)(x+3)} \cdot \frac{18}{x+3} - \frac{2x}{3-x} =$$

$$= \frac{12x+x^2-6x+9}{(3-x)(x+3)^2} \cdot 6 - \frac{2x}{3-x} = \frac{6 \cdot (x+3)^2}{(3-x)(x+3)^2} - \frac{2x}{3-x} = \frac{6-2x}{3-x} = 2.$$

914.

$$a) \frac{1}{2} + \left(\frac{3m}{1-3m} + \frac{2m}{3m+1} \right) \cdot \frac{9m^2-6m+1}{6m^2+10m} = \frac{1}{2} +$$

$$+ \frac{9m^2+3m+2m-6m^2}{(3m+1)(1-3m)} \cdot \frac{(3m-1)^2}{2m(3m+5)} = \frac{1}{2} + \frac{m(3m+5)}{3m+1} \cdot \frac{1-3m}{2m(3m+5)} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1-3m}{6m+2} = \frac{3m+1+1-3m}{6m+2} = \frac{1}{3m+1};$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \left(\frac{1}{x+y} - \frac{y^2}{xy^2-x^3} \right) : \left(\frac{x-y}{x^2+xy} - \frac{x}{y^2+xy} \right) - \frac{x}{x+y} = \\
 & = \frac{xy-x^2-y^2}{x(x+y)(y-x)} : \left(\frac{xy-y^2-x^2}{xy(x+y)} \right) - \frac{x}{x+y} = \frac{xy-x^2-y^2}{x(x+y)(y-x)} \times \\
 & \times \frac{xy(x+y)}{xy-x^2-y^2} - \frac{x}{x+y} = \frac{y}{y-x} - \frac{x}{x+y} = \frac{xy+y^2-xy+x^2}{y^2-x^2} = \frac{y^2+x^2}{y^2-x^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } & \frac{2a+3}{2a-3} \cdot \left(\frac{2a^2+3a}{4a^2+12a+9} - \frac{3a+2}{2a+3} \right) + \frac{4a-1}{2a-3} - \frac{a-1}{a} = \frac{2a+3}{2a-3} \times \\
 & \times \frac{2a^2+3a-(3a+2)(2a+3)}{(2a+3)^2} + \frac{4a-1}{2a-3} - \frac{a-1}{a} = \frac{1}{2a-3} \times \\
 & \times \frac{2a^2+3a-6a^2-9a-4a-6}{2a+3} + \frac{4a-1}{2a-3} - \frac{a-1}{a} = \frac{-4a^2-10a-6}{2a+3} + \frac{4a-1}{2a-3} - \\
 & - \frac{a-1}{a} = \frac{4a^2-9}{4a^2-9} - \frac{a-1}{a} = \frac{a-a+1}{a} = \frac{1}{a};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г) } & \left(\frac{a+3}{a^2+2a+1} + \frac{a-1}{a^2-2a-3} \right) \cdot \frac{a^2-2a-3}{a+2} - 1 = \\
 & = \left(\frac{a+3}{(a+1)^2} + \frac{a-1}{(a+1)(a-3)} \right) \cdot \frac{a^2-2a-3}{a+2} - 1 = \frac{a^2-9+a^2-1}{(a+1)^2(a-3)} \times \\
 & \times \frac{(a+1)(a-3)}{a+2} - 1 = \frac{2a^2-10}{a+1} \cdot \frac{1}{a+2} - 1 = \frac{2a^2-10-a^2-3a-2}{a^2+3a+2} = \\
 & = \frac{a^2-3a-12}{a^2+3a+2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{д) } & \frac{3(m+3)}{m^2+3m+9} + \frac{m^3-3m^2}{(m+3)^2} \cdot \left(\frac{3m}{m^3-27} + \frac{1}{m-3} \right) = \frac{3(m+3)}{m^2+3m+9} + \\
 & + \frac{m^2(m-3)}{(m+3)^2} \cdot \frac{3m+m^2+3m+9}{(m-3)(m^2+3m+9)} = \frac{3(m+3)}{m^2+3m+9} + \frac{m^2}{m^2+3m+9} = \\
 & = \frac{m^2+3m+9}{m^2+3m+9} = 1;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{е) } & \left(\frac{9x^2+8}{27x^3-1} - \frac{1}{3x-1} + \frac{4}{9x^2+3x+1} \right) \cdot \frac{3x-1}{3x+1} = \\
 & = \frac{9x^2+8-9x^2-3x-1+12x-4}{(3x-1)(9x^2+3x+1)} \cdot \frac{3x-1}{3x+1} = \frac{9x+3}{(3x+1)(9x^2+3x+1)} = \\
 & = \frac{3}{9x^2+3x+1}.
 \end{aligned}$$

915. а) $a+b=6$; $ab=3$; $a^2+b^2=(a^2+2ab+b^2)-2ab=(a+b)^2-2ab=6^2-2 \cdot 3=36-6=30$; б) $c+\frac{1}{c}=2,5$; $c^2+\frac{1}{c^2}=(c^2+2 \cdot \frac{1}{c} \cdot c+\frac{1}{c^2})-2=(c+\frac{1}{c})^2-2=2,5^2-2=6,25-2=4,25$.

916. а) $a^2+2a+2=(a^2+2a+1)+1=(a+1)^2+1 \geq 1 > 0$; б) $2x^2-2xy+y^2=(x^2-2xy+y^2)+x^2=(x-y)^2+x^2 \geq 0$.

917. а) $(4x^{-2}y^3)^2 \cdot (0,5x^2y^{-1})^3=2^4x^{-4}y^6 \cdot \frac{1}{2^3}x^6y^{-3}=2x^2y^3$; б) $(0,25a^{-3}b^4)^{-2} \cdot (2a^5b^{-6})^{-1}=4^2a^6b^{-8} \times \times 2^{-1}a^{-5}b^6=\frac{8a}{b^2}$; в) $(\frac{c^4}{6x^2y^{-5}})^{-2} \cdot (\frac{1}{3}c^2x^3y^{-2})^4=\frac{6^2x^4}{y^{10}c^8} \times$

$$\times \frac{c^8 x^{12}}{3^4 y^8} = \frac{4x^{16}}{9y^{18}}; \quad \Gamma) \left(\frac{0,1a^{-2}}{b^{-1}c^3}\right)^5 \cdot \left(\frac{b^5}{10a^4c^6}\right)^{-3} = \frac{b^5}{10^5 a^{10} c^{15}} \times$$

$$\times \frac{10^3 a^{12} c^{18}}{b^{15}} = \frac{a^2 c^3}{100 b^{10}}.$$

918. а) $\frac{2 \cdot 3^{n+2} - 5 \cdot 3^{n+1}}{3^{n-1}} = 2 \cdot 3^3 - 5 \cdot 3^2 = 3^2(6 - 5) = 9;$

б) $\frac{25 \cdot 4^n}{4^n - 4^{n-1}} = \frac{25 \cdot 4}{4 - 1} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3};$ в) $\frac{10 \cdot 6^n}{2^{n+1} \cdot 3^{n-1}} = 5 \cdot 3 = 15;$

г) $\frac{2^{2n-1} \cdot 5^{2n+1}}{100^n} = \frac{2^{2n-1} \cdot 5^{2n+1}}{10^{2n}} = \frac{5}{2} = 2,5.$

919. а) $\sqrt{98} = 7\sqrt{2};$ б) $\sqrt{24} = 2\sqrt{6};$ в) $-\sqrt{242} = -11\sqrt{2};$

г) $-\sqrt{75} = -5\sqrt{3};$ д) $0,1\sqrt{128} = 0,8\sqrt{2};$ е) $0,4\sqrt{40} =$

$= 0,8\sqrt{10};$ ж) $x \geq 0; \sqrt{12x^2} = x \cdot 2\sqrt{3};$ з) $\sqrt{18y^2} = -y \cdot 3\sqrt{2};$

и) $\sqrt{5a^4} = a^2 \cdot \sqrt{5}.$

920. а) $10\sqrt{3} = \sqrt{300};$ б) $0,1\sqrt{2} = \sqrt{0,02};$ в) $-3\sqrt{5} =$

$= -\sqrt{45};$ г) $-0,2\sqrt{40} = -\sqrt{1,6};$ д) $x \geq 0; x\sqrt{3} = \sqrt{3x^2};$

е) $y < 0; y\sqrt{5} = -\sqrt{5y^2}.$

921. а) $\sqrt{50x} + \sqrt{32x} - \sqrt{98x} = 5\sqrt{2x} + 4\sqrt{2x} -$

$-7\sqrt{2x} = 2\sqrt{2x};$ б) $(\sqrt{a} + \sqrt{2})(\sqrt{a} - \sqrt{2}) - (\sqrt{a} - \sqrt{2}) \times$

$\times \sqrt{a} = a - 2 - a + \sqrt{2a} = \sqrt{2a} - 2;$ в) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 -$

$-(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = x + y + 2\sqrt{xy} - x - y + 2\sqrt{xy} = 4\sqrt{xy};$

г) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + \sqrt{xy} + y) = x\sqrt{x} - y\sqrt{y}.$

922. а) $\frac{5+\sqrt{y}}{5\sqrt{y}+y} = \frac{5+\sqrt{y}}{\sqrt{y}(5+\sqrt{y})} = \frac{1}{\sqrt{y}};$

б) $\frac{3x-6}{\sqrt{x}+\sqrt{2}} = \frac{3(x-2)}{\sqrt{x}+\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})}{\sqrt{x}+\sqrt{2}} = 3\sqrt{x} - 3\sqrt{2};$

в) $\frac{a\sqrt{a}-1}{a+\sqrt{a}+1} = \frac{(\sqrt{a})^3-1}{a+\sqrt{a}+1} = \frac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{a+\sqrt{a}+1} = \sqrt{a} - 1;$

г) $\frac{b-\sqrt{b}+1}{b\sqrt{b}+1} = \frac{b-\sqrt{b}+1}{(\sqrt{b})^3+1} = \frac{b-\sqrt{b}+1}{(\sqrt{b}+1)(b-\sqrt{b}+1)} = \frac{1}{\sqrt{b}+1};$

д) $\frac{x\sqrt{x+y}\sqrt{y}}{\sqrt{xy}+y} = \frac{(\sqrt{x})^3+(\sqrt{y})^3}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y-\sqrt{xy})}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{x+y-\sqrt{xy}}{\sqrt{y}};$

е) $\frac{c-\sqrt{cd}}{c\sqrt{c-d}\sqrt{d}} = \frac{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})}{(\sqrt{c}-\sqrt{d})(c+d+\sqrt{cd})} = \frac{\sqrt{c}}{c+d+\sqrt{cd}}.$

923. а) $\frac{3x}{7\sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x}}{7};$ б) $\frac{5}{\sqrt{ab}} = \frac{5\sqrt{ab}}{ab};$

в) $\frac{4}{\sqrt{c}-1} = \frac{4(\sqrt{c}+1)}{(\sqrt{c}-1)(\sqrt{c}+1)} = \frac{4\sqrt{c}+4}{c-1};$

г) $\frac{1}{2\sqrt{x}+3\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{(2\sqrt{x}+3\sqrt{y})(2\sqrt{x}-3\sqrt{y})} = \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{4x-9y}.$

924. а) $\frac{x-y}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{xy}(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} = \frac{1}{\sqrt{y}} +$

$+ \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{y}}{y} + \frac{\sqrt{x}}{x};$

$$6) \frac{a-b}{a\sqrt{b+b}\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} = \frac{1}{\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b}}{b} - \frac{\sqrt{a}}{a}$$

Уравнения и системы уравнений

925. а) $3x(x-1)-17 = x(1+3x)+1$; $3x^2-3x-17 = x+3x^2+1$; $4x = -18$; $x = -4,5$; б) $2x - (x+2)(x-2) = 5 - (x-1)^2$; $2x - x^2 + 4 = 5 - x^2 + 2x - 1$; $4 = 4$; $\Rightarrow x$ любое число; в) $\frac{3x+1}{2} = \frac{2x-3}{5}$; $15x+5 = 4x-6$; $11x = -11$; $x = -1$; г) $\frac{x-3}{6} + x = \frac{2x-1}{3} - \frac{4-x}{2}$; $x-3+6x = 4x-2-12+3x$; $-3 = -14 \Rightarrow$ уравнение не имеет корней.

926. Пусть расстояние от фермы до станции S . Тогда пешком Петр дойдет до станции $\frac{S}{6}$ ч, а на велосипеде доедет за $\frac{S}{16} \cdot 40$ мин $= \frac{2}{3}$ ч. $\frac{S}{6} = \frac{S}{16} + \frac{2}{3}$; $\frac{S}{6} - \frac{S}{16} = \frac{2}{3}$; $S \left(\frac{16-6}{96}\right) = \frac{2}{3}$; $S = \frac{96}{10} \cdot \frac{2}{3} = 6,4$ км.

Ответ: 6,4 км.

927. Пусть скорость поезда x км/ч. Тогда $4,5x = 4(x+10)$; $4,5x = 4x+40$; $0,5x = 40$; $x = 80$. Расстояние между городами $4,5 \cdot 80 = 360$ км.

Ответ: 360 км.

928. Пусть скорость пешехода x км/ч, тогда скорость велосипедиста $(x+8)$ км/ч. Значит, $(1,5+0,5) \cdot x + 1,5(x+8) = 26$; $2x + 1,5x + 12 = 26$; $3,5x = 14$; $x = 4$; $x+8 = 12$.

Ответ: 4 км/ч и 12 км/ч.

929. Пусть второе число x , тогда первое $1,5x$, третье $x+10$, и четвертое $1,5x+x = 2,5x$. Значит, $\frac{x+1,5x+x+10+2,5x}{4} = 11,5$; $6x+10 = 46$; $6x = 36$; $x = 6$; $1,5x = 9$; $x+10 = 16$; $2,5x = 15$.

Ответ: 9, 6, 16 и 15.

930. Пусть нужно добавить x грамм воды, первоначально в растворе воды было $0,8 \cdot 300 = 240$ г, а соли 60 г. Тогда $\frac{60}{300+x} = 0,08$; $60 = 24 + 0,08x$; $0,08x = 36$; $x = 450$ г.

Ответ: 450 г.

931. а) $2,5x^2 + 4x = 0$; $x(2,5x + 4) = 0$; 1) $x_1 = 0$;
2) $2,5x_2 + 4 = 0$; $2,5x_2 = -4$; $x_2 = -1,6$.

Ответ: 0 и $-1,6$.

б) $6y^2 - 0,24 = 0$; $6y^2 = 0,24$; $y^2 = 0,04$; $y = \pm 0,2$;

в) $0,2t^2 - t - 4,8 = 0$; $t^2 - 5t - 24 = 0$; $D = 25 + 4 \cdot 24 = 121$; $t = \frac{5 \pm 11}{2}$; $t_1 = 8$; $t_2 = -3$; г) $3\frac{1}{3}u^2 + 3u - 3 = 0$;
 $\frac{10}{3}u^2 + 3u - 3 = 0$; $10u^2 + 9u - 9 = 0$; $D = 81 + 4 \cdot 10 \cdot 9 = 441$;
 $u = \frac{-9 \pm 21}{20}$; $u_1 = 0,6$; $u_2 = -1,5$.

932. а) $x^2 - 10x + 31 = -5$; $x^2 - 10x + 36 = 0$; $D_1 = 5^2 - 36 = 25 - 36 = -11 < 0$; нет корней, таких значений x не существует; б) $x^2 - 10x + 31 = 6$; $x^2 - 10x + 25 = 0$;
 $(x - 5)^2 = 0$; $\Rightarrow x = 5$; в) $x^2 - 10x + 31 = 55$; $x^2 - 10x - 24 = 0$; $D_1 = 5^2 + 24 = 49$; $x = 5 \pm 7$; $x_1 = 12$;
 $x_2 = -2$.

933. Уравнение имеет хотя бы один корень при $D \geq 0$.

а) $10x^2 - 10x + m = 0$; $D = 10^2 - 40m = 100 - 40m = 10(10 - 4m) \geq 0$; $\Rightarrow 10 - 4m \geq 0$; $4m \leq 10$; $m \leq 2,5$;

б) $mx^2 + 4x - 2 = 0$; $D_1 = 2^2 + 2 \cdot m = 4 + 2m \geq 0$;

$\Rightarrow 2m \geq -4$; $m \geq -2$; в) $3x^2 + mx - 5 = 0$; $D = m^2 + 4 \times 5 \cdot 3 = m^2 + 60 > 0$ при любом m ; г) $2x^2 - mx + 2 = 0$;
 $D = m^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = m^2 - 16 \geq 0$; $m^2 \geq 16$; $\Rightarrow m \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$.

934. Уравнение не имеет корней при $D < 0$. а) $kx^2 + 8x - 15 = 0$; $D = 8^2 + 4 \cdot 15 \cdot k = 64 + 60k < 0$; $\Rightarrow 60k < -64$;
 $k < -\frac{16}{15}$; $\Rightarrow k < -1\frac{1}{15}$; б) $6x^2 - 3x + k = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 6 \times k = 9 - 24k < 0$; $\Rightarrow 24k > 9$; $k > \frac{3}{8}$; в) $5x^2 + kx + 1 = 0$;
 $D = k^2 - 4 \cdot 5 = k^2 - 20 < 0$; $\Rightarrow k^2 < 20$; $\Rightarrow k \in (-2\sqrt{5}; 2\sqrt{5})$;
г) $7x^2 - kx - 1 = 0$; $D = k^2 + 4 \cdot 7 = k^2 + 28 > 0$; таких значений k нет.

935. а) $0,3x(x + 13) - 2x(0,9 - 0,2x) = 0$; $0,3x^2 + 3,9x - 1,8x + 0,4x^2 = 0$; $0,7x^2 + 2,1x = 0$; $x(x + 3) = 0$; $x_1 = 0$;
 $x_2 = -3$; б) $1,5x(x + 4) - x(7 - 0,5x) = 0,5(10 - 2x)$;
 $1,5x^2 + 6x - 7x + 0,5x^2 - 5 + x = 0$; $2x^2 - 5 = 0$; $x^2 = 2,5$;
 $x = \pm\sqrt{2,5}$;

в) $\frac{(2x+1)^2}{25} - \frac{x-1}{3} = x$; $3(4x^2 + 4x + 1) - 25x + 25 = 75x$;
 $12x^2 + 12x + 3 - 25x + 25 - 75x = 0$; $12x^2 - 88x + 28 = 0$; $3x^2 - 22x + 7 = 0$; $D_1 = 11^2 - 3 \cdot 7 = 121 - 21 = 100$; $x = \frac{11 \pm 10}{3}$;

$$x_1 = \frac{1}{3}; x_2 = 7; \Gamma) \frac{(3x+2)^2}{11} - \frac{x+5}{4} = x^2; 4(9x^2 + 12x + 4) - 11x - 55 = 44x^2; 36x^2 + 48x + 16 - 11x - 55 = 44x^2; 8x^2 - 37x + 39 = 0; D = 37^2 - 4 \cdot 8 \cdot 39 = 121; x = \frac{37 \pm 11}{16};$$

$$x_1 = 3; x_2 = \frac{26}{16} = 1\frac{10}{16} = 1\frac{5}{8};$$

$$\text{Д)} \frac{(2-x)^2}{3} - 2x = \frac{(7+2x)^2}{5}; 5(x^2 - 4x + 4) - 30x = 3(4x^2 + 28x + 49); 5x^2 - 20x + 20 - 30x = 12x^2 + 84x + 147; 7x^2 + 134x + 127 = 0; D = 134^2 - 4 \cdot 7 \cdot 127 = 14400; x = \frac{-134 \pm 120}{14}; x_1 = -1; x_2 = -\frac{254}{14} = -18\frac{1}{7};$$

$$\text{е)} \frac{(6-x)^2}{8} + x = 7 - \frac{(2x-1)^2}{3}; 3(x^2 - 12x + 36) + 24x = 168 - 8(4x^2 - 4x + 1); 3x^2 - 36x + 108 + 24x = 168 - 32x^2 + 32x - 8; 35x^2 - 44x - 52 = 0; D_1 = 22^2 + 35 \cdot 52 = 2304; x = \frac{22 \pm 48}{35}; x_1 = 2; x_2 = -\frac{26}{35}.$$

936. Пусть ширина участка x м, тогда длина $x + 15$ м. $x(x + 15) = 700; x^2 + 15x - 700 = 0; D = 15^2 + 4 \times 700 = 3025; x = \frac{-15 \pm 55}{2}; x > 0; \Rightarrow x = 20; x + 15 = 35; 2(x + x + 15) = 2 \cdot 55 = 110.$

Ответ: 110 метров.

937. Пусть всего учеников было n . Тогда $n(n - 1) = 600; n^2 - n = 600; n^2 - n - 600 = 0; D = 1 + 4 \cdot 600 = 2401; n = \frac{1 \pm 49}{2}; n > 0; \Rightarrow n = 25.$

Ответ: 25.

938. Пусть цифра единиц двухзначного числа $x + 3$, тогда цифра десятков x . $(x + x + 3)(10x + x + 3) = 70; (2x + 3)(11x + 3) = 70; 22x^2 + 6x + 33x + 9 = 70; 22x^2 + 39x - 61 = 0; D = 39^2 + 4 \cdot 22 \cdot 61 = 6889; x = \frac{-39 \pm 83}{44}; x > 0; \Rightarrow x = 1; x + 3 = 4.$

Ответ: 14.

939. 1 га = 10000 м². Пусть меньший катет треугольника равняется x , тогда больший $x + 20$. $\frac{1}{2}x(x + 20) = 2400; x^2 + 20x - 4800 = 0; D_1 = 10^2 + 4800 = 4900; x = -10 \pm \pm 70; x > 0; x = 60; x + 20 = 80; \text{ по теореме Пифагора гипотенуза равна } \sqrt{60^2 + 80^2} = 100. 100 + 60 + 80 = 240.$

Ответ: 240 м.

940. а) $\frac{x}{x-3} - \frac{5}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}; \frac{x^2+3x-5x+15}{x^2-9} - \frac{18}{x^2-9} = 0; \frac{x^2-2x-3}{x^2-9} = 0; \frac{(x+1)(x-3)}{x^2-9} = 0; \Rightarrow x = -1; \text{ б)} \frac{70}{x^2-16} - \frac{17}{x-4} = \frac{3x}{x+4}; \frac{70}{x^2-16} - \frac{17}{x-4} - \frac{3x}{x+4} = 0; \frac{70}{x^2-16} - \frac{17x+68+3x^2-12x}{x^2-16} = 0;$

$$\frac{-3x^2-5x+2}{x^2-16} = 0; \frac{3x^2+5x-2}{x^2-16} = 0; 3x^2 + 5x - 2 = 0; D = 25 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49; x = \frac{-5 \pm 7}{6}; x_1 = -2; x_2 = \frac{1}{3};$$

$$B) \frac{3}{(2-x)^2} - \frac{5}{(x+2)^2} = \frac{14}{x^2-4}; \frac{3(x+2)^2-5(x-2)^2-14(x^2-4)}{(x-2)^2(x+2)^2} = 0;$$

$$= 0; \frac{3x^2+12x+12-5x^2+20x-20-14x^2+56}{(x-2)^2(x+2)^2} = 0; \frac{-16x^2+32x+48}{(x-2)^2(x+2)^2} = 0;$$

$$\frac{x^2-2x-3}{(x-2)^2(x+2)^2} = 0; \frac{(x+1)(x-3)}{(x-2)^2(x+2)^2} = 0; \Rightarrow x_1 = -1; x_2 =$$

$$= 3; \Gamma) \frac{2}{4-x^2} - \frac{1}{2x-4} - \frac{7}{2x^2+4x} = 0; \frac{4x+2x+x^2-14+7x}{2x(2-x)(2+x)} = 0;$$

$$\frac{x^2+13x-14}{2x(2-x)(2+x)} = 0; \frac{(x-1)(x+14)}{2x(4-x^2)}; \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = -14;$$

$$Д) \frac{1}{x^2-9} + \frac{1}{3x-x^2} = \frac{3}{2x+6}; \frac{1}{(x-3)(x+3)} - \frac{1}{x(x-3)} - \frac{3}{2(x+3)} =$$

$$= 0; \frac{2x-2x-6-3x^2+9x}{2x(x^2-9)} = 0; \frac{3x^2-9x+6}{2x(x^2-9)} = 0; \frac{x^2-3x+2}{2x(x^2-9)} = 0;$$

$$\frac{(x-1)(x-2)}{2x(x^2-9)} = 0; \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = 2; e) \frac{2}{1-x^2} - \frac{1}{1-x} +$$

$$+ \frac{4}{(x+1)^2} = 0; \frac{2x+2-x^2-2x-1+4-4x}{(1-x)(x+1)^2} = 0; \frac{x^2+4x-5}{(1-x)(x+1)^2} = 0;$$

$$\frac{(x-1)(x+5)}{(1-x)(x+1)^2} = 0; x = -5;$$

$$Ж) \frac{2}{x^2+5x} + \frac{3}{2x-10} = \frac{15}{x^2-25}; \frac{4x-20+3x^2+15x-30x}{2x(x+5)(x-5)} = 0;$$

$$\frac{3x^2-11x-20}{2x(x+5)(x-5)} = 0; 3x^2 - 11x - 20 = 0; D = 121 + 4 \times$$

$$\times 3 \cdot 20 = 361; x = \frac{11 \pm 19}{6}; x_1 = 5 \text{ не подходит, так}$$

$$\text{как знаменатель обращается в } 0. x_2 = -1\frac{1}{3}; \text{з) } \frac{5}{2x+6} -$$

$$- \frac{1}{6x^2-18x} = \frac{29}{27-3x^2}; \frac{15x^2-45x-x-3+58x}{6x(x^2-9)} = 0; \frac{15x^2+12x-3}{6x(x^2-9)} = 0;$$

$$5x^2 + 4x - 1 = 0; x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{5}.$$

941. Пусть первая бригада выполняет работу за $x+5$ ч, тогда вторая ту же работу за x ч. Первая бригада за

час выполняет $\frac{1}{x+5}$ часть работы, а вторая $\frac{1}{x}$. Значит,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}; x+5+x = \frac{x^2+5x}{6}; 12x+30 = x^2+5x; x^2 -$$

$$-7x-30 = 0; D = 7^2 + 4 \cdot 30 = 49 + 120 = 169; x = \frac{7 \pm 13}{2};$$

$$x > 0; \Rightarrow x = 10; x+5 = 15.$$

Ответ: 15 ч и 10 ч.

942. Пусть скорость первой автомашины $x+20$ км/ч, тогда второй x км/ч. 45 мин = 0,75 ч. Значит, $\frac{180}{x} =$

$$= \frac{180}{x+20} + 0,75; 180x+3600 = 180x+0,75x^2+15x; 0,75x^2 +$$

$$+ 15x - 3600 = 0; D = 15^2 + 4 \cdot 0,75 \cdot 3600 = 11025; x = \frac{-15 \pm 105}{1,5}; x > 0; \Rightarrow x = 60; x+20 = 80.$$

Ответ: 60 км/ч и 80 км/ч.

943. Пусть скорость лодки равняется x . Тогда $\frac{36}{x-3} + \frac{36}{x+3} = 5$; $36x + 3 \cdot 36 + 36x - 3 \cdot 36 = 5x^2 - 45$; $72x = 5x^2 - 45$; $5x^2 - 72x - 45 = 0$; $D = 72^2 + 4 \cdot 5 \cdot 45 = 6084$; $x = \frac{72 \pm 78}{10}$; $x > 0$; $\Rightarrow x = 15$.

Ответ: 15 км/ч.

944. Пусть скорость течения равняется x км/ч. 3 ч 15 мин = 3,25 ч. $\frac{18}{10+x} + \frac{14}{10-x} = 3,25$. $\frac{180-18x}{100-x^2} + \frac{140+14x}{100-x^2} = \frac{325-3,25x^2}{100-x^2}$; $320 - 4x = 325 - 3,25x^2$; $13x^2 - 16x - 20 = 0$; $D = 16^2 + 4 \cdot 13 \cdot 20 = 1296$; $x = \frac{16 \pm 36}{26}$; $x > 0$; $x = 2$.

Ответ: 2 км/ч.

945. Пусть скорость катера в стоячей воде равняется x км/ч. Тогда, $\frac{75}{x+5} + \frac{75}{x-5} = 2 \cdot \frac{80}{x}$; $\frac{75x-5 \cdot 75+75x+5 \cdot 75}{x^2-25} = \frac{160}{x}$; $\frac{150x}{x^2-25} = \frac{160}{x}$; $\frac{15x}{x^2-25} = \frac{16}{x}$; $\frac{15x^2}{x(x^2-25)} = \frac{16x^2-400}{x(x^2-25)}$; $x^2 = 400$; $x > 0$; $\Rightarrow x = 20$.

Ответ: 20 км/ч.

946. Пусть токарь должен был обрабатывать в час x деталей. Тогда, $\frac{240}{x} = \frac{240}{x+2} + 4$; $\frac{60}{x} = \frac{60}{x+2} + 1$; $\frac{60x+120}{x(x+2)} = \frac{60x}{x(x+2)} + \frac{x^2+2x}{x(x+2)}$; $\frac{x^2+2x-120}{x(x+2)} = 0$; $\Rightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$; $D = 2^2 + 4 \cdot 120 = 484$; $x = \frac{-2 \pm 22}{2}$; $x > 0$; $\Rightarrow x = 10$.

Ответ: 10 деталей.

947. Пусть сотрудник набирает обычно в день x страниц. Тогда, $\frac{150}{x} = \frac{150}{x+5} + 1$; $\frac{150x+5 \cdot 150}{x(x+5)} = \frac{150x}{x(x+5)} + \frac{x^2+5x}{x(x+5)}$; $\frac{x^2+5x-750}{x(x+5)} = 0$; $\Rightarrow x^2 + 5x - 750 = 0$; $D = 25 + 4 \cdot 750 = 3025$; $x = \frac{-5 \pm 55}{2}$; $x > 0$; $x = 25$.

Ответ: 25 страниц.

948. Пусть турист рассчитывал ехать со скоростью x км/ч. Тогда, $\frac{75}{x-10} + \frac{180-75}{x+10} = \frac{180}{x}$; $\frac{5}{x-10} + \frac{7}{x+10} = \frac{12}{x}$; $\frac{5x^2+50x+7x^2-70x}{x(x^2-100)} = \frac{12x^2-1200}{x(x^2-100)}$; $20x = 1200$; $x = 60$; $x + 10 = 70$.

Ответ: 70 км/ч.

949. Пусть скорость велосипедиста равняется x км/ч, тогда скорость мотоциклиста $(x+18)$ км/ч. Тогда, $\frac{60}{x+18} + 1,25 = \frac{60-21}{x}$; $\frac{60}{x+18} + 1,25 = \frac{39}{x}$; $60x + 1,25(x^2 + 18x) =$

$$= 39x + 702; 1,25x^2 + 22,5x + 21x - 702 = 0; 1,25x^2 + 43,5x - 702 = 0; 5x^2 + 174x - 2808 = 0; D_1 = 87^2 + 5 \times 2808 = 21609; x = \frac{-87 \pm 147}{5}; x > 0; \Rightarrow x = 12.$$

Ответ: 12 км/ч.

950. Пусть скорость грузовика равняется x , тогда скорость автомобиля $x + 5$. $\frac{120-45}{x+5} = \frac{45}{x} + 0,5$; $\frac{75}{x+5} = \frac{45}{x} + 0,5$; $\frac{75x}{x(x+5)} = \frac{45x+225}{x(x+5)} + \frac{0,5x^2+2,5x}{x(x+5)}$; $75x = 45x + 225 + 0,5x^2 + 2,5x$; $0,5x^2 - 27,5x + 225 = 0$; $x^2 - 55x + 450 = 0$; $D = 55^2 - 4 \cdot 450 = 1225$; $x = \frac{55 \pm 35}{2}$; $x_1 = 45$; $x_2 = 10$.

951. а) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$; $x^2 = a \geq 0$; $4a^2 - 17a + 4 = 0$; $D = 17^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 225$; $a = \frac{17 \pm 15}{8}$; $a_1 = 4$; $a_2 = \frac{1}{4}$; 1) $x = \pm 2$; 2) $x = \pm \frac{1}{2}$; б) $9x^4 + 77x^2 - 36 = 0$; $x^2 = a \geq 0$; $9a^2 + 77a - 36 = 0$; $D = 77^2 + 4 \cdot 9 \cdot 36 = 7225$; $a = \frac{-77 \pm 85}{18}$; $a \geq 0$; $\Rightarrow a = \frac{4}{9}$; $\Rightarrow x = \pm \frac{2}{3}$;

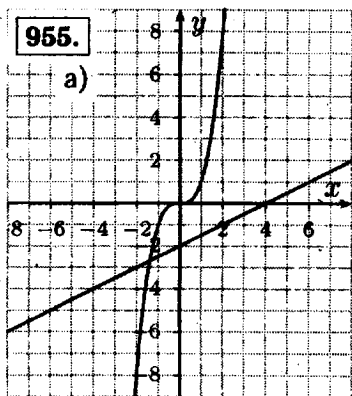
в) $2x^4 - 9x^2 - 5 = 0$; $x^2 = a \geq 0$; $2a^2 - 9a - 5 = 0$; $D = 9^2 + 4 \cdot 2 \cdot 5 = 121$; $a = \frac{9 \pm 11}{4}$; $a \geq 0$; $\Rightarrow a = 5$; $\Rightarrow x = \pm \sqrt{5}$; г) $6x^4 - 5x^2 - 1 = 0$; $x^2 = a \geq 0$; $6a^2 - 5a - 1 = 0$; $D = 5^2 + 4 \cdot 6 = 49$; $a = \frac{5 \pm 7}{12}$; $a \geq 0$; $\Rightarrow a = 1$; $\Rightarrow x = \pm 1$.

952. а) $2(5x - 1)^2 + 35x - 11 = 0$; $5x - 1 = a$; $\Rightarrow 2a^2 + 7a - 4 = 0$; $D = 49 + 4 \cdot 2 \cdot 4 = 81$; $a = \frac{-7 \pm 9}{4}$; $a_1 = -4$; $a_2 = \frac{1}{2}$; 1) $5x - 1 = -4$; $5x = -3$; $x = -0,6$; 2) $5x - 1 = \frac{1}{2}$; $10x - 2 = 1$; $10x = 3$; $x = 0,3$; б) $(x^2 + x - 3)^2 + 12x^2 + 12x - 9 = 0$; $x^2 + x - 3 = a$; $\Rightarrow a^2 + 12a + 27 = 0$; $D_1 = 6^2 - 27 = 9$; $a = -6 \pm 3$; $a_1 = -9$; $a_2 = -3$; 1) $x^2 + x - 3 = -9$; $x^2 + x + 6 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 6 < 0$; нет корней. 2) $x^2 + x - 3 = -3$; $x^2 + x = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = -1$.

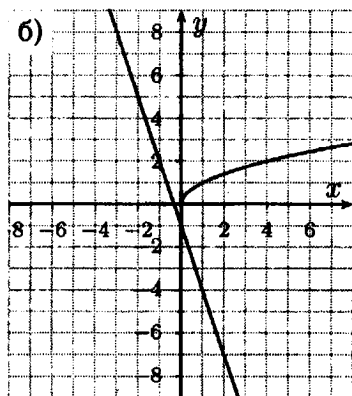
953. а) $x^4 - 16x^2 = 0$; $x^2(x^2 - 16) = 0$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 4$; $x_3 = -4$; б) $x = x^3$; $x^3 - x = 0$; $x(x^2 - 1) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = -1$; в) $1,2x^3 + x = 0$; $x(1,2x^2 + 1) = 0$; $x = 0$; г) $0,4x^4 = x^3$; $0,4x^4 - x^3 = 0$; $x^3(0,4x - 1) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 2,5$; д) $x^3 + 6x^2 - 16x = 0$; $x(x^2 + 6x - 16) = 0$; $D_1 = 3^2 + 16 = 25$; $x = -3 \pm 5$; $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = -8$; $x_3 = 2$; е) $x^4 + x^3 - 6x^2 = 0$; $x^2(x^2 + x - 6) = 0$; $x^2(x - 2)(x + 3) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 2$; $x_3 = -3$; ж) $x^3 + x^2 = 9x + 9$; $x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0$; $(x + 1)(x^2 - 9) =$

$= 0; x_1 = -1; x_2 = 3; x_3 = -3;$ з) $2x^3 + 8x = x^2 + 4;$
 $2x(x^2 + 4) = x^2 + 4; 2x = 1; x = \frac{1}{2}.$

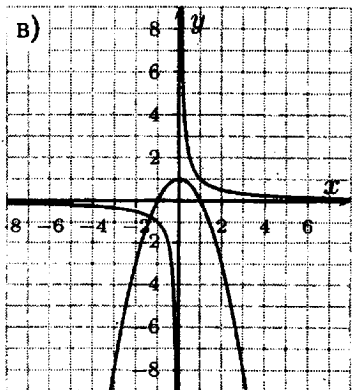
954. а) $\frac{1}{8}x^3 = 1; x^3 = 8; x = 2;$ б) $1000x^3 + 1 = 0;$
 $1000x^3 = -1; x^3 = -\frac{1}{1000}; x = -\frac{1}{10};$ в) $\frac{1}{27}x^3 = 0,001; x^3 =$
 $= 0,027; x = 0,3;$ г) $\frac{1}{9}x^4 - 16 = 0; x^4 = 16 \cdot 9; x = \pm 2\sqrt{3};$
 д) $1 + x^5 = 0; x^5 = -1; x = -1;$ е) $x^8 - 16 = 0; x^8 = 16;$
 $x = \pm\sqrt[4]{2};$



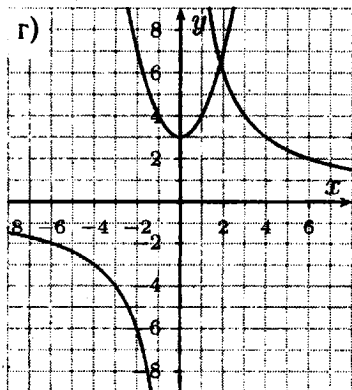
Один корень.



Нет корней.



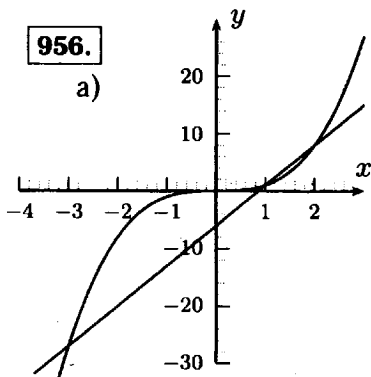
Один корень.



Один корень.

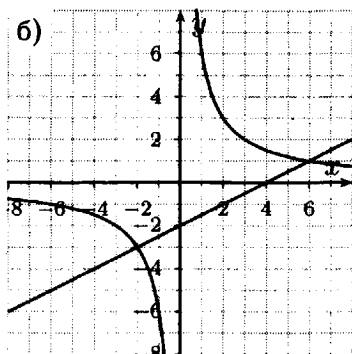
956.

a)



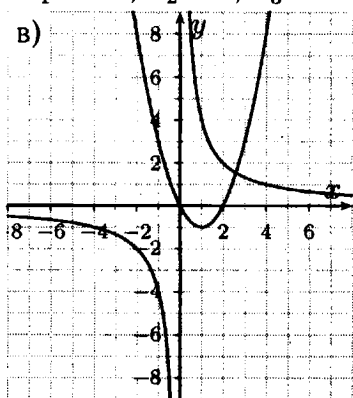
$$x_1 = -3, x_2 = 1, x_3 = 2$$

б)



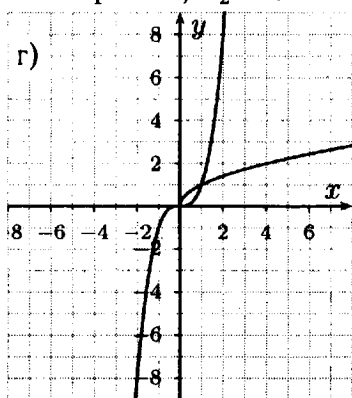
$$x_1 = -2, x_2 = 6$$

в)



$$x \approx 2,6$$

г)



$$x_1 = 0, x_2 = 1$$

957.

$$a) \begin{cases} 4x - y = 17 \\ y + 6x = 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x = 40 \\ y = 4x - 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 6x - 10y = 11 \\ 5y + 7x = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 10y = 11 \\ 10y + 14x = 38 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 20x = 49 \\ 10y = 6x - 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2,45 \\ y = 0,37 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } & \begin{cases} 5x = y + 50 \\ -3,4x + 2,6y = 14 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} y = 5x - 50 \\ -3,4x + 13x - 130 = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9,6x = 144 \\ y = 5x - 50 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x = 15 \\ y = 25 \end{cases} \\
 \text{г) } & \begin{cases} 4x - 2y = 3 \\ 13x + 6y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x - 6y = 9 \\ 13x + 6y = -1 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} 25x = 8 \\ 2y = 4x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0,32 \\ y = -0,86 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \boxed{958.} \text{ а) } & \begin{cases} \frac{2x-y}{3} - \frac{x-2y}{2} = \frac{3}{2} \\ \frac{2x+y}{2} - \frac{x+2y}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} 4x - 2y - 3x + 6y = 9 \\ 6x + 3y - 2x - 4y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 4y = 9 \\ 4x - y = 2 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x = 9 - 4y \\ 36 - 16y - y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 17y = 34 \\ x = 9 - 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases} \\
 \text{б) } & \begin{cases} \frac{x-y+1}{2} + \frac{x+y-1}{5} = 7 \\ \frac{x-y+1}{3} - \frac{x+y-1}{4} = -3 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} 5x - 5y + 5 + 2x + 2y - 2 = 70 \\ 4x - 4y + 4 - 3x - 3y + 3 = -36 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} 7x - 3y + 3 = 70 \\ x - 7y + 7 = -36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 7y - 43 \\ 7x - 3y = 67 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x = 7y - 43 \\ 49y - 301 - 3y = 67 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 46y = 368 \\ x = 7y - 43 \end{cases} \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 13 \end{cases}$$

$$\text{959.} \begin{cases} 8a - 3 = 13 \\ 10 - b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8a = 16 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases};$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 2x + 5y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8y = 8 \\ 2x = 5 - 5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 5 \end{cases}$$

960. Найдем точку пересечения.

$$\begin{cases} 5x - 2y = -25 \\ -4x + 3y = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ -4x + 3y = 27 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ -8 + 4y + 3y = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7y = 35 \\ x = 2 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = -3 \end{cases}$$

а) $|y| = 5$; б) $|x| = 3$; в) По теореме Пифагора

$$\sqrt{5^2 + (-3)^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}.$$

961. а) Данная система не имеет решений, когда прямые параллельны. Например, $k = 2,5$; $b = 3$;

б) Данная система имеет бесконечно много решений, когда прямые совпадают. $k = 2,5$; $b = -3$;

в) $\begin{cases} y = 4k + b \\ y = 10 - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7 \\ 7 = 4k + b \end{cases}$ Например, $k = 1$;
 $b = 3$.

962. Найдем точку пересечения прямых

$$\begin{cases} -2x + y = 11 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x + 11 \\ 3x + 4x + 22 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x = -21 \\ y = 2x + 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \end{cases}$$

а) $10x - 3y = -45$; $-30 - 15 = -45 \Rightarrow$ принадлежит;

б) $-7x + 9y = 65$; $21 + 45 = 66 \neq 65 \Rightarrow$ не принадлежит.

963. $y = kx + b$: а) $(0; 30)$,

$$(6; 0) \cdot \begin{cases} 30 = b \\ 0 = 6k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 30 \\ 6k = -30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 30 \\ k = -5 \end{cases}$$

уравнение прямой $y = -5x + 30$; б) $(2; 3)$,

$$(-2; 10) \cdot \begin{cases} 3 = 2k + b \\ 10 = -2k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2k + 10 \\ 3 = 2k + 2k + 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4k = -7 \\ b = 2k + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -1,75 \\ b = 6,5 \end{cases} \quad \text{уравнение прямой} \\ y = -1,75x + 6,5.$$

964. $\begin{cases} -3 = 4a + 2b \\ 4 = a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 - b \\ 16 - 4b + 2b = -3 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2b = -19 \\ a = 4 - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 9,5 \\ a = -5,5 \end{cases}$$

965.

$$\begin{cases} -3 = c \\ 0 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}b - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -3 \\ \frac{1}{2}b = 3 - \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -3 \\ b = 5,5 \end{cases}$$

$y = x^2 + 5,5x - 3$; по теореме Виета $x_1x_2 = -3$; $x_1 = \frac{1}{2}$;
 $\Rightarrow x_2 = -6$.

966. Пусть мастер в первый день изготовил x деталей, а ученик y . Тогда,

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 1,2x + 1,1y = 116 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 100 - y \\ 120 - 1,2y + 1,1y = 116 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0,1y = 4 \\ x = 100 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 40 \\ x = 60 \end{cases}$$

Ответ: 60 и 40 деталей.

967. Пусть скорость легкового автомобиля равняется x км/ч, а грузового y км/ч. Тогда,

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2x = 3y + 10 \\ 3 \cdot 0,75x + 20 = 5 \cdot 0,8y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y + 5 \\ 2,25x + 20 = 4y \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} 3,375y + 11,25 + 20 = 4y \\ x = 1,5y + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,625y = 31,25 \\ x = 1,5y + 5 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} y = 50 \\ x = 80 \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: 80 и 50 км/ч.

968. Пусть первоначально урожайность ржи было x ц/га, а пшеницы y ц/га. Тогда,

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 20x + 30y = 2300 \\ 20 \cdot 0,2x + 30 \cdot 0,3y = 610 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 230 \\ 4x + 9y = 610 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 460 \\ 4x + 9y = 610 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 150 \\ 2x = 230 - 3y \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} y = 50 \\ x = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,3y = 65 \\ 1,2x = 48 \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: 48 и 65 ц/га.

969. Пусть скорость велосипедиста равняется x км/ч, а мотоциклиста y км/ч. Тогда,

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2(x + y) = 160 \\ 11(160 - (0,5x + 2x)) = 160 - (0,5y + 2y) \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} x + y = 80 \\ 1760 - 27,5x = 160 - 2,5y \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} y = 80 - x \\ 27,5x - 2,5y = 1600 \end{cases} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 80 - x \\ 27,5x - 200 + 2,5x = 1600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 30x = 1800 \\ y = 80 - x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 20 \end{cases}$$

Ответ: 60 и 20 км/ч.

970. Пусть первого сплава необходимо взять x , а второго y .

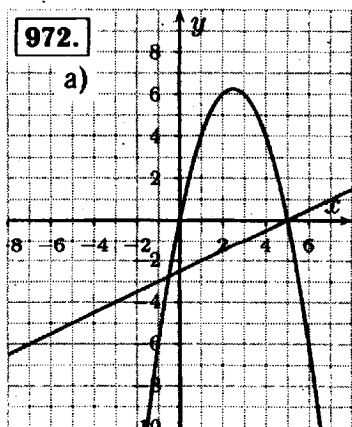
Тогда $\frac{0,67x+0,87y}{x+y} = 0,79$; $0,67x + 0,87y = 0,79x + 0,79y$;
 $0,87y - 0,79y = 0,79x - 0,67x$; $0,08y = 0,12x$; $\frac{x}{y} = \frac{0,08}{0,12} = \frac{2}{3}$.

Ответ: в отношении 2 : 3.

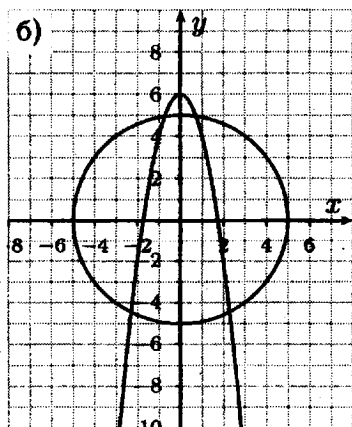
971. Пусть первого раствора необходимо взять x , а второго y .

Тогда, $\frac{0,4x+0,48y}{x+y} = 0,42$; $0,4x + 0,48y = 0,42x + 0,42y$;
 $0,48y - 0,42y = 0,42x - 0,4x$; $0,06y = 0,02x$; $\frac{x}{y} = \frac{0,06}{0,02} = 3$.

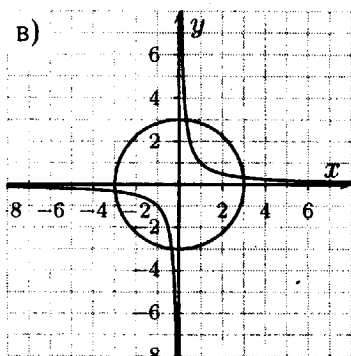
Ответ: в отношении 3 : 1.



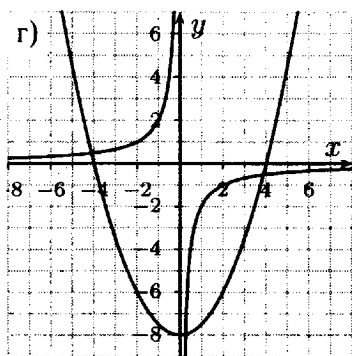
$$x_1 = -0,5, x_2 = 5$$



$$x_{1,2} \approx \pm 0,7, x_{3,4} \approx \pm 2,3$$



$$x_{1,2} \approx \pm 2.9, \quad x_{3,4} \approx \pm 0.3$$



$$x_1 \approx -4.1, \quad x_2 \approx 3.8, \quad x_3 \approx 0.3$$

973. а)
$$\begin{cases} x^2 + y + 8 = xy \\ y - 2x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ x^2 + 2x + 8 = 2x^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ x^2 - 2x - 8 = 0 \end{cases}; \quad x^2 - 2x - 8 = 0; \quad D_1 = 1 + 8 = 9;$$

$$x = 1 \pm 3; \quad 1) \begin{cases} x = 4 \\ y = 8 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases}.$$

Ответ: $(-2; -4), (4; 8)$.

б)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x - y)(x + y) = 16 \\ x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8(x - y) = 16 \\ x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 10 \\ y = x - 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Ответ: $(5; 3)$.

в)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ (x + y)^2 - 3xy = 13 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ 25 - 3xy = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 - y \\ 3xy = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 - y \\ xy = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = 4 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_2 = 4 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Ответ: (1; 4), (4; 1).

$$г) \begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = 1 \\ 3y + x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3y \\ 9y^2 + y^2 - 9y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 = 1 \\ x = -3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = -3 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_2 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Ответ: (3; -1), (-3; 1).

$$д) \begin{cases} 2x^2 + 5x - 3y = -12 \\ 2y - 7x = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y = 7x + 8 \\ 4x^2 + 10x - 6y = -24 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6y = 21x + 24 \\ 4x^2 + 10x - 21x - 24 = -24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 7x + 8 \\ 4x^2 - 11x = 0 \end{cases};$$

$$4x^2 - 11x = 0; x(4x - 11) = 0; x_1 = 0; x_2 = 2\frac{3}{4};$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 4 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = 2\frac{3}{4} \\ y_2 = 13\frac{5}{8} \end{cases}$$

Ответ: (0; 4), (2 $\frac{3}{4}$; 13 $\frac{5}{8}$).

$$е) \begin{cases} y^2 - 6x + y = 0 \\ 2x - \frac{1}{2}y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{1}{2}y + 1 \\ 2y^2 - 12x + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12x = 3y + 6 \\ 2y^2 - 3y - 6 + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{1}{2}y + 1 \\ 2y^2 - y - 6 = 0 \end{cases};$$

$$2y^2 - y - 6 = 0; D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 6 = 49; y = \frac{1 \pm 7}{4};$$

$$\begin{cases} y_1 = 2 \\ x_1 = 1 \end{cases}; \begin{cases} y_2 = -1\frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Ответ: (1; 2), ($\frac{1}{8}$; $-1\frac{1}{2}$).

$$\boxed{974.} \text{ а) } \begin{cases} x + xy + y = 11 \\ x - xy + y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 12 \\ 2xy = 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: (5; 1), (1; 5).

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - y - xy = 14 \\ x + 2y + xy = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + y = 7 \\ x + 2y + xy = -7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 7 - 3x \\ x + 14 - 6x + 7x - 3x^2 = -7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 7 - 3x \\ 3x^2 - 2x - 21 = 0 \end{cases}; 3x^2 - 2x - 21 = 0;$$

$$D_1 = 1 + 3 \cdot 21 = 64; x = \frac{1 \pm 8}{3}; \begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = -2 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = -2\frac{1}{3} \\ y_2 = 14 \end{cases}$$

Ответ: (3; -2), ($-2\frac{1}{3}$; 14).

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ xy = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x + y)^2 - 2xy = 34 \\ xy = 15 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x + y)^2 - 30 = 34 \\ xy = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x + y)^2 = 64 \\ xy = 15 \end{cases}; 1)$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ xy = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ y_1 = 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 5 \end{cases}; 2)$$

$$\begin{cases} x + y = -8 \\ xy = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = -3 \\ y_3 = -5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_4 = -5 \\ y_4 = -3 \end{cases}$$

Ответ: (5; 3), (3; 5), (-5; -3), (-3; -5).

$$\text{г) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ xy = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{y} \\ \frac{64}{y^2} - y^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^4 + 12y^2 - 64 = 0 \\ x = \frac{8}{y} \end{cases}; y^2 = a \geq 0; a^2 + 12a - 64 = 0;$$

$$D_1 = 6^2 + 64 = 100; a = -6 \pm 10; a \geq 0; \Rightarrow a = 4; y^2 = 4;$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = -2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Ответ: (4; 2), (-4; -2).

$$\boxed{975.} \text{ а) } \begin{cases} y = x^2 - 6x + 8 \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 4 - x \\ 4 - x = x^2 - 6x + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 0 \\ y = 4 - x \end{cases};$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 3 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = 0 \end{cases}. \text{ Пересекаются в точках (1; 3),$$

$$(4; 0). \text{ б) } \begin{cases} x + y = 4 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ xy = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4y - y^2 = 3 \\ x = 4 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 - 4y + 3 = 0 \\ x = 4 - y \end{cases}; \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y_2 = 3 \\ x_1 = 1 \end{cases}; \text{ Пересекаются в точках (3; 1), (1; 3).}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ (x-3)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x^2 - 6x + 9 + y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} y^2 = 4 - x^2 \\ -6x + 9 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x = 12 \\ y^2 = 4 - x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} . \text{ Пересекаются в точке} \\
 & (2; 0).
 \end{aligned}$$

$$\boxed{976.} \quad \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x - 3y = 7 \\ 2x + 5y = c \end{cases} ; \text{ решим первые две системы}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x - 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ x - 9x + 15 = 7 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 8x = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} ; \\
 \Rightarrow & c = 2x + 5y = 2 - 10 = -8.
 \end{aligned}$$

Ответ: при $c = -8$.

$$\begin{aligned}
 \boxed{977.} \quad & \begin{cases} y = x^2 - x + 4 \\ y = \frac{4}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} = x^2 - x + 4 \\ y = \frac{4}{x} \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0 \\ y = \frac{4}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-1)(x^2+4) = 0 \\ y = \frac{4}{x} \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases} .
 \end{aligned}$$

Ответ: пересекаются в точке $(1; 4)$.

$$\boxed{978.} \quad \begin{cases} x + 3y = 2 \\ xy = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{a}{y} \\ \frac{a}{y} + 3y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y^2 - 2y + a = 0 \\ x = \frac{a}{y} \end{cases} ;$$

система имеет единственное решения при $D = 0$;
 $3y^2 - 2y + a = 0$; $D_1 = 1^2 - 3a = 0$; $3a = 1$; $a = \frac{1}{3}$.

Ответ: при $a = \frac{1}{3}$.

979. Пусть числитель дроби равняется x , а знаменатель y . Тогда,

$$\begin{cases} \frac{x-1}{y-1} = \frac{x}{y} + \frac{1}{6} \\ \frac{x+1}{y+1} = \frac{x}{y} - \frac{1}{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{6xy-6y-6xy+6x-y^2+y}{6y(y-1)} = 0 \\ \frac{10xy+10y-10xy-10x+y^2+y}{10y(y+1)} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -y^2 + 6x - 5y = 0 \\ y^2 + 11y - 10x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6y - 4x = 0 \\ y^2 - 6x + 5y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 3y \\ y^2 - 6x + 5y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x = 9y \\ y^2 - 9y + 5y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2}y \\ y(y-4) = 0 \end{cases} ; y = 0 \text{ не подходит по условию}$$

задачи. $\begin{cases} y = 4 \\ x = 6 \end{cases}$

Ответ: $\frac{6}{4}$.

980. Пусть числитель дроби равняется x , а знаменатель y . Тогда,

$$\begin{cases} \frac{x-1}{y-1} = \frac{x}{y} - \frac{1}{10} \\ \frac{x+1}{y+1} = \frac{x}{y} + \frac{1}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{10xy-10y-10xy+10x+y^2-y}{10y(y-1)} = 0 \\ \frac{15xy+15y-15xy-15x-y^2-y}{15y(y+1)} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 - 11y + 10x = 0 \\ -y^2 + 14y - 15x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y - 5x = 0 \\ y^2 - 11y + 10x = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10x = 6y \\ y^2 - 11y + 6y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{5}y \\ y(y-5) = 0 \end{cases} ; y = 0 \text{ не}$$

подходит по условию задачи. $\begin{cases} y = 5 \\ x = 3 \end{cases}$

Ответ: $\frac{3}{5}$.

981. Пусть катеты прямоугольного треугольника x и y . Тогда,

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 41^2 \\ \frac{1}{2}xy = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+y)^2 - 2xy = 1681 \\ xy = 360 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+y)^2 - 720 = 1681 \\ xy = 360 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+y)^2 = 2401 \\ xy = 360 \end{cases} \text{ по}$$

$$\text{условию задачи } x+y > 0 \Rightarrow \begin{cases} x+y = 49 \\ xy = 360 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 49 - y \\ 49y - y^2 = 360 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 - 49y + 360 = 0 \\ x = 49 - y \end{cases};$$

$$y^2 - 49y + 360 = 0; D = 49^2 - 4 \cdot 360 = 961; y = \frac{49 \pm 31}{2};$$

$$\begin{cases} y_1 = 40 \\ x_1 = 9 \end{cases}; \begin{cases} y_2 = 9 \\ x_2 = 40 \end{cases}$$

Ответ: 40 и 9 см.

982. Пусть катеты прямоугольного треугольника x и y . Тогда,

$$\begin{cases} \frac{1}{2}xy = 44 \\ \frac{1}{2}(x-1)(y+2) = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 88 \\ xy + 2x - y - 2 = 100 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} xy = 88 \\ 88 + 2x - y = 102 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 88 \\ 2x - y = 14 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 14 \\ 2x^2 - 14x = 88 \end{cases}; x^2 - 7x - 44 = 0;$$

$$D = 49 + 4 \cdot 44 = 225; x = \frac{7 \pm 15}{2}; \text{ по условию } x > 0;$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 8 \end{cases}$$

Ответ: 11 и 8 см.

983. Пусть первый рабочий выполняет за один день y , а второй x . Тогда, $7x + 7y + 9x = 10x + 10y$; $6x = 3y$;

$2x = y$. Так как всю работу они выполняют за 10 дней и $10(x + y) = 30x$ то первый рабочий выполнит работу за 30 дней, а второй за $10(x + y) = 15y$ за 15 дней.

Ответ: 15 и 30 дней.

984. Пусть первый рабочий выполняет за один день x , а второй y . Тогда, $2(x + y) = \frac{6}{5}(2x + y)$; $10x + 10y = 12x + 6y$; $2x = 4y$; $x = 2y$. Так как всю работу они выполняют за 2 дня и $2(x + y) = 6y$ то второй рабочий выполнит работу за 6 дней, а первый за $2(x + y) = 3y$ за 3 дня.

Ответ: 3 и 6 дней.

985. $a_1 = 48,5$; $d = -1,3$; $a_n = 48,5 - 1,3(n - 1) = 48,5 - 1,3n + 1,3 = 49,8 - 1,3n$;

1) $a_n = 3$; $3 = 49,8 - 1,3n$; $1,3n = 46,8$; $n = 36$; 2) $a_n = -3,5$; $-3,5 = 49,8 - 1,3n$; $1,3n = 53,3$; $n = 41$; 3) $a_n = 15$; $15 = 49,8 - 1,3n$; $1,3n = 34,8$; $n = 26,769 \dots \Rightarrow 15$ не является членом данной прогрессии.

986. $a_{14} = a_1 + d(14 - 1) = a_1 + 13d = 140$; $S_{14} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + 13n}{2} \cdot 14 = 7(2a_1 + 13n) = 1050$;

$$\begin{cases} a_1 + 13d = 140 \\ 2a_1 + 13d = 150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 10 \\ d = 10 \end{cases}$$

Ответ: $a_1 = 10$, $d = 10$.

987. $a_6 = a_1 + 5d = -6$; $a_{16} = a_1 + 15d = 17,5$;

$$\begin{cases} a_1 + 5d = -6 \\ a_1 + 15d = 17,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10d = 23,5 \\ a_1 = -5d - 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 2,35 \\ a_1 = -17,75 \end{cases} \cdot S_{16} = \frac{a_1 + a_{16}}{2} \cdot 16 = 8(-17,75 + 17,5) = -2.$$

988. $a_1 = 28$; $S_{25} = \frac{2a_1 + d(25-1)}{2} \cdot 25 = 25(a_1 + 12d) = 25(28 + 12d) = 700 + 300d = 925$; $300d = 225$; $d = 0,75$. $a_{30} = a_1 + 29d = 28 + 29 \cdot 0,75 = 49,75$.

Ответ: $d = 0,75$; $a_{30} = 49,75$.

989. $a_6 + a_{10} = a_1 + 5d + a_1 + 9d = 2a_1 + 14d = 5,9$; $a_{12} - a_4 = a_1 + 11d - a_1 - 3d = 8d = 2$; $d = 0,25$; $2a_1 + 14d = 5,9$; $2a_1 + 3,5 = 5,9$; $2a_1 = 2,4$; $a_1 = 1,2$; $a_{25} = a_1 + 24d = 1,2 + 24 \cdot 0,25 = 7,2$.

$$\begin{aligned}
 \text{990. } a_5 + a_{10} &= a_1 + 4d + a_1 + 9d = 2a_1 + 13d = -9; a_4 + a_6 = \\
 &= a_1 + 3d + a_1 + 5d = 2a_1 + 8d = -4; \begin{cases} 2a_1 + 13d = -9 \\ 2a_1 + 8d = -4 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \begin{cases} 5d = -5 \\ a_1 + 4d = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = -1 \\ a_1 = 2 \end{cases} \cdot S_{10} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot 10 = \\
 &= 5(4 - 9) = -25.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{991. } a_3 &= a_1 + 2d = 150; a_{13} = a_1 + 12d = 110; \\
 \begin{cases} a_1 + 2d = 150 \\ a_1 + 12d = 110 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10d = -40 \\ a_1 = 150 - 2d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = -4 \\ a_1 = 158 \end{cases} \\
 S_n &= \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 0; \Rightarrow 2a_1 = -d(n-1); 316 = \\
 &= 4(n-1); n-1 = 79; n = 80.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{992. } a) x_8 &= x_1 q^7; x_1 = \frac{x_8}{q^7} = \frac{-128}{-16384} = \frac{1}{128}; b) x_9 = x_1 q^8; \\
 q^8 &= \frac{2}{162}; q = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{993. } b_1 &= 6; b_3 = b_1 q^2 = \frac{2}{3}; q^2 = \frac{1}{9}; \Rightarrow q = \pm \frac{1}{3}; b_5 = \\
 &= b_1 q^4 = \frac{6}{81} = \frac{2}{27}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{994. } q &= \frac{1}{2}; b_6 = b_1 q^5 = \frac{1}{2}; b_1 = 16; S_6 = b_1 \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1} = 16 \times \\
 &\times \frac{-\frac{63}{64}}{-\frac{1}{2}} = 31,5.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{995. } b_5 &= b_1 q^4 = 1\frac{1}{2}; q = -\frac{1}{2}; b_1 = \frac{b_5}{q^4} = \frac{3}{2} \cdot 2^4 = 3 \cdot 2^3 = 24; \\
 S_5 &= b_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 24 \cdot \frac{\frac{33}{2} - 1}{\frac{1}{2}} = 24 \cdot \frac{11}{16} = 16,5.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{996. } b_3 &= b_1 q^2 = 20; b_5 = b_1 q^4 = 80; q^2 = 4; q > 0; \\
 \Rightarrow q &= 2; b_1 = \frac{b_3}{q^2} = 5; S_7 = 4 \cdot \frac{2^7 - 1}{1} = 635.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{997. } b_1 + b_2 &= b_1 + b_1 q = 30; b_2 + b_3 = b_1 q + b_1 q^2 = \\
 &= 20; \begin{cases} b_1 + b_1 q = 30 \\ b_1 q + b_1 q^2 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 + b_1 q = 30 \\ q(b_1 + b_1 q) = 20 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{2}{3} \\ \frac{5}{3} b_1 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{2}{3} \\ b_1 = 18 \end{cases} \cdot b_1 = 18; b_2 = b_1 \cdot \frac{2}{3} = 12; \\
 b_3 &= b_2 \cdot \frac{2}{3} = 8.
 \end{aligned}$$

998. $b_1 \cdot b_2 = (b_1)^2 \cdot q = \frac{1}{27}$; $b_3 \cdot b_4 = (b_1)^2 \cdot q^5 = 3$;
 $\Rightarrow q^4 = 81$; $q = 3$; $b_1 = \frac{1}{9}$; $S_4 = b_1 \cdot \frac{81-1}{2} = 4\frac{4}{9}$.

Неравенства

999. $P = 2(a + b)$; $28,6 \leq 2a \leq 28,8$; $50,2 \leq 2b \leq 50,4$;
 $\Rightarrow 78,8 \leq P \leq 79,2$.

$S = ab$; $\Rightarrow 358,93 \leq S \leq 362,88$.

1000. а) $4,8 < \sqrt{7} + \sqrt{5} < 5$; б) $(2,6 - 2,3) < \sqrt{7} - \sqrt{5} < (2,7 - 2,2)$, $\Rightarrow 0,3 < \sqrt{7} - \sqrt{5} < 0,5$; в) $5,72 < \sqrt{35} < 6,21$.

1001. а) $0,3(2m - 3) < 3(0,6m + 1,3)$; $0,6m - 0,9 < 1,8m + 3,9$; $1,2m > -4,8$; $m > -4$; б) $1,1(5x - 4) > 0,2(10x - 43)$; $5,5x - 4,4 > 2x - 8,6$; $3,5x > -4,2$;
 $x > -1,2$;

в) $10 - 5(0,3a - 0,2) \geq 5 - 10(0,1a + 0,2)$; $10 - 1,5a + 1 \geq 5 - a - 2$; $0,5a \leq 8$; $a \leq 16$; г) $3,2(2b + 1) + 5,7 \leq 7,3 - 1,6(3 - 5b)$; $6,4b + 3,2 + 5,7 \leq 7,3 - 4,8 + 8b$; $1,6b \geq 6,4$;
 $b \geq 4$;

д) $4,3x - \frac{1}{2}(2,8x - 0,6) > \frac{1}{3}(3x + 0,6) + 2,9x$; $4,3x - 1,4x + 0,3 > x + 0,2 + 2,9x$; $x < 0,1$; е) $\frac{2}{5}(5,5m - 2) - 0,8m < 4,6m - \frac{3}{4}(3,6m - 1,6)$; $2,2m - 0,8 - 0,8m < 4,6m - 2,7m + 1,2$; $0,5m > -2$; $m > -4$;

ж) $(2,1y + 2)(0,2y - 3) - (0,7y - 1)(0,6y + 4) \geq -83$;
 $0,42y^2 - 6,3y + 0,4y - 6 - 0,42y^2 - 2,8y + 0,6y + 4 \geq -83$;
 $8,1y \leq 81$; $y \leq 10$; з) $(1 - 3,6a)(0,2a + 3) + (4 + 0,9a)(0,8a + 10) \leq 42,2$; $0,2a + 3 - 0,72a^2 - 10,8a + 3,2a + 40 + 0,75a^2 + 9a \leq 42,2$; $1,6a \leq -0,8$; $a \leq -0,5$.

1002. а) $\frac{4,2+2x}{3} > 1,5x - 1,1$; $4,2 + 2x > 4,5x - 3,3$; $2,5x < 7,5$; $x < 3$; б) $2,3a + 0,8 < \frac{5,8a+3,4}{2}$; $4,6a + 1,6 < 5,8a + 3,4$;
 $1,2a > -1,8$; $a > -1,5$;

в) $\frac{0,5-5y}{6} \geq \frac{0,6-5y}{4}$; $2 - 20y \geq 3,6 - 30y$; $10y \geq 1,6$; $y \geq 0,16$;

г) $\frac{0,6m+1,2}{12} \leq \frac{1,5m-2,5}{15}$; $\frac{0,6m+1,2}{4} \leq \frac{1,5m-2,5}{5}$; $3m + 6 \leq 6m - 10$; $3m \geq 16$; $m \geq 5\frac{1}{3}$;

д) $\frac{1,3a-0,7}{4} - \frac{0,9a+0,3}{3} > 0$; $\frac{1,3a-0,7}{4} - 0,3a - 0,1 > 0$; $1,3a - 0,7 - 1,2a - 0,4 > 0$; $0,1a > 1,1$; $a > 11$; е) $\frac{1,6-0,3y}{2} + \frac{4,4+1,5y}{5} < -4,05y$; $8 - 1,5y + 8,8 + 3y < -40,5y$; $42y < -16,8$;
 $y < -0,4$.

1003. а) $\frac{12-1,5b}{5} < \frac{11-0,5b}{2}$; $24-3b < 55-2,5b$; $0,5b > -31$;
 $b > -62$; б) $\frac{1,4+b}{4} > \frac{2,6+3b}{2}$; $1,4+b > 5,2+6b$; $5b < -3,8$;
 $b < -0,76$.

1004. а) $(5-2x)(\sqrt{6}-3) < 0$; $\sqrt{6}-3 < 0$; $\Rightarrow 5-2x > 0$;
 $2x < 5$; $x < 2,5$; б) $(4-\sqrt{10})(3x+1) > 0$; $4-\sqrt{10} > 0$;
 $\Rightarrow 3x+1 > 0$; $3x > -1$; $x > -\frac{1}{3}$;

в) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2+7x} < 0$; $\sqrt{3}-\sqrt{2} > 0$; $\Rightarrow 2+7x < 0$; $7x < -2$;
 $x < -\frac{2}{7}$; г) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{8}}{4+5x} > 0$; $\sqrt{7}-\sqrt{8} < 0$; $\Rightarrow 4+5x < 0$;
 $5x < -4$; $x < -0,8$.

1005. а) $\begin{cases} 5x-2 > 2x+1 \\ 2x+3 < 18-3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x > 3 \\ 5x < 15 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 3 \end{cases} \quad x \in (1; 3)$.

б) $\begin{cases} 4y+5 > y+17 \\ y-1 > 2y-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y > 12 \\ y < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 4 \\ y < 2 \end{cases}$ нет
 корней.

в) $\begin{cases} 12y-1 < 3-2y \\ 5y < 2-11y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 14y < 4 \\ 16y < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < \frac{2}{7} \\ y < \frac{1}{8} \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow y \in (-\infty; \frac{1}{8})$;

г) $\begin{cases} 8x+1 > 5x-1 \\ 9x+9 < 8x+8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x > -2 \\ x < -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ x < -1 \end{cases}$ нет
 корней.

1006.
 а) $\begin{cases} 2x+5 > 3x-1 \\ \frac{x}{3} > -1 \\ 10x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 6 \\ x > -3 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-3; 0)$.

$$6) \begin{cases} 6x > x - 10 \\ 2x - 4 < 0 \\ 2x + 1 > x + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x > -10 \\ 2x < 4 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x < 2 \\ x > 3 \end{cases}$$

нет корней.

$$\boxed{1007.} \text{ а) } \begin{cases} 2x - 3(x + 1) < x + 8 \\ 6x(x - 1) - (2x + 2)(3x - 3) > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3x - 3 < x + 8 \\ 6x^2 - 6x - 6x^2 + 6x - 6x + 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x > -11 \\ 6x < 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -5,5 \\ x < 1 \end{cases} \Rightarrow x \in (-5,5; 1).$$

$$6) \begin{cases} 10(x - 1) - 5(x + 1) > 4x - 11 \\ x^2 - (x + 2)(x - 2) < 3x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10x - 10 - 5x - 5 > 4x - 11 \\ x^2 - x^2 + 4 < 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 3x > 4 \end{cases} \Rightarrow x > 4;$$

$$в) \begin{cases} x - \frac{4x-1}{3} < 10 \\ 4x - 1 - \frac{x}{3} < 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 4x + 1 < 30 \\ 12x - 3 - x < 30 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > -29 \\ 11x < 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -29 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow x \in (-29; 3).$$

$$г) \begin{cases} 3y - \frac{2y+1}{2} > 4 - \frac{2-y}{3} - y \\ \frac{5y-1}{3} - (y-1) > 3y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 18y - 6y - 3 > 24 - 4 + 2y - 6y \\ 5y - 1 - 3y + 3 > 9y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16y > 23 \\ 7y < 2 \end{cases}$$

нет решений.

$$\boxed{1008.} \text{ a) } \begin{cases} (3x+2)^2 \geq (3x-1)(3x+1) - 31 \\ (2x-3)(8x+5) < (4x-3)^2 - 14 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9x^2 + 12x + 4 \geq 9x^2 - 1 - 31 \\ 16x^2 + 10x - 24x - 15 < 16x^2 - 24x + 9 - 14 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12x \geq -36 \\ 10x < 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x < 1 \end{cases} \Rightarrow x \in \{-3; -2; -1;$$

0\}.

$$\text{б) } \begin{cases} (5x-2)^2 + 36 > 5x(5x-3) \\ 3x(4x+2) + 40 \leq 4x(3x+7) - 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 25x^2 - 20x + 4 + 36 > 25x^2 - 15x \\ 12x^2 + 6x + 40 \leq 12x^2 + 28x - 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x < 40 \\ 22x \geq 44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 8 \\ x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow x \in \{2; 3; 4; 5; 6;$$

7\}.

$$\boxed{1009.} \text{ а) } -5 < \frac{4m-3}{3} < 7; -15 < 4m-3 < 21; -12 < < 4m < 24; -3 < m < 6; \text{ б) } 3 \leq \frac{1-2x}{5} \leq 11; 15 \leq 1-2x \leq < 55; 14 \leq -2x \leq 54; -27 \leq x \leq -7;$$

$$\text{в) } -11 < \frac{2-3p}{2} \leq -8; -22 < 2-3p \leq -16; -24 < -3p \leq < -18; 6 \leq p < 8; \text{ г) } -0,2 \leq \frac{5x+2}{4} \leq 2; -0,8 \leq 5x+2 \leq 8;$$

$$-2,8 \leq 5x \leq 6; -0,56 \leq x \leq 1,2. \boxed{1010.} \text{ а) } -\frac{1}{2} \leq 0,5 - 0,2x \leq \frac{1}{2}; -1 \leq -0,2x \leq 0; 0 \leq x \leq < 5; \text{ б) } -100 \leq \frac{20x+40}{3} \leq 100; -300 \leq 20x+40 \leq 300;$$

$$-340 < 20x \leq 260; -17 \leq x \leq 13. \boxed{1011.} \text{ а) } x^2 + 2x - 15 < 0; (x+5)(x-3) < 0; \Rightarrow x \in < (-5; 3); \text{ б) } 5x^2 - 11x + 2 \geq 0; D = 121 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = < 81; x = \frac{11 \pm 9}{10}; x_1 = 2; x_2 = 0,2; \Rightarrow 5x^2 - 11x + 2 = < 5(x-2)(x-0,2) \geq 0; \Rightarrow x \in (-\infty; 0,2] \cup [2; +\infty);$$

$$\text{в) } 10 - 3x^2 \leq 5x - 2; 3x^2 + 5x - 12 \geq 0; \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 3 \cdot 12 = < 169; x = \frac{-5 \pm 13}{6}; x_1 = -3; x_2 = 1\frac{1}{3}; \Rightarrow x \in (-\infty; -3] \cup < [1\frac{1}{3}; +\infty); \text{ г) } (2x+3)(2-x) > 3; 4x - 2x^2 + 6 - 3x > 3;$$

$$2x^2 - x - 3 < 0; D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25; x = \frac{1 \pm 5}{4}; x_1 = -1;$$

$$д) 2x^2 - 0,5 \leq 0; 2x^2 \leq 0,5; x^2 \leq \frac{1}{4}; \Rightarrow x \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]; е) 3x^2 + 3,6x > 0; x(x + 1,2) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -1,2) \cup (0; +\infty);$$

$$ж) (0,2 - x)(0,2 + x) < 0; (x - 0,2)(x + 0,2) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -0,2) \cup (0,2; +\infty); з) x(3x - 2,4) > 0; x(x - 0,8) > 0; \Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (0,8; +\infty).$$

$$\boxed{1012.} \text{ а) } (2x + 1)(x + 4) - 3x(x + 2) < 0; 2x^2 + 8x + x + 4 - 3x^2 - 6x < 0; x^2 - 3x - 4 > 0; (x + 1)(x - 4) > 0; x \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty); б) (3x - 2)^2 - 4x(2x - 3) > 0; 9x^2 - 12x + 4 - 8x^2 + 12x > 0; x^2 > -4; x \in (-\infty; +\infty);$$

$$в) (1 - 6x)(1 + 6x) + 7x(5x - 2) > 14; 1 - 36x^2 + 35x^2 - 14x > 14; x^2 + 14x + 13 < 0; (x + 1)(x + 13) < 0; \Rightarrow x \in (-13; -1); г) (5x + 2)(x - 1) - (2x + 1)(2x - 1) < 27; 5x^2 - 5x + 2x - 2 - 4x^2 + 1 < 27; x^2 - 3x - 28 < 0; (x - 7)(x + 4) < 0; x \in (-4; 7).$$

$$\boxed{1013.} \text{ а) } x^2 - 3x + 200 = (x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}) - \frac{9}{4} + 200 = (x - 1,5)^2 + 197,75 > 0; б) -x^2 + 22x - 125 = -(x^2 - 22x + 125) = -((x^2 - 2 \cdot 11x + 121) + 4) = -((x - 11)^2 + 4) = -(x - 11)^2 - 4 < 0.$$

$$\boxed{1014.} \text{ а) } \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \leq 0 \\ 2x - 5 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x + 1)(x - 3) \leq 0 \\ x \leq 2,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [-1; 3] \\ x \leq 2,5 \end{cases} \Rightarrow x \in [-1; 2,5].$$

$$б) \begin{cases} x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ 2x - 9 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x - 2)(x - 3) \geq 0 \\ x \leq 4,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 2] \cup [3; +\infty) \\ x \leq 4,5 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; 2] \cup [3; 4,5].$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \begin{cases} 9 - x^2 \geq 0 \\ 3 - x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \leq 9 \\ x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [-3; 3] \\ x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow x = 3; \quad \text{г)} \quad & \begin{cases} x^2 + 2x \geq 0 \\ 5x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x+2) \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty) \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [0; +\infty).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{1015. а)} \quad & \begin{cases} x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ x^2 - 8x + 15 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-1)(x-6) \leq 0 \\ (x-5)(x-3) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x \in [1; 6] \\ x \in (-\infty; 3] \cup [5; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in [1; 3] \cup [5; 6].
 \end{aligned}$$

Ответ: 1; 2; 3; 5; 6.

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \begin{cases} x^2 + 1 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \geq -1 \\ (x-4)(x-2) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \\
 \in & [2; 4].
 \end{aligned}$$

Ответ: 2; 3; 4.

$$\text{1016. а)} \quad \sqrt{12x-4}; \quad 12x-4 \geq 0; \quad 12x \geq 4; \quad x \geq \frac{1}{3};$$

$$\text{б)} \quad \sqrt{3-0,6x}; \quad 3-0,6x \geq 0; \quad 0,6x \leq 3; \quad x \leq 5;$$

$$\text{в)} \quad \sqrt{15+2x-x^2}; \quad 15+2x-x^2 \geq 0; \Rightarrow x^2-2x-15 \leq 0;$$

$$(x-5)(x+3) \leq 0; \Rightarrow x \in [-3; 5]; \quad \text{г)} \quad \sqrt{2x^2+x-6}; \quad 2x^2+x-$$

$$-6 \geq 0; \quad D = 1+4 \cdot 2 \cdot 6 = 49; \quad x = \frac{-1 \pm 7}{4}; \quad x_1 = -2; \quad x_2 = 1,5;$$

$$\Rightarrow 2(x+2)(x-1,5) \geq 0; \Rightarrow x \in (-\infty; -2] \cup [1,5; +\infty);$$

$$\text{д)} \quad \sqrt{12-5x} + \sqrt{2x-1}; \quad \begin{cases} 12-5x \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x \leq 12 \\ 2x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 2,4 \\ x \geq 0,5 \end{cases} \Rightarrow x \in [0,5; 2,4]. \quad \text{е)} \quad \sqrt{x^2+4} + \sqrt{3x-17};$$

$$\begin{cases} x^2+4 \geq 0 \\ 3x-17 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 3x \geq 17; \quad x \geq 5\frac{2}{3}.$$

$$\text{1017. а)} \quad 1) x - \text{любое число}; \quad 2) x \neq 2,5; \quad 3) x \geq 2,5;$$

$$\text{б)} \quad 2x^2 + 7x - 4 = 0; \quad D = 49 + 4 \cdot 2 \cdot 4 = 81; \quad x = \frac{-7 \pm 9}{4};$$

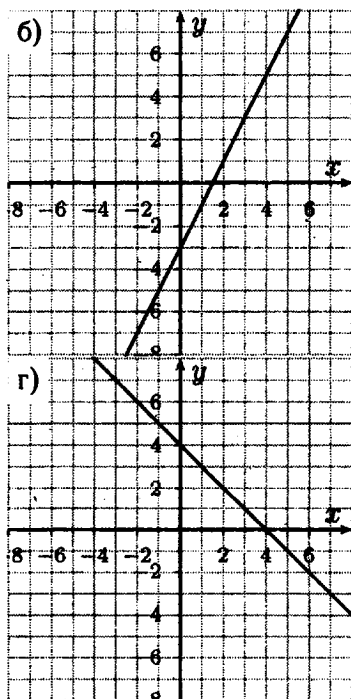
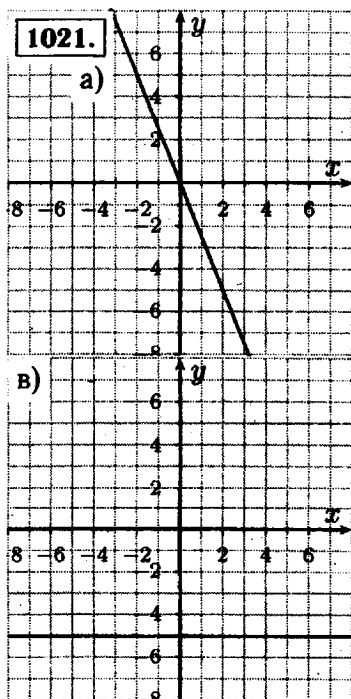
$x_1 = 0,5$; $x_2 = -4$; $2x^2 + 7x - 4 = 2(x + 4)(x - 0,5)$; 1) x — любое число. 2) $x \neq 0,5$; и $x \neq -4$. 3) $x \in (-\infty; -4) \cup (0,5; +\infty)$; в) 1) x — любое число; 2) x — любое число; 3) x — любое число.

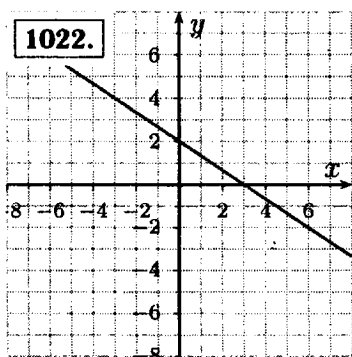
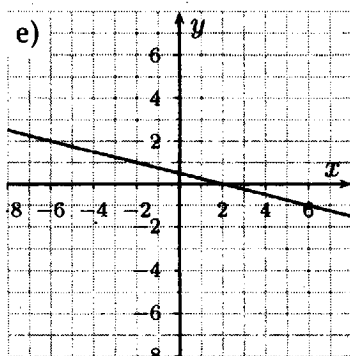
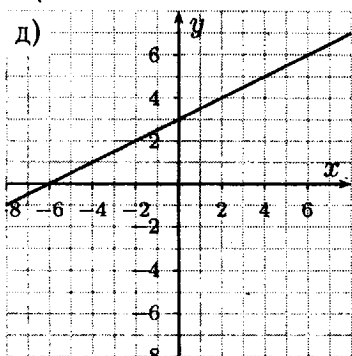
Функции

1018. Область значений функции: $[-2; 3]$. $f(-3) = -1,5$; $f(-1,5) = 1,5$; $f(-1) = 2,5$; $f(1) = 2,5$; $f(3,5) = -1,5$. График пересекает ось Ox в точках $(-2; 0)$, $(2; 0)$, $(4; 0)$. График пересекает ось Oy в точке $(0; 3)$.

1019. а) $f(x) = 0$; при $x \in \{-2; 2; 4\}$; б) $f(x) > 0$; при $x \in (-2; 2) \cup (4; 5]$; в) $f(x) < 0$; при $x \in [-4; -2) \cup (2; 4)$.

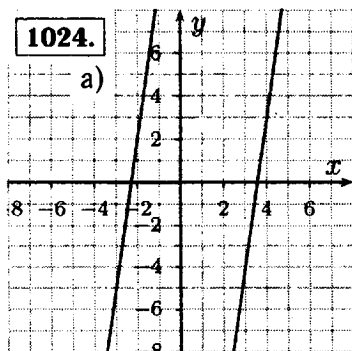
1020. 1) $f(x) > 0$; при $x \in [-3,5; -2,5) \cup (-0,5; 1,5) \cup (3,5; 5]$. 2) $f(x) < 0$; при $x \in (-2,5; 0,5) \cup (1,5; 3,5)$.



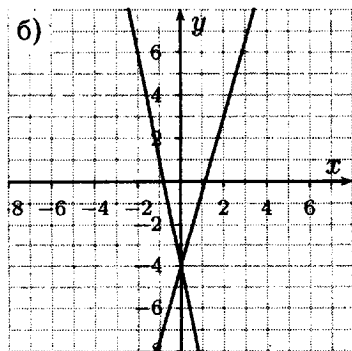


- а) $f(x) = 0$; при $x = 3$;
 б) $f(x) < 0$; при $x > 3$;
 в) $f(x) \geq 0$; при $x \leq 3$.

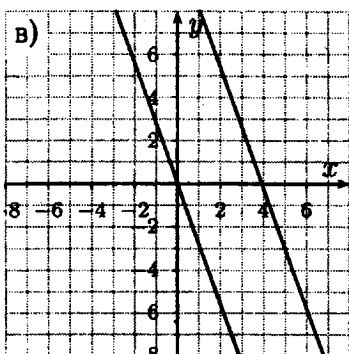
1023. а) $y = 5x$; $y = 9x - 1$; $y = 1 + 5x$; б) $y = -3x + 9$;
 $y = -x - 100$.



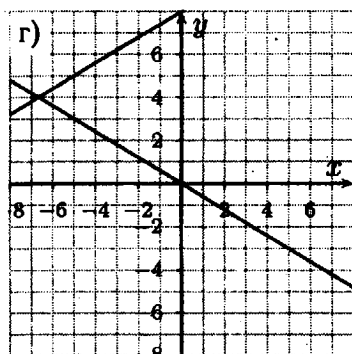
Функции параллельны.



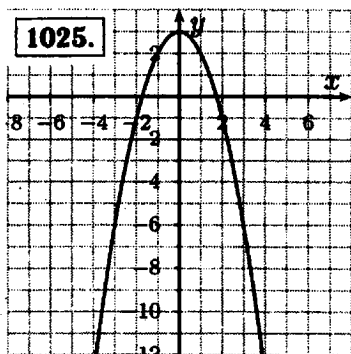
Функции пересекаются.



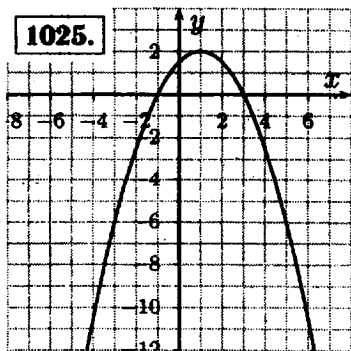
Функции параллельны.



Функции пересекаются.

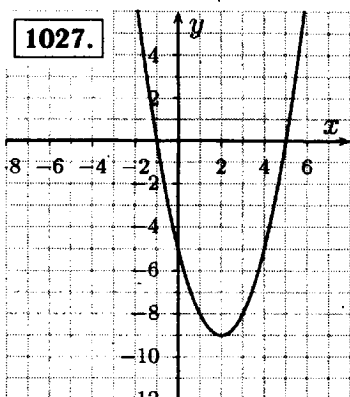


Область определения $(-\infty; +\infty)$. 1) $y = -1$; $-x^2 + 3 = -1$; $x^2 = 4$; $x = \pm 2$. 2) $y = 1$; $-x^2 + 3 = 1$; $x^2 = 2$; $x = \pm\sqrt{2}$; 3) $y = 5$; $-x^2 + 3 = 5$; $x^2 = -2$ нет корней. Область значений $(-\infty; 3]$.



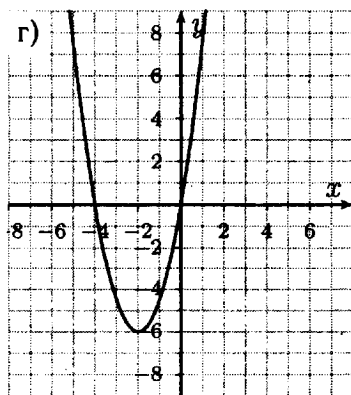
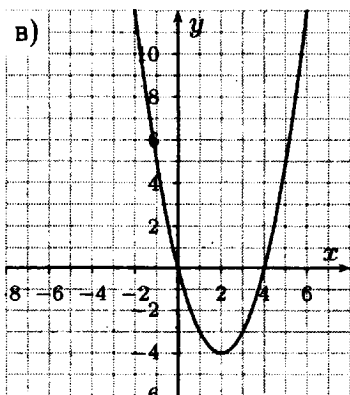
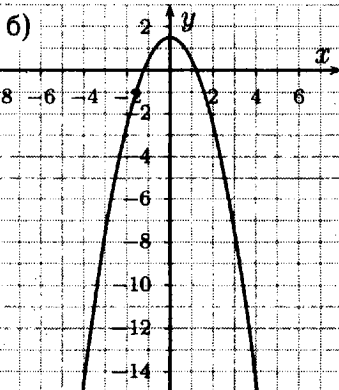
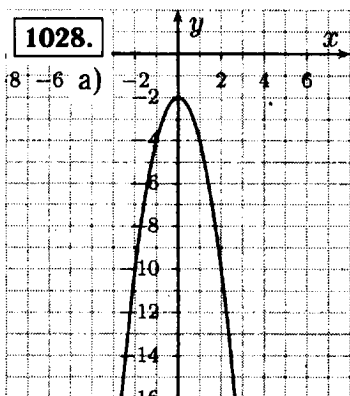
1) $-0,5x^2 + x + 1,5 = 0$; $x^2 - 2x - 3 = 0$; $x_1 = -1$; $x_2 = 3$. 2) $y > 0$ при $x \in (-1; 3)$. 3) $y < 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. 4) $x_{\text{в}} = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{1} = 1$; $y_{\text{в}} = 2$; функция убывает на промежутке $[1; +\infty)$ 5) функция возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$. 6) наибольшее значение функции 2.

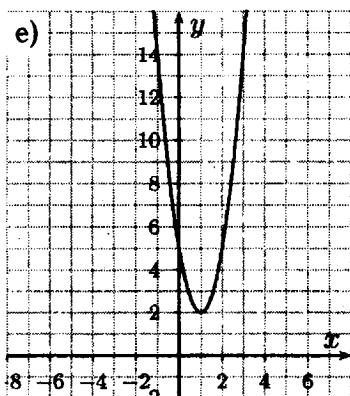
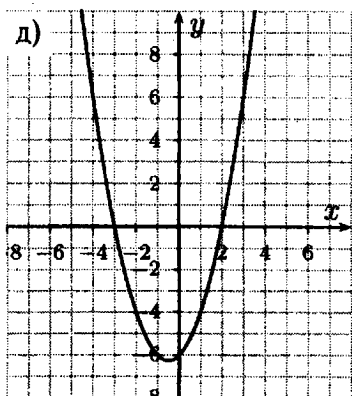
1027.



$x^2 - 4x - 5 = 0$; $x_1 = -1$;
 $x_2 = 5$; $y < 0$; при $x \in (-1; 5)$.
 При $0 \leq x \leq 4$; $y < 0$.

1028.



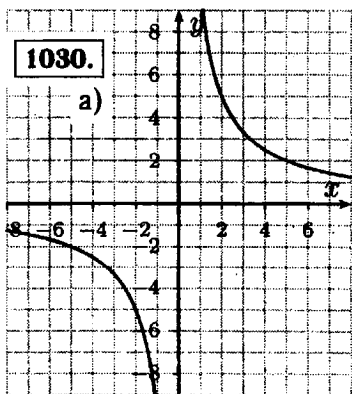


1029. а) $x_{\text{в}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{4} = -2,5$. Убывает при $x \leq -2,5$, возрастает при $x \geq -2,5$;

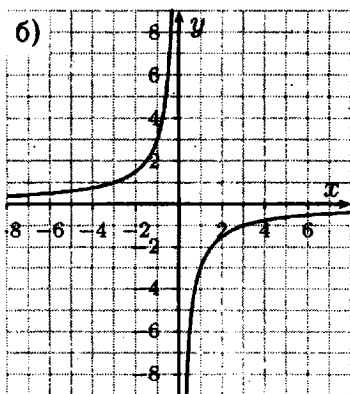
б) $x_{\text{в}} = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{6}$. Убывает при $x \geq \frac{1}{6}$, возрастает при $x \leq \frac{1}{6}$;

в) $x_{\text{в}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$. Убывает при $x \leq -\frac{1}{4}$, возрастает при $x \geq -\frac{1}{4}$;

г) $x_{\text{в}} = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{10} = 0,3$. Убывает при $x \geq 0,3$, возрастает при $x \leq 0,3$.



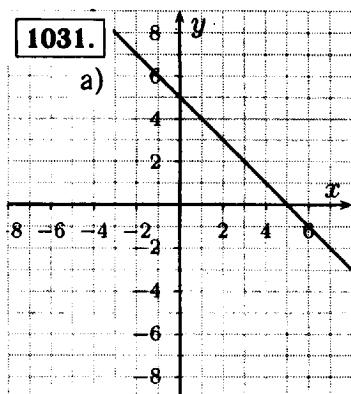
$y > 0$, при $x > 0$; $y < 0$, при $x < 0$;



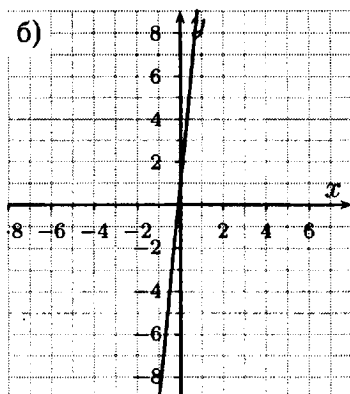
$y > 0$, при $x < 0$; $y < 0$, при $x > 0$.

1031.

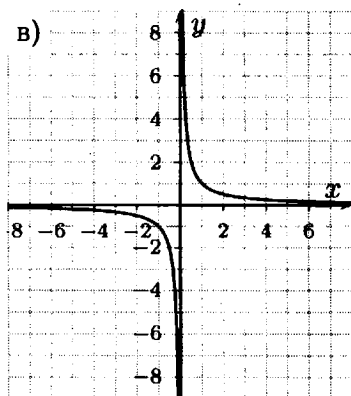
a)



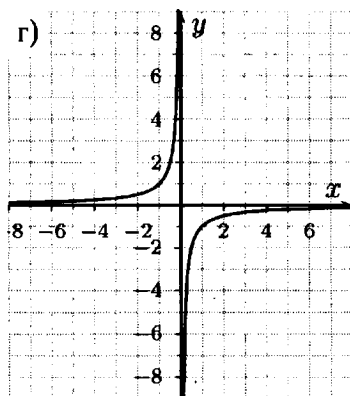
б)



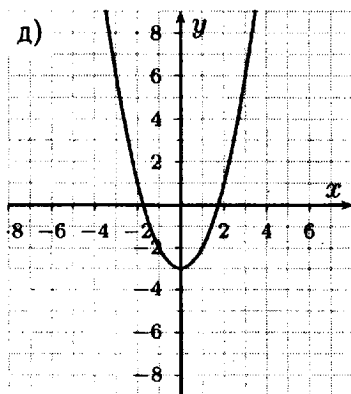
в)



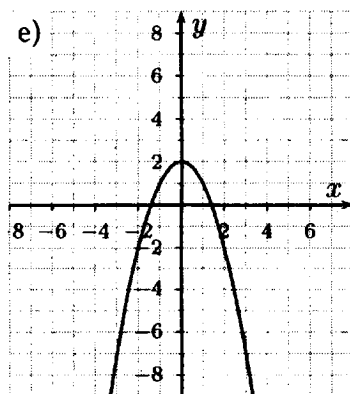
г)

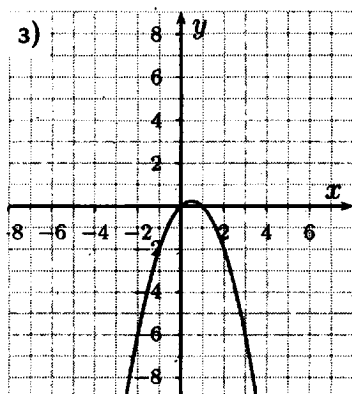
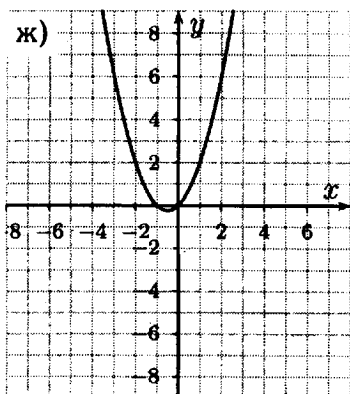


д)



е)





1032. а)
$$\begin{cases} y = 2x - 11 \\ y = -5x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 11 = -5x + 3 \\ y = 2x - 11 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ y = 2x - 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -7 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} y = -3x - 10 \\ y = x^2 - 13x + 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 13x + 6 = -3x - 10 \\ y = -3x - 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 10x + 16 = 0 \\ y = -3x - 10 \end{cases};$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0; D_1 = 25 - 16 = 9; x_1 = 8; x_2 = 2;$$

$$\begin{cases} x_1 = 8 \\ y_1 = -34 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = -16 \end{cases}$$

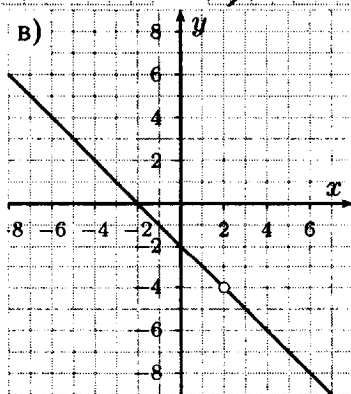
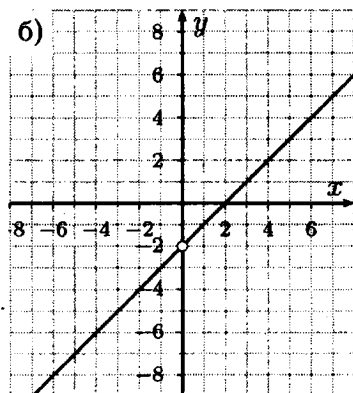
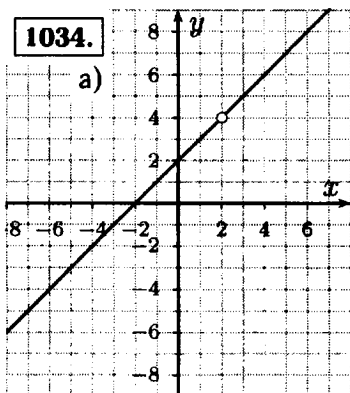
в)
$$\begin{cases} y = -3x^2 + x - 3 \\ y = -x^2 + x - 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x^2 + x - 3 = -x^2 + x - 5 \\ y = -x^2 + x - 5 \end{cases} \Rightarrow$$

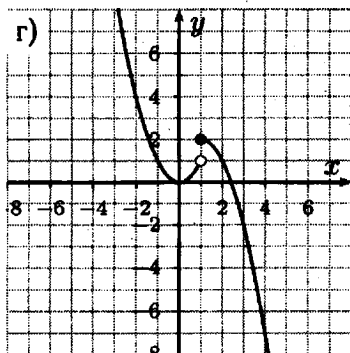
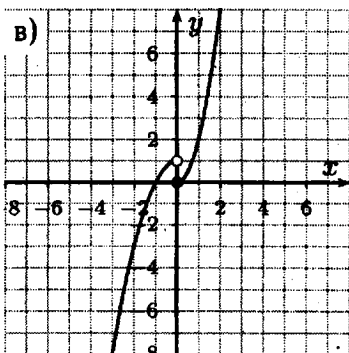
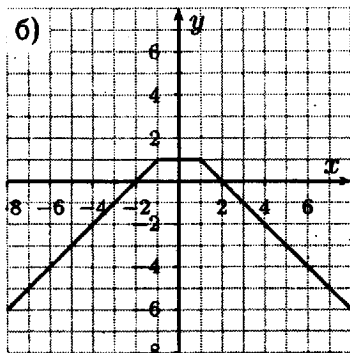
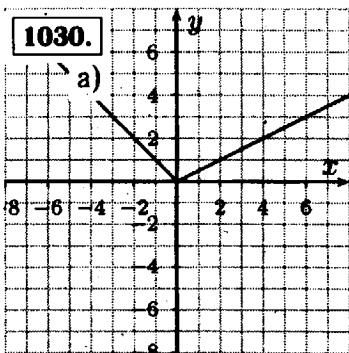
$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2 = 2 \\ y = -x^2 + x - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = -5 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = -7 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma) & \begin{cases} y = 4x^2 + 3x + 6 \\ y = 3x^2 - 3x - 3 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} 4x^2 + 3x + 6 = 3x^2 - 3x - 3 \\ y = 3x^2 - 3x - 3 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x^2 + 6x + 9 = 0 \\ y = 3x^2 - 3x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x + 3)^2 = 0 \\ y = 3x^2 - 3x - 3 \end{cases} \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \begin{cases} x = -3 \\ y = 33 \end{cases}
 \end{aligned}$$

1033. a) $y = -2x - 4$; б) $y = -2x + 4$; в) $y = 2x + 4$;



1030.



ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ

1036. $2x^5 + x^4 - 10x^3 - 5x^2 + 8x + 4 = (x+1)(2x^4 - x^3 - 9x^2 + 4x + 4) = (x+1)(x-1)(2x^3 + x^2 - 8x - 4) = (x+1)(x-1)(x-2)(2x^2 + 5x + 2) = (x+1)(x-1)(x-2)(x+2)(2x+1) = 0.$

Ответ: -2; -1; -0,5; 1; 2.

1037. Общий корень 1.

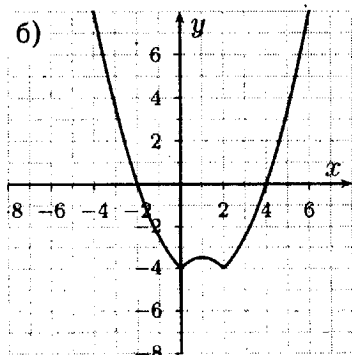
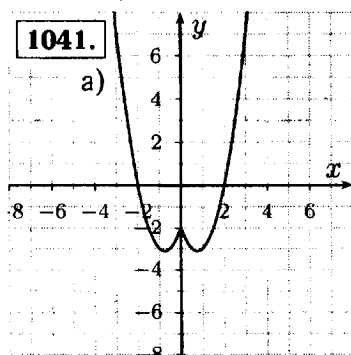
1038. $x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 3x + 9 = (x^2 - 3)^2 - 4x^3 - 3x.$

При $x < 0$, $(x^2 - 3)^2 \geq 0$, $-4x^3 > 0$; $-3x > 0$ значит, при $x < 0$ $x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 3x + 9 > 0$. Поэтому многочлен $x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 3x + 9$ не имеет отрицательных корней.

1039. $x^2 - (a-2)x - a - 1 = x^2 - (a-2)x - (a+1)$. По теореме Виета $x_1 + x_2 = a - 2$; $x_1 \cdot x_2 = -a - 1$. $(x_1)^2 + (x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = a^2 - 4a + 4 + 2a + 2$; $a^2 - 2a + 6 = 0$; $a_B = \frac{-b}{2a} = 1$.

Ответ: $a = 1$.

1040. $(x-a)(x-b) - c^2 = x^2 - bx - ax + ab - c^2 = x^2 - (a+b)x + ab - c^2 = 0$. График функции имеет хотя бы одну общую точку с осью x , когда $D \geq 0$. $D = (a+b)^2 - 4(ab - c^2) = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab + 4c^2 = (a-b)^2 + 4c^2 \geq 0$.



1042. $y = x^2 - 4x + |2x - 8|$. 1) При $x \geq 4$. $x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$; $x^2 - 2x - 8 = 0$; $D_1 = 1 + 8 = 9$; $x = 1 \pm 3$; $x \geq 4$; $\Rightarrow x = 4$, $y = 0$. 2) При $x < 4$. $x^2 - 4x - 2x + 8 = 0$; $x^2 - 6x + 8 = 0$; $D_1 = 3^2 - 8 = 1$; $x = 3 \pm 1$; $x < 4$; $\Rightarrow x = 2$, $y = 0$.

Ответ: (4; 0), (2; 0).

1043.
$$\begin{cases} y = x^2 - 7x + a \\ y = -3x^2 + 5x - 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + a = -3x^2 + 5x - 6 \\ y = -3x^2 + 5x - 6 \end{cases}; 4x^2 - 12x + 6 + a = 0.$$

Графики имеют единственную общую точку при $D = 0$. $D_1 = 6^2 - 4 \cdot (6 + a) = 36 - 24 - 4a = 12 - 4a = 0$; $a = 3$. $x = \frac{12}{8} = 1,5$. $y = -3 \cdot (1,5)^2 + 5 \cdot 1,5 - 6 = -5,25$.

Ответ: $a = 3$. (1,5; -5,25).

1044. $x^8 + x^6 - 4x^4 + x^2 + 1 = (x^4 - 1)^2 + x^6 - 2x^4 + x^2 = (x^4 - 1)^2 + x^2(x^4 - 2x^2 + 1) = (x^4 - 1)^2 + x^2(x^2 - 1)^2 \geq 0$.

1045. $mx^2 + (m - 1)x + m - 1 < 0$. Если многочлен принимает лишь отрицательные значения то $m < 0$ и $D < 0$. $D = (m - 1)^2 - 4m(m - 1) = m^2 - 2m + 1 - 4m^2 + 4m = -3m^2 + 2m + 1 < 0$; $\begin{cases} m < 0 \\ -3m^2 + 2m + 1 < 0 \end{cases}$;

$D_1 = 1 + 3 = 4$; $m = \frac{-1 \pm 2}{-3}$; $m < 0$; $\Rightarrow m < -\frac{1}{3}$.

Ответ: $m < -\frac{1}{3}$.

1046. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$; $y \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$.

1047. $x^2 - 3ax + a^2 = 0$; по теореме Виета $x_1 + x_2 = 3a$;

$x_1 \cdot x_2 = a^2$;

$(x_1)^2 + (x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 1,75 \cdot 9a^2 - 2a^2 = 1,75$;

$7a^2 = 1,75 \cdot a^2 = 0,25$; $a = \pm 0,5$. 1) $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1,5 \\ x_1x_2 = 0,25 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1,5 - x_2 \\ x_1x_2 = 0,25 \end{cases} \Rightarrow 1,5x_2 - (x_2)^2 = 0,25$; $x_2^2 - 1,5x_2 +$

$$+ 0,25 = 0; 20x_2^2 - 30x + 5 = 0; D_1 = 15^2 - 20 \cdot 5 =$$

$$= 125; x_2 = \frac{30 \pm 5\sqrt{5}}{20} \cdot \begin{cases} x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{4} \\ x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{4} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{4} \\ x_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{4} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + x_2 = -1,5 \\ x_1 x_2 = 0,25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1,5 - x_2 \\ x_1 x_2 = 0,25 \end{cases} \Rightarrow -1,5x_2 -$$

$$-(x_2)^2 = 0,25; x_2^2 + 1,5x_2 + 0,25 = 0; 20x_2^2 + 30x + 5 = 0;$$

$$D_1 = 15^2 - 20 \cdot 5 = 125; x_2 = \frac{-30 \pm 5\sqrt{5}}{20} \cdot \begin{cases} x_1 = \frac{-3+\sqrt{5}}{4} \\ x_2 = \frac{-3-\sqrt{5}}{4} \end{cases}$$

$$\text{или } \begin{cases} x_1 = \frac{-3-\sqrt{5}}{4} \\ x_2 = \frac{-3+\sqrt{5}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \frac{-3+\sqrt{5}}{4}, \frac{-3-\sqrt{5}}{4} \text{ или } \frac{3+\sqrt{5}}{4}, \frac{3-\sqrt{5}}{4}.$$

$$\boxed{1048.} \quad x^2 - 3,75x + a^3 = 0. \text{ По теореме Виета } x_1 + x_2 =$$

$$= 3,75. x_1 x_2 = a^3.$$

$$x_1 = (x_2)^2; x_1 x_2 = (x_2)^3 = a^3; x_2 = a; x_1 = a^2. a^2 + a =$$

$$= 3,75. a^2 + a - 3,75 = 0;$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3,75 = 16. a = \frac{-1 \pm 4}{2}; a_1 = -2,5. a_2 = 1,5.$$

$$\text{Ответ: } a = -2,5 \text{ или } a = 1,5.$$

$$\boxed{1049.} \quad x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0;$$

$$D_1 = m^2 - (m^2 - 1) = m^2 - m^2 + 1 = 1; x = m \pm 1.$$

$$\begin{cases} m + 1 \in (-2; 4) \\ m - 1 \in (-2; 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in (-3; 3) \\ m \in (-1; 5) \end{cases} \Rightarrow m \in (-1; 3).$$

$$\boxed{1050.} \quad x^4 + ax^2 + a - 1 = 0; D = a^2 - 4a + 4 = (a - 2)^2;$$

$$x^2 = \frac{-a \pm |a-2|}{2} \cdot \begin{cases} -a + |a-2| > 0 \\ -a - |a-2| > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 1 \\ a < 2 \end{cases} \Rightarrow a < 1.$$

$$\boxed{1051.} \begin{cases} (x+y)(8-x) = 10 \\ (x+y)(y+5) = 20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{10}{8-x} = \frac{20}{y+5} \\ -x^2 + 8x + 8y - xy = 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y + 5 = 16 - 2x \\ x^2 - 8x - 8y + xy + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 11 - 2x \\ x^2 - 8x - 88 + 16x + 11x - 2x^2 + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 11 - 2x \\ x^2 - 19x + 78 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 13 \\ y_1 = -15 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} x_2 = 6 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

$$\boxed{1052.} \text{ а) } \begin{cases} (x^2 + y^2)(x - y) = 447 \\ xy(x - y) = 210 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^3 - y^3 - x^2y + y^2x = 447 \\ x^2y - xy^2 = 210 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^3 - y^3 = 657 \\ xy(x - y) = 210 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 657xy = 210(x^2 + xy + y^2) \\ x^3 - y^3 = 657 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 657 = 210\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1\right) \\ x^3 - y^3 = 657 \end{cases} ; \frac{x}{y} = a;$$

$$210\left(a + \frac{1}{a} + 1\right) = 657 \cdot 210a^2 + 210 + 210a = 657a;$$

$$210a^2 - 447a + 210 = 0; a = \frac{447 \pm 153}{420}; a_1 = \frac{7}{10}; a_2 = \frac{10}{7}.$$

$$1) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{7}{10} \\ x^3 - y^3 = 657 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0,7y \\ -0,657y^3 = 657 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -10 \\ x = -7 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{10}{7} \\ x^3 - y^3 = 657 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0,7x \\ 0,657x^3 = 657 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 7 \end{cases}$$

Ответ: $(-7; -10)$, $(10; 7)$.

$$6) \begin{cases} xy(x+y) = 30 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - xy + y^2}{xy} = \frac{35}{30} \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} - 1 + \frac{y}{x} = \frac{7}{6} \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}; \frac{x}{y} = a; 6a - 6 + \frac{6}{a} = 7;$$

$$6a^2 - 6a + 6 - 7a = 0; 6a^2 - 13a + 6 = 0; a_1 = \frac{2}{3}; a_2 = \frac{3}{2};$$

$$1) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ \frac{35}{27}y^3 = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{2} \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2}y \\ \frac{35}{8}y^3 = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ответ: $(2; 3)$, $(3; 2)$.

$$\boxed{1053.} \begin{cases} x^3 - y^3 = 19(x - y) \\ x^3 + y^3 = 7(x + y) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x - y)(x^2 + xy + y^2) = 19(x - y) \\ (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 7(x + y) \end{cases}; 1) \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = y \\ (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 7(x + y) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y \\ x^2 - x^2 + x^2 = 7 \end{cases} \begin{cases} x = y \\ x^2 = \pm 7 \end{cases}; \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{7} \\ y = \sqrt{7} \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} x = -\sqrt{7} \\ y = -\sqrt{7} \end{cases}; 3) \begin{cases} x = -y \\ x^2 = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{19} \\ y = -\sqrt{19} \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} x = -\sqrt{19} \\ y = \sqrt{19} \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 19 \\ x^2 - xy + y^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 26 \\ 2xy = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{y} \\ \frac{36}{y^2} + y^2 = 13 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{y} \\ y^4 - 13y^2 + 36 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 9 \\ x = \frac{6}{y} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y^2 = 4 \\ x = \frac{6}{y} \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = \pm 3 \\ x = \pm 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = \pm 2 \\ x = \pm 3 \end{cases}$$

Ответ: $(0; 0)$, $(\sqrt{7}; \sqrt{7})$, $(-\sqrt{7}; -\sqrt{7})$, $(\sqrt{19}; -\sqrt{19})$,
 $(-\sqrt{19}; \sqrt{19})$, $(3; 2)$, $(-3; -2)$, $(2; 3)$, $(-2; -3)$.

1054.

$$\begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 12 \\ x + xy + y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 + y^3 = 12 - x^3y^3 \\ xy = -x - y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^3 + y^3 = 12 + (x + y)^3 \\ xy = -x - y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^3 + y^3 = 12 + x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 \\ xy = -x - y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2y + xy^2 + 4 = 0 \\ xy = -x - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy(x + y) = -4 \\ xy = -x - y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2y^2 = 4 \\ xy = -x - y \end{cases} \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} xy = 2 \\ 2 = -x - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{y} \\ \frac{2}{y} + y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 + 2y + 2 = 0 \\ x = \frac{2}{y} \end{cases} \quad D = 4 - 8 = -4 < 0 \text{ нет корней.}$$

$$2) \begin{cases} xy = -2 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{y} \\ y - \frac{2}{y} - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{y} \\ y^2 - 2y - 2 = 0 \end{cases} \quad D_1 = 1 + 2 = 3; \quad y = 1 \pm \sqrt{3};$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 + \sqrt{3} \\ y_1 = 1 - \sqrt{3} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 1 - \sqrt{3} \\ y_2 = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

1055. $(x+3)^4 + (x+5)^4 = 4$. Пусть $a = x+4$; $(a-1)^4 + (a+1)^4 = 4$; $a^4 - 4a^3 + 6a^2 - 4a + 1 + a^4 + 4a^3 + 6a^2 - 4a + 1 = 4$; $2a^4 + 12a^2 + 2 - 4 = 0$; $a^4 + 6a^2 - 1 = 0$; $a^2 = t \geq 0$; $t^2 + 6t - 1 = 0$; $D_1 = 9 + 1 = 10$; $t = -3 \pm \sqrt{10}$; $t \geq 0$; $\Rightarrow t = \sqrt{10} - 3$; $a = \pm \sqrt{\sqrt{10} - 3}$; $x = a - 4 = \pm \sqrt{\sqrt{10} - 3} - 4$.

Ответ: $\sqrt{\sqrt{10} - 3} - 4, -\sqrt{\sqrt{10} - 3} - 4$.

1056. $(x^2 + x)^4 - 1 = 0$; $(x^2 + x)^4 = 1$; \Rightarrow 1) $x^2 + x = 1$; $x^2 + x - 1 = 0$; $D = 1 + 4 = 5$; $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$; 2) $x^2 + x = -1$; $x^2 + x + 1 = 0$; $D = 1 - 4 < 0$ нет корней.

Ответ: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

1057. Пусть $\sqrt[3]{x} = a$; $\sqrt[3]{y} = b$, тогда $\begin{cases} a + b = 3 \\ a^3 b^3 = 8 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ ab = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 - b \\ 3b - b^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 - 3b + 2 = 0 \\ a = 3 - b \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} b = 1 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 8 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ответ: $(8; 1), (1; 8)$.

1058. Пусть $\sqrt{\frac{x}{y}} = a$; тогда $a + \frac{1}{a} = 4,25$; $a^2 - 4,25a + 1 = 0$; $D = 4,25^2 - 4 = 14,0625$; $a =$

$$= \frac{4,25 \pm 3,75}{2}; \Rightarrow a_1 = 4; a_2 = \frac{1}{4}; \Rightarrow 1) \begin{cases} \frac{x}{y} = 64 \\ x + y = 130 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 64y \\ 65y = 130 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 128 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{64} \\ x + y = 130 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 64x \\ 65x = 130 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 128 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (2; 128), (128; 2).$$

1059. Пусть числитель дроби равняется x , а зна-

менатель y .
$$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ \frac{x+2}{y+2} > \frac{1}{4} \\ \frac{x-3}{y-3} < \frac{1}{10} \end{cases}; 1) \begin{cases} x = 3 \\ y = 8 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = 4 \\ y = 15 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 24 \end{cases} \quad \text{Ответ: } \frac{3}{8}, \frac{4}{15}, \frac{5}{24}.$$

1060.

$$\begin{cases} x + xy + y = 5 \\ y + yz + z = 11 \\ z + zx + x = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + xy - yz - z = -6 \\ y + yz - zx - x = 4 \\ x + xy + y = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(1+y) - z(1+y) = -6 \\ y(1+z) - x(1+z) = 4 \\ x(1+y) + y = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-z)(y+1) = -6 \\ (y-x)(1+z) = 4 \\ x = \frac{5-y}{1+y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2 \\ z_1 = 3 \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = -4 \\ z_2 = -5 \end{cases}$$

1061. $m = 23$.

1063. Пусть первый рабочий может выполнить работу за x ч, второй за y ч, третий за z ч. Производительность труда первого рабочего $\frac{1}{x}$, второго $\frac{1}{y}$, третьего $\frac{1}{z}$. Тогда,

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} \\ \frac{48}{z} + \frac{10}{x} = 1 \\ \frac{48}{z} + \frac{15}{y} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{10}{x} - \frac{15}{y} = 0 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} \\ \frac{48}{z} + \frac{10}{x} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ \frac{3}{2y} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} \\ \frac{48}{z} = 1 - \frac{10}{x} \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ \frac{5}{2y} = \frac{2}{z} \\ \frac{5 \cdot 24}{2y} = 1 - \frac{3 \cdot 5}{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 75 \\ x = 50 \\ z = 60 \end{cases}$$

Ответ: 50 ч, 75 ч и 60 ч.

1064. Пусть число десятков x , а единиц y . Тогда,

$$\begin{cases} 10x + y = 2(x^2 + y^2) + 6 \\ 10x + y = 4xy + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy = 0 \\ 10x + y = 4xy + 6 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} (x - y)^2 = 0 \\ 10x + y = 4xy + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ 11x = 4x^2 + 6 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ 4x^2 - 11x + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: 22.

1065. $y_n = n^2$ — последовательность квадратов натуральных чисел. $x_n = 2n - 1$ — все члены последовательности нечетные. $\Rightarrow c_n = (2n - 1)^2$.

1066. 1) $(n + 4)(n - 5) \geq -18$; $n^2 - n - 20 + 18 \geq 0$; $n^2 - n - 2 \geq 0$; $(n + 1)(n - 2) \geq 0$; $n \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$; $(n + 4)(n - 5) \leq 360$; $n^2 - n - 20 - 360 \leq 0$; $n^2 - n - 380 \leq 0$; $D = 1 + 4 \cdot 380 = 1521$; $n = \frac{1 \pm 39}{2}$; $n_1 = -19$; $n_2 = 20$;

$$\Rightarrow n \in [-19; 20] \cdot \begin{cases} n \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \\ n \in [-19; 20] \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow n \in [2; 20].$$

1067. $x_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$; $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{1}{3 \cdot 5}$; $x_3 = \frac{1}{5 \cdot 7}$.

Докажем, что искомая сумма может быть вычислена по формуле: $\frac{n}{2n+1}$.

База индукции: $n = 1$; $\frac{n}{2n+1} = \frac{1}{3}$.

Предположим, что утверждение верно для $n = k$. Докажем для $n = k+1$. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} + \frac{1}{(2k+1)(2k+3)} =$
 $= \frac{k}{2k+1} + \frac{1}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{2k^2+3k+1}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{(2k+1)(k+1)}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{k+1}{2k+3}$.
 Формула доказана.

1068. $x_n = a \cdot (1 + (-1)^{n+1}) + b \cdot (1 + (-1)^n)$.

1069. Линейная функция имеет вид $y = f(x) = kx + b$. Арифметическая прогрессия $x_1; x_2 = x_1 + d; x_3 = x_1 + 2d \dots$ где $k; b; d - const$.

$f(x_1) = kx_1 + b; f(x_2) = k(x_1 + d) + b = kx_1 + b + kd;$
 $f(x_3) = k(x_1 + 2d) + b = kx_1 + b + 2kd; f(x_n) = kx_1 + b + kd(n-1)$. Разность прогрессии $f(x_n) - f(x_{n-1}) =$
 $= kx_1 + b + kd(n-1) - kx_1 - b - kd(n-2) = kd$.

1073. $-1, -1, -1; -1, 2, -4; -4, 2, -1; -3, 3 - 3$.

1074. Исходная арифметическая прогрессия $1, 1 + d, 1 + 2d$; геометрическая прогрессия: $1, 1 + d + 3, (1 + 2d)^2$.
 $(d + 4)^2 = (1 + 2d)^2; \Rightarrow d = 3$.

Ответ: 1, 4, 7.

1075. $\frac{1}{2} < \sqrt[n]{\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}} < 1; 1) \frac{1}{2} < 1; \frac{3}{4} < 1; \frac{5}{6} < 1;$
 $\dots \frac{2n-1}{2n} < 1; \Rightarrow \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} < 1; \Rightarrow \sqrt[n]{\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}} <$
 $< 1; 2) \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} = \frac{1}{2^n} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}; \frac{3}{2} > 1; \frac{5}{3} > 1;$
 $\frac{2n-1}{n} > 1; \Rightarrow \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} > 1; \frac{1}{2^n} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} > \frac{1}{2^n};$
 $\Rightarrow \sqrt[n]{\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}} > \frac{1}{2}$.

1076. а) $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} = \sqrt[3]{\sqrt{50} + \sqrt{49}} -$
 $- \sqrt[3]{\sqrt{50} - \sqrt{49}} = 2; б) \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} - \sqrt[3]{2-\sqrt{5}} =$
 $= \sqrt[3]{\sqrt{4} + \sqrt{5}} - \sqrt[3]{\sqrt{4} - \sqrt{5}} = 1$.

1078. $x^2 + 2\sqrt{3}x + y - 4\sqrt{y} + 7 = 0; x = -\sqrt{3}; y = 4$.

1079. $\begin{cases} x_1 = 8 \\ y_1 = -8 \\ z_1 = 8 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = -8 \\ y_2 = 8 \\ z_2 = 8 \end{cases}$

$$\boxed{1080.} \quad \begin{cases} x + y + z = 14 \\ x + yz = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 14 - y - z \\ 14 - y - z + yz = 19 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 14 - y - z \\ yz - y - z = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 14 - y - z \\ yz - y - z + 1 = 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 14 - y - z \\ y(z - 1) - (z - 1) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 14 - y - z \\ (y - 1)(z - 1) = 6 \end{cases};$$

$$x; y; z \in \mathbb{N} \quad 6 = 1 \cdot 6 = 2 \cdot 3; \Rightarrow 1) \begin{cases} y = 7 \\ z = 2 \\ x = 5 \end{cases}; 2) \begin{cases} y = 3 \\ z = 4 \\ x = 7 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} y = 4 \\ z = 3 \\ x = 7 \end{cases}; 4) \begin{cases} y = 2 \\ z = 7 \\ x = 5 \end{cases}.$$

1081. $(a - 1)^2 \geq 0; a^2 - 2a + 1 \geq 0; a^2 + a + 1 \geq 3a; a > 0$
 значит, $\frac{a^2 + a + 1}{a} \geq 3$; для b и c аналогично. Получаем,
 $\frac{(a^2 + a + 1)(b^2 + b + 1)(c^2 + c + 1)}{abc} \geq 27$.

1082. $\sqrt[3]{\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + \dots + n \cdot 2n \cdot 4n}{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18 + \dots + n \cdot 3n \cdot 9n}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 4 \cdot (2^3 + \dots + n^3)}{3 \cdot 9 \cdot (2^3 + \dots + n^3)}} = \frac{2}{3}$.

1084. 1029.

1085. $x = y^3 + y^2; y = 5; x = 5^3 + 5^2 = 150; y = 9;$
 $x = 9^3 + 9^2 = 810$.

1086. $x + y + xy + x - y + \frac{x}{y} = 441; 2x + xy + \frac{x}{y} =$
 $= 441; \frac{x}{y}(2y + y^2 + 1) = 441; 441 = 7^2 \cdot 3^2; \begin{cases} x_1 = 54 \\ y_1 = 6 \end{cases};$

$$\begin{cases} x_2 = 98 \\ y_2 = 2 \end{cases}$$

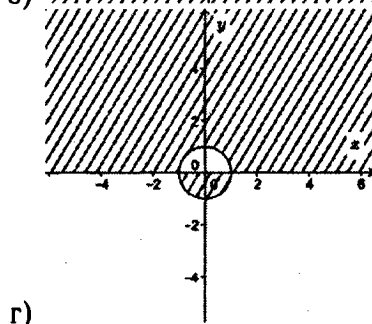
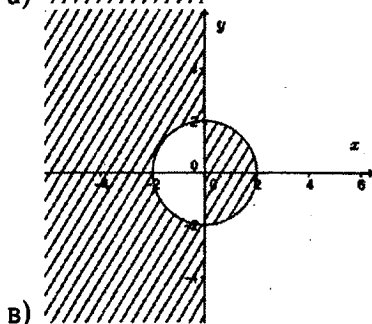
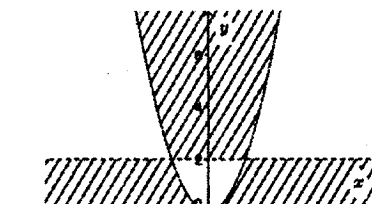
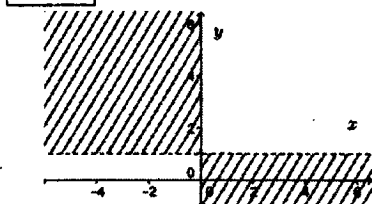
1087. $x^2 - y^2 = 45; 9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45$.

Ответ: 9 и 6.

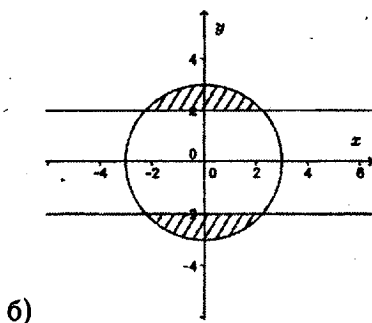
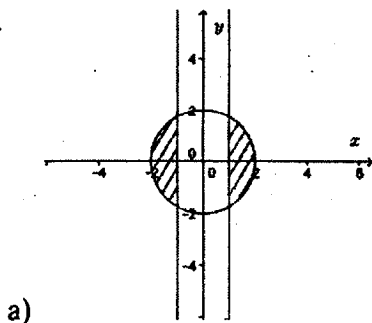
1089. $\sqrt[3]{(65+x)^2} + 4\sqrt[3]{(65-x)^2} - 5\sqrt[3]{65^2-x^2} = 0.$

Пусть $a = \sqrt[3]{65+x}$; $b = \sqrt[3]{65-x}$; $\Rightarrow a^2 + 4b^2 - 5ab = 0$;
 $(a^2 - ab) + (4b^2 - 4ab) = 0$; $a(a-b) - 4b(a-b) = 0$;
 $(a-4b)(a-b) = 0$; $\Rightarrow 1) a = b$; $\sqrt[3]{65+x} = \sqrt[3]{65-x}$;
 $\Rightarrow x = 0$; 2) $a = 4b$; $\sqrt[3]{65+x} = 4\sqrt[3]{65-x}$; $\Rightarrow x = 63.$

1090.



1091.



1092. $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; P(A) < P(B)$ Олег прав.

1093. $P(A) = P(B).$

1094. $P(A) = \frac{1}{6}; P(B) = \frac{1}{3}; P(C) = \frac{1}{2}; P(D) = 0.$

1095. $0,9 \cdot \frac{89}{99} \approx 0,809.$

1096. $\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{5}{144}.$

1097. $(0,6 \cdot 0,7) + (0,4 \cdot 0,3) = 0,42 + 0,12 = 0,54.$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава I. Квадратичная функция	4
§ 1. Функции и их свойства	4
1. Функция. Область определения и область значений функций	4
2. Свойства функции	9
§ 2. Квадратный трехчлен	15
3. Квадратный трехчлен и его корни	15
4. Разложение квадратичного трехчлена на множители	18
§ 3. Квадратичная функция и ее график	21
5. Функция $y = ax^2$, ее график и свойства	21
6. Графики функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^n$	27
7. Построение графиков квадратичной функции	31
§ 4. Степенная функция. Корень n -й степени	36
8. Степенная функция. Корень n -й степени	36
9. Корень n -степени	40
10. Дробно-линейная функция и ее график	43
11. Степень с рациональным показателем	46
Дополнительные упражнения к главе I	48
Глава II. Уравнения и неравенства с одной переменной	65
§ 5. Уравнения с одной переменной	65
12. Целое уравнение и его корни	65
13. Дробные рациональные уравнения	72
§ 6. Неравенства с одной переменной	77
14. Решение неравенств второй степени с одной переменной	77
15. Решение неравенств методом интервалов	85

16. Некоторые приемы решения целых уравнений	88
Дополнительные упражнения к главе II	91

Глава III. Уравнения и неравенства с двумя переменными **105**

§ 7. Уравнения с двумя переменными и их системы	105
17. Уравнения с двумя переменными и его график	105
18. Графический способ решения систем уравнений	110
19. Решение систем уравнений второй степени	113
20. Решение задач с помощью систем уравнений второй степени	132
§ 8. Неравенства с двумя переменными и их системы	141
21. Неравенства с двумя переменными	141
22. Системы неравенств с двумя переменными	146
23. Некоторые приемы решения систем уравнений второй степени с двумя переменными	149
Дополнительные упражнения к главе III	158

Глава IV. Арифметическая и геометрическая прогрессии **183**

§ 9. Арифметическая прогрессия	183
24. Последовательности	183
Определение арифметической прогрессии. формула n -го члена арифметической прогрессии	185
26. Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии	189
§ 10. Геометрическая прогрессия	192

27. Определение геометрической прогрессии. Формула n -го члена геометрической прогрессии	192
Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии	197
29. Метод математической индукции	200
Дополнительные упражнения к главе IV	201

Глава V. Элементы комбинаторики и теории вероятностей **212**

§ 11. Элементы комбинаторики	212
30. Примеры комбинаторных задач	212
31. Перестановки	214
32. Размещения	217
33. Сочетания	218
§ 12. Начальные сведения из теории вероятностей	220
34. Относительная частота случайного события	220
35. Вероятность равновозможных событий	221
36. Сложение и умножение вероятностей	223
Дополнительные упражнения к главе V	223

Упражнения для повторения курса 7–9 классов **227**

Вычисления	227
Тождественные преобразования	229
Уравнения и системы уравнений	235
Неравенства	257
Функции	263

Задачи повышенной трудности **272**

Издательство «ЛадКом»
ladya-book@bk.ru

С. М. Зак

**ВСЕ ДОМАШНИЕ
РАБОТЫ
К УЧЕБНИКУ
Ю. Н. Макарычева
АЛГЕБРА
9 КЛАСС**

ФГОС

Формат 84x108 ¹/₃₂
Бумага типографская. Печать офсетная. 288 с.
Усл. печ. л. 15,12. Тираж 10 000 экз. Заказ № ВЗК-04633-13
Издательство «ЛадКом» Москва 2014 г.

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»,
филиал «Дом печати — ВЯТКА» в полном соответствии
с качеством предоставленных материалов
610033, г. Киров, ул. Московская, 122
Факс: (8332) 53-53-80, 62-10-36
<http://www.gipp.kirov.ru>; e-mail: order@gipp.kirov.ru