

ГЛАВА 5. ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ

§ 37. ПЕРВООБРАЗНАЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

984. а) $F(x) = x^3$, $f(x) = 3x^2$, $F'(x) = 3x^2$;

б) $F(x) = x^9$, $F'(x) = 9x^8$;

в) $F(x) = x^6$, $F'(x) = 6x^5$;

г) $F(x) = x^{11}$; $F'(x) = 11x^{10}$.

985. а) $F(x) = x^2 + x^3$; $F'(x) = 2x + 3x^2$;

б) $F(x) = 4x^4 + x^{11}$; $F'(x) = 4x^3 + 11x^{10}$;

в) $F(x) = x^7 + x^9$; $F'(x) = 7x^6 + 9x^8$;

г) $F(x) = x^{13} + x^{19}$; $F'(x) = 13x^{12} + 19x^{18}$.

986. а) $F(x) = 3 \sin x$; $F'(x) = 3 \cos x$;

б) $F(x) = -4 \cos x$; $F'(x) = 4 \sin x$;

в) $F(x) = -9 \sin x$; $F'(x) = -9 \cos x$;

г) $F(x) = 5 \cos x$; $F'(x) = -5 \sin x$.

987. а) $f(x) = -\frac{1}{x^2}$; $F(x) = \frac{1}{x} + C$; б) $f(x) = \frac{7}{x^2}$; $F(x) = -\frac{7}{x} + C$.

988. а) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$; $F(x) = \sqrt{x} + C$; б) $f(x) = \frac{6}{\sqrt{x}}$; $F(x) = 12\sqrt{x} + C$.

989. а) $f(x) = 4x^{10}$; $F(x) = \frac{4}{11}x^{11} + C$;

б) $f(x) = -3x^6$; $F(x) = -\frac{3}{7}x^7 + C$;

в) $f(x) = 5x^7$; $F(x) = \frac{5}{8}x^8 + C$;

г) $f(x) = -9x^{19}$; $F(x) = -\frac{9}{20}x^{20} + C$.

990. а) $f(x) = x^2 + x^{16}$; $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^{17}}{17} + C$;

б) $f(x) = x^9 + x^{33}$; $F(x) = \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^{34}}{34} + C$;

в) $f(x) = x^{13} + x^{18}$; $F(x) = \frac{x^{14}}{14} + \frac{x^{19}}{19} + C$;

г) $f(x) = x + x^{14}$; $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^{15}}{15} + C$.

991. а) $f(x) = -\frac{1}{x^2} + x$; $F(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^2}{2} + C$;

б) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$; $F(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + C$;

в) $f(x) = -\frac{1}{x^2} + x^3$; $F(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^4}{4} + C$;

г) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1$; $F(x) = \sqrt{x} + x + C$.

992. а) $f(x) = 4x^3 - 6x^2$; $F(x) = x^4 - 2x^3 + C$;

б) $f(x) = 13x^4 + 9x^4$; $F(x) = 13\frac{x^7}{7} + 9\frac{x^5}{5} + C$;

в) $f(x) = 5x^4 - 3x^5$; $F(x) = x^5 - \frac{x^6}{2} + C$;

г) $f(x) = 12x^{10} + 3x^7$; $F(x) = \frac{12x^{11}}{11} + \frac{3x^8}{8} + C$.

993. а) $f(x) = -3 \sin x + 2 \cos x$; $F(x) = 3 \cos x + 2 \sin x + C$;

б) $f(x) = \frac{4}{\sin^2 x} - \frac{9}{\cos^2 x}$; $F(x) = -4 \operatorname{ctg} x - 9 \operatorname{tg} x + C$;

в) $f(x) = -4 \cos x + \frac{2}{\sin^2 x}$; $F(x) = -4 \sin x - 2 \operatorname{ctg} x + C$;

г) $f(x) = -13 \sin x + \frac{5}{\cos^2 x}$; $F(x) = 13 \cos x + 5 \operatorname{tg} x + C$.

994. а) $f(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$; $F(x) = -\frac{1}{3} \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$;

б) $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$; $F(x) = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + C$;

в) $f(x) = \cos(4x - 3)$; $F(x) = \frac{1}{4} \sin(4x - 3) + C$;

г) $f(x) = \sin\left(2 - \frac{x}{2}\right)$; $F(x) = 2 \cos\left(2 - \frac{x}{2}\right) + C$.

995. а) $f(x) = -\frac{1}{(6x+1)^2}$; $F(x) = \frac{1}{6(6x+1)} + C$;

б) $f(x) = \frac{1}{(8x-3)^2}$; $F(x) = -\frac{1}{8(8x-3)} + C$;

в) $f(x) = \frac{1}{(7x-3)^2}$; $F(x) = -\frac{1}{7(7x-3)} + C$;

г) $f(x) = -\frac{1}{(10x+2)^2}$; $F(x) = \frac{1}{10(10x+2)} + C$.

996. а) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{7x-9}}$; $F(x) = \frac{2}{7} \sqrt{7x-9} + C$;

б) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{42-3x}}$; $F(x) = -\frac{2}{3} \sqrt{42-3x} + C$;

997. а) $\int 4 \sin x dx = -4 \cos x + C$; б) $\int -\frac{9}{\cos^2 x} dx = -9 \operatorname{tg} x + C$;

в) $\int 6 \cos x dx = 6 \sin x + C$; г) $\int -\frac{16}{\sin^2 x} dx = 16 \operatorname{ctg} x + C$.

998. а) $\int \frac{3dx}{2\sqrt{x}} = 3\sqrt{x} + C$; б) $\int -\frac{15}{x^2} dx = \frac{15}{x} + C$;

в) $\int \frac{5dx}{2\sqrt{x}} = 5\sqrt{x} + C$; г) $\int \frac{20}{x^2} dx = -\frac{20}{x} + C$.

999. а) $\int (x^3 + \sin x) dx = \frac{x^4}{4} - \cos x + C$;

б) $\int \left(x^9 + \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx = \frac{x^{10}}{10} + \operatorname{tg} x + C$;

в) $\int (x^2 + \cos x) dx = \frac{x^3}{3} + \sin x + C$;

г) $\int \left(x^6 + \frac{1}{\sin^2 x}\right) dx = \frac{x^7}{7} - \operatorname{ctg} x + C$.

1000. а) $\int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + x^2\right) dx = \sqrt{x} + \frac{x^3}{3} + C$;

б) $\int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + x\right) dx = \sqrt{x} + \frac{x^2}{2} + C$.

1001. а) $\int \left(\frac{1}{x^2} + x^3\right) dx = -\frac{1}{x} + \frac{x^4}{4} + C$;

б) $\int \left(-\frac{1}{x^2} + x^5\right) dx = \frac{1}{x} + \frac{x^6}{6} + C$.

1002. а) $\int (2-9x)^6 dx = -\frac{(2-9x)^7}{63} + C$;

б) $\int (7+5x)^{13} dx = \frac{(7+5x)^{14}}{70} + C$.

1003. а) $y = \sin x$, $M\left(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{4}\right)$; $y = -\cos x + C$;

$\frac{1}{4} = -\frac{1}{2} + C$; $C = \frac{3}{4}$; $y = -\cos x + \frac{3}{4}$;

б) $y = \frac{1}{\cos^2 x}$, $M\left(\frac{\pi}{4}; -1\right)$; $y = \operatorname{tg} x + C$;

$-1 = 1 + C$; $C = -2$; $y = \operatorname{tg} x - 2$;

* Решения и ответы приводятся к учебникам указанных годов.

в) $y = \cos x$; $M\left(\frac{\pi}{6}; 1\right)$; $y = \sin x + C$;

$$1 = \frac{1}{2} + C; C = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{2} + \sin x;$$

г) $y = \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{3}}$, $M\left(\frac{3\pi}{4}; 0\right)$; $y = -3 \operatorname{ctg} \frac{x}{3} + C$;

$$0 = -3 + C; C = 3; y = -3 \operatorname{ctg} \frac{x}{3} + 3.$$

1004. $v = 1 + 2t$; $s(t) = t + t^2 + C$; $5 = 2 + 4 + C$; $C = -1$; $s(t) = t^2 + t - 1$.

1005. $v(t) = -4 \sin 3t$; $s(t) = ?$ $s(0) = 2$.

Учитывая, что путь $s(t)$ и скорость $v(t)$ связаны соотношением $s'(t) = v(t)$, для получения закона движения достаточно найти первообразную от скорости. При этом, постоянная интегрирования находится из начального условия.

$$v = -4 \sin 3t; s(t) = \frac{4}{3} \cos 3t + C; 2 = \frac{4}{3} + C; C = \frac{2}{3};$$

$$s(t) = \frac{4}{3} \cos 3t + \frac{2}{3}.$$

Ответ: $s(t) = \frac{4}{3} \cos 3t + \frac{2}{3}$.

1006. Найти функцию по ее производной, значит, найти первообразную. При нахождении первообразных, воспользуемся таблицей первообразных.

а) $y' = x^4 - 3x^2 \Rightarrow y = \frac{x^5}{5} - x^3 + C$;

б) $y' = x^{12} - 8x^7 \Rightarrow y = \frac{x^{13}}{13} - x^8 + C$.

1007. Найти функцию по ее производной, значит, найти первообразную. При нахождении первообразных, воспользуемся таблицей первообразных.

а) $y' = \sin x + 1 \Rightarrow y = -\cos x + x + C$;

б) $y' = \cos x - 9 \Rightarrow y = \sin x - 9x + C$.

1008. а) $y' = \frac{13}{x^2} + x \Rightarrow y = \frac{13x^{-1}}{-1} + \frac{x^2}{2} = -\frac{13}{x} + \frac{x^2}{2} + C$;

б) $y' = \frac{4}{x^2} - 4x \Rightarrow y = -\frac{4}{x} - 2x^2 + C$.

1009. а) $y' = -\frac{9}{x^2} + \sin x \Rightarrow y = \frac{9}{x} - \cos x + C$;

б) $y' = -\frac{5}{x^2} - \cos x \Rightarrow y = \frac{5}{x} - \sin x + C$.

1010. $v(t) = \frac{6}{\sqrt{2x+1}}$; $s(0) = 3$; $s'(t) = v(t)$. Найдем первообразную $v(t)$.

$$\int v(t)dt = \int \frac{-6}{\sqrt{2x+1}} = -6\sqrt{2x+1} + C;$$

$$s(0) = -6 + C = 3; C = 9. \text{ Тогда } s(t) = -6\sqrt{2x+1} + 9.$$

- 1011.** Первообразная от ускорения есть скорость. А первообразная от скорости есть путь. Поэтому для нахождения закона движения по заданному ускорению необходимо найти первообразную функцию для ускорения, а затем для найти первообразную от полученной функции. Для нахождения постоянных слагаемых возникающих при нахождении первообразных (согласно с теоремой об общем виде первообразной) интегрирования следует воспользоваться начальными условиями.

$$\text{Тогда } a(t) = 2(t+1)^2 \Leftrightarrow v(t) = \frac{2}{3}(t+1)^3 + C; v(0) = 1 = \frac{2}{3} + C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{3}; v(t) = \frac{2}{3}(t+1)^3 + \frac{1}{3}; s(t) = \frac{2}{12}(t+1)^4 + \frac{1}{3}x + C;$$

$$s(0) = 1 = \frac{1}{6} + C \Rightarrow C = \frac{5}{6}; s(t) = \frac{1}{6}(t+1)^4 + \frac{1}{3}x + \frac{5}{6}.$$

- 1012.** а) $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x;$

$$f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow F(x) = x + C;$$

$$б) f(x) = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \sin x \Rightarrow F(x) = -\cos x + C;$$

$$в) f(x) = 1 + \operatorname{tg}^2 x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow F(x) = \operatorname{tg} x + C;$$

$$г) f(x) = 1 + \operatorname{ctg}^2 x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow F(x) = -\operatorname{ctg} x + C.$$

- 1113.** а) $g(x) = 8 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}; M\left(\frac{\pi}{2}; 3\right); G(x) = \int 4 \sin x dx = -4 \cos x + C;$

$$G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 + C = 3; C = 3; G(x) = -4 \cos x + 3.$$

$$б) g(x) = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1; M\left(\frac{\pi}{2}; 16\right); g(x) = 2 \cdot \frac{1 + \cos x}{2} - 1 = \cos x;$$

$$G(x) = \sin x + C; G\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{2} + C = 1 + C = 16; C = 15;$$

$$G(x) = \sin x + 15$$

$$в) g(x) = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}; M(0; 7); g(x) = \cos x \Rightarrow G(x) = \sin x + C:$$

$$G(0) = C = 7; G(x) = \sin x + 7.$$

$$г) g(x) = 1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}; M\left(\frac{\pi}{2}; 15\right); g(x) = 1 - 2 \cdot \frac{1 - \cos x}{2} = \cos x;$$

$$G(x) = \sin x + C; G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 + C = 15; C = 14. G(x) = \sin x + 14$$

1014. а) $\int (\operatorname{tg}^2 x + 1) dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C;$

б) $\int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C;$

в) $\int (\operatorname{ctg}^2 x + 1) dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C;$

г) $\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + C;$

1015. а) $\int \sin 2x \sin 6x dx = \int \frac{1}{2} (\cos 4x - \cos 8x) dx = \frac{1}{8} \sin 4x - \frac{1}{16} \sin 8x + C;$

б) $\int \sin 4x \cos 3x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 7x + \sin x) dx = -\frac{1}{14} \cos 7x - \frac{1}{2} \cos x + C;$

в) $\int (\cos 3x \cos 5x dx) = \frac{1}{2} \int (\cos 8x + \cos 2x) dx = \frac{1}{16} \sin 8x + \frac{1}{4} \sin 2x + C;$

г) $\int \sin 2 \cos 8x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 10x - \sin 6x) dx =$
 $= -\frac{1}{20} \cos 10x + \frac{1}{12} \cos 6x + C.$

1016. а) $\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int (1 - \cos 2x) dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C;$

б) $\int \sin^4 x dx = \int \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right)^2 dx = \frac{1}{4} \int (1 - 2 \cos 2x + \cos^2 2x) dx =$
 $= \frac{1}{4} x - \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{4} \int \cos^2 2x dx = \frac{1}{4} x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} \int (1 + \cos 4x) dx =$
 $= \frac{1}{4} x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} x + \frac{1}{32} \sin 4x + C = \frac{3}{8} x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C;$

в) $\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2x) dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C;$

г) $\int \cos^4 x dx = \frac{1}{4} \int (1 + \cos 2x)^2 dx = \frac{1}{4} \int (1 + 2 \cos 2x + \cos^2 2x) dx =$
 $= \frac{x}{4} + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} \int (1 + \cos 4x) dx = \frac{x}{4} + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} x + \frac{1}{32} \sin 4x + C =$
 $= \frac{3x}{8} + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C.$

1017. а) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = 4 \int \frac{dx}{\sin^2 2x} = -\frac{4}{2} \operatorname{ctg} 2x + C = -2 \operatorname{ctg} 2x + C;$

$$6) \int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \frac{dx}{\sin^2 x} - \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \\ = -\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x + C = -\frac{1}{\frac{1}{2} \sin x \cos x} + C = -\frac{2}{\sin 2x} + C.$$

1018. а) $f(x) = 2x + 3$.

Первообразная $F(x) = x^2 + 3x + C$; $D = 0$; $9 - 4C = 0$;

$$C = \frac{9}{4}; \quad F(x) = x^2 + 3x + \frac{9}{4};$$

$$6) f(x) = 12(3x - 1)^3; \Rightarrow F(x) = 3 \frac{1}{3} (3x - 1)^4 + C = (3x - 1)^4 + C;$$

$F(x) \geq 0$ для любого $x \Rightarrow C = 0$;

$$F(x) = (3x - 1)^4.$$

1019. а) $f(x) = 2x \Rightarrow F(x) = x^2 + C$ касается $y = x + 2$;

$$y'(x) = 1 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}; \text{ при } x = \frac{1}{2} \quad x + 2 = x^2 + C;$$

$$\frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{4} + C \Rightarrow C = \frac{9}{4}; \quad F(x) = x^2 + \frac{9}{4};$$

$$6) f(x) = 3x^3 \Rightarrow F(x) = \frac{3}{4} x^4 + C \text{ касается } y = 3x + 5;$$

$$3x^3 = 3 \text{ при } x = 1;$$

$$3x + 5 = \frac{3}{4} x^4 + C; \quad 8 = \frac{3}{4} + C; \quad C = 8 - \frac{3}{4} = \frac{29}{4}; \quad F(x) = \frac{3}{4} x^4 + \frac{29}{4}.$$

1020. $y = 3 \cos 3x + 6 \sin 6x$; $F(x) = \sin 3x - \cos 6x + C$;

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 + 1 + C = 6; \quad C = 6; \quad F(x) = \sin 3x - \cos 6x + 6;$$

$$F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{2} - \cos \pi + 6 = 1 + 1 + 6 = 8.$$

Ответ: 8;

§ 38. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

$$1021. \text{ а) } \int_{-\frac{2}{3}}^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_{-\frac{2}{3}}^1 = \frac{1}{4} - \frac{16}{81 \cdot 4} = \frac{1}{4} - \frac{4}{81} = \frac{65}{324};$$

$$\text{б) } \int_1^3 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} \Big|_1^3 = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3};$$

$$\text{в)} \int_{-1}^2 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^2 = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} = \frac{33}{5};$$

$$\text{г)} \int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} \Big|_4^9 = 6 - 4 = 2.$$

$$\text{1022. а)} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1; \quad \text{б)} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = 1 + 1 = 2;$$

$$\text{в)} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 + 1 = 2; \quad \text{г)} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

$$\text{1023. а)} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2};$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{5}{\sin^2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right)} dx = -5 \operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = -5 \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3} + 5 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3};$$

$$\text{в)} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin \frac{x}{3} dx = -6 \cos \frac{x}{3} \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = -3 + 3\sqrt{3};$$

$$\text{г)} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{7}{\cos^2 3x} dx = \frac{7}{3} \operatorname{tg} 3x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = 0 + \frac{7}{3} = \frac{7}{3}.$$

$$\text{1024. а)} \int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{2x-1}} = 2\sqrt{2x-1} \Big|_1^5 = 2(3-1) = 4;$$

$$\text{б)} \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{dx}{\sqrt{10-3x}} = -\frac{2}{3} \sqrt{10-3x} \Big|_{\frac{1}{3}}^3 = -\frac{2}{3} + 2 = \frac{4}{3}.$$

$$\text{1025. а)} \int_1^2 \frac{4x^5 - 3x^4 + x^3 - 1}{x^2} dx = \int_1^2 \left(4x^3 - 3x^2 + x - \frac{1}{x^2} \right) dx =$$

$$= \left(x^4 - x^3 + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = 16 - 8 + 2 + \frac{1}{2} - 1 + 1 - \frac{1}{2} - 1 = 9;$$

$$\text{б)} \int_{-2}^{-1} \frac{5x^7 - 4x^6 + 2x}{x^3} dx = \int_{-2}^{-1} \left(5x^4 - 4x^3 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \left(x^5 - x^4 - \frac{2}{x} \right) \Big|_{-2}^{-1} =$$

$$= -1 - 1 + 2 + 32 + 16 - 1 = 47;$$

$$\text{б)} \int_2^3 \frac{6x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 1}{x^2} dx = \int_2^3 \left(6x^2 - 4x + 7 - \frac{1}{x^2} \right) dx =$$

$$= \left(2x^3 - 2x^2 + 7x + \frac{1}{x} \right) \Big|_2^3 = 54 - 18 + 21 + \frac{1}{3} - 16 + 8 - 14 - \frac{1}{2} = 34 \frac{5}{6}.$$

$$\text{г)} \int_{-2}^{-1} \frac{3x^6 - 4x^5 - 7x^4 + 3x^2}{x^4} dx = \int_{-2}^{-1} \left(3x^2 - 4x - 7 + \frac{3}{x^2} \right) dx =$$

$$= \left(x^3 - 2x^2 - 7x - \frac{3}{x} \right) \Big|_{-2}^{-1} = -1 - 2 + 7 + 3 + 8 + 8 - 14 - \frac{3}{2} = 7,5.$$

1026. а) $v(t) = 3t^2 - 4t + 1;$

$$S(3) = \int_0^3 (3t^2 - 4t + 1) dt = t^3 - 2t^2 + t \Big|_0^3 = 27 - 18 + 3 = 12;$$

$$\text{б)} \quad v(t) = \frac{1}{\sqrt{5t+1}}; \quad S(3) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{5t+1}} dt = \frac{2}{5} \sqrt{5t+1} \Big|_0^3 = \frac{8}{5} - \frac{2}{5} = \frac{6}{5};$$

$$\text{в)} \quad v(t) = 4t^3 - 6t^2; \quad S(3) = \int_0^3 (4t^3 - 6t^2) dt = t^4 - 2t^3 \Big|_0^3 = 81 - 54 = 27;$$

$$\text{г)} \quad v(t) = \frac{1}{\sqrt{7t+4}}; \quad S(3) = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{7t+4}} dt = \frac{2}{7} \sqrt{7t+4} \Big|_0^3 = \frac{10}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6}{7}.$$

1027. а) $\rho(x) = x^2 - x + 1, \quad l = 6;$

$$\left| \int_0^6 (x^2 - x + 1) dx \right| = \left| \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right|_0^6 = \frac{216}{3} - \frac{36}{2} + 6 = 60;$$

$$\text{б)} \quad \rho(x) = \frac{1}{(x+3)^2}, \quad l = 3; \quad \left| \int_0^3 \frac{1}{(x+3)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{x+3} \right|_0^3 = -\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6};$$

в) $\rho(x) = -x^2 + 6x, \quad l = 2;$

$$\left| \int_0^2 (-x^2 + 6x) dx \right| = \left| \left(-\frac{x^3}{3} + 3x^2 \right) \right|_0^2 = -\frac{8}{3} + 12 = \frac{28}{3};$$

г) $\rho(x) = \frac{1}{(2x+1)^2}, \quad l = 1;$

$$\left| \int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^2} dx \right| = \left| -\frac{1}{2(2x+1)} \right|_0^1 = -\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

1028. а) $\int_{-2}^3 f(x) dx = 2 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{(4+1)}{2} = 9,5;$

б) $\int_{-2}^3 f(x) dx = 3 \cdot \frac{3}{2} + \frac{2 \cdot 2}{2} = 6,5.$

1029. а) $y = x^2$, $y = 0$, $x = 4$; $S = \int_0^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^4 = \frac{64}{3}$;

б) $y = x^3$, $y = 0$, $x = -3$, $x = 1$;

$$S = -\int_{-3}^0 x^3 dx + \int_0^1 x^3 dx = -\frac{x^4}{4} \Big|_{-3}^0 + \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = \frac{41}{2};$$

в) $y = x^2$, $y = 0$, $x = -3$; $S = \int_{-3}^0 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-3}^0 = 9$;

г) $y = x^4$, $y = 01$, $x = -1$, $x = 2$; $S = \int_{-1}^2 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^2 = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} = \frac{33}{5}$.

1030. а) $y = x^3 + 2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$; $S = \int_0^2 (x^3 + 2) dx = \left(\frac{x^4}{4} + 2x \right) \Big|_0^2 = 8$;

б) $y = -x^2 + 4x$, $y = 0$;

$$S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3};$$

в) $y = 4 - x^2$, $y = 0$; $S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3};$

г) $y = -x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = -2$;

$$S = \int_{-2}^0 (-x^3 + 1) dx = \left(-\frac{x^4}{4} + x \right) \Big|_{-2}^0 = 4 + 2 = 6.$$

1031. а) $y = \frac{1}{x^2}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$; $S = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$;

б) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 9$; $S = \int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_1^9 = 6 - 2 = 4$;

в) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$; $S = \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_1^4 = 4 - 2 = 2$;

г) $y = \frac{1}{x^2}$, $y = 0$, $x = -1$, $x = -3$; $S = \int_{-3}^{-1} \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_{-3}^{-1} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

1032. а) $y = \sin x$, $y = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$; $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$;

б) $y = \cos 2x$, $y = 0$, $x = -\frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{3}$;

$$S = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

в) $y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}; S = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2};$

г) $y = \sin \frac{x}{2}, y = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi; S = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \sqrt{2}.$

1033. а) $y = 1 + \frac{1}{2} \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2};$

$$S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \frac{1}{2} \cos x \right) dx = \left(x + \frac{1}{2} \sin x \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} = \pi + 1;$$

б) $y = 1 - \sin 2x, y = 0, x = 0, x = \pi;$

$$S = \int_0^{\pi} (1 - \sin 2x) dx = \left(x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) \Big|_0^{\pi} = \pi + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \pi;$$

в) $y = 2 - 2 \sin x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2};$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 - 2 \sin x) dx = \left(2x + 2 \cos x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi - 2;$$

г) $y = 2 + \cos \frac{x}{2}, y = 0, x = 0, x = \frac{2\pi}{3};$

$$S = \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \left(2 + \cos \frac{x}{2} \right) dx = \left(2x + 2 \sin \frac{x}{2} \right) \Big|_0^{\frac{2\pi}{3}} = \frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}.$$

1034. а) $\int_0^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 4; S = 2 \cdot 8 - 4 = 12;$

б) $S = \frac{\pi}{2} \cdot 1 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1;$

в) $S = 16 - \int_{-2}^2 x^2 dx = 16 - \frac{x^3}{3} \Big|_{-2}^2 = 16 - \frac{8}{3} - \frac{8}{3} = \frac{32}{3};$

г) $S = \int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = 1 + 1 = 2.$

1035. а) $y = x, y = -0,5x + 5, x = -1, x = 3;$

$$S = \int_{-1}^3 (-0,5x + 5) dx - \int_{-1}^3 x dx = \left(-\frac{1}{4} x^2 + 5x \right) \Big|_{-1}^3 - \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^3 = -\frac{9}{4} + 15 + \frac{1}{4} - \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = 14.$$

6) $y = 2x$, $y = x - 2$, $x = 4$;

$$S = \int_{-2}^4 2x dx - \int_{-2}^4 (x - 2) dx = x^2 \Big|_{-2}^4 - \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-2}^4 = \\ = 16 - 4 - 8 + 8 + 2 + 4 = 18.$$

в) $y = -x$, $y = 3 - \frac{4}{x}$, $x = -2$, $x = 1$;

$$S = \int_{-2}^1 \left(3 - \frac{x}{4} \right) dx - \int_{-2}^1 -x dx = \left(3x - \frac{x^2}{8} \right) \Big|_{-2}^1 = \\ = 3 - \frac{1}{8} + 6 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 2 = 7 \frac{7}{8}.$$

г) $y = 1 - x$, $y = 3 - 2x$, $x = 0$;

$$S = \int_0^2 (3 - 2x) dx - \int_0^2 (1 - x) dx = \left(3x - x^2 \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^2 = \\ = 3 - \frac{1}{8} + 6 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 2 = 7 \frac{7}{8}.$$

1036. а) $y = 1 - x^2$; $y = -x - 1$; $1 - x^2 = -x - 1$;
 $x^2 - x - 2 = 0$; $x = -1$, $x = 2$;

$$S = \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx + \left| \int_{-1}^2 (-1 - x) dx \right| - \left| \int_1^2 (1 - x^2) dx \right| = \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 + \\ + \left| \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \right|_{-1}^2 - \left| \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \right|_1^2 = 1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} + \left| 2 + 2 - \frac{1}{2} + 1 \right| - \\ - \left| 2 - \frac{8}{3} - 1 + \frac{1}{3} \right| = 2 - \frac{2}{3} + 5 - \frac{1}{2} - \frac{7}{3} + 1 = 4,5.$$

б) $y = x^2 - 3x + 2$, $y = x - 1$; $x^2 - 3x + 2 = x - 1$;
 $x^2 - 4x + 3 = 0$; $x = 3$, $x = 1$;

$$S = \int_1^3 (x - 1) dx - \int_1^3 (x^2 - 3x + 2) dx = \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + 2x \right) \Big|_1^3 = \\ = \frac{9}{2} - 3 - \frac{1}{2} + 1 - 9 + \frac{27}{2} - 6 + \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2 = -15 + \frac{32}{2} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}.$$

в) $y = x^2 - 1$, $y = 2x + 2$; $x^2 - 1 = 2x + 2$;
 $x^2 - 2x - 3 = 0$; $x = 3$, $x = -1$;

$$S = \int_{-1}^3 (2x + 2) dx - \int_{-1}^3 (x^2 - 1) dx = \left(x^2 + 2x \right) \Big|_{-1}^3 - \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_{-1}^3 = \\ = 9 + 6 - 1 + 2 - 9 + 3 - \frac{1}{3} + 1 = 10 \frac{2}{3}.$$

г) $y = -x^2 + 2x + 3$, $y = 3 - x$; $-x^2 + 2x + 3 = 3 - x$;
 $-x^2 + 3x = 0$; $x = 0$, $x = 3$;

$$S = \int_0^3 (-x^2 + 2x + 3) dx - \int_0^3 (3 - x) dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \\ = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 \right) \Big|_0^3 = -9 + \frac{27}{2} = 4,5.$$

1037. а) $y = x^2 - 4x$, $y = -(x - 4)^2$; $x^2 - 4x = -x^2 + 8x - 16$;

$$2x^2 - 12x + 16 = 0; x^2 - 6x + 8 = 0; x = 2, x = 4.$$

$$S = \int_2^4 (-(x - 4)^2) dx - \int_2^4 (x^2 - 4x) dx = -\frac{1}{3}(x - 4)^3 \Big|_2^4 - \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right) \Big|_2^4 = \\ = 0 - \frac{8}{3} - \frac{64}{3} + 32 + \frac{8}{3} - 8 = 24 - \frac{64}{3} = \frac{8}{3}.$$

б) $y = x^2 + 2x - 3$, $y = -x^2 + 2x + 5$; $2x^2 - 8 = 0$; $x = \pm 2$;

$$S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 2x + 5) dx - \int_{-2}^2 (x^2 + 2x - 3) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 5x \right) \Big|_{-2}^2 - \\ - \left(\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x \right) \Big|_{-2}^2 = -\frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} - 4 + 10 - \frac{8}{3} 4 + 6 - \frac{8}{3} + 4 + 6 = \\ = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3}.$$

в) $y = x^2 - 6x + 9$, $y = (x + 1)(3 - x)$; $(x - 3)^2 = (x + 1)(3 - x)$;

$$(x - 3)(x - 3 + x + 1) = 0; x = 3, x = 1;$$

$$S = \int_1^3 (x + 1)(3 - x) dx - \int_1^3 (x - 3)^2 dx = \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 - \\ - \frac{1}{3}(x - 3)^3 \Big|_1^3 = -9 + 9 + 9 - \frac{1}{3} - 1 - 3 - \frac{8}{3} = 5 - \frac{7}{3} = \frac{8}{3}.$$

г) $y = x^2 - 4x + 3$, $y = -x^2 + 6x - 5$; $x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 6x - 5$;

$$2x^2 - 10x + 8 = 0; x^2 - 5x + 4 = 0; x = 4, x = 1;$$

$$S = \int_1^4 (-x^2 + 6x - 5) dx - \int_1^4 (x^2 - 4x + 3) dx = \int_1^4 (-2x^2 + 10x - 8) dx = \\ = 2 \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x^2 - 4x \right) \Big|_1^4 = 2 \left(-\frac{64}{3} + 40 - 16 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4 \right) = \\ = 2(28 - 21 - 2,5) = 2 \cdot 7 - 2 \cdot \frac{5}{2} = 9.$$

1038. а) $y = \cos x$, $y = -x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$;

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin \left. \frac{\pi}{2} \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1; S = 1 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{8} + 1.$$

б) $y = \sin 2x$, $y = x - \frac{\pi}{2}$, $x = 0$;

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{\pi^2}{8}.$$

в) $y = \sin x$, $y = -x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$;

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\cos \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 + \frac{\pi^2}{8}.$$

г) $y = \cos \frac{x}{2}$, $y = x - \pi$, $x = 0$, $x = \pi$;

$$S = \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} dx + \pi \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} \Big|_0^{\pi} = 2 + \frac{\pi^2}{2}.$$

ГЛАВА 6. СТЕПЕНИ И КОРНИ. СТЕПЕННЫЕ ФУНКЦИИ

§ 39. ПОНЯТИЕ КОРНЯ N -Й СТЕПЕНИ ИЗ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА

1063. а) 3; 4;
в) 11; 2;

- б) 5; 7;
г) 37; 15.

1064. а) $\sqrt{361} = 19$; $19^2 = 361$;

$$\text{б) } \sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}; \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64};$$

в) $\sqrt[3]{343} = 7$; $7^3 = 343$;

$$\text{г) } \sqrt[3]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}; \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{32}{243}.$$

1065. а) $\sqrt{25} = -5$; $\sqrt{25} = 5$;

б) $\sqrt[6]{-64} = -2$; $(-2)^6 \neq -64$;

в) $\sqrt[3]{-8} = -2$; $\sqrt[3]{-8} = 2$; $-8 \neq 2^3$; г) $\sqrt[4]{625} = -25$; $(-25)^4 = 625^2$.

1066. а) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$; $7 - 4\sqrt{3} = 4 + 3 - 4\sqrt{3}$. верно.

б) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = 2 - \sqrt{5}$; $2 - \sqrt{5} < 0 \Rightarrow$ неверно.

в) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 2$; $\sqrt{3} - 2 < 0 \Rightarrow$ неверно.

г) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 2$; $9 - 4\sqrt{5} = 5 + 4 - 4\sqrt{5} \Rightarrow$ верно.

- 1067.** а) $\sqrt[4]{16} = 2$; б) $\sqrt[5]{32} = 2$;
 в) $\sqrt[4]{81} = 3$; г) $\sqrt[3]{64} = 4$.
- 1068.** а) $\sqrt[9]{512} = 2$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}} = \frac{2}{5}$;
 в) $\sqrt[3]{1331} = 11$; г) $\sqrt[5]{\frac{100}{121}} = \frac{10}{11}$.
- 1069.** а) $\sqrt[3]{0,125} = 0,5$; б) $\sqrt[4]{0,0625} = 0,5$;
 в) $\sqrt[4]{0,0081} = 0,3$. г) $\sqrt[3]{0,027} = 0,3$.
- 1070.** а) $\sqrt[4]{5 \frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$; б) $\sqrt[3]{3 \frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$;
 в) $\sqrt[4]{7 \frac{58}{81}} = \sqrt[4]{\frac{625}{81}} = \frac{5}{3}$; г) $\sqrt[5]{7 \frac{19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \frac{3}{2}$.
- 1071.** а) $\sqrt[4]{-128} = -2$; б) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2}$;
 в) $\sqrt[3]{-64} = -4$; г) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = -\frac{1}{2}$.
- 1072.** а) $-2\sqrt[4]{81} = -6$; б) $-3\sqrt[3]{-64} = 12$;
 в) $-5\sqrt[4]{16} = -10$; г) $4\sqrt[3]{-27} = -12$.
- 1073.** а) $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8} = 2 - 2 = 0$; б) $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125} = 5 + 5 = 10$;
 в) $3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27} = 6 - 12 = -6$; г) $12 - 6\sqrt[3]{0,125} = 12 - 3 = 9$.
- 1074.** а) $\sqrt[5]{(-3)^3} = \sqrt[5]{-27} = -\sqrt[5]{27}$; да. б) $\sqrt[8]{(-2)^5} = \sqrt[8]{-32}$; нет.
 в) $\sqrt[10]{(-7)^2} = \sqrt[10]{49}$; да. г) $\sqrt[3]{(-5)^2} = \sqrt[3]{25}$; да.
- 1075.** а) $2^2 < 5 < 3^2 \Rightarrow \sqrt{5} \in [2, 3]$; б) $2^3 < 19 < 3^3 \Rightarrow \sqrt[3]{19} \in [2, 3]$;
 в) $2^4 < 52 < 3^4 \Rightarrow \sqrt[4]{52} \in [2, 3]$; г) $3^3 < 63 < 4^3 \Rightarrow \sqrt[3]{63} \in [3, 4]$.
- 1076.** а) $x^3 = 125$; $x = \sqrt[3]{125}$; $x = 5$; б) $x^7 = \frac{1}{128}$; $x = \frac{1}{2}$;
 в) $x^5 = 32$; $x = 2$; г) $x^9 = 1$; $x = 1$.
- 1077.** а) $x^4 = 17$; $x = \pm\sqrt[4]{17}$; б) $x^4 = -16$ — решений нет;
 в) $x^6 = 11$; $x = \pm\sqrt[6]{11}$; г) $x^8 = -3$ — решений нет.
- 1078.** а) $x^3 + 8 = 0$; $x = \sqrt[3]{-8}$; $x = -2$;
 б) $3x^8 - 9 = 0$; $x^8 = 3$; $x = \pm\sqrt[8]{3}$;
 в) $x^4 - 19 = 0$; $x = \pm\sqrt[4]{19}$;
 г) $5x^{10} + 6 = 0$; $x^{10} = -\frac{6}{5}$ — решений нет.

1079. а) $\sqrt[3]{x-5} = -3$; $x-5 = -27$; $x = -22$;

б) $\sqrt[4]{4-5x} = -2$; $4-5x = 16$; $x = -\frac{12}{5}$

в) $\sqrt[3]{2x+8} = -1$; $2x+8 = -1$; $x = -\frac{9}{2}$;

г) $\sqrt[3]{7-4x} = 4$; $7-4x = 64$; $x = -\frac{57}{4}$.

1080. а) $\sqrt[3]{x^2-9x-19} = -3$; $x^2-9x-19 = -27$;
 $x^2-9x+8 = 0$; $x_1 = 1$, $x_2 = 8$.

б) $\sqrt[4]{x^2-10x+25} = 2$; $x^2-10x+25 = 16$;
 $x^2-10x+9 = 0$; $x_1 = 9$; $x_2 = 1$.

в) $\sqrt[3]{2x^2+6x-57} = -1$; $2x^2+6x-56 = 0$; $x^2+3x-28 = 0$;
 $x_1 = \frac{-3+11}{2} = 4$; $x_2 = \frac{-3-11}{2} = -7$.

г) $\sqrt[6]{x^2+7x+13} = 1$; $x^2+7x+12 = 0$; $x = -4$; $x = -3$.

1081. а) $\sqrt[3]{5}$; 2; $\sqrt[4]{17}$; б) $\sqrt[3]{100}$; 4; $\sqrt[3]{75}$;

в) $\sqrt[3]{7}$; $\sqrt[5]{40}$; 3; г) $\sqrt[6]{60}$; 2; $\sqrt[4]{20}$.

1082. а) $\sqrt[4]{0,1}$; -1; $\sqrt[3]{-5}$; б) 0; $\sqrt[3]{-0,25}$; $\sqrt[3]{-29}$;

в) $\sqrt[5]{-1,5}$; -2; $\sqrt[3]{-9}$; г) $\sqrt[3]{2}$; 1; $\sqrt[3]{-2}$.

1083. Найти ошибки: $2\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = \sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2$;

$5 = \sqrt[6]{15625} = \sqrt[6]{5^6} = \sqrt[6]{(-5)^6} = |-9| = 9$.

Здесь важно, что для каждой четной степени $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$, а в приведенном решении $\sqrt[2n]{a^{2n}} = a$,

1084. а) $\sqrt[3]{15} - \sqrt[3]{90} < 0$; сравним $\sqrt[3]{15}$ и $\sqrt[3]{90}$.

Возведем в 12-ю степень:

15^4 ; $6^3 \cdot 15^3$;

15; 216;

т.к. $216 > 15$, то исходное выражение отрицательно;

б) $3 - \sqrt[3]{150} > 0$; $3 > \sqrt[3]{3 \cdot 50}$.

Возведем в 7-ю степень:

$3^7 > 3 \cdot 50$; $3^3 > 50$; $27 \cdot 27 > 50$;

исходное выражение положительно;

в) $\sqrt[5]{40} - \sqrt[3]{50} < 0$; $\sqrt[5]{40} < \sqrt[3]{50}$; $\sqrt[5]{4 \cdot 10} < \sqrt[3]{5 \cdot 10}$ возведем в 15-ю степень:

$4^3 \cdot 10^3 < 5^5 \cdot 10^5$; $4^3 < 5^5 \cdot 10^2$; $64 < 5^5 \cdot 100$;
отрицательно;

г) $\sqrt[4]{300} - 5 < 0$; $\sqrt[4]{300} < 5$; $300 < 5^4$;
отрицательное.

1085. Решить уравнения:

а) $0,02x^2 - 1,28 = 8 \Rightarrow 2x^6 = 128$; $x^2 = 64$; $|x| = \sqrt[6]{2^6} = 2$; $x = \pm 2$;

б) $-\frac{3}{4}x^8 + 18 \cdot \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow -3x^2 + 75 = 0; x^8 = 25; x^4 = 5; x = \pm\sqrt[4]{5};$

в) $0,3x^9 - 2,4 = 0; 3x^9 = 24; x^9 = 8; x^3 = 2; \Rightarrow x = \sqrt[3]{2};$

г) $\frac{1}{8}x^4 - 2 = 0; x^4 = 16; |x| = 2; x = \pm 2.$

1086. а) $\frac{\pi}{2}; \sqrt[3]{-12} < 0; 2; \sqrt[3]{70};$

$\frac{\pi}{2} < 2$; сравним: $2 < \sqrt[3]{70}$; $\sqrt[3]{32} < \sqrt[3]{70}$. Тогда заданные числа

в порядке возрастания расположатся в следующем порядке:

$$\sqrt[3]{-12}; \frac{\pi}{2}; 2; \sqrt[3]{70};$$

б) $\frac{3}{\pi} < 1; \sqrt[3]{\pi} > 1; 1; \sqrt[3]{-\pi} < 0$. Тогда заданные числа в порядке

возрастания расположатся в следующем порядке: $-\sqrt[3]{\pi}; \frac{3}{\pi}; 1; \sqrt[3]{\pi};$

в) $\sqrt{2\pi}; \frac{\pi}{3} > 1; \sqrt[3]{-2} < 0; 2,5;$

сравним: $\sqrt{2\pi} > \frac{\pi}{3}; 3\sqrt{2\pi} > \pi; 9 \cdot 2\pi > \pi^2; 18 > \pi;$

и в результате получим $\sqrt[3]{-2}; \frac{\pi}{3}; 2,5; \sqrt{2\pi};$

г) $2\pi; \sqrt[3]{-0,5}; 0; \sqrt[3]{200};$

$2\pi > \sqrt[3]{200}; 8\pi^3 > 200; \pi^3 > 25;$

тогда $\sqrt[3]{-0,5}; 0; \sqrt[3]{200}; 2\pi.$

§ 41. СВОЙСТВА N-Й СТЕПЕНИ

1121. а) $\sqrt[3]{8 \cdot 27} = 2 \cdot 3 = 6$; б) $\sqrt[3]{16 \cdot 0,0001} = 2 \cdot 0,1 = 0,2$;

в) $\sqrt[4]{625 \cdot 16} = 5 \cdot 2 = 10$;

г) $\sqrt[5]{0,00032 \cdot 243} = 0,2 \cdot 3 = \frac{3}{5}$.

1122. а) $\sqrt[5]{243 \cdot \frac{1}{3}} = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$;

б) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}$;

в) $\sqrt[5]{7 \cdot \frac{19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \frac{3}{2}$;

г) $\sqrt[6]{64 \cdot \frac{1}{729}} = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

1123. а) $\sqrt[3]{24 \cdot 9} = \sqrt[3]{8 \cdot 27} = 2 \cdot 3 = 6$;

б) $\sqrt[5]{48 \cdot 162} = \sqrt[5]{16 \cdot 3 \cdot 81} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 3^5} = 2 \cdot 3 = 6$;

в) $\sqrt[3]{75 \cdot 45} = 3\sqrt[3]{75 \cdot \frac{5}{3}} = 3 \cdot 5 = 15$;

г) $\sqrt[4]{54 \cdot 24} = \sqrt[4]{27 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 8} = 3 \cdot 2 = 6$.

1124. а) $\sqrt[4]{\frac{125}{0,2}} = \sqrt[4]{625} = 5$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{0,0625}} = \frac{2}{0,5} = 4$;

в) $\sqrt[3]{\frac{27}{0,125}} = \frac{3}{0,5} = 6$; г) $\sqrt[6]{\frac{16}{0,25}} = \sqrt[6]{64} = 2$.

1125. а) $\sqrt[3]{5^6 \cdot 2^9} = 5^2 \cdot 2^3 = 25 \cdot 8 = 200$;

б) $\sqrt[5]{0,2^{10} \cdot 10^{10}} = 0,2^2 \cdot 10^2 = 2^2 = 4$;

в) $\sqrt[3]{0,2^3 \cdot 5^6} = 0,2 \cdot 5^2 = 5$;

г) $\sqrt[6]{36^3 \cdot 2^6} = 6 \cdot 2 = 12$.

1126. а) $\sqrt[4]{\frac{7^8}{3^4}} = \frac{7^2}{3} = \frac{49}{3}$; б) $\sqrt[3]{\frac{5^6}{3^9}} = \frac{5^2}{3^3} = \frac{25}{27}$;

в) $\sqrt[4]{\frac{3^{12}}{2^8}} = \frac{3^3}{2^2} = \frac{27}{4}$; г) $\sqrt[5]{\frac{5^5}{13^{10}}} = \frac{5}{169}$.

1127. а) $\sqrt[4]{x^2} = \sqrt{|x|}$; б) $\sqrt[6]{a^3} = \sqrt{a}$; в) $\sqrt[10]{a^5} = \sqrt{a}$; г) $\sqrt[8]{q^4} = \sqrt{|q|}$.

1128. а) $\sqrt[8]{a^6} = \sqrt[4]{|a|^3}$; б) $\sqrt[6]{y^4} = \sqrt[3]{y^2}$; в) $\sqrt[12]{m^8} = \sqrt[3]{m^2}$; г) $\sqrt[24]{n^{16}} = \sqrt[3]{n^2}$.

1129. а) $\sqrt[4]{b^8} = b^2$; б) $\sqrt{l^6} = |l|^3$; в) $\sqrt[5]{d^{15}} = d^3$; г) $\sqrt[3]{t^{12}} = t^4$.

1130. а) $\sqrt{a^2 b^4} = ab^2$; б) $\sqrt[3]{a^3 b^6} = ab^2$; в) $\sqrt[4]{a^4 b^8} = ab^2$; г) $\sqrt[5]{a^5 b^{15}} = ab^3$.

1131. а) $\sqrt{c^2 d^6} = cd^3$; б) $\sqrt[3]{m^3 n^9} = mn^3$; в) $\sqrt[3]{x^6 y^3} = x^2 y$; г) $\sqrt{p^6 r^{12}} = p^3 r^6$

1132. а) $\sqrt{\frac{49a^4}{169b^2}} = \frac{7a^2}{13|b|} = \frac{7}{13} \frac{a^2}{|b|}$ б) $\sqrt[4]{\frac{16a^4 b^8}{c^{12}}} = \left| \frac{2ab^2}{c^3} \right|$;

в) $\sqrt[3]{\frac{27a^6}{64b^3}} = \frac{3a^2}{4b}$; г) $\sqrt[5]{\frac{32a^4 b^{10}}{243c^{15}}} = \frac{2a^5 b^2}{3c^2}$.

1133. а) $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{16} = 2$; б) $\sqrt[3]{135} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{27 \cdot 5 \cdot 25} = 15$;

в) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{100} = 10$;

1134. а) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{27} = 3$; б) $\sqrt[5]{\frac{3}{96}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2}$;

в) $\frac{\sqrt[3]{256}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{128} = 2$; г) $\frac{\sqrt[4]{256}}{\sqrt[4]{4}} = \sqrt[4]{64} = 2\sqrt{2}$.

1135. а) $\sqrt[4]{32 \cdot 3} \cdot \sqrt[4]{8 \cdot 27} = \sqrt[4]{256} \cdot \sqrt[4]{81} = 4 \cdot 3 = 12$;

б) $\sqrt[5]{2^5 7^2} \cdot \sqrt[5]{7^3} = 2 \cdot 7 = 14$.

1136. а) $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{4}$ и $\sqrt[6]{3}$; б) $\sqrt[4]{5}$ и $\sqrt[3]{9}$, $\sqrt[12]{125}$ и $\sqrt[12]{6561}$;

в) $\sqrt[7]{7}$ и $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[4]{49}$ и $\sqrt[4]{2}$;

1137. а) $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{4}$ и $\sqrt[6]{7}$, б) $\sqrt[6]{27}$, $\sqrt[6]{16}$ и $\sqrt[6]{7}$;

6) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$ и $\sqrt[4]{4}$;
 в) $\sqrt{6}$, $\sqrt[4]{17}$ и $\sqrt[8]{40}$;
 г) $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[15]{100}$.

$\sqrt[6]{8}$, $\sqrt[6]{9}$ и $\sqrt[5]{8}$;
 $\sqrt[8]{1296}$, $\sqrt[8]{289}$ и $\sqrt[8]{40}$;
 $\sqrt[15]{27}$, $\sqrt[15]{32}$ и $\sqrt[15]{100}$.

1138. а) $\sqrt[4]{26}$ и $\sqrt{5}$, $\sqrt[4]{26} > \sqrt[4]{25}$;
 в) $\sqrt[3]{7}$ и $\sqrt[6]{47}$, $\sqrt[6]{49} > \sqrt[6]{47}$.

б) $\sqrt[3]{5}$ и $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{5} < \sqrt[6]{27}$;
 г) $-\sqrt[4]{4}$ и $-\sqrt[3]{3}$, $-\sqrt[6]{8} > -\sqrt[6]{9}$.

1139. а) $\sqrt{2}\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{4}\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{8}$;
 в) $\sqrt{2}\sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{8 \cdot 9} = \sqrt[6]{72}$;

б) $\sqrt[3]{3}\sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{9}\sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{27}$;
 г) $\sqrt[4]{2}\sqrt[3]{3} = \sqrt[12]{8 \cdot 9} = \sqrt[12]{72}$.

1140. а) $\sqrt[4]{3b^3}\sqrt{3b} = \sqrt[4]{3b^3}\sqrt[4]{9b^2} = \sqrt[4]{27b^5}$; б) $\sqrt{2a}\sqrt[6]{4a^5} = \sqrt[6]{8a^3}\sqrt[6]{4a^5} = \sqrt[6]{32a^8}$;
 в) $\sqrt{a}\sqrt[6]{a^5} = \sqrt[6]{a^3}\sqrt[6]{a^5} = \sqrt[6]{a^8}$; г) $\sqrt[3]{y}\sqrt[6]{3y^3} = \sqrt[6]{y^2}\sqrt[6]{y^3} = \sqrt[6]{3y^5}$.

1141. а) $\sqrt[3]{ab}\sqrt[6]{4ab} = \sqrt[6]{a^2b^2}\sqrt[6]{4ab} = \sqrt[6]{4a^3b^3}$;

б) $\sqrt[5]{a^4b^3} \cdot \sqrt[10]{a^5b^2} = \sqrt[10]{a^8b^6}\sqrt[10]{a^5b^2} = \sqrt[10]{a^{13}b^8}$;

в) $\sqrt[6]{5ab^2} \cdot \sqrt[3]{5a^3b^4} = \sqrt[6]{5ab^2}\sqrt[6]{25a^6b^8} = \sqrt[6]{125a^7b^{10}}$;

г) $\sqrt[8]{6xz} \cdot \sqrt[6]{xz^5} = \sqrt[24]{216x^3z^3}\sqrt[24]{x^4z^{20}} = \sqrt[24]{216x^7z^{23}}$.

1142. а) $\sqrt[4]{a^3} : \sqrt{a} = \sqrt[4]{a}$;

б) $\sqrt[12]{a^2b^3} : \sqrt[6]{ab^4} = \sqrt[12]{b^{-5}}$;

в) $\sqrt[6]{a^5} : \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a^7}$;

г) $\sqrt[4]{a^3b^5} : \sqrt[5]{ab} = \sqrt[20]{a^{11}b^{21}}$.

1143. а) $(\sqrt{3})^2 = 3$;

б) $(\sqrt[3]{a})^n = a$;

в) $(\sqrt[5]{7})^5 = 7$;

г) $(\sqrt[p]{b})^p = b$.

1144. а) $(2\sqrt{5})^4 = 16 \cdot 25 = 400$;

б) $\left(3 \cdot \sqrt[n]{\frac{1}{2}}\right)^{2n} = b^{3n} \cdot \frac{1}{b^2} = b^{2n-2}$;

в) $\left(3 \cdot \sqrt[n]{\frac{1}{2}}\right)^{2n} = \frac{243}{2}$;

г) $\left(\frac{1}{b}\sqrt[p]{b}\right)^{2p} = \frac{1}{b^{2p}} \cdot b^2 = b^{2-2p}$.

1145. а) $(\sqrt[3]{3a})^9 = 27a^3$;

б) $(5a\sqrt[3]{a})^2 = 25a^2 \cdot \sqrt[3]{ah2} = 25\sqrt[3]{a^8}$;

в) $(-5\sqrt[3]{a^2})^2 = 25\sqrt[3]{a^4}$;

г) $(2\sqrt[3]{-3a^2})^3 = 32\sqrt[3]{-243a^{10}}$.

1146. а) $\sqrt{\sqrt{5}} = \sqrt[4]{5}$;

б) $\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{2}$;

в) $\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{2}$.

г) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[9]{4}$.

1147. а) $\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x}$;

б) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{a^{10}}} = \sqrt[15]{a^{10}} = \sqrt[3]{a^2}$;

в) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{a^{10}}} = \sqrt[15]{a^{10}} = \sqrt[3]{a^2}$;

г) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{ab}} = \sqrt[9]{ab}$.

1148. а) $\frac{1}{2}\sqrt[6]{5x} + 13 + \frac{\sqrt[3]{5x}}{5} = 2\sqrt[3]{5x}$; $\sqrt[3]{5x}\left(2 - \frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right) = 13$; $\sqrt[3]{5x} \frac{13}{10} = 13$;

$\sqrt[3]{5x} = 10$; $x = 200$.

б) $\sqrt[4]{2x} + \sqrt[4]{32x} + \sqrt[4]{162x} = 6$; $\sqrt[4]{x}(\sqrt[4]{2} + 2\sqrt[4]{2} + 3\sqrt[4]{2}) = 6$; $\sqrt[4]{x} \cdot 6\sqrt[4]{2} = 6$;

$\sqrt[4]{x} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$; $x = \frac{1}{2}$.

1149. Вычислить:

a) $\sqrt[4]{6 + 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt[4]{36 - 20} = \sqrt[4]{16} = 2;$

б) $\sqrt[5]{6 - 2\sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{6 + 2\sqrt{17}} = \sqrt[5]{36 - 4 \cdot 17} = \sqrt[5]{-32} = -2;$

в) $\sqrt[3]{8 - \sqrt{37}} \cdot \sqrt[3]{8 + \sqrt{37}} = \sqrt[3]{64 - 37} = \sqrt[3]{27} = 3;$

г) $\sqrt[3]{\sqrt{17} + 3} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{17} - 3} = \sqrt[3]{17 - 9} = \sqrt[3]{8} = 2.$

1150. а) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9} - \frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}} = -3^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{3}{2} + \frac{2}{3}} + \frac{2\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{2}} = -3^2 + 2 = (-3)^3 + 2 = -27 + 2 = -25;$

б) $\sqrt[3]{-5} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt{32} + \frac{\sqrt[5]{-729}}{\sqrt[5]{3}} = (-5)^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{3}{2} + \frac{5}{2}} - \frac{3\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{3}} = -80 - 3 = -83.$

1151. а) $\sqrt[4]{3^3 \cdot 4^2} \cdot \sqrt[4]{4^6 \cdot 3^5} = \sqrt[4]{3^8 \cdot 4^8} = 9 \cdot 16 = 144;$

б) $\sqrt[3]{7^2 \cdot 2} \cdot \sqrt[3]{7^4 \cdot 2^2} = \sqrt[3]{7^6 \cdot 2^3} = 49 \cdot 2 = 98;$

в) $\sqrt[6]{5^{10}} \cdot \sqrt[6]{2^{12} \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100;$

г) $\sqrt[5]{6^2 \cdot 3^7} \cdot \sqrt[5]{6^3 \cdot 3^3} = \sqrt[5]{6^5 \cdot 3^{10}} = 6 \cdot 9 = 54.$

1152. а) $\sqrt[4]{16a^8b^{16}} = \sqrt[4]{2^4 a^8 b^{16}} = 2a^2 b^4;$

б) $\sqrt[5]{1024x^{10}y^5z^{15}} = \sqrt[5]{2^{10}x^{10}y^5z^{15}} = 2^2 x^2 y z^3;$

в) $\sqrt[3]{343m^{12}n^9} = \sqrt[3]{7^3 m^{12} n^9} = 7m^4 n^3;$

г) $\sqrt[4]{0,0081a^{12}b^4c^{20}} = \sqrt[4]{0,3^4 a^{12} b^4 c^{20}} = 0,3a^3bc^5.$

1153. а) $\sqrt[3]{\frac{8a^3b^6}{27x^{12}y^9}} = \sqrt[3]{\frac{2^3 a^3 b^6}{3^3 x^{12} y^9}} = \frac{2ab^2}{3x^4 y^3};$

б) $\sqrt[3]{\frac{343m^{12}}{64n^3p^{15}}} = \sqrt[3]{\frac{7^3 m^{12}}{2^6 n^3 p^{15}}} = \frac{7m^4}{4np^5};$

в) $\sqrt[5]{\frac{a^{10}b^{20}}{32x^{15}}} = \sqrt[5]{\frac{a^{10}b^{20}}{2^5 x^{15}}} = \frac{a^2 b^4}{2x^3};$

г) $\sqrt[4]{\frac{16r^{16}s^{12}}{81p^{24}q^4}} = \sqrt[4]{\frac{2^4 r^{16} s^{12}}{3^4 p^{24} q^4}} = \frac{2r^4 s^3}{3p^6 q}.$

1154. а) $\sqrt[6]{xy^2z^3} \cdot \sqrt[12]{x^3y^2z} = \sqrt[12]{x^2y^4z^6 \cdot x^3y^2z} = \sqrt[12]{x^5y^6z^7};$

б) $\sqrt[3]{s^4 p^3 t^5} : \sqrt[15]{st^2} = \frac{\sqrt[15]{s^{20} p^{15} t^{25}}}{\sqrt[5]{st^2}} = \sqrt[15]{s^{19} p^{15} t^{23}};$

в) $\sqrt[4]{a^2bc^5} \cdot \sqrt[5]{a^3b^5c^2} = \sqrt[20]{a^{10}b^5c^{25}} \cdot \sqrt[20]{a^{12}b^{20}c^8} = \sqrt[20]{a^{22}b^{25}c^{33}};$

г) $\sqrt[9]{k^4l^3m^6} : \sqrt[3]{l^6m} = \sqrt[9]{\frac{k^4 l^3 m^6}{l^{18} m^3}} = \sqrt[9]{\frac{k^4 m^3}{l^{15}}}.$

1155. а) $\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[6]{x} = 0; \sqrt[6]{x} = t; \Rightarrow t^2 - 2t = 0; t_1 = 0; t_2 = 2; x_1 = 0; x_2 = 64;$

б) $\sqrt{x} - 5\sqrt[4]{x} + 6 = 0; \sqrt[4]{x} = t; x = t^4; t^2 - 5t + 6 = 0;$
 $t_1 = 2; t_2 = 3; x_1 = 16; x_2 = 81;$

в) $\sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 1 = 0; \sqrt[6]{x} = t; x = t^6; t > 0; t + 2t^2 - 1 = 0;$

$2t^2 + t - 1 = 0; t_1 = \frac{1}{2}; t_2 = -1; \Rightarrow t = \frac{1}{2}; x_1 = \frac{1}{64};$

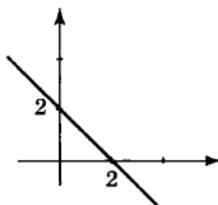
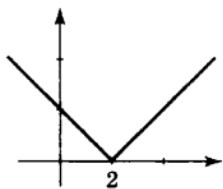
г) $\sqrt[4]{x} + \sqrt[8]{x} \cdot 2 - 3 = 0; \sqrt[8]{x} = t; t > 0; x = t^8; t^2 + 2t - 3 = 0;$
 $t_1 = 1; t_2 = -3; t > 0; \Rightarrow t = 1; x = 1.$

1156. $f(x) = \sqrt[7]{x}; 2f(x) = 2\sqrt[7]{x} = \sqrt[7]{2^7x} = \sqrt[7]{128x} = f(128x).$

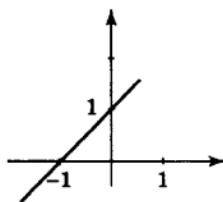
1157. $f(x) = 2\sqrt[5]{x}; 2f(x) = 4\sqrt[5]{x} = 2\sqrt[5]{32x} = f(32x).$

1158. $f(x) = \sqrt[3]{x}; g(x) = \sqrt[6]{x}; 2\sqrt{f(x)} = 2\sqrt[6]{x} = \sqrt[6]{2^6x} = \sqrt[6]{64x} = g(64x).$

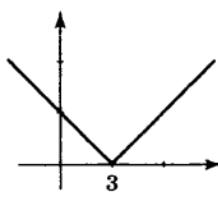
1159. а) $y = \sqrt[4]{(x-2)^4} = |x-2|;$ б) $y = \sqrt[5]{(5-x)^5} = 2-x;$



в) $y = \sqrt[3]{(x+1)^3} = x+1;$



г) $y = \sqrt[6]{(3-x)^6} = |3-x|.$



§ 42. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ РАДИКАЛЫ

1160. а) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5};$

б) $\sqrt{147} = 7\sqrt{3};$

в) $\sqrt{108} = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3};$

г) $\sqrt{245} = 7\sqrt{5}.$

1161. а) $\sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3};$

б) $\sqrt[3]{54} = 3\sqrt[3]{2};$

в) $\sqrt[3]{512} = 8;$

г) $\sqrt[3]{375} = 5\sqrt[3]{3}.$

1162. а) $\sqrt[4]{80} = 2\sqrt[4]{5};$

б) $\sqrt[4]{160} = 2\sqrt[4]{10};$

в) $\sqrt[4]{405} = 3\sqrt[4]{5};$

г) $\sqrt[4]{486} = 3\sqrt[4]{6}.$

- 1163.** а) $\sqrt{x^3} = x\sqrt{x}$; б) $\sqrt[3]{a^4} = a\sqrt[3]{a}$;
 в) $\sqrt[5]{m^7} = m\sqrt[5]{m^2}$; г) $\sqrt[4]{n^{13}} = n^3 \cdot \sqrt[4]{n}$
- 1164.** а) $\sqrt{25a^2} = 5a\sqrt{a}$; б) $\sqrt[4]{405a^5} = 3a\sqrt[4]{5a}$;
 в) $\sqrt[3]{24x^3} = 2x\sqrt[3]{3}$; г) $\sqrt[5]{160m^{10}} = 2m^2 \cdot \sqrt[5]{5}$.
- 1165.** а) $\sqrt{75t^4r^3} = 5t^2r\sqrt{3r}$; б) $\sqrt[4]{256a^9b^{13}} = 4a^2b^3\sqrt[4]{ab}$;
 в) $\sqrt[3]{250x^4y^7} = 5xy^2\sqrt[3]{2xy}$; г) $\sqrt[5]{320m^{11}n^{15}} = 2m^2n^3\sqrt[5]{10m}$.
- 1166.** а) $\frac{2}{3a}\sqrt{72a^3b} = \frac{2}{3a} \cdot 6a\sqrt{2ab} = 4\sqrt{2ab}$;
 б) $\frac{x^2}{b}\sqrt[3]{\frac{72a^4b^3}{343x^3}} = \frac{x^2}{b} \cdot \frac{2ab}{7x}\sqrt[3]{9a} = \frac{2}{7}xa\sqrt[3]{9a}$;
 в) $\frac{3}{x}\sqrt{\frac{a^5x^2}{18}} = \frac{3}{x} \cdot \frac{a^2x}{3}\sqrt{\frac{a}{2}} = a^2\sqrt{\frac{a}{2}}$;
 г) $3mn\sqrt[4]{\frac{80x^3}{243m^5n^9}} = \frac{3mn \cdot 2}{3mn^2}\sqrt[4]{\frac{5x^3}{3mn}} = \frac{2}{n}\sqrt[4]{\frac{5x^3}{3mn}}$.
- 1167.** а) $\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b}$; б) $\sqrt[3]{a^3b} = a\sqrt[3]{b}$;
 в) $\sqrt[4]{a^4b} = |a|\sqrt[4]{b}$; г) $\sqrt{a^5b} = a^2\sqrt{ab}$.
- 1168.** а) $\sqrt{50a^3} = 5|a|\sqrt{2a}$; б) $\sqrt[6]{256c^8} = 2|c|\sqrt[6]{4c^2}$;
 в) $\sqrt{25x^2} = 5|x|$; г) $\sqrt[4]{162a^8} = 3a^2\sqrt[4]{2}$.
- 1169.** а) $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$; б) $5\sqrt{2} = \sqrt{50}$;
 в) $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$; г) $7\sqrt{\frac{2}{7}} = \sqrt{14}$.
- 1170.** а) $2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{24}$; б) $6\sqrt[3]{1\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{240}$;
 в) $3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{54}$; г) $3\sqrt[3]{2\frac{5}{27}} = \sqrt[3]{177}$.
- 1171.** а) $\frac{2}{3}\sqrt{3} = \sqrt{\frac{4}{3}}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$;
 в) $\frac{7}{5}\sqrt[3]{\frac{4}{7}} = \sqrt[3]{\frac{49}{25} \cdot \frac{25}{7}} = \sqrt{7}$; г) $0,2\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$.
- 1172.** а) $7a^2\sqrt{ab} = \sqrt{49a^5b}$; б) $5ab^2\sqrt[3]{a^2b} = \sqrt[3]{125a^5b^7}$;
 в) $5x\sqrt{2x} = \sqrt{50x^3}$; г) $2m\sqrt[3]{3m^2} = \sqrt[3]{24m^5}$.
- 1173.** а) $\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}(2-1) = \sqrt[3]{3}$; б) $2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{384} = 2\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{3}$;
 в) $2\sqrt[5]{64} + \sqrt[5]{486} = 4\sqrt[5]{2} + 3\sqrt[5]{2} = 7\sqrt[5]{2}$;
 г) $\sqrt[4]{512} - \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{2}(4-1) = 3\sqrt[4]{2}$.

1174. а) $\sqrt[3]{4}$; $\sqrt[3]{18}$; $\sqrt{3}$; б) $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{40}$; $\sqrt[3]{4}$;

в) $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[3]{30}$; $\sqrt[3]{2}$; г) $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{4}$.

1175. а) $(\sqrt[3]{m} - 2\sqrt[3]{n})(\sqrt[3]{m} + 2\sqrt[3]{n}) = \sqrt[3]{m^2} - 4\sqrt[3]{n^2}$;

б) $(\sqrt[3]{5} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt[3]{5}) = \sqrt[3]{25} - 3$;

в) $(a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b}) = a^2 - b$;

г) $(\sqrt[3]{4} + 2\sqrt{2})(2\sqrt{2} - \sqrt[3]{4}) = 8 - \sqrt[3]{16} = 8 - 2\sqrt[3]{2}$.

1176. а) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y) = (\sqrt{x})^3 + (\sqrt{y})^3 = \sqrt{x^3} + \sqrt{y^3}$;

б) $(3 + \sqrt[4]{a})(9 - 3\sqrt{a} + \sqrt{a}) = 3^3 + (\sqrt[4]{a})^3 = 27 + \sqrt[4]{a^3}$;

в) $(2\sqrt{p} + \sqrt{q})(4p - 2\sqrt{pq} + q) = (2\sqrt{p})^3 + (\sqrt{q})^3 = 8\sqrt{p^3} + \sqrt{q^3}$;

г) $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}) = (\sqrt[3]{a})^3 - (\sqrt[3]{b})^3 = \sqrt{a} - \sqrt{b}$.

1177. а) $(\sqrt[3]{m} - 2\sqrt[3]{n})^2 = \sqrt[3]{m^2} - 4\sqrt[3]{mn} + 4\sqrt[3]{n^2}$;

б) $(\sqrt[3]{5} - \sqrt{3})^2 = \sqrt[3]{25} - 2\sqrt{3}\sqrt[3]{5} + 3$;

в) $(a^2 - \sqrt{a})^2 = a^4 + a - 2a^2\sqrt{a}$;

г) $(\sqrt[3]{4} + 2\sqrt{2})^2 = 2\sqrt[3]{2} + 8 + 4\sqrt{2}\sqrt[3]{4}$.

1178. а) $(a - b) : (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \frac{(a - b)(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$;

б) $\frac{k+l}{\sqrt[3]{k}+\sqrt[3]{l}} = \frac{k+l}{(k+l)}(\sqrt[3]{k^2} - \sqrt[3]{kl} + \sqrt[3]{l^2}) = \sqrt[3]{k^2} + \sqrt[3]{l^2} - \sqrt[3]{kl}$;

в) $\frac{m-n}{\sqrt[3]{m}-\sqrt[3]{n}} = \sqrt[3]{m^2} + \sqrt[3]{n^2} + \sqrt[3]{mn}$;

г) $\frac{x-4y}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}} = \sqrt{x} - 2\sqrt{y}$.

1179. а) $\frac{\sqrt{10b} - \sqrt{15}}{\sqrt{15b} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2b} - \sqrt{3}}{\sqrt{3b} - 1}$; б) $\frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{xy}} = \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}}{1 - \sqrt[3]{y}}$;

в) $\frac{\sqrt[4]{14} + \sqrt[4]{21k}}{\sqrt[4]{7k} - \sqrt[4]{14}} = \frac{\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{3k}}{\sqrt[4]{k} - \sqrt[4]{2}}$; г) $\frac{\sqrt[4]{a^2} - \sqrt[4]{ad}}{\sqrt[4]{3a} - \sqrt[4]{a^2d}} = \frac{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{d}}{\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{ad}}$.

1180. а) $\frac{\sqrt{a} - 2\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} = \frac{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$;

б) $\frac{\sqrt[3]{m} + 2\sqrt[3]{n}}{4\sqrt[3]{n^2} + 4\sqrt[3]{mn} + \sqrt[3]{m^2}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{m}}$;

в) $\frac{\sqrt[4]{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} + 2\sqrt[4]{a^2b} + b} = \frac{1}{\sqrt[4]{a} + \sqrt{b}}$;

$$\text{г) } \frac{\sqrt{b} + 2a\sqrt[4]{a^2b} + a^3}{a\sqrt{a} + \sqrt[4]{b}} = \frac{(a\sqrt{a} + \sqrt[4]{b})^2}{a\sqrt{a} + \sqrt[4]{b}} = a\sqrt{a} + \sqrt[4]{b}.$$

$$1181. \text{ а) } \frac{\sqrt{a} - \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt[5]{x^6} - 1}{\sqrt[3]{x^3} - 1} = x\sqrt[5]{x} + \sqrt[5]{x^3} + 1;$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{b} - a^3}{a\sqrt{a} + \sqrt[4]{b}} = \sqrt[3]{b} - a\sqrt{a};$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt{b}} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{ab^3} + b.$$

$$1182. \text{ а) } \frac{\sqrt[4]{a^3} + b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \sqrt{a} - \sqrt[4]{a^3}\sqrt{b} + \sqrt[4]{b^2};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt{b}} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{a}\sqrt{b} + b.$$

$$1183. \text{ а) } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{б) } \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3};$$

$$\text{в) } \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9};$$

$$\text{г) } \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$1184. \text{ а) } \frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \sqrt[3]{4};$$

$$\text{б) } \frac{3}{\sqrt[4]{9}} = \frac{3 \cdot \sqrt[4]{3^2}}{\sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[4]{3^2}} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3};$$

$$\text{в) } \frac{a}{\sqrt[3]{a}} = \frac{a\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}} = \sqrt[3]{a^2};$$

$$\text{г) } \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^4}} = \frac{x^2 \cdot \sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[5]{x^4}} = x\sqrt[5]{x}.$$

$$1185. \text{ а) } \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}; \text{ б) } \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2};$$

$$\text{в) } \frac{7}{\sqrt{2} + 1} = 7\sqrt{2} - 7;$$

$$\text{г) } \frac{9}{\sqrt{7} - 1} = \frac{9\sqrt{7} + 9}{6} = \frac{3(\sqrt{7} + 1)}{2}.$$

$$1186. \text{ а) } \sqrt[4]{-162t^4r^5} = \sqrt[4]{-2 \cdot 3^4 t^4 r^4} = 3|t||r|\sqrt[4]{-2r} = -3r|t|\sqrt[4]{-2r} \text{ при } r < 0$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{625x^5y^6} = \sqrt[3]{5^4 x^3 x^2 y^6} = 5xy^2 \sqrt[3]{5x^2};$$

$$\text{в) } \sqrt{128a^6b^9} = \sqrt{2^7 a^6 b^8 b} = 8|a|^3 b^4 \sqrt{2b}$$

$$\text{г) } \sqrt[5]{(-64)m^6n^6} = \sqrt[5]{(-2)^6 m^5 mn^{15}} = -2mn^3 \sqrt[5]{2mn}.$$

$$1187. \text{ а) } \frac{3}{4a^2} \sqrt[4]{256a^7b^3} = \frac{3}{4a^2} \sqrt[4]{2^8 a^4 a^3 b^3} = \frac{3 \cdot 4}{4a^2} |a| \sqrt[4]{a^3 b^3} = \frac{3}{|a|} \sqrt[4]{a^3 b^3};$$

$$\text{б) } \frac{5}{c} \sqrt[3]{-\frac{c^5 d^8}{15625}} = -\frac{5}{c} \sqrt[3]{\frac{c^5 d^8}{5^6}} = -\frac{5cd^2}{c \cdot 5^2} \sqrt[3]{c^2 d^2}.$$

$$1188. \text{ а) } \sqrt[4]{2\sqrt[3]{2m^4n^3}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{16m^4n^8}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{2^4 m^4 n^8}} = \sqrt[3]{2mn};$$

$$\text{б) } \sqrt{y\sqrt[5]{9x^4y^2}} = \sqrt{\sqrt[5]{9x^4y^7}} = \sqrt[10]{9x^4y^7};$$

$$\text{в) } \sqrt[5]{4\sqrt[3]{k^2l^5}} = \sqrt[15]{6^4 k^2 l^5};$$

$$\text{г) } \sqrt[7]{q\sqrt[5]{2p^3q}} = \sqrt[35]{2p^3q^6}.$$

1189. а) $\sqrt[5]{2^3\sqrt{2\sqrt{2}}} = \sqrt[5]{2^4\sqrt{2}} = \sqrt[5]{\sqrt{2^9}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{2^9}} = \sqrt[10]{2^3} = \sqrt[10]{8}$;

б) $\sqrt[4]{\frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{3}{4}\sqrt[4]{3}}} = \sqrt[4]{\frac{4^3}{3^3} \cdot \frac{3}{4}\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{\frac{4^2}{3^2}\sqrt[4]{3}} = \sqrt[24]{\frac{1024}{243}}$;

в) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{3}{2}\sqrt[2]{3}}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{3}{2}\sqrt[2]{3}} = \sqrt[3]{\frac{4}{9}\sqrt[2]{3}} = \sqrt[18]{\frac{32}{243}}$;

г) $\sqrt[4]{3^4\sqrt[3]{3^3\sqrt{3}}} = \sqrt[4]{3^5\sqrt[3]{3}} = \sqrt[8]{3^{16}} = \sqrt[3]{8^{16}} = \sqrt[3]{9}$.

1190. Внося все выражения под знак одного корня, получим

а) $\sqrt[9]{-\sqrt{-a^{25}}} = \sqrt[9]{a^5}$;

б) $\sqrt{\frac{m-n}{m+n}\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}} = \sqrt[4]{\frac{(m-n)^2}{(m+n)^2} \cdot \frac{m+n}{m-n}} = \sqrt[4]{\frac{m-n}{m+n}}$;

в) $\sqrt[3]{-2a^2b\sqrt[4]{5a^3}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{16a^8b^45a^3}} = \sqrt[12]{80a^{11}b^4}$;

г) $\sqrt[5]{(x-y)\sqrt[3]{\frac{1}{y-x}}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{\frac{(x-y)^3}{y-x}}} = -\sqrt[15]{(y-x)^2}$

1191. а) $\sqrt[3]{a^3\sqrt{a\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt[27]{a^{14}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{a^4\sqrt[3]{a}}} = \sqrt[27]{a^{13}} \cdot \sqrt[27]{a^{14}} = \sqrt[27]{a^{27}} = a$;

б) $\sqrt{\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x}\sqrt[3]{\frac{x}{y}}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{y}{x}} = \sqrt{\sqrt{\frac{x}{y}\sqrt[3]{\frac{x}{y}}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{y}{x}} = \sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[3]{\frac{y}{x}} = 1$;

в) $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}} : \sqrt[16]{x^{11}} = \sqrt[16]{x^{15}} : \sqrt[16]{x^{11}} = \sqrt[16]{x^4} = \sqrt[4]{x}$;

г) $\sqrt{2m^3\sqrt{\frac{1}{4m^2}\sqrt{\frac{n}{m}}}} : \sqrt[12]{nm} = \sqrt[6]{\frac{8m^3}{4m^2}\sqrt{\frac{n}{m}}} : \sqrt[12]{nm} = \sqrt[6]{2}$.

1192. Приводя радикалы к одинаковым подкоренным выражениям, где это возможно, получим:

а) $\sqrt{50} - \sqrt[3]{3} - 6\sqrt{2} + \sqrt[3]{24} + \sqrt{8} = 5\sqrt{2} - \sqrt[3]{3} - 6\sqrt{2} + 2\sqrt[3]{2} + 2\sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt[3]{3}$;

б) $6\sqrt[4]{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{9xy} - \sqrt[8]{x^2} + \frac{7}{x}\sqrt{x^3y} = 6\sqrt[4]{x} + \sqrt{xy} - 3\sqrt{xy} - \sqrt[4]{x} + 7\sqrt{xy} = 5\sqrt{xy} + 5\sqrt[4]{x}$.

1193. а) $-\sqrt[5]{2\sqrt[4]{10}} < -\sqrt[5]{99}; \quad -\sqrt[20]{160} < -\sqrt[20]{99}$;

б) $\sqrt{2\sqrt[3]{3}} < \sqrt[3]{5}; \quad \sqrt[6]{24} < \sqrt[6]{25}$;

в) $\sqrt[4]{3} > \sqrt[8]{6\sqrt{2}}; \quad \sqrt[4]{3} > \sqrt[16]{72}; \quad \sqrt[16]{3^4} > \sqrt[16]{72}; \quad \sqrt[16]{81} > \sqrt[16]{72}$;

г) $-\sqrt{2\sqrt[3]{6}} > -\sqrt[3]{5\sqrt{2}}; \quad -\sqrt[6]{48} > -\sqrt[6]{50}; \quad \sqrt[4]{50} > \sqrt[6]{48}$.

1194. а) $\sqrt{3\sqrt[3]{4}}; \quad \sqrt[3]{5\sqrt{3}}; \quad \sqrt[6]{100}$;

$$\sqrt{3\sqrt[3]{4}} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 2^2} = \sqrt[6]{108}$$

$$\sqrt[3]{5\sqrt{3}} = \sqrt[6]{5^2 \cdot 3} = \sqrt[6]{75};$$

$$75 < 100 < 108;$$

тогда: $\sqrt[3]{5\sqrt{3}}$; $\sqrt[6]{100}$; $\sqrt{3\sqrt[3]{4}}$;

б) $\sqrt[5]{4}$; $\sqrt[6]{3\sqrt[5]{3}}$; $\sqrt[10]{25}$;

$$\sqrt[6]{3\sqrt[5]{3}} = \sqrt[30]{3^6} = \sqrt[5]{3};$$

$$\sqrt[10]{25} = \sqrt[5]{5};$$

тогда: $\sqrt[5]{4}$; $\sqrt[5]{3}$; $\sqrt[5]{5}$;

в) $\sqrt[5]{3\sqrt[4]{4}}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{2\sqrt[5]{2}}$;

$$\sqrt[3]{2^3}; \quad \sqrt[3]{16};$$

тогда: $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2}}$; $\sqrt[5]{6}$;

г) $\sqrt[16]{64}$; $\sqrt[48]{7\sqrt{7}}$; $\sqrt[4]{2\sqrt{1,25}}$;

$$\sqrt[18]{2^6};$$

$$\sqrt[3]{2}; \quad \sqrt[48]{7\sqrt{7}}; \quad \sqrt[4]{\sqrt{5}};$$

$$\sqrt[3]{2}; \quad \sqrt[48]{7\sqrt{7}};$$

$$\sqrt[48]{\sqrt{7^3}};$$

$$\sqrt[18]{\sqrt{7^3}};$$

$$\sqrt[5]{\sqrt{7}};$$

$$\sqrt[3]{2}; \quad \sqrt[5]{7}; \quad \sqrt[10]{5};$$

тогда: $\sqrt[5]{7}$; $\sqrt[10]{5}$; $\sqrt[5]{2}$.

1195. а) $\frac{4 - 3\sqrt{2}}{(\sqrt{2} - \sqrt[4]{8})^2} = \frac{4 - 3\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 2\sqrt[4]{16} + \sqrt{8}} = \frac{4 - 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2} - 4} = -1;$

б) $\frac{(\sqrt[4]{24} + \sqrt[4]{6})^2}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{24} + 2\sqrt[4]{4^2 \cdot 3^2} + \sqrt{6}}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{6}}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{6}} = 1;$

в) $\frac{(\sqrt[3]{9} + \sqrt{3})^2}{\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[6]{3} + 1} = \frac{\sqrt[3]{3^4} + 2\sqrt[3]{3^2}\sqrt{3} + 3}{\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[6]{3} + 1} = \frac{3(\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[6]{3} + 1)}{\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[6]{3} + 1} = 3;$

г) $\frac{1 - 2\sqrt[4]{5} + \sqrt{5}}{(\sqrt{3} - \sqrt[4]{45})^2} = \frac{1 - 2\sqrt[4]{5} + \sqrt{5}}{(\sqrt{3}(1 - \sqrt[4]{5}))^2} = \frac{(1 - \sqrt[4]{5})^2}{3(1 - \sqrt[4]{5})^2} = \frac{1}{3}.$

1196. а) $(1 + \sqrt{a})(1 + \sqrt[4]{a})(1 - \sqrt[4]{a}) = (1 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a}) = 1 - a;$

б) $(\sqrt{m} + \sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt[4]{n})(\sqrt{m} + \sqrt[4]{n}) = (\sqrt{m} + \sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n}) = m - n.$

1197. а) $(\sqrt[3]{9a^2x} - 2\sqrt[3]{3abx} + \sqrt[3]{b^2x}) : (\sqrt[3]{3a} - \sqrt[3]{b}) = \sqrt[3]{3ax} - \sqrt[3]{bx};$

б) $(\sqrt[3]{16x^2} - \sqrt[3]{25y^2}) : (\sqrt[3]{4x} - \sqrt[3]{5y}) = \sqrt[3]{4x} + \sqrt[3]{5y}.$

1198. а) $\sqrt{2x} - \sqrt{3y} + \sqrt{2y} - \sqrt{3x} = \sqrt{2}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) - \sqrt{3}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) =$
 $= (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{y});$

б) $\sqrt[3]{4x^2} + \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{y^3} - \sqrt[4]{2y^3} = \sqrt[3]{4}(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{y^3}) +$
 $+ \sqrt[4]{2}(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{y^3}) = (\sqrt[3]{4} + \sqrt[4]{2})(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{y^3});$

в) $\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{ab^3} - \sqrt[3]{a^3b} - \sqrt[3]{b^4} = a\sqrt[3]{a} - b\sqrt[3]{b} + b\sqrt[3]{a} - a\sqrt[3]{b} =$
 $= (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(a - b);$

г) $b\sqrt{a} - ab + \sqrt{ab} - ab\sqrt{b} = \sqrt{ab}(1 + \sqrt{b})(1 - \sqrt{ab}).$

1199. Выполняя замену переменной, и разлагая получившийся квадратный трехчлен на множители, получаем

а) $\sqrt[4]{m} - \sqrt[8]{m} - 6 = t^2 - t + 6 = (t - 3)(t + 2) = (\sqrt[8]{m} - 3)(\sqrt[8]{m} + 2);$

б) $\sqrt{m} + 5\sqrt[4]{m} + 6 = t^2 + 5t + 6 = (t + 2)(t + 3) = (\sqrt[4]{m} + 2)(\sqrt[4]{m} + 3);$

в) $\sqrt[5]{a} + 7\sqrt[10]{a} + 12 = t^2 + 7t + 12 = (t + 4)(t + 3) = (\sqrt[10]{a} + 4)(\sqrt[10]{a} + 3);$

г) $2\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 1 = 2t^2 - t - 1 = (t - 1)(t + 1) = (\sqrt[6]{x} - 1)(\sqrt[6]{x} + 1).$

1200. а) $\frac{6\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{s} - 1}{2\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}} = \frac{6t^2 + t - 1}{2t^2 + t} = \frac{(3t - 1)(2t + 1)}{t(2t + 1)} = \frac{3t - 1}{t} = \frac{3\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{x}};$

б) $\frac{3\sqrt{x} - 5\sqrt[4]{x} - 2}{9\sqrt{x} - 1} = \frac{3t^2 - 5t - 2}{9t - 1} = \frac{(t - 2)3(t - 1)}{9(t - 1)} = \frac{t - 2}{3(t - 1)} = \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{3(\sqrt[4]{x} - 1)}.$

1201. а) $\frac{\sqrt{ab} \cdot \sqrt[4]{a}}{(a + b)\sqrt[4]{\frac{b^2}{a}}} - \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{\sqrt{ab}\sqrt{a}}{(a + b)\sqrt{b}} - \frac{a^2 + b^2}{(a + b)((a - b))} =$
 $= \frac{a\sqrt{b}(a - b) - (a^2 + b^2)\sqrt{b}}{(a + b)(a - b)\sqrt{b}} = \frac{a^2\sqrt{b} - ab\sqrt{b} - a^2\sqrt{b} - b^2\sqrt{b}}{(a - b)(a + b)\sqrt{b}} =$

$$= \frac{-b\sqrt{b}(a + b)}{(a + b)(b - a)\sqrt{b}} = \frac{b}{b - a};$$

б) $\frac{(\sqrt[4]{m} + \sqrt[4]{n})^2 + (\sqrt[4]{m} - \sqrt[4]{n})^2}{2(m - n)} : \frac{1}{\sqrt{m^3} - \sqrt{n^3}} - 3\sqrt{mn} =$
 $= \frac{(\sqrt{m} + 2\sqrt[4]{mn} + \sqrt{n} + \sqrt{m} - 2\sqrt[4]{mn} + \sqrt{n})(\sqrt{m^3} - \sqrt{n^3})}{2(\sqrt{m} - \sqrt{n})(\sqrt{m} + \sqrt{n})} =$
 $= \frac{2(\sqrt{m} + \sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n})(m + \sqrt{mn} + n)}{2(\sqrt{m} - \sqrt{n})(\sqrt{m} + \sqrt{n})} =$

$$= m + \sqrt{mn} + n.$$

1202. После замены переменной и решения получившегося уравнения, находим корни

a) $\frac{x\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1} - \frac{\sqrt[3]{x^2} - 1}{\sqrt[3]{x} + 1} = 4; \quad \sqrt[3]{x} = t; \quad \frac{t^4 - 1}{t^2 - 1} - \frac{t^2 - 1}{t + 1} = 4; \quad t \neq -1;$
 $(t^2 + 1) - (t - 1) = 4; \quad t^2 - t - 2 = 0; \quad t = 2; \quad x = 8;$

б) $\frac{x + 8}{\sqrt[3]{x} + 2} + \frac{\sqrt[3]{x^3} - 25}{\sqrt[3]{x} + 5} = 5; \quad \sqrt[3]{x} = t;$
 $\frac{t^3 + 8}{t + 2} - \frac{t^2 - 25}{t + 5} = 5; \quad (t = 3); \quad \frac{27 + 8}{3 + 2} - \frac{9 - 25}{8} = \frac{35}{5} + 2 = 7 + 2 = 9;$
 $\frac{(t+2)(t^2-t+4)}{t+2} - \frac{(t-5)(t+5)}{t+5} = 5;$
 $(t^2 - 2t + 4) - (t - 5) = 5; \quad t^2 - 2r + 4 = 0;$
 $\frac{(t+2)(t^2-2t+4)}{t+2} - \frac{(t-5)(t+5)}{t+5} = 5;$
 $t^2 - 2t + 4 - t + 5 = 5; \quad t^2 - 2t + 4 = 0;$
 $t^2 - 3t + 4 = 0;$
 $t = 3 \Rightarrow x = 27.$

§ 43. ОБОБЩЕНИЕ ПОНЯТИЯ О ПОКАЗАТЕЛЕ СТЕПЕНИ

1203. а) $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{25}; \quad$ б) $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3^7}; \quad$ в) $6^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{6^3}; \quad$ г) $4^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{4^{13}}.$
1204. а) $c^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{c^3}; \quad$ б) $p^{\frac{5}{2}} = \sqrt{p^{11}}; \quad$ в) $x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}; \quad$ г) $y^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{y^8}.$
1205. а) $0,2^{0,5} = \sqrt{\frac{1}{5}}; \quad$ б) $t^{0,8} = \sqrt[5]{t^4}; \quad$ в) $b^{1,5} = \sqrt{b^3}; \quad$ г) $8,5^{0,6} = \sqrt[5]{8,5^3}.$
1206. а) $(2a)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2a}; \quad$ б) $ax^{\frac{3}{5}} = a\sqrt[5]{x^3}; \quad$ в) $2a^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{a}; \quad$ г) $(2b)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2b}.$
1207. а) $3(x-y)^{\frac{2}{3}} = 3\sqrt[3]{(x-y)^2}; \quad$ б) $x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^2};$
 в) $3(a+b)^{\frac{3}{4}} = 3\sqrt[4]{(a+b)^3}; \quad$ г) $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}.$
1208. а) $\sqrt{1,3} = 1,3^{\frac{1}{2}}; \quad$ б) $\sqrt[7]{\frac{3}{5}} = 0,6^{\frac{1}{7}}; \quad$ в) $\sqrt[4]{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{4}}; \quad$ г) $\sqrt[3]{4,3} = 4,3^{\frac{1}{3}}.$
1209. а) $\sqrt[5]{b^4} = b^{\frac{4}{5}}; \quad$ б) $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}; \quad$ в) $\sqrt[11]{c^2} = c^{\frac{2}{11}}; \quad$ г) $\sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{5}}.$
1210. а) $49^{\frac{1}{2}} = 7; \quad$ б) $1000^{\frac{1}{3}} = 10; \quad$ в) $27^{\frac{1}{3}} = 3; \quad$ г) $25^{\frac{1}{2}} = 5.$

1211. а) $9^{\frac{1}{2}} = 3^5 = 243$; б) $0,16^{\frac{1}{2}} = 0,064$;

в) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{4}{3}} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$; г) $0,001^{\frac{2}{3}} = 0,01$.

1212. а) $\frac{a^5 a^{-8}}{a^{-2}} = a^{-1}$; а = 6, $a^{-1} = \frac{1}{6}$;

б) $\frac{b^{-9}}{(b^2)^{-3}} = b^{-3}$; $b = \frac{1}{2}$, $b^{-3} = 8$;

в) $\frac{p^{-9}}{p^{-2} p^{-5}} = p^{-2}$; $p = \frac{1}{2}$, $p^{-2} = 4$;

г) $(t^{-3})^2 \frac{1}{t^{-5}} = t^{-1}$; т = 0,1, $t^{-1} = 10$.

1213. а) $(27 \cdot 3^{-4})^2 = \frac{1}{9}$; б) $16 \cdot (2^{-3})^2 = \frac{1}{4}$.

1214. а) $\frac{6^{-4} \cdot 6^{-9}}{6^{-12}} = 6^{-1} = \frac{1}{6}$; б) $\frac{7^{-7} \cdot 7^{-8}}{7^{-13}} = 7^{-2} = \frac{1}{49}$.

1215. а) $\frac{5^4 \cdot 49^{-3}}{7^{-7} \cdot 25^3} = 5^{-2} \cdot 7^1 = \frac{7}{25}$; б) $\frac{81^{12} \cdot 10^{-7}}{10^{-5} \cdot 27^{17}} = 3^{-3} \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2700}$.

1216. а) $\sqrt{b^{-1}} = b^{-\frac{1}{2}}$; б) $\sqrt[12]{b^{-5}} = b^{-\frac{5}{12}}$; в) $\frac{1}{\sqrt[4]{x^{-3}}} = x^{\frac{3}{4}}$; г) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^{-2}}} = a^{\frac{2}{3}}$.

1217. а) $4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$; б) $8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$; в) $32^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$; г) $16^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$.

1218. а) $5^{-\frac{4}{3}}$ Да. б) $(-16)^{\frac{2}{3}}$ Да. в) $23^{-\frac{1}{5}}$ Да. г) $(-25)^{-\frac{1}{2}}$ Нет.

1219. а) $2^{\frac{1}{2}} < 3^{\frac{1}{2}}$; б) $0,3^{\frac{1}{2}} < 0,5^{\frac{1}{2}}$; в) $5^{\frac{1}{5}} < 5^{\frac{1}{3}}$; г) $7^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{2}{6}}$.

1220. а) $c^{\frac{1}{2}} c^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{5}{6}}$; б) $b^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{1}{6}}$; в) $a^{\frac{2}{3}} a^{-\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{2}}$; г) $d^5 d^{\frac{1}{2}} = d^{\frac{11}{2}}$.

1221. а) $x^{\frac{1}{2}} : x^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{x}$; б) $y^{-\frac{5}{6}} : y^{\frac{1}{3}} = y^{-\frac{7}{6}}$;

в) $z^{\frac{1}{5}} : z^{-\frac{1}{2}} = z^{\frac{7}{10}}$; г) $m^{\frac{1}{3}} : m^2 = m^{-\frac{5}{3}}$.

1222. а) $\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{6}}$; б) $\left(c^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = c^{-\frac{1}{4}}$;

в) $\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{4}{3}} = a^2$; г) $\left(p^{-\frac{3}{4}}\right)^{-\frac{2}{9}} = p^{\frac{1}{6}}$.

1223. а) $x^{\frac{1}{2}} \sqrt{x} = x$; б) $y^{\frac{7}{3}} \sqrt[3]{y^2} = y^3$; в) $z^{\frac{3}{4}} z^{\frac{1}{4}} = z$; г) $\sqrt[4]{c^3} c^{\frac{1}{4}} = c$.

1224. а) $(a^{0.4})^{\frac{1}{2}} a^{0.8} = a^{\frac{1}{5}} a^{\frac{4}{5}} = a$; б) $\sqrt[10]{c} (c^{-1.2})^{\frac{3}{4}} = c^{\frac{1}{10}} c^{-\frac{9}{10}} = c^{-\frac{4}{5}}$;

в) $\left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{5}{4}} \left(\sqrt[4]{x}\right)^{\frac{17}{4}} = x^{\frac{15}{16}} x^{\frac{17}{16}} = x^2$; г) $(b^{0.8})^{-\frac{3}{4}} \left(b^{-\frac{2}{5}}\right)^{-1.5} = b^{-\frac{3}{5}} b^{\frac{3}{5}} = b^0 = 1$.

1225. а) $10^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{0.1} = 10$; б) $2^{1.3} \cdot 2^{-0.7} \cdot 4^{0.7} = 4$;

в) $49^{-\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{12}} \cdot 7^{-\frac{3}{4}} = 7^{-\frac{16}{12} + \frac{1}{12} - \frac{9}{12}} = \frac{1}{49}$; г) $25^{0.3} \cdot 5^{1.4} \cdot 625^{0.25} = 125$.

1226. а) $4^{0.7} : 2^{-0.6} = 2^{1.4+0.6} = 4$; б) $3 \cdot 9^{0.4} : \sqrt[5]{3^{-1}} = 3^{1+0.8+\frac{1}{5}} = 9$;

в) $4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} : 4^{-\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{1}{3}} = 4^{\frac{3}{2}} = 8$; г) $8^{-\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{3}} : \sqrt[3]{2} = 2^{-1 + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}} = 1$.

1227. а) $(27 \cdot 64)^{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 4 = 12$; б) $\left(\frac{1}{16} \cdot 81^{-1}\right)^{-\frac{1}{4}} = 2 \cdot 3 = 6$;

в) $\left(\frac{1}{36} \cdot 0,04\right)^{-\frac{1}{2}} = 6 \cdot 5 = 30$; г) $\left(5^{-3} \cdot \frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}} = 5 \cdot 4 = 20$.

1228. а) $(m^{-3})^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{m}$; б) $\left(8x^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = 4x^{-1} = \frac{4}{x}$;

в) $\left(x^{-\frac{3}{4}}\right)^{-\frac{2}{3}} = \sqrt{x}$; г) $\left(81x^{-4}\right)^{-\frac{3}{4}} = \frac{x^3}{27}$.

1129. а) $\frac{x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}} = x^{\frac{2}{5}}$; б) $\frac{y^{\frac{6}{7}} \cdot \left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^2}{\left(y^{\frac{4}{7}}\right)^{-2}} = y^{\frac{6}{7}} y^{-1} y^{\frac{8}{7}} = y$;

в) $\frac{\left(c^{-\frac{2}{3}}\right)^{-4}}{c^{\frac{1}{6}} \cdot c^{\frac{1}{2}}} = c^{\frac{8}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}} = c^{\frac{5}{6}}$; г) $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{2}{5}}}\right)^{20} = a^5 b^4$.

1230. а) $\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right) x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} = xy^{\frac{1}{2}} - yx^{\frac{1}{2}}$; б) $a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) = ab^{\frac{2}{3}} + ba^{\frac{2}{3}}$;

в) $b^{\frac{1}{3}} c^{\frac{1}{4}} \left(b^{\frac{2}{3}} + c^{\frac{3}{4}}\right) = bc^{\frac{1}{4}} + cb^{\frac{1}{3}}$; г) $x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{3}{2}}\right) = xy^{\frac{1}{2}} - y^2 x^{\frac{1}{2}}$.

1231. а) $\left(m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}\right)^2 = m + n + 2\sqrt{mn}$; б) $\left(1 + c^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 1 + c^{\frac{2}{3}} + 2c^{\frac{1}{3}}$;

в) $\left(1 - b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 1 + b - 2b^{\frac{1}{2}}$; г) $\left(a^{\frac{1}{2}} + 2b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a + 4b + 4\sqrt{ab}$.

1232. а) $\left(x^{\frac{1}{3}} + 3\right)\left(x^{\frac{1}{3}} - 3\right) = x^{\frac{2}{3}} - 9$;

б) $\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b\right) = a^{1.5} + b^{1.5}$;

в) $\left(d^{\frac{1}{2}} - 1\right)\left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) = d - 1$;

г) $\left(p^{\frac{1}{3}} - q^{\frac{1}{3}}\right)\left(p^{\frac{2}{3}} + (pq)^{\frac{1}{3}} + q^{\frac{2}{3}}\right) = p - q$.

1233. а) $\frac{\frac{4 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}} - 3}}{1 - 3^{\frac{1}{2}}} = \frac{4}{1 - 3^{\frac{1}{2}}}$;

б) $\frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a - b} = \frac{1}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}$;

в) $\frac{x + x^{\frac{1}{2}}}{2x} = \frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{2x^{\frac{1}{2}}}$;

г) $\frac{p^{\frac{1}{2}} - 5}{p - 25} = \frac{1}{p^{\frac{1}{2}} + 5}$.

1234. а) $\frac{\frac{c + c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}} + d}{c^{\frac{3}{2}} - d^{\frac{3}{2}}}}{c^{\frac{1}{2}} - d^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{c^{\frac{1}{2}} - d^{\frac{1}{2}}}$;

б) $\frac{m + n}{m^{\frac{2}{3}} - (mn)^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{2}{3}}} = m^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{1}{3}}$.

1235. а) $\left(1 + c^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 2c^{\frac{1}{2}} = 1 + c + 2c^{\frac{1}{2}} - 2c^{\frac{1}{2}} = 1 + c$;

б) $\left(m^{\frac{1}{4}} - m^{\frac{1}{3}}\right)^2 + 2m^{\frac{7}{12}} = m^{\frac{1}{2}} + m^{\frac{2}{3}} + 2m^{\frac{7}{12}} - 2m^{\frac{7}{12}} = m^{\frac{1}{2}} + m^{\frac{2}{3}}$;

в) $\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = x + y$;

г) $\sqrt{b} + \sqrt{c} - \left(\sqrt[4]{b^4} + \sqrt[4]{c^4}\right)^2 = \sqrt{b} + \sqrt{c} - \sqrt{b} - \sqrt{c} - 2\sqrt[4]{bc} = -2\sqrt[4]{bc}$.

1236. а) $\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)^2 - \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)^2 = a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} - a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} = 4\sqrt[3]{ab}$;

б) $\left(a^{\frac{3}{2}} + 5a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 10a^2 = a^3 + 25a$.

1237. а) $\left(x^{\frac{1}{4}} + 1\right)\left(x^{\frac{1}{4}} - 1\right)\left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \left(x^{\frac{1}{2}} - 1\right)\left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) = x - 1$;

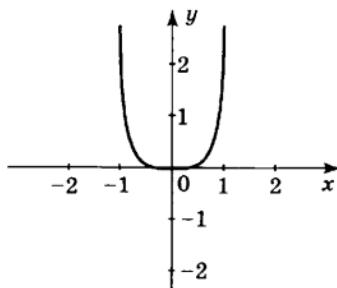
б) $\left(k^{\frac{1}{4}} + l^{\frac{1}{4}}\right)\left(k^{\frac{1}{8}} + l^{\frac{1}{8}}\right)\left(k^{\frac{1}{8}} - l^{\frac{1}{8}}\right) = \left(k^{\frac{1}{4}} + l^{\frac{1}{4}}\right)\left(k^{\frac{1}{4}} - l^{\frac{1}{4}}\right) = k^{\frac{1}{2}} - l^{\frac{1}{2}}$.

1238. а) $\frac{a-b}{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}} - \frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a-b} = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} - \frac{\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)}{\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)} =$
 $= a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}} - \frac{a+b+(ab)^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} = \frac{a+b+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}-a-b-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}};$

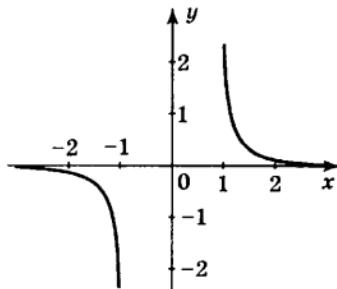
б) $\frac{\sqrt{x}}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} + \frac{\sqrt{y}}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{y})+\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x-y} = \frac{x+y}{x-y}.$

§ 44. СТЕПЕННЫЕ ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

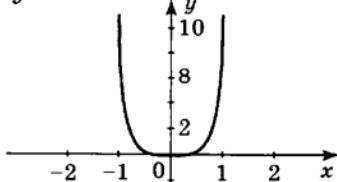
1246. а) $y = x^{10}$



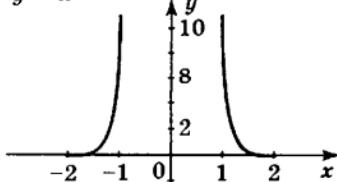
б) $y = x^{\frac{1}{3}}$



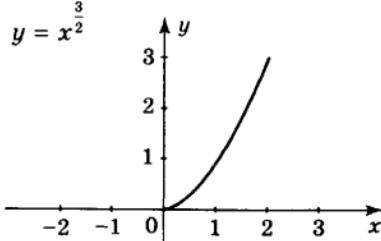
в) $y = x^5$



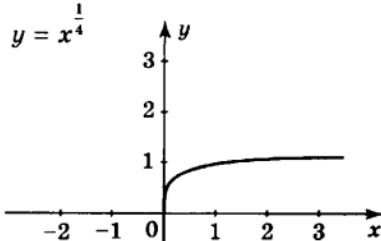
г) $y = x^{-4}$



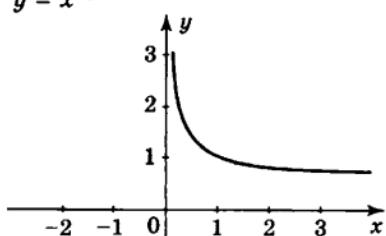
1247. а) $y = x^{\frac{3}{2}}$



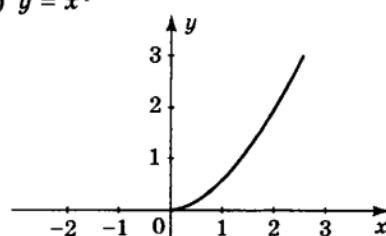
б) $y = x^{\frac{1}{4}}$



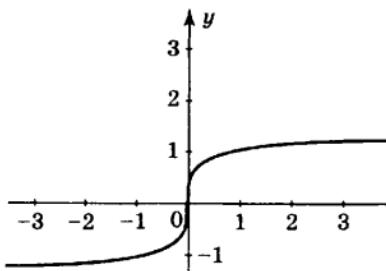
в) $y = x^{-\frac{1}{2}}$



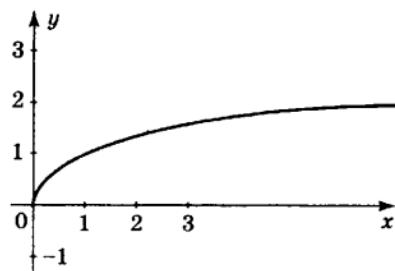
г) $y = x^{\frac{5}{4}}$



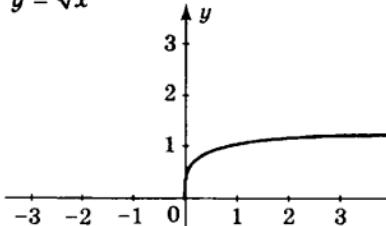
1248. а) $y = \sqrt[3]{x}$



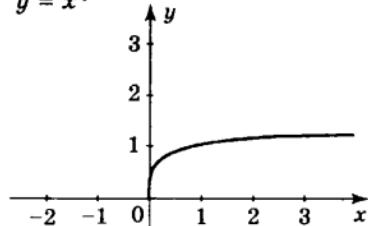
$y = x^{\frac{1}{3}}$



б) $y = \sqrt[4]{x}$



$y = x^{\frac{1}{4}}$



1249. $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$;

а) $f(4) = 32$;

б) $f\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{1}{243}$;

в) $f(0) = 0$;

г) $f(0,01) = 0,00001$.

1250. $f(x) = x^{-\frac{2}{3}}$;

а) $f(1) = 1$;

б) $f(8) = \frac{1}{4}$;

в) $f\left(\frac{1}{8}\right) = 4$;

г) $f(0)$ — не имеет смысла.

1251. а) $y = x^{10}$; $y(-x) = (-x)^{10} = x^{10} = y(x) \Rightarrow$ четная;

б) $y = x^{-\frac{1}{3}}$; функция определена только для положительных чисел, поэтому не является ни четной, ни нечетной;

в) $y = x^{-15}$; $y(-x) = (-x)^{-15} = -x^{-15} = -y(x) \Rightarrow$ нечетная;

г) $y = x^{\frac{4}{3}}$ — функция определена только для неотрицательных чисел, поэтому не является ни четной, ни нечетной.

1252. а) $y = x^8$; $y \in [0; +\infty)$; б) $y = x^{\frac{1}{4}}$; $y \in (0; +\infty)$;

в) $y = x^{-5}$; $y \in \mathbb{R}$, $y \neq 0$; г) $y = x^{\frac{2}{5}}$; $y \in [0; +\infty)$.

1253. а) $y = x^{12}$; убывает: $(-\infty; 0]$; возрастает: $[0; +\infty)$;

б) $y = x^{-\frac{1}{6}}$; убывает: $(0; +\infty)$;

в) $y = x^{-11}$; убывает на $(-\infty; 0)$ и на $(0; +\infty)$;

г) $y = x^{\frac{1}{7}}$; возрастает на $[0; +\infty)$.

1254. $y = x^{\frac{1}{4}}$.

а) $x \in [0; 1]$; $\max y : \begin{cases} x = 1; \\ y = 1; \end{cases}$ $\min y : \begin{cases} x = 0; \\ y = 0. \end{cases}$

б) $x \in [1; +\infty)$, $\min y : \begin{cases} x = 0; \\ y = 0; \end{cases}$ $\max y$ не существует.

в) $x \in (2; 3)$; $\min y$ и $\max y$ не существуют.

г) $x \in (5; 16]$; $\max y : \begin{cases} x = 16; \\ y = 2; \end{cases}$ $\min y$ не существует.

1255. $y = x^{\frac{5}{2}}$.

а) $x \in [0; +\infty)$; $\min y : \begin{cases} x = 0; \\ y = 0; \end{cases}$ $\max y$ не существует;

б) $x \in [1; 3)$; $\min y : \begin{cases} x = 1; \\ y = 1; \end{cases}$ $\max y$ не существует;

в) $x \in [1; 2]$; $\min y : \begin{cases} x = 1; \\ y = 1; \end{cases}$ $\max y : \begin{cases} x = 2; \\ y = 4\sqrt{2}; \end{cases}$

г) $x \in (6; 8]$; $\max y : \begin{cases} x = 8; \\ y = 128\sqrt{2}; \end{cases}$ $\min y$ не существует.

1256. $y = x^{-\frac{2}{3}}$.

а) $x \in [1; 8]$, $\min y = \frac{1}{4}$, $\max y = 1$;

б) $x \in (3; 5)$, $\min y$ и $\max y$ не существуют;

в) $x \in [1; +\infty)$, $\max y = 1$, $\min y$ не существует;

г) $x \in (0; 1]$, $\max y$ не существует, $\min y = 1$.

1265. $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$;

a) $f(16x) = (16x)^{\frac{1}{4}} = 2x^{\frac{1}{4}}$;

б) $f\left(\frac{1}{81}x\right) = \left(\frac{x}{81}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{x^{\frac{1}{4}}}{3}$;

в) $f(x^{-8}) = (x^{-8})^{\frac{1}{4}} = x^{-2}$.

1266. $f(x) = x^{-\frac{2}{3}}$;

а) $f(8x^3) = (8x^3)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}x^{-2}$;

б) $f(x^{-6}) = x^4$;

в) $f\left(\frac{x}{27}\right) = \frac{9}{x^{\frac{2}{3}}}$;

г) $f(x^{12}) = x^{-8}$.

1267. а) $y = x^8$, $y' = 8x^7$;

б) $y = x^{-4}$, $y' = -4x^{-5}$;

в) $y = x^{40}$, $y' = 40x^{39}$;

г) $y = \frac{1}{x^6}$, $y' = -6x^{-7}$.

1268. а) $y = x^{\frac{3}{5}}$, $y' = \frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}}$;

б) $y = \sqrt[4]{x^5}$, $y' = \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$;

в) $y = x^{\frac{7}{2}}$, $y' = \frac{7}{2}x^{\frac{5}{2}}$;

г) $y = \sqrt[5]{x}$, $y' = \frac{1}{5}$; $\frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}$.

1269. а) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $y' = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$;

б) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$, $y' = -\frac{3}{5}x^{-\frac{8}{5}}$;

в) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$, $y' = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$;

г) $y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$, $y' = -\frac{5}{3}x^{-\frac{8}{3}}$.

1270. а) $y = x\sqrt{x}$, $y' = \frac{3}{2}\sqrt{x}$;

б) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x}}$, $y' = \frac{3}{2}\sqrt{x}$ и;

в) $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{x}$, $y' = -\frac{2}{3\sqrt[3]{x^5}}$;

г) $y = x^3 \cdot \sqrt[3]{x}$, $y' = \frac{7}{3}\sqrt[3]{x^4}$.

1271. а) $y = 2x^4 + x\sqrt{x}$; $y' = 8x^3 + \frac{3}{2}\sqrt{x}$;

б) $y = \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + 3x^6 - 1$; $y' = -\frac{2}{3\sqrt[3]{x^4}} + 18x^5$;

в) $y = x^5 - \frac{1}{\sqrt{x}}$; $y' = 5x^4 + \frac{1}{2\sqrt{x^{23}}}$;

г) $y = x^3 - 7x\sqrt[5]{x}$; $y' = 3x^2 - \frac{42}{5}\cdot\sqrt[5]{x}$.

1272. а) $y = \left(\frac{2}{x} - 1\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$; $y' = -\frac{2}{x^2}\left(x - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{2}{x} - 1\right)\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) =$

$$= \frac{2}{x} + \frac{2}{x^3} + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^3} - 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{4}{x^3} - 1 - \frac{1}{x^2};$$

6) $y = (3x^3 - 7x + 5)(\sqrt{x} + 3);$

$$\begin{aligned}y' &= (9x^2 - 7)(\sqrt{x} + 3) + \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x^3 - 7x + 5) = \\&= 9x^2\sqrt{x} + 27x^2 - 7\sqrt{x} + 21 + \frac{3x^3}{2\sqrt{x}} - \frac{7x}{2\sqrt{x}} + \frac{5}{2\sqrt{x}} = \\&= 10\frac{1}{2}x^2\sqrt{x} + 27x^2 - 10\frac{1}{2}\sqrt{x} + \frac{5}{2\sqrt{x}} + 21;\end{aligned}$$

в) $y = (7\sqrt[3]{x} + 5)(x^5 - 7x^3 + 1);$

$$y' = \frac{7}{3}\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}(x^5 - 7x^3 + 1) + (5x^4 - 21x^2)(7\sqrt[3]{x} + 5);$$

г) $y = \left(2x^9 + x^{-\frac{1}{3}}\right)(5 - 2x);$

$$y' = -2\left(2x^9 + x^{-\frac{1}{3}}\right) + \left(18x^8 - \frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}\right)(5 - 2x).$$

1273. а) $y = \frac{x^3 - 5}{\sqrt[3]{x} + 1};$

$$y' = \frac{3x^2(\sqrt[3]{x} + 1) - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}(x^3 - 5)}{(\sqrt[3]{x} + 1)^2} = \frac{3x^2\sqrt[3]{x} + 3x^2 - \frac{\sqrt[3]{x^7}}{3} + \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}}{(\sqrt[3]{x} + 1)^2};$$

б) $y = \frac{3\sqrt{x} - 7}{x^4 + 1}; \quad y' = \frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}x^4 + \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} - 4x^3\sqrt[3]{x} + 28x^3}{(x^4 + 1)^2}.$

1274. а) $g(x) = x^3 - 3\sqrt{x}; \quad x_0 = 1; \quad g'(x) = 3x^2 - \frac{3}{2\sqrt{x}}; \quad g'(1) = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2};$

б) $g(x) = \sqrt[3]{3x - 1}; \quad x_0 = \frac{2}{3}; \quad g'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(3x - 1)^2}}; \quad g'\left(\frac{2}{3}\right) = 1;$

в) $g(x) = x^{-1} + x^{-2}; \quad x_0 = 1; \quad g'(x) = -x^{-2} - 2x^{-3}; \quad g'(1) = -3;$

г) $g(x) = \frac{1}{3}(5 - 2x)^{-3}; \quad x_0 = 2; \quad g'(x) = 2(5 - 2x)^{-4}; \quad g'(2) = 2.$

1275. а) $f(x) = 4 - x^{-\frac{3}{4}}; \quad x_0 = 1; \quad f'(x) = \frac{3}{4}x^{-\frac{7}{4}}; \quad f(1) = \frac{3}{4};$

б) $f(x) = 12x^{-\frac{1}{2}} - x; \quad x_0 = 9; \quad f'(x) = -6x^{-\frac{3}{2}} - 1;$

$$f(9) = -\frac{6}{27} - 1 = -1\frac{2}{9};$$

в) $f(x) = 2x^{\frac{2}{3}} - 1; \quad x_0 = 8; \quad f'(x) = \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}; \quad f(8) = \frac{2}{3};$

г) $f(x) = x^{-3} + 6\sqrt{x}$; $x_0 = 1$; $f'(x) = -3x^{-4} + \frac{3}{\sqrt{x}}$; $f(1) = -3 + 3 = 0$.

1276. а) $g(x) = \frac{2}{3}\sqrt{4-3x}$; $x_0 = \frac{1}{3}$;

$$g'(x) = -\frac{1}{\sqrt{4-3x}}; g'\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}}; \alpha = \frac{5\pi}{6};$$

б) $g(x) = -3(\sqrt{2}+x)^{\frac{1}{3}}$; $x_0 = 1-\sqrt{2}$;

$$g'(x) = (\sqrt{2}+x)^{-\frac{4}{3}}; g'\left(1-\sqrt{2}\right) = 1; \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

1277. а) $y = x^4 - 3x^2$; $a = 2$; $y = 16 - 24 + (4 \cdot 2^3 - 9 \cdot 2^2)(x - 2) = -4x$;

б) $y = \sqrt[3]{3x-1}$; $a = 3$; $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{(3x-1)^2}}$; $y = 2 + \frac{1}{4}(x-3) = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$;

в) $y = 3x^3 - 5x^2 - 4$; $a = 2$; $y' = 9x^2 - 10x$;
 $y = 24 - 20 - 4 + 16(x-2) = 16x - 32$;

г) $y = (2x+5)^{-\frac{1}{2}}$; $a = 2$; $y' = -(2x+5)^{-\frac{3}{2}}$;

$$y = \frac{1}{3} - \frac{1}{27}(x-2) = -\frac{1}{27}x + \frac{11}{27}.$$

1278. $y = \sqrt[4]{3x+1}$, $y' = \frac{3}{4}(3x+1)^{-\frac{3}{4}}$.

а) $y = 5x+2$, $x = 5$. Уравнение касательной в точке $x = 5$;

$$y = 2 + \frac{3}{32}(x-5) \neq 5x+2 \Rightarrow \text{не является.}$$

б) $y = \frac{3}{4}x+1$, $x = 0$. Уравнение касательной в точке $x = 0$;

$$y = 1 + \frac{3}{4}x \Rightarrow \text{является.}$$

1279. а) $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2x$, $y' = \sqrt{x} - 2$. Убывает на $[0; 4]$; возрастает на

$[4; +\infty)$. Точка минимума $\left(4; -\frac{8}{3}\right)$.

б) $y = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - x$; $y' = x^{-\frac{1}{3}} - 1$; возрастает на $x \in [0; 1]$; $x \geq 1$ — убывает; $x = 1$ — max; $y_{\max} = \frac{1}{2}$.

1280. а) $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2x$, $x \in [1; 9]$, $y' = \sqrt{x} - 2$; $y_{\min} = -\frac{8}{3}$, $y_{\max} = 0$.

б) $y = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - x$; $(0; 8)$; $y' = x^{-\frac{1}{3}} - 1$;

$$y_{\max} = \frac{1}{2}; \min y \text{ не существует.}$$

в) $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2x$; $(1; 9)$; $y' = \sqrt{x} - 2$; $x = 4$;

$$y(4) = \frac{16}{3} - 8 = -\frac{8}{3} \text{ — мин;} \quad y_{\max} \text{ не существует.}$$

г) $y = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - x$; $[0; 8]$; $y' = x^{-\frac{1}{3}} - 1$;

$$y(0) = 0; \quad y(8) = -2; \quad y(1) = \frac{1}{2}; \quad y_{\max} = \frac{1}{2}; \quad y_{\min} = -2.$$

1281. а) $\int_0^1 (x^7 + x^3) dx = \left(\frac{x^8}{8} + \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8};$

б) $\int_0^4 (\sqrt{x}(x+1)) dx = \left(\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_0^4 = \frac{64}{5} + \frac{16}{3} = \frac{272}{15}.$

1282. а) $\int_{-1}^0 \sqrt[3]{1-2x} dx = -\frac{3}{8}(1-2x)^{\frac{4}{3}} \Big|_{-1}^0 = -\frac{3}{8} + \frac{3}{8} \cdot 3^{\frac{4}{3}} = -\frac{3}{8} + \frac{9}{8}\sqrt[3]{3};$

б) $\int_4^5 \frac{1}{(x-3)^3} dx = -\frac{1}{2}(x-3)^{-2} \Big|_4^5 = -\frac{1}{2} \cdot 2^{-2} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8};$

в) $\int_{\frac{2}{3}}^{11} 5\sqrt[5]{3x-1} dx = \frac{25}{18}(3x-1)^{\frac{6}{5}} \Big|_{\frac{2}{3}}^{11} = \frac{25}{18} \cdot 64 - \frac{25}{18} = \frac{17}{2};$

г) $\int_2^3 (5x-7)^{-\frac{2}{3}} dx = \frac{3}{5}(5x-7)^{\frac{1}{3}} \Big|_2^3 = \frac{6}{5} - \frac{3\sqrt[3]{3}}{5}.$

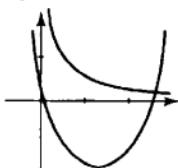
1283. а) $y = 0$, $x = 4$, $y = \sqrt{x}$; $S = \int_0^4 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 = \frac{16}{3};$

б) $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$, $y = \frac{1}{x^2}$; $S = \int_1^3 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_1^3 = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3};$

в) $y = 1$; $x = 0$, $y = \sqrt[3]{x}$; $S = 1 \cdot 1 - \int_0^1 \sqrt[3]{x} dx = 1 - \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} \Big|_0^1 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4};$

г) $y = 2$, $x = 0$, $y = \sqrt{x}$; $S = -\int_0^4 \sqrt{x} dx + 2 \cdot 4 = 8 - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}.$

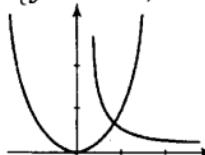
1284. а) $\begin{cases} y = x^{-\frac{8}{5}}; \\ y = x^2 - 4x + 1; \end{cases}$ 1 решение;



Первое уравнение системы определяет функцию, которая при положительных x монотонно убывает и принимает значения от плюс бесконечности (при малых x) и до нуля (при больших x). Функция, определяемая вторым уравнением системы — квадратный трехчлен,

принимающим при $x = 2$ наименьшее и при этом отрицательное значение. Эта функция после минимума является монотонно возрастающей и при больших x стремится к плюс бесконечности. В силу указанных свойств входящих в систему функций графики этих функций пересекаются при некотором положительном x и, тогда, система имеет единственное решение.

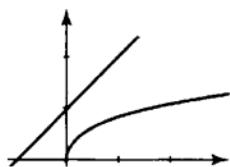
б) $\begin{cases} y = x^{\frac{1}{9}}; \\ y = 2x + 3; \end{cases}$ 1 решение;



Построив функцию, отметим, что она в нуле принимает отрицательное значение, и является убывающей, следовательно, остается отрицательной для любых значений аргумента. Но в таком случае, ее график не пересекает ось абсцисс. Значит система не имеет

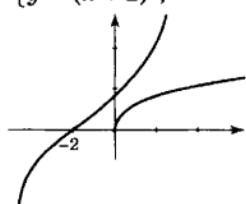
решений. Обе функции, определенные уравнениями системы являются монотонно возрастающими и, при этом, вторая функция, растет быстрее первой. А, поскольку, в нуле она принимает меньшее значение, а при больших значениях x она принимает значения меньшие, чем вторая функция, то при положительных x найдется точка, в которой эти функции равны и, следовательно, система имеет решение, при этом только одно.

в) $\begin{cases} y = x^{-\frac{5}{3}}; \\ y = 2x^2; \end{cases}$ нет решений;



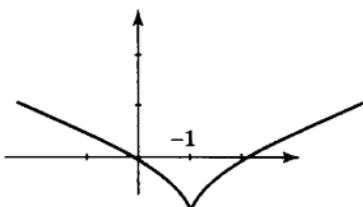
Первое уравнение системы определяет функцию, которая при положительных x монотонно убывает и принимает значения от плюс бесконечности (при малых x) и до нуля (при больших x). Функция, определяемая вторым уравнением системы — квадратный трехчлен, принимающим при $x = 0$ наименьшее и при этом нулевое значение. Эта функция для положительных x является монотонно возрастающей и при больших x стремится к плюс бесконечности. В силу указанных свойств, входящих в систему функций графики этих функций пересекаются при некотором положительном x и, тогда, система имеет единственное решение.

г) $\begin{cases} y = x^{\frac{2}{7}}; \\ y = (x + 2)^3; \end{cases}$ нет решений.

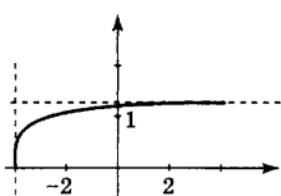


Построив функцию, отметим, что она в нуле принимает положительное значение, и является возрастающей, следовательно, остается положительной для любых значений аргумента. Но в таком случае, ее график не пересекает ось абсцисс. Значит, система не имеет решений.

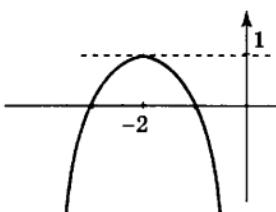
1285. Построение ниже указанных графиков легко произвести Построив, сначала, графики простейших степенных функций, а затем использовав элементарные движения графиков (сдвиг, растяжение, переносы, сложение, вычитание, умножение, деление).



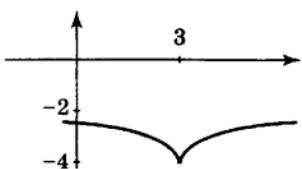
a) $y = 2(x - 1)^{\frac{2}{3}} - 2$; После построения графика $y = x^{\frac{2}{3}}$ произвести сдвиг вправо на единицу, растянуть в два раза вдоль оси ординат, и сдвинув вниз на две единицы.



б) $y = -\frac{1}{\sqrt[4]{x+4}} + 2$; После построения графика $y = (x+4)^{\frac{1}{4}}$ произвести деление единицы на значения полученной функции и изменить знак на противоположный, и сдвинув вверх на две единицы.

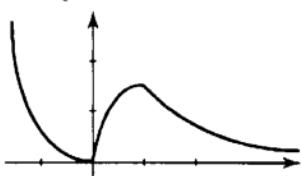


в) $y = -(x + 2)^{\frac{3}{2}} + 1$; После построения графика $y = x^{\frac{3}{2}}$ произвести сдвиг влево на две единицы, променять знак, и сдвинуть вверх на одну единицу.

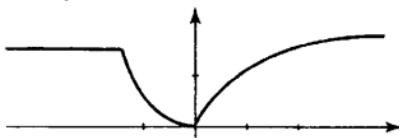


г) $y = 1,5(x - 3)^{\frac{2}{7}} - 4$. После построения графика $y = x^{\frac{2}{7}}$ произвести сдвиг вправо на три единицы, растянуть в полтора раза вдоль оси ординат, и вычесть из этого x .

1286. $y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0; \\ x^{\frac{2}{3}}, & 0 < x \leq 1; \\ \frac{1}{x}, & x > 1. \end{cases}$



1287. $y = \begin{cases} x^2, & x < -1; \\ 2x^2, & -1 \leq x \leq 0; \\ \frac{3}{x^2}, & x > 0. \end{cases}$



1289. $f(x) = \sqrt[4]{x}; \quad g(x) = x^{-2};$

- a) $f(16x^8) = \sqrt[4]{16x^8} = 2x^2;$
 $(g(x))^{-1} = x^2; 2(g(x))^{-1} = 2x^2;$
 б) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}; \quad g(x) = x^{-3};$
 $f(27x^9) = \sqrt[3]{(27x^9)^2} = (3x^3)^2 = 9x^6;$
 $(g(x))^{-2} = x^6; (g(x))^{-2} = 9x^6.$

1290. а) $f(x) = \frac{5x^3 - 3x^2 + 15x - 7}{8\sqrt{x}};$

$$f' = \frac{(15x^2 - 9x + 15)x\sqrt{x} - (2x^3 - 3x^2 + 15x - 7)\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}}{x^5};$$

- б) $f(x) = (\sqrt[3]{x^{-1}} - 2x)(2\sin 2x + \cos x);$
 $f'(x) = (-3x^{-4} - 2)(2\sin 2x + \cos x) + (\sqrt[3]{x^{-2}} - 2x)(4\cos 2x - \sin x);$

1291. а) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} + 1}; \quad f'(x) = \frac{2x(\sqrt{x} + 1) - (x^2 - 1)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x} + 1)^2};$

б) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x} - 1}; \quad f'(x) = \frac{3x^2(\sqrt{x} - 1) - (x^3 - 1)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x} - 1)^2};$

в) $f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt[3]{x}}; \quad f'(x) = \frac{1 \cdot \sqrt[3]{x} - (x + 1)\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{\sqrt[3]{x^2}};$

г) $f(x) = \frac{x + 1}{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1}; \quad f'(x) = \frac{1\left(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1\right) - (x + 1)\left(\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}\right)}{\left(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1\right)^2}.$

1292. а) $y(x) = 2\sqrt{x} - x; \quad y'(x) = \frac{2}{2\sqrt{x}} - 1 = 0; \quad \frac{1}{\sqrt{x}} - 1 = 0;$
 $\sqrt{x} = 1; \quad x = 1;$

б) $y(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{12}{5}x^{\frac{5}{4}} + 2x; \quad y'(x) = x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{4}} + 2;$

$$t = \sqrt[4]{x}; \quad t > 0; \quad x = t^4; \quad t^2 - 3t + 2 = 0; \quad t_1 = 1; \quad t_2 = 2; \quad x_1 = 1; \quad x_2 = 16;$$

в) $y(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - 2x; \quad y'(x) = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} - 2 = 0; \quad \sqrt[3]{x} = 2; \quad x = 8;$

г) $y(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} - 2x; \quad y'(x) = x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{6}} - 2 = 0;$

$$t = \sqrt[4]{x}; \quad x = t^2; \quad t > 0; \quad t^2 - t - 2 = 0; \quad t_1 = -1; \quad t_2 = 2; \quad x = 2^6 = 64.$$

1293. а) $f(x) = x^2 - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}; \quad f'(x) = 2x - \sqrt{x} = \sqrt{x}(2\sqrt{x} - 1) > 0;$

$$2\sqrt{x} > 1; \quad \sqrt{x} > \frac{1}{2}; \quad x > \frac{1}{4};$$

б) $f(x) = -\frac{8}{x} - \frac{x^2}{2}; \quad f'(x) = \frac{8}{x^2} - x > 0; \quad \frac{8 - x^3}{x^2} > 0; \quad x \in (-\infty; 0) \cup (0; 2);$

в) $f(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{2}x^{\frac{4}{3}}; \quad f'(x) = x^{\frac{2}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} > 0; \Rightarrow \sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x} + 2) > 0;$

$$x \in (-\infty; -8) \cup (0; +\infty);$$



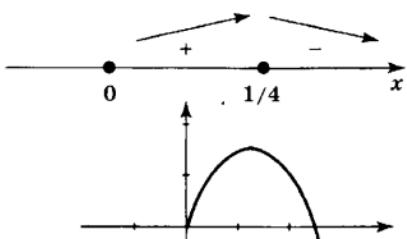
г) $f(x) = \frac{4}{10}x^{\frac{5}{4}} - \frac{8}{3}x^{\frac{3}{4}}; \quad f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt[4]{x} - 2(\sqrt[4]{x})^{-1} > 0;$

$$\frac{1}{2}\sqrt[4]{x} - \frac{2}{\sqrt[4]{x}} = \frac{\sqrt{x}}{2} - 2 > 0; \quad \sqrt[4]{x} > 4; \quad x > 16.$$

1294. Находим производные заданных функций, и устанавливая знак производной, делаем вывод о возрастании функции, ее убывании и экстремумах.

а) $y = \sqrt{x} - x; \quad y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 = \frac{1 - 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}; \quad x \geq 0$

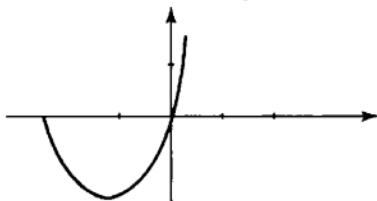
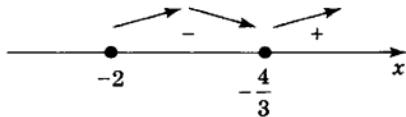
$$x = \frac{1}{4} \text{ max } y = \sqrt{\frac{1}{4}} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4};$$



6) $y = x\sqrt{x+2}; x \geq -2;$

$$y' = \sqrt{x+2} + \frac{x}{2\sqrt{x+2}} = \frac{2(x+2)+x}{2\sqrt{x+2}} = \frac{3x+4}{2\sqrt{x+2}};$$

$$x = -\frac{4}{3} \text{ — минимум; } y_{\min} = -\frac{4}{3}\sqrt{2 - \frac{4}{3}} = -\frac{4}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

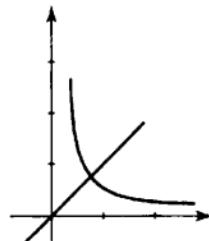


1295. а) $\underbrace{2x^5 + x^3 + 5x - 80}_{y_1} = \underbrace{\sqrt[3]{14 - 3x}}_{y_2};$

$y'_1 = 10x^4 + 3x^2 + 5$; ($D = 9 - 200 < 0$);
нет корней;

$y'_1 > 0$; y_1 — возрастает;
функция y_2 — убывает;

$$x = 2: 2 = 2 \cdot 32 + 8 + 10 - 80 = \sqrt[3]{8} = 2;$$



б) $\underbrace{\sqrt[3]{10 + 3x}}_{y_1} = \underbrace{74 - x^5 - 3x^3 - 8x}_{y_2};$

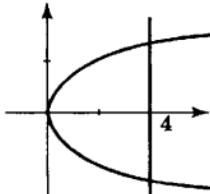
y_1 — возрастает; $y'_2 = -5x^4 - 9x^2 - 8$;
 $D = 81 - 160 < 0$; y_2 — убывает.

$$\text{Если } x = 2: \sqrt[3]{16} = 2 = 74 - 32 - 24 - 16 = 2.$$

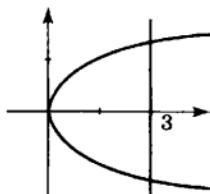
1296. а) $y = \sqrt{x}; y = -2\sqrt{x}; x = 4;$

$$S = \int_0^4 (\sqrt{x} - (-2\sqrt{x})) dx = \int_0^4 3\sqrt{x} dx = 3 \int_0^4 x^{\frac{1}{2}} dx :$$

$$= 3 \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 8 = 16;$$



$$\begin{aligned} \text{б) } S &= \int_0^9 (2\sqrt{x} + \sqrt{x}) dx = 3 \int_0^9 \sqrt{x} dx = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^9 = \\ &= 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3^{\frac{3}{2}} = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 27 = 54. \end{aligned}$$



ГЛАВА 7. ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

§ 45. ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

1300. а) $2^3 = 8$; б) $2^{-2} = \frac{1}{4}$; в) $2^5 = 32$; г) $2^{-4} = \frac{1}{16}$.

1301. а) $2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$; б) $2^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$; г) $2^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.

1302. а) $3^{\frac{1}{3}} < 3^{\frac{2}{3}}$; б) $3^{\frac{1}{2}} > 3^{-\frac{1}{2}}$; в) $3^{\frac{4}{5}} > 3^{\frac{3}{5}}$; г) $3^1 > 3^{-\frac{3}{2}}$.

1303. а) $5^{\frac{2}{3}}$ и $5^{\frac{4}{5}}$; $5^{\frac{10}{15}} < 5^{\frac{12}{15}}$; б) $5^{\frac{7}{3}}$ и $5^{-\frac{6}{5}}$; $5^{-\frac{35}{15}} > 5^{-\frac{18}{15}}$;

в) $5^{\frac{3}{5}}$ и $5^{\frac{4}{7}}$; $5^{\frac{21}{35}} > 5^{\frac{20}{35}}$; г) $5^{-\frac{3}{8}}$ и $5^{-\frac{11}{9}}$; $5^{-\frac{3}{8}} > 5^{-\frac{11}{9}}$.

1304. а) $2^3 \cdot 2^2 = 8 \cdot 4 = 32$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 3$;

в) $3^2 \cdot 3^3 = 243$; г) $5^{-4} \cdot 5^2 = \frac{1}{25}$.

1305. а) $2^{5.3} \cdot 2^{-0.3} = 2^5 = 32$; б) $7^{-\frac{1}{2}} \cdot 7^{3.5} = 7^3 = 343$;

в) $3^{6.8} \cdot 3^{-5.8} = 3^1 = 3$; г) $\left(\frac{3}{4}\right)^{3.7} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-0.7} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$.

1306. а) $4^{3,5} : 4^3 = 4^{\frac{1}{2}} = 2$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-6,3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2,3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 16$;

в) $8^{\frac{2}{3}} : 8^2 = 8^{-\frac{1}{3}} = 2$;

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2,4} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-0,6} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$.

1307. а) $\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^6 = 2^2 = 4$;

б) $\left(\frac{1}{7}\right)^2 : \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}$;

в) $\left(3^{\frac{3}{2}}\right)^2 = 3^3 = 27$;

г) $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{3}}$.

1308. а) $(2^{-3})^2 \cdot 2^5 = 2^{-1} = \frac{1}{2}$;

б) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{4,1}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^{20,6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{20,5-20,6} = \sqrt[10]{\frac{3}{2}}$;

в) $(3^{2,7})^3 : 3^{5,1} = 3^3 = 27$;

г) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{3}{2}$.

1309. а) $\sqrt[3]{8} \cdot 2^{0,5} : 2^{1,25} = 2^{\frac{3+1-5}{4+2-4}} = 2^0 = 1$;

б) $\sqrt[4]{10\,000} \cdot \sqrt{100} : 10^3 = 10^{\frac{4+2}{4+2}-3} = 10^{-1} = 0,1$;

в) $\sqrt[3]{81} \cdot 3^{2,6} : 3^{1,6} = 3^{\frac{4+2,6-1,6}{3}} = 9\sqrt[3]{3}$;

г) $\sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[3]{128} : 2^3 = 2^{\frac{1+7-3}{12}} = \sqrt[3]{2}$.

1310. а) $3^x = 9$, $x = 2$;

б) $3^x = \frac{1}{3}$, $x = -1$;

в) $3^x = 27$, $x = 3$;

г) $3^x = \frac{1}{81}$, $x = -4$.

1311. а) $5^x = \sqrt{5}$, $x = \frac{1}{2}$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 81$, $x = -4$;

в) $8^x = \sqrt[5]{8}$, $x = \frac{1}{5}$;

г) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{16}{25}$, $x = 2$.

1312. а) $2^{3x} = 128$, $x = \frac{7}{3}$;

б) $6^{3x} = 216$, $x = 1$;

в) $3^{2x} = \frac{1}{27}$, $x = -\frac{3}{2}$;

г) $\left(\frac{1}{7}\right)^{5x} = \frac{1}{343}$, $x = \frac{3}{5}$.

1313. а) $y = 3^x$ — показательная;

г) $y = (\sqrt{3})^x$ — показательная.

1314. а) $y = 7^x$, $y(3) = 343$; $y(-1) = \frac{1}{7}$; $y\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{7}$.

б) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; $y(1) = \frac{1}{2}$; $y\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}$.

в) $y = (\sqrt{3})^x$, $y(0) = 1$; $y(4) = 9$; $y(5) = 3^{\frac{5}{2}}$.

г) $y = \left(\frac{4}{9}\right)^x$, $y\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{8}$; $y(-1) = \frac{9}{4}$; $y(2,5) = \frac{32}{243}$.

1315. а) $2^x = 16$, $x = 4$; б) $2^x = 8\sqrt{2}$, $x = \frac{7}{2}$;

в) $2^x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $x = -\frac{1}{2}$; г) $2^x = \frac{1}{32\sqrt{2}}$, $x = -\frac{11}{2}$.

1316. а) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{25}$, $x = 2$; б) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 125$, $x = -3$;

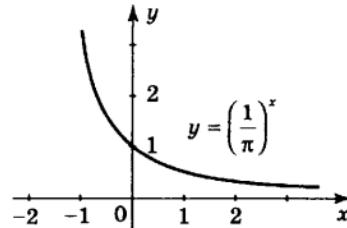
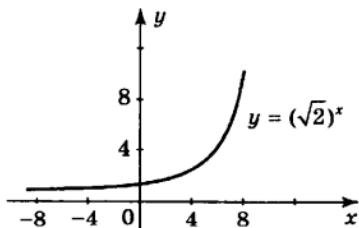
в) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{25\sqrt{5}}$, $x = \frac{5}{2}$; г) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625\sqrt{5}$, $x = -4 - \frac{1}{2} = -4,5$.

1317. б) $y = 18^x$ — ограничена снизу; г) $y = \left(\frac{4}{11}\right)^x$ — ограничена снизу.

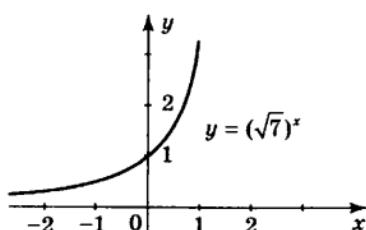
1318. б) $y = (0,6)^x$ — не ограничена сверху;

в) $y = (7,2)^x$ — не ограничена сверху.

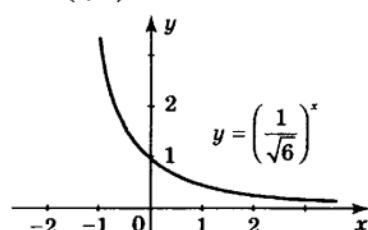
1319. а) $y = (\sqrt{2})^x$ б) $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$



в) $y = (\sqrt{7})^x$



г) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^x$



1321. а) $(1,3)^{34} < (1,3)^{40}$;

б) $\left(\frac{7}{9}\right)^{16,2} < \left(\frac{7}{9}\right)^{-3}$;

в) $(12,1)^{\sqrt{3}} < (12,1)^{\sqrt{5}}$;

г) $(0,65)^{-\sqrt{2}} > 0,65^{\frac{1}{2}}$.

1322. а) $17^{-\frac{3}{4}} < 1$;

б) $(9,1)^{\sqrt{7}} > 1$;

в) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2,5} < 1$;

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^8 < 1$.

1323. а) $y = (\sqrt{3})^x = 3^{\frac{x}{2}}$ — возрастает на \mathbb{R} , т. к. $\sqrt{3} > 1$.

б) $y = (0,3)^x$ — убывает на \mathbb{R} , т. к. $0,3 < 1$.

в) $y = 21^x$ — возрастает на \mathbb{R} , т. к. $21 > 1$.

г) $y = \left(\frac{4}{\sqrt{19}}\right)^x$ — убывает на \mathbb{R} , т. к. $\frac{4}{\sqrt{19}} < 1$.

1324. а) $y = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ — убывает на \mathbb{R} , т. к. $\frac{1}{2} < 1$.

б) $y = \left(\frac{2}{9}\right)^{-x} = \left(\frac{9}{2}\right)^x$ — возрастает на \mathbb{R} , т. к. $\frac{9}{2} > 1$.

в) $y = 17^{-x} = \left(\frac{1}{17}\right)^x$ — убывает на \mathbb{R} , т. к. $\frac{1}{17} < 1$.

г) $y = \left(\frac{1}{13}\right)^{-x} = 13^x$ — возрастает на \mathbb{R} , т. к. $13 > 1$.

1325. а) $4^x \leq 64$ $4^x \leq 4^3$, $x \leq 3$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{8}$, $\frac{1}{2^x} > \frac{1}{2^3}$, $x < 3$;

в) $5^x \geq 25$, $x \geq 2$;

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^x < \frac{8}{27}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^3$, $x > 3$.

1326. а) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 81$; $3^{-x} \geq 3^4$; $x \leq -4$;

б) $15^x < \frac{1}{125}$; $15^x < 15^{-2}$; $x < -2$;

в) $\left(\frac{2}{7}\right)^x \leq \frac{243}{8}$; $\left(\frac{2}{7}\right)^x \leq \left(\frac{2}{7}\right)^{-3}$; $x \geq -3$;

г) $2^x > \frac{1}{256}$; $2^x > 2^{-8}$; $x > -8$.

1327. а) $y = 2^x$; $[1; 4]$; $y_{\max} = 2^4 = 16$; $y_{\min} = 2^1 = 2$;

б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $[-4; -2]$; $y_{\max} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 81$; $y_{\min} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$;

в) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $[0; 4]$; $y_{\max} = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$; $y_{\min} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$;

г) $y = 2x$; $[-4; 2]$; $y_{\max} = 2^2 = 4$; $y_{\min} = 2^{-4} = \frac{1}{16}$.

1328. а) $y = (\sqrt{2})^x$; $(-\infty; 4]$; $y_{\max} = (\sqrt{2})^4 = 4$; y_{\min} не существует.

б) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$; $(-\infty; 2]$; y_{\max} не существует; $y_{\min} = \frac{1}{3}$;

в) $y = (\sqrt[3]{5})^x$; $[0; +\infty)$; y_{\max} не существует; $y_{\min} = (\sqrt[3]{5})^0 = 1$;

г) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^x$; $[-2; +\infty)$; $y_{\max} = \left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{-2} = 7$; y_{\min} не существует.

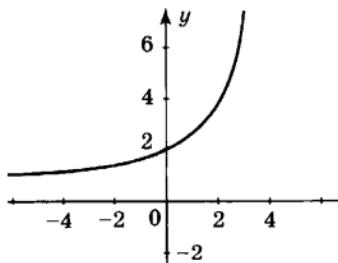
1329. $y = 2^x$; $2^x = 32$; $x = 5$; $2^x = \frac{1}{2}$; $x = -1$; $x \in [-1; 5]$.

1330. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 81$; $x = -4$; $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{27}$; $x = 3$; $x \in [-4; 3]$.

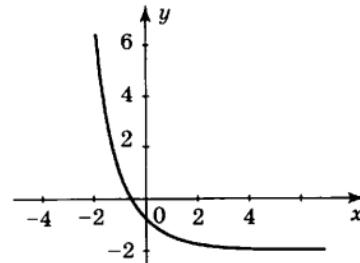
1331. а) $y = 4^{x^2-1}$, $x \in \mathbb{R}$; б) $y = 7^{\frac{1}{x}}$, $x \neq 0$;

в) $y = \left(\frac{3}{8}\right)^{-x^2+2}$ а, $x \in \mathbb{R}$; г) $y = (9,1)^{\frac{1}{x-1}}$; $x \neq 1$.

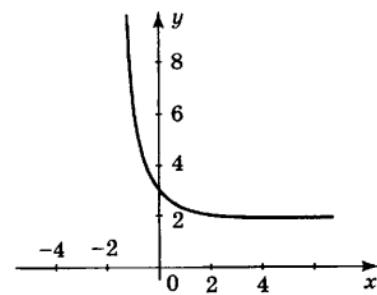
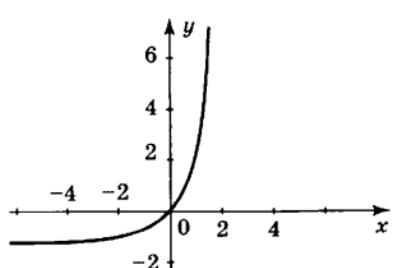
1332. а) $y = 2^x + 1$; б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$



в) $y = 4^x - 1$



г) $y = (0,1)^x + 2$



§ 46. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1357. а) $3^x = 9$; $x = 2$;

б) $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 1$; $x = 0$;

в) $2^x = 16$; $x = 4$;

г) $0,5^x = 0,125$; $x = 3$.

1258. а) $4^x = \frac{1}{16}$; $x = -2$;

б) $7^x = \frac{1}{343}$; $x = -3$;

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^x = 36$; $x = -2$;

г) $0,2^x = 0,00032$; $x = 5$.

1359. а) $10^x = \sqrt[4]{1000}$; $x = \frac{3}{4}$;

б) $5^x = \sqrt[3]{25}$; $x = -\frac{2}{3}$;

в) $0,3^x = \sqrt[4]{0,0081} = 0,3$; $x = 1$;

г) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25\sqrt{5}$; $x = -2,5$.

1360. а) $0,3^x = \frac{1000}{27}$; $x = -3$;

б) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}$; $x = -2$;

в) $0,7^x = \frac{1000}{343}$; $x = -3$;

г) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}$; $x = -4$.

1361. а) $2^{x+1} = 4$; $x + 1 = 2$; $x = 1$;

б) $5^{3x-1} = 0,2$; $3x - 1 = -1$; $x = 0$;

в) $0,4^{4-5x} = 0,16\sqrt{0,4}$; $4 - 5x = 2 + \frac{1}{2}$; $x = 0,3$;

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} = 8\sqrt{2}$; $2 - x = -3 - \frac{1}{2}$; $x = 5,5$.

1362. а) $3^{-1-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3}$; $x + 1 = 2x + 3$; $x = -2$;

б) $6^{2x-8} = 216^x$; $2x - 8 = 3x$, $x = -8$;

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{4x-7} = 6^{x-3}$; $7 - 4x = x - 3$; $x = 2$;

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^{8x+1} = (1,5)^{2x-3}$; $8x + 1 = 3 - 2x$; $x = \frac{1}{5}$.

1363. а) $3^{x^2-4,5} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{27}$; $3^{x^2-4} = 3^{-3}$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$;

б) $0,5^{x^2-5,5} \cdot \sqrt{0,5} = 32$; $0,5^{x^2-5} = 0,5^{-5}$; $x^2 - 5 = -5$; $x = 0$;

в) $\sqrt{2^{-1}} \cdot 2^{x^2-7,5} = \frac{1}{128}$; $2^{x^2-8} = 2^{-7}$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$;

г) $0,1^{x^2-0,5} \cdot \sqrt{0,1} = 0,001$; $(0,1)^{x^2} = (0,1)^3$; $x = \pm \sqrt{3}$.

1364. а) $2^x \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{9}$; $3^x = \frac{1}{9}$; $x = -2$;

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^x 3^x = \sqrt{\frac{27}{125}}$; $\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$; $x = \frac{3}{2}$;

в) $5^x \cdot 2^x = 0,1^{-3}$; $10^x = 10^3$; $x = 3$;

г) $0,3^x \cdot 3^x = \sqrt[3]{0,81}$; $0,9^x = 0,9^{\frac{2}{3}}$; $x = \frac{2}{3}$.

1365. а) $3^x - 3^{x+3} = -78$; $3^x(1 - 27) = -78$; $3^x = 3$, $x = 1$;

б) $5^{2x-1} - 5^{2x-3} = 4,8$; $5^{2x-3}(5^2 - 1) = 4,8$; $2x - 3 = -1$, $x = 1$;

в) $2 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} - 7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+8} = 49$; $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7}(2 - 1) = 49$;

$3x + 7 = -2$, $x = -3$;

г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{5x-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{5x} = \frac{4}{9}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{5x-1} \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}$; $5x - 1 = 1$; $x = 0,4$.

1366. а) $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$; $\begin{cases} 2^x = 4; \\ 2^x = 2; \end{cases} \begin{cases} x = 2; \\ x = 1; \end{cases}$

б) $3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$; $\begin{cases} 3^x = 9; \\ 3^x = -3; \end{cases} \begin{cases} x = 2; \\ \text{не существует}; \end{cases}$

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0$; $\begin{cases} \left(\frac{1}{6}\right)^x = 6 \\ \left(\frac{1}{6}\right)^x = -1 \end{cases}; \begin{cases} x = -1 \\ \text{не существует}; \end{cases}$
 $x = -1$; не существует.

г) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} + 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0$; $\begin{cases} \left(\frac{1}{6}\right)^x = -6; \\ \left(\frac{1}{6}\right)^x = 1; \end{cases}; \begin{cases} \text{не сущ\epsilon} \\ x = 0. \end{cases}$; не существует.

1367. а) $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$; $2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$;

$2^x = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$, $x_1 = -1$, $2^x = 2$, $x_2 = 1$.

б) $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$; $3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$;

$3^x = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3}$; $x_1 = -1$, $3^x = 3$; $x_2 = 1$.

в) $4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)_x + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0$; $4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0$;

$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{-15-17}{8}$; не существует, $x = 1$; $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{4}$.

г) $(0,25)^x + 1,5 \cdot (0,5)^x - 1 = 0 ; (0,5)^{2x} + 1,5 \cdot (0,5)^x - 1 = 0 ;$

$$(0,5)^x = \frac{-1,5 - 2,5}{2} ; \text{ не существует; } (0,5)^x = \frac{1}{2}, x_2 = 1 .$$

1368. а) $4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x - 17 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x + 4 = 0 ; 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} - 17 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^x + 4 = 0 ;$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{17 - 15}{8} = \frac{1}{4} ; x = 1 ; \left(\frac{1}{4}\right)^x = 4 ; x = -1 .$$

б) $(0,01)^x + 9,9 \cdot (0,1)^x - 1 = 0 ; (0,1)^{2x} + 9,9 \cdot (0,1)^x - 1 = 0 ;$

$$(0,1)^x = \frac{-9,9 - 10,1}{2} ; \text{ не существует;}$$

$$(0,1)^x = \frac{-9,9 + 10,1}{2} = \frac{1}{10} ; x = 1 .$$

в) $3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x + 7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 6 = 0 ; 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 6 = 0 ;$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-7 - 11}{6} ; \text{ не существует; } \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-7 + 11}{6} = \frac{2}{3} ; x = 1 .$$

г) $5 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^x + 23 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 10 = 0 ; \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{-23 - 27}{10} ; \text{ не существует;}$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{2}{5} ; x = 1 .$$

1369. а) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0 ; 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0 ; 2^x = \frac{5 - 27}{4} ;$

$$\text{не существует; } 2^x = \frac{5 + 27}{4} = 8 ; x = 3 .$$

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 32 = 0 ; \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 32 = 0 ; \left(\frac{1}{2}\right)^x = -4 ;$

$$\text{не существует; } \left(\frac{1}{2}\right)^x = 8 ; x = -3 .$$

в) $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0 ; 5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0 ;$

$$5^x = \frac{13 - 12}{5} = \frac{1}{5} ; x = -1 ; 5^x = 5 ; x = 1 .$$

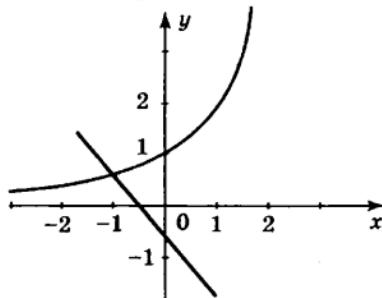
г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - 162 = 0 ; \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} + 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x - 162 = 0 ;$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{-9 - 27}{2} ; \text{ не существует; } \left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{-9 + 27}{2} = 9 ; x = -2 .$$

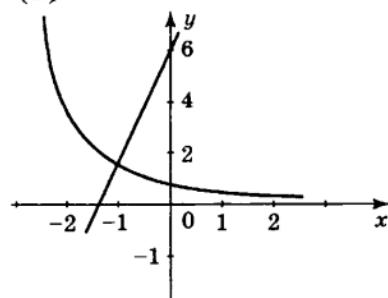
1370. а) $2^x = 3^x ; \left(\frac{2}{3}\right)^x = 1 ; x = 0 ; \quad$ б) $25^x = 7^{2x} ; \left(\frac{5}{7}\right)^{2x} = 1 ; x = 0 ;$

в) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} = 8^x ; 72^x = 1 ; x = 0 ; \quad$ г) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^x ; \left(\frac{5}{4}\right)^x = 1 ; x = 0 .$

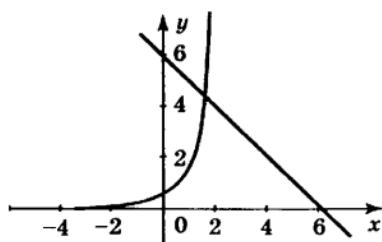
1371. а) $3^x = -x - \frac{2}{3}$; $x = -1$;



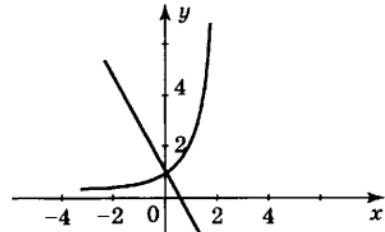
б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 4x + 6$; $x = -1$;



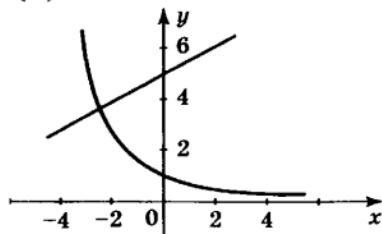
в) $5^x = -x + 6$; $x = 1$;



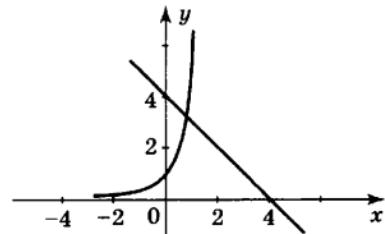
г) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 3x + 1$; $x = 0$;



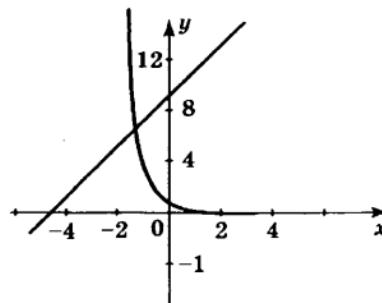
1372. а) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 0,5x + 5$; $x = -2$;



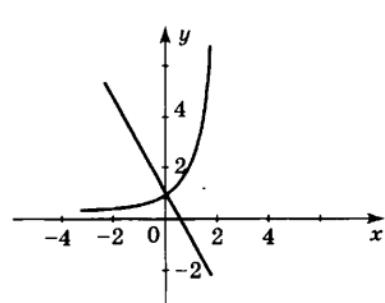
б) $3^x = -x + 4$; $x = 1$;



в) $\left(\frac{1}{7}\right)^x = 2x + 9$; $x = -1$;



г) $3^{\frac{x}{2}} = -0,5x + 4$; $x = 2$;



1373. а) $3 \cdot 2^{2x} + 6 - 2 \cdot 3^{2x} = 0$; $3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^x - 2 = 0$; $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-1 - 5}{6}$;

не существует; $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3}$; $x = 1$.

б) $2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 10^x - 5 \cdot 5^{2x} = 0$; $2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} - 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 5 = 0$;

$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{3 - 7}{4}$; не существует; $\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{3 + 7}{4}$; $x = -1$.

в) $3^{2x+1} - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 7^{2x} = 0$; $3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^{2x} - 4 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^x - 7 = 0$;

$\left(\frac{3}{7}\right)^x = \frac{4 - 10}{6}$; не существует; $\left(\frac{3}{7}\right)^x = \frac{4 + 10}{6} = \frac{7}{3}$; $x = -1$.

г) $5 \cdot 3^{2x} + 7 \cdot 15^x - 6 \cdot 25^x = 0$; $5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{2x} + 7 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x - 6 = 0$;

$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{-7 - 13}{10}$; не существует; $\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{-7 + 13}{10}$; $x = 1$.

1374. а) $\begin{cases} 2^{x+y} = 16; \\ 3^y = 27^x; \end{cases} \begin{cases} x+y = 4; \\ y = 3x; \end{cases} \begin{cases} x = 1; \\ y = 3. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 0,5^{3x} \cdot 0,5^y = 0,5; \\ 2^{3x} \cdot 2^{-y} = 32; \end{cases} \begin{cases} 3x + y = 1; \\ 3x - y = 5; \end{cases} \begin{cases} x = 1; \\ y = -2. \end{cases}$

в) $\begin{cases} 5^{2x-y} = 125; \\ 4^{x-y} = 4; \end{cases} \begin{cases} 2x - y = 3; \\ x - y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 2; \\ y = 1. \end{cases}$

г) $\begin{cases} 0,6^{x+y} \cdot 0,6^x = 0,6; \\ 10^x \cdot 10^y = (0,01)^{-1}; \end{cases} \begin{cases} y + 2x = 1; \\ x + y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = -1; \\ y = 3. \end{cases}$

1375. а) $\begin{cases} \sqrt{3}^{x+2y} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}; \\ 0,1^x \cdot 10^{3y} = 10; \end{cases} \begin{cases} x + 2y = 4; \\ 3y - x = 1; \end{cases} \begin{cases} y = 1; \\ x = 2. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 27^y \cdot 3^x = 1; \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 4^y = 2; \end{cases} \begin{cases} 3y + x = 0; \\ 2y - x = 1; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{1}{5}; \\ x = -\frac{3}{5}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} \left(\sqrt{5}\right)^{2x+y} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5}; \\ \left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot 5^y = 125; \end{cases} \begin{cases} 2x + y = 0; \\ y - x = 3; \end{cases} \begin{cases} x = -1; \\ y = 2. \end{cases}$

$$\text{r}) \begin{cases} 5^y \cdot 25^x = 625; \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 9^y = \frac{1}{27}; \end{cases} \begin{cases} y + 2x = 4; \\ 2y - x = -3; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{11}{5}; \\ y = -\frac{2}{5}. \end{cases}$$

§ 47. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

1396. а) $2^x \geq 4$, $x \geq 2$; б) $2^x < \frac{1}{2}$, $x < -1$;

в) $2^x \leq 8$, $x \leq 3$; г) $2^x > \frac{1}{16}$, $x > -4$.

1397. а) $3^x \leq 81$, $x \leq 4$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{27}$, $x < 3$;

в) $5^x > 125$, $x > 3$; г) $0,2^x \leq 0,04$, $x \geq 2$.

1398. а) $3^{2x-4} \leq 27$; $2x - 4 \leq 3$; $x \leq \frac{7}{2}$;

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+6} > \frac{4}{9}$; $3x + 6 < 2$; $x < -\frac{4}{3}$;

в) $5^{4x+2} \geq 125$; $4x + 2 \geq 3$; $x \geq \frac{1}{4}$;

г) $(0,1)^{5x-9} < 0,001$; $5x - 9 > 3$; $x = \frac{12}{5}$.

1399. а) $7^{2x-9} > 7^{3x-6}$; $2x - 9 > 3x - 6$; $x < -3$;

б) $0,5^{4x+3} \leq 0,5^{6x-1}$; $4x + 3 \geq 6x - 1$; $2x \leq 4$; $x \leq 2$;

в) $9^{x-1} \leq 9^{-2x+3}$; $x - 1 \leq -2x + 8$; $x \leq 3$;

г) $\left(\frac{7}{11}\right)^{-3x-0,5} < \left(\frac{7}{11}\right)^{x+1,5}$; $-3x - 0,5 > x + 1,5$; $4x < -2$; $x < -\frac{1}{2}$.

1400. а) $4^{5x-1} > 16^{3x+2}$; $5x - 1 > 6x + 4$; $x < -5$.

б) $\left(\frac{1}{7}\right)^{1-3x} \geq \left(\frac{1}{49}\right)^{x+3}$; $1 - 3x \leq 2x + 6$; $5x \geq -5$; $x \geq -1$;

в) $11^{-7x+1} \leq 121^{-2x-10}$; $-7x + 1 \leq -4x - 20$; $3x \leq 21$; $x \leq 7$;

г) $(0,09)^{5x-1} < 0,3^{x+7}$; $10x - 2 > x + 7$; $x > 1$.

1401. а) $2^{3x+6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$; $3x + 6 \leq -2x + 2$; $5x \leq -4$; $x \leq -\frac{4}{5}$;

б) $\left(\frac{7}{12}\right)^{-2x+3} > \left(\frac{12}{7}\right)^{3+2x}$; $-3 + 2x > 3 + 2x$; нет решений;

в) $25^{-x+3} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}$; $-2x + 6 \geq 1 - 3x$; $x \geq -5$;

г) $\left(\frac{5}{3}\right)^{2x-8} < \left(\frac{9}{25}\right)^{-x+3}$; $2x - 8 < 2x - 6$; $x \in \mathbb{R}$.

1402. а) $2\sqrt{2} \cdot 2^{x-3} \geq \frac{1}{2}$; $2^{x-3+1+\frac{1}{2}} \geq 2^{-1}$; $x - 1,5 \geq -1$; $x \geq \frac{1}{2}$;

б) $\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{5} \leq 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-1}$; $\frac{1}{2} \leq 1 - 2x$; $x \leq \frac{1}{4}$;

в) $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+1} \cdot 7\sqrt{7} < \frac{1}{7}$; $7^{-4-3x+1+\frac{1}{2}} < 7^{-1}$;

$-3x - 2,5 < -1$; $3x > -1,5$; $x > -\frac{1}{2}$;

г) $0,25 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10-x} > 4\sqrt{64}$; $4^{x-11} > 32$; $2x - 22 > 5$; $x > \frac{27}{2}$.

1403. а) $7^{x^2-5x} < \left(\frac{1}{7}\right)^6$; $x^2 - 5x + 6 < 0$; $x \in (2; 3)$;

б) $(0,6)^{x^2-x} \geq \left(\frac{3}{5}\right)^6$; $x^2 - x - 6 \leq 0$; $x \in [-2; 3]$;

в) $11^{2x^2+3x} \leq 121$; $2x^2 + 3x - 2 \leq 0$; $x \in \left[-2; \frac{1}{2}\right]$;

г) $0,3^{x^2-10x} > \left(3 \frac{1}{3}\right)^{24}$; $x^2 - 10x + 24 < 0$; $x \in (4; 6)$.

1404. а) $\sqrt{2^{-1}} \sqrt{2^{x^2-7,5}} \geq 2^{-7}$; $2^{\frac{x^2-8,5}{2}} \geq 2^{-7}$; $x^2 - 8,5 \geq -14$; $x^2 \geq -\frac{11}{2}$; $x \in \mathbb{R}$;

б) $(0,9)^{x^2-4x} < \left(\frac{10}{9}\right)^3$; $x^2 - 4x + 3 > 0$; $x < 1$, $x > 3$;

в) $14^{x^2+x} \leq 196$; $x^2 + x - 2 \leq 0$; $x \in [-2; 1]$;

г) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3x^2-13x} > 9$; $\frac{13}{2}x - \frac{3}{2}x^2 > 2$; $3x^2 - 13x + 4 < 0$; $x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right)$.

1405. а) $2^x + 2^{x+2} \leq 20$; $2^x \leq 4$; $x \leq 2$;

б) $3^{2x-1} - 3^{2x-3} < \frac{8}{3}$; $3^{2x-3} \cdot 8 < \frac{8}{3}$; $2x - 3 < -1$; $x < 1$;

в) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$; $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} \left(1 + \frac{1}{5}\right) > 6$; $-4 - 3x > 1$; $x < -\frac{5}{3}$.

г) $0,3^{6x-1} - 0,3^{6x} \geq 0,7$; $0,3^{6x-1} (1 - 0,3) \geq 0,7$; $6x - 1 \leq 0$; $x \leq \frac{1}{6}$.

- 1406.** а) $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \geq 0$; $3^x \in [1; 3]$; $x \in [0; 1]$;
 б) $5^{2x} + 4 \cdot 5^x - 5 \geq 0$; $5^x \in (-\infty; -5] \cup (1; +\infty)$; $x \geq 0$
 в) $0,2^{2x} - 1,2 \cdot 0,2^x + 0,2 > 0$; $0,2^x \in (-\infty; 0,2) \cup (1; +\infty)$; $x < 0, x > 1$;
 г) $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x} + 6\left(\frac{1}{7}\right)^x - 7 < 0$; $\left(\frac{1}{7}\right)^x \in (-7; 1)$; $x > 0$.

1407. а) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0$; $2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0$;

$$2^x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty); \quad x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty);$$

б) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 < 0$; $3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 < 0$;

$$3^x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right); \quad x \in (-1; 1).$$

в) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 < 0$; $4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 < 0$;

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x \in \left(-4; \frac{1}{4}\right); \quad x \in (1; +\infty);$$

г) $0,5^{2x-1} + 3 \cdot 0,5^x - 2 \geq 0$; $2 \cdot 0,5^{2x} + 3 \cdot 0,5^x - 2 \geq 0$;

$$0,5^x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right); \quad x \in (-\infty; 1].$$

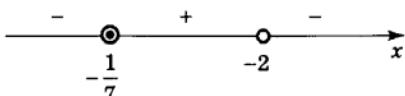
1408. а) $3^x < 5^x$; $\left(\frac{5}{3}\right)^x > 1$; $x > 0$; б) $6^x \geq 2^x$; $3^x \geq 1$; $x \geq 0$;

в) $\left(\frac{12}{13}\right)^x \leq 12^x$; $13^x \geq 1$; $x \geq 0$. г) $0,6^x > 3^x$; $\left(\frac{1}{5}\right)^x > 1$; $x < 0$.

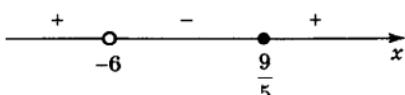
1410. а) $19^{\frac{2x-3}{x+2}} \geq 1$; $\frac{2x-3}{x+2} \geq 0$; $x \in (-\infty; -2) \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.



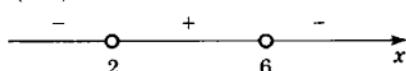
б) $0,36^{\frac{7x-1}{-x+2}} < 1$; $\frac{7x+1}{-x+2} > 0$; $x \in \left(-\frac{1}{7}; 2\right)$.



в) $37^{\frac{5x-9}{x+6}} \leq 1$; $\frac{5x-9}{x+6} \leq 0$; $x \in \left[-6; \frac{9}{5}\right]$.

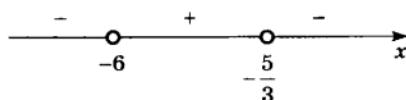


г) $\left(\frac{29}{30}\right)^{\frac{9x-18}{6-x}} > 1 ; \frac{9x-18}{6-x} < 0 ; x \in (-\infty; 2) \cup (6; +\infty).$



1411. а) $5^{\frac{x}{x+3}} \leq 5 ; \frac{x}{x+3} - 1 \leq 0 ; \frac{3}{x+3} \geq 0 ; x > -3 ;$

б) $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{2x-1}{3x+5}} > \frac{4}{9} ; \frac{2x-1}{3x+5} - 1 < 0 ; \frac{-x-6}{3x+5} < 0 ; x < -6, x > -\frac{5}{3}.$



в) $17^{\frac{x}{x-8}} \geq 17 ; \frac{x}{x-8} - 1 \geq 0 ; \frac{8}{x-8} \geq 0 ; x > 8 ;$

г) $(0, 21)^{\frac{3x+4}{x-8}} < 0, 21 ; \frac{3x+4}{x-8} - 1 > 0 ; \frac{2x+12}{x-8} > 0 ; x < -6, x > 8 .$



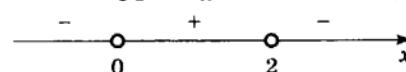
1412. а) $2^{\frac{x-4}{x}-3} < \frac{1}{27} ; \frac{x-4}{x} - 3 < -3 ; \frac{x-4}{x} < 0 ; x \in (0; 4) .$



б) $\left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{6x-1}{x}-1} \geq \frac{81}{64} ; \frac{6x-1}{x} - 1 \leq -2 ; \frac{7x-1}{x} \leq 0 ; x \in \left(0; \frac{1}{7}\right] .$

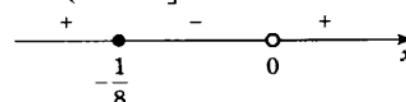


в) $8^{\frac{2-x}{x}-2} > \frac{1}{64} ; \frac{2-x}{x} - 2 > -2 ; \frac{2-x}{x} > 0 ; x \in (0; 2) .$



г) $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{5x+1}{x}+1} \leq \frac{121}{36} ; \frac{5x+1}{x} + 1 \geq -2 ; \frac{8x+1}{x} \geq 0 ;$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{8}\right] \cup (0; +\infty) .$$



1413. а) $4^x \left(\frac{3}{8}\right)^x \leq 2,25$; $\left(\frac{3}{2}\right)^x \leq \frac{9}{4}$; $x \leq 2$;

б) $9^x \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^x > 0,25$; $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}$; $x < 2$;

в) $5^x \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^x \geq \frac{4}{9}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^x \geq \frac{4}{9}$; $x \leq 2$;

г) $3^x \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^x < 0,0625$; $\left(\frac{1}{4}\right)^x < \left(\frac{1}{4}\right)^2$; $x > 2$.

1414. а) $\frac{1}{64} < 8^{-2x+3} < 512$; $-2 < -2x + 3 < 3$; $\frac{5}{2} > x > 0$; $x = 1; 2$. Ответ: 2.

б) $\frac{1}{27} \leq \left(\frac{1}{9}\right)^{7-x} \leq 243$; $3 \geq 2(7-x) \geq -5$; $-3 \geq 2(x-7) \geq 5$;

$5,5 \geq x \geq 9,5$; $x = 6, 7, 8, 9$. Ответ: 4.

§ 48. ПОНЯТИЕ ЛОГАРИФМА

1430. а) $\log_2 8 = 3$, $2^3 = 8$; б) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, $3^{-2} = \frac{1}{9}$;

в) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = 4$, $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$; г) $\log_{\frac{1}{5}} 625 = -4$, $\left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = 625$.

1431. а) $\log_2 2 = 1$, $2^1 = 2$; б) $\log_{\frac{1}{3}} 1 = 0$; $\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$;

в) $\log_{0,1} 0,1 = 1$, $0,1^1 = 0,1$; г) $\log_5 1 = 0$, $5^0 = 1$.

1432. а) $\log_4 64 = 3$, $4^3 = 64$;

б) $\log_2 4\sqrt{2} = 2,5$, $2^{\frac{5}{2}} = 4\sqrt{2}$;

в) $\log_{0,2} 125 = -3$, $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 125$;

г) $\lg 100\sqrt[5]{10} = 2,2$, $10^{2,2} = 100\sqrt[5]{10}$.

1433. а) $\log_2 2^4 = 4$; б) $\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-7} = -7$;

в) $\log_8 8^{-3} = -3$; г) $\log_{0,1} (0,1)^5 = 5$.

1434. а) $\log_3 \frac{1}{27} = -3$;

б) $\lg 0,0001 = -4$;

в) $\log_{\frac{1}{3}} 81 = -4$.

1435. а) $\log_{\sqrt{7}} 49 = 4$;

б) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 225 \sqrt[3]{15} = -2 \frac{1}{3}$;

в) $\log_3 \frac{64}{\frac{1}{2} \cdot 729} = -6$.

1436. а) $\log_{\sqrt{2}} 1 = 0$;

б) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4\sqrt{2}} = 2 \frac{1}{2}$;

в) $\log_{\sqrt{3}} 81\sqrt{3} = 9$;

г) $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{10}} = -\frac{1}{3}$.

1437. а) $3^{\log_3 8} = 8$;

б) $4^{\log_4 23} = 23$;

в) $12^{\log_{12} 1,3} = 1,3$;

г) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{\log_4 7}{4}} = 7$.

1438. а) $2^{3+\log_2 9} = 8 \cdot 9 = 72$;

б) $7^{1+\log_7 4} = 7 \cdot 4 = 28$;

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2+\log_{\frac{1}{6}} 20} = \frac{1}{36} \cdot 20 = \frac{5}{9}$;

г) $(\sqrt{7})^{4+\log_{\sqrt{7}} 0,5} = 49 \cdot \frac{1}{2} = \frac{49}{2}$.

1439. а) $13^{\log_{13} 4-2} = \frac{4}{169}$;

б) $0,5^{\log_{0,5} 4-1} = 2 \cdot 4 = 8$;

в) $2,2^{\log_{2,2} 5-2} = \left(\frac{5}{11}\right)^2 \cdot 5 = \frac{125}{121}$;

г) $10^{\lg 5-0,5} = \frac{5}{\sqrt{10}}$.

1440. а) $8^{2\log_8 3} = 9$;

б) $6^{-3\log_6 2} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$;

в) $3^{4\log_3 2} = 2^4 = 16$;

г) $5^{-2\log_5 3} = \frac{1}{9}$.

1441. а) $\lg x = 1$, $x = 10$;

б) $\lg x = -2$, $x = 10^{-2} = \frac{1}{100}$;

в) $\lg x = 3$, $x = 1000$;

г) $\lg x = -4$, $x = \frac{1}{10000}$.

1442. а) $\log_9 x = \frac{1}{2}$, $x = 3$;

б) $\log_{0,027} x = \frac{2}{3}$, $x = 0,3^2 = 0,09$;

в) $\log_8 x = \frac{1}{3}$, $x = 2$;

г) $\log_{0,25} x = \frac{3}{2}$, $x = 0,5^3 = 0,125$.

1443. а) $\log_4 x = -\frac{1}{2}$, $x = 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$;

б) $\log_{0,125} x = -\frac{2}{3}$, $x = 0,5^{-2} = 4$;

в) $\log_{32} x = -\frac{4}{5}$, $x = (2^5)^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{16}$;

г) $\log_{0,01} x = -\frac{3}{2}$, $x = 0,1^{-3} = 1000$.

1444. а) $\log_x 4 = 2$, $x = 2$;

б) $\log_x 27 = 3$, $x = 3$;

в) $\log_x 49 = 2$, $x = 7$;

г) $\log_x 125 = 3$, $x = 5$.

1445. а) $2^x = 9$, $x = \log_2 9$;

б) $12^x = 7$, $x = \log_{12} 7$;

в) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 4$, $x = \log_{\frac{1}{3}} 4$;

г) $(0,2)^x = 5$, $x = \log_0 5$.

§ 49. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

1457. а) $\log_2 4 = 2$; $\log_2 8 = 3$; $\log_2 16 = 4$;

б) $\log_2 \frac{1}{2} = -1$; $\log_2 \frac{1}{4} = -2$; $\log_2 \frac{1}{16} = -4$;

в) $\log_2 32 = 5$; $\log_2 128 = 7$; $\log_2 2 = 1$;

г) $\log_2 \frac{1}{8} = -3$; $\log_2 \frac{1}{32} = -5$; $\log_2 \frac{1}{128} = -7$.

1458. а) $\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}$; $\log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2}$;

б) $\log_2 \frac{2}{\sqrt{8}} = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$; $\log_2 \frac{4}{\sqrt{2}} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$;

в) $\log_2 \sqrt{32} = \frac{5}{2}$; $\log_2 16\sqrt{128} = 4 + \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{15}{2}$;

г) $\log_2 \frac{4}{\sqrt{32}} = 2 - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$; $\log_2 \frac{2}{\sqrt{128}} = 1 - \frac{7}{2} = -\frac{5}{2}$.

1459. а) $\log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49} = 2$;

б) $\log_3 \sqrt{27} = \frac{3}{2}$;

в) $\log_{0,1} 0,0001 = 4$;

г) $\log_{0,2} 625 = -4$.

1460. а) $\log_{\frac{1}{5}} \frac{\sqrt{5}}{125} = -\frac{1}{2} \log_5 5 + \log_5 125 = -\frac{1}{2} + 3 = 2,5$;

б) $\log_6 \frac{36}{\sqrt{6}} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$;

в) $\log_{0,2} \frac{25}{\sqrt{5}} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$;

г) $\log_{0,1} 10\sqrt{1000} = -(\log_{10} 100 + \log_{10} \sqrt{10}) = -2,5$.

1464. а) $\log_4 7 < \log_4 23$, так как основание $4 > 1$ и $7 < 23$;

б) $\log_{\frac{2}{3}} 0,8 > \log_{\frac{2}{3}} 1$, так как основание $\frac{2}{3} < 1$ и $0,8 < 1$;

в) $\log_9 \sqrt{15} < \log_9 13$;

г) $\log_{\frac{1}{12}} \frac{1}{7} > \log_{\frac{1}{12}} \frac{2}{3}$.

1465. а) $\log_3 41 > \log_3 27 = 3 > 1$; б) $\log_{2,3} 0,1 < 1$;

в) $\log_{\frac{1}{7}} 2,6 < 1$;

г) $\log_{\sqrt{7}} 0,4 < 1$.

1466. а) $y = \log_{2,6} x$ возрастает при $x \in (0; +\infty)$;

б) $y = \log_{\frac{3}{4}} x$ убывает при $x \in (0; +\infty)$;

в) $y = \log_{\sqrt{3}} x$ возрастает при $x \in (0; +\infty)$;

г) $y = \log_{0,9} x$ убывает при $x \in (0; +\infty)$.

1467. а) $\log_3 x$, $x \in \left[\frac{1}{3}; 9\right]$; $y_{\max} = y(9) = 2$; $y_{\min} = y\left(\frac{1}{3}\right) = -1$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} x$, $x \in \left[\frac{1}{8}; 16\right]$; $y_{\max} = y\left(\frac{1}{8}\right) = 3$; $y_{\min} = y(16) = -4$;

в) $y = \lg x$, $x \in [1; 1000]$; $y_{\max} = y(1000) = 3$; $y_{\min} = y(1) = 0$;

г) $\log_{\frac{2}{3}} x$, $x \in \left[\frac{8}{27}; \frac{81}{16}\right]$; $y_{\max} = y\left(\frac{8}{27}\right) = 3$; $y_{\min} = y\left(\frac{81}{16}\right) = -4$.

1468. а) $a = \log_5 x$, $\left[\frac{1}{125}; 25\right]$; $y_{\max} = y(25) = 2$; $y_{\min} = y\left(\frac{1}{125}\right) = -3$;

б) $y = \log_{\frac{4}{5}} x$, $\left[\frac{16}{25}; \frac{25}{16}\right]$; $y_{\max} = y\left(\frac{16}{25}\right) = 2$; $y_{\min} = y\left(\frac{25}{16}\right) = -2$;

в) $y = \log_6 x$, $\left[\frac{1}{216}; 36\right]$; $y_{\max} = y(36) = 2$; $y_{\min} = y\left(\frac{1}{216}\right) = -3$;

г) $y = \log_{\frac{2}{7}} x$, $\left[\frac{8}{343}; \frac{343}{8}\right]$; $y_{\max} = y\left(\frac{8}{343}\right) = 3$; $y_{\min} = y\left(\frac{343}{8}\right) = -3$.

1469. а) $y = \log_3 x$; $\log_3 x = 4$; $x = 81$; $\log_3 x = -2$; $x = \frac{1}{9}$; $\left[\frac{1}{9}; 81\right]$.

б) $y = \log_{0,5} x$; $\log_{0,5} x = -1$; $x = 2$; $\log_{0,5} x = -3$; $x = 8$; $[2; 8]$.

1470. а) $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 4)$; $\min(x^2 + 4) = 4$; $y_{\max} = \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$;

б) $\log_{0,3}(x^2 - 4x + 3)$; $y_{\max} = \log_{0,3}(\min(x^2 - 4x + 3)) = \log_{0,3}(x_{\text{неп}}^2 - 4x_{\text{неп}} + 3) = \log_{0,3}(-1)$ — не существует.

1471. а) $\log_{\frac{1}{3}} x = 2$; $x = \frac{1}{9}$; б) $\log_{\frac{1}{3}} x = -3$; $x = 27$;

в) $\log_{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{2}$; $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $\log_{\frac{1}{3}} x = -\frac{2}{3}$; $x = \sqrt[3]{9}$.

1472. а) $\log_4 x = -1$; $x = \frac{1}{4}$; б) $\log_4 x = \frac{3}{2}$; $x = 8$;

в) $\log_4 x = -\frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{2}$; г) $\log_4 x = \frac{5}{2}$; $x = 32$.

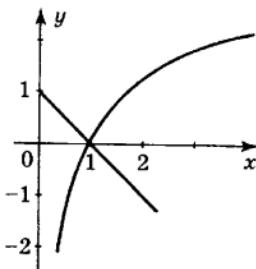
1473. а) $\log_2 x = 3$; $x = 8$; б) $\log_7 x = -1$; $x = \frac{1}{7}$;

в) $\log_{0,3} x = 2$; $x = 0,09$; г) $\log_{16} x = \frac{1}{2}$; $x = 4$.

1474. а) $\log_x 16 = 2$; $x = 4$; б) $\log_x \frac{1}{8} = -3$; $x = 2$;

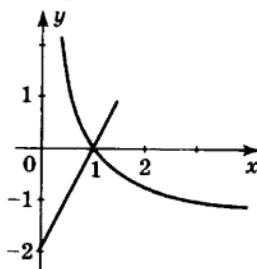
в) $\log_x \sqrt{3} = -1 ; x = \frac{1}{\sqrt{3}} ;$

1475. а) $x = 1 ;$

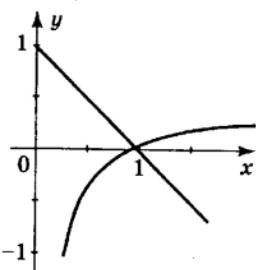


г) $\log_x 9 = \frac{1}{2} ; x = 81 .$

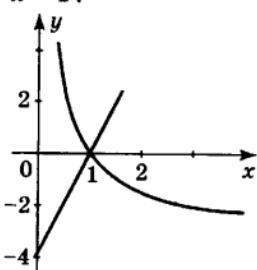
б) $x = 1$



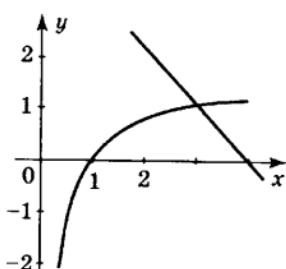
в) $x = 1 ;$



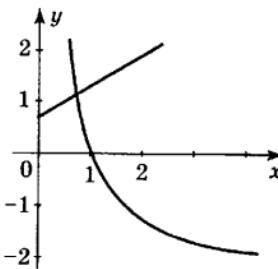
г) $x = 1 .$



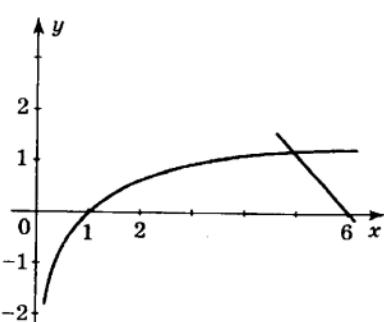
1476. а) $x = 3 ;$



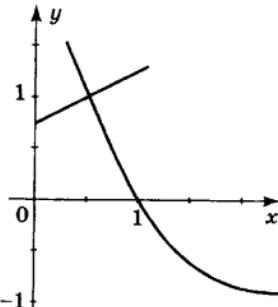
б) $x = \frac{1}{2} ;$



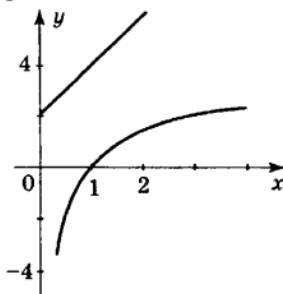
в) $x = 5 ;$



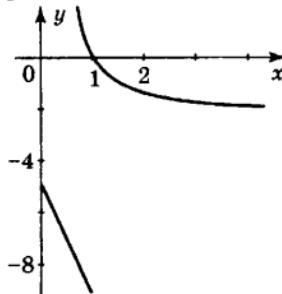
г) $x = \frac{1}{3}$



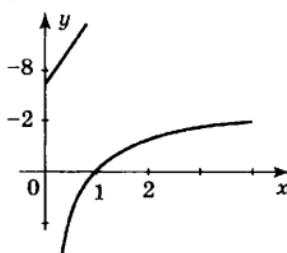
1477. а) решений нет;



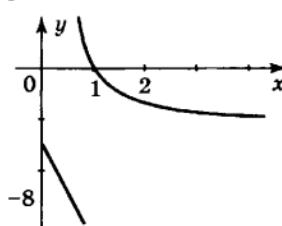
б) решений нет;



в) решений нет;



г) решений нет.



1478. а) $\log_6 x \geq 2$, $x \geq 36$;

б) $\log_{0,1} x > 3$, $x \in \left(0; \frac{1}{1000}\right)$;

в) $\log_9 x \leq \frac{1}{2}$, $x \in (0; 3]$;

г) $\log_{\frac{4}{5}} x < 3$, $x > \frac{64}{125}$.

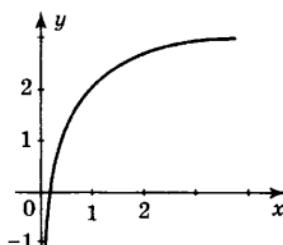
1479. а) $\log_9 x \leq -1$, $0 < x \leq \frac{1}{9}$;

б) $\log_{\frac{1}{3}} x < -4$, $x > 81$;

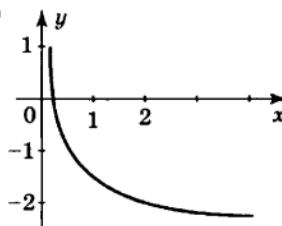
в) $\log_5 x \geq -2$, $x \geq \frac{1}{25}$;

г) $\log_{0,2} x > -3$, $0 < x < 125$.

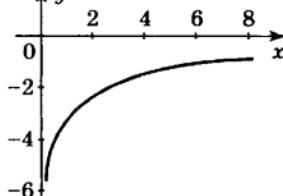
1480. а)



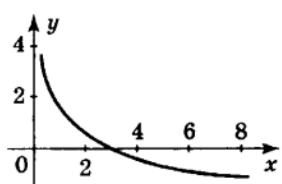
б)



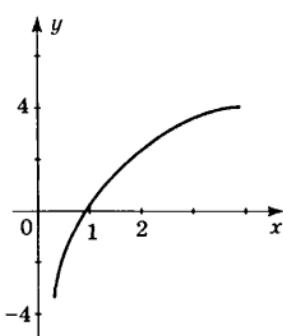
в)



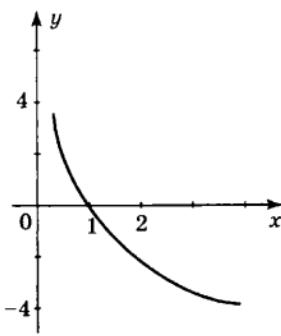
г)



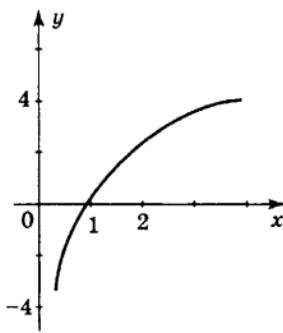
1481. а)



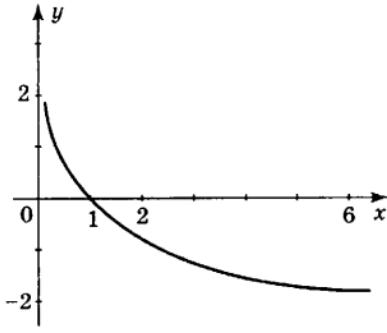
б)



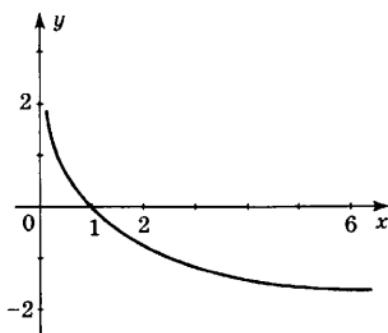
в)



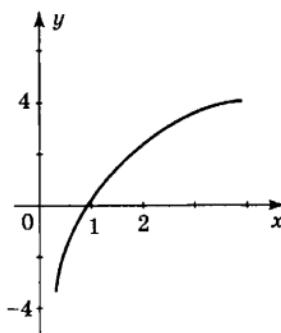
г)



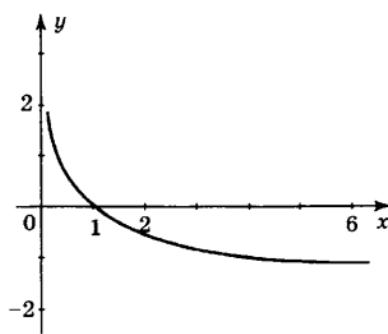
1482. а)



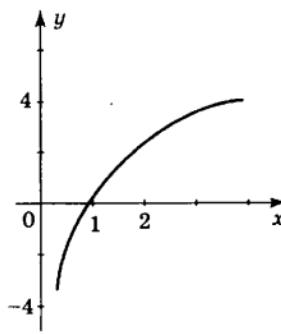
б)



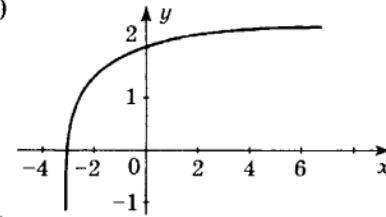
в)



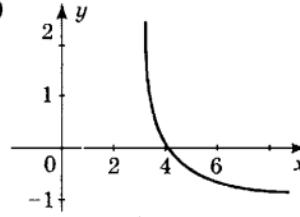
г)



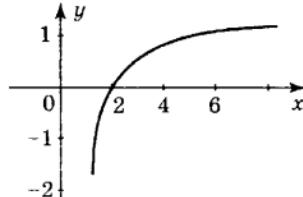
1483. а)



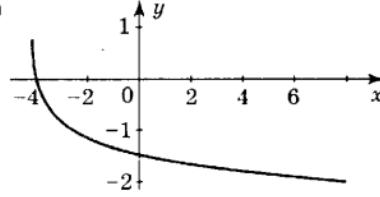
б)



в)



г)



1484. а) $y = \log_6(4x - 1)$; $4x - 1 > 0$; $x > \frac{1}{4}$;

б) $y = \log_{\frac{1}{2}}(7 - 2x)$; $7 - 2x > 0$; $x < \frac{7}{2}$;

в) $y = \log_9(8x + 9)$; $8x + 9 > 0$; $x > -\frac{9}{8}$;

г) $y = \log_{0.3}(2 - 3x)$; $2 - 3x > 0$; $x < \frac{2}{3}$.

1485. а) $\log_2 0,1$; $\log_2 2,5$; $\log_2 0,1$; $\log_2 \frac{1}{6}$; $\log_2 3,7$;

$\log_2 x$ — возрастающая функция, поэтому чем больше аргумент логарифма, тем больше и сам логарифм.

тогда: $\log_2 0,1$; $\log_2 \frac{1}{6}$; $\log_2 0,7$; $\log_2 2,5$; $\log_2 3,7$;

б) $\log_{0.3} 17$; $\log_{0.3} 2,7$; $\log_{0.3} \frac{1}{2}$; $\log_{0.3} 3$; $\log_{0.3} \frac{2}{3}$;

$\log_{0.3} x$ — функция убывающая, поэтому чем больше аргумент логарифма, тем меньше и сам логарифм.

тогда: $\log_{0.3} 17$; $\log_{0.3} 3$; $\log_{0.3} 2,7$; $\log_{0.3} \frac{2}{3}$; $\log_{0.3} \frac{1}{2}$.

§ 50. СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1495. а) $\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 6 = 1$; б) $\log_{15} 3 + \log_{15} 5 = \log_{15} 15 = 1$;

в) $\log_{26} 2 + \log_{26} 13 = \log_{26} 26 = 1$; г) $\log_{12} 4 + \log_{12} 3 = \log_{12} 12 = 1$.

1496. а) $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 36 = 2$; б) $\lg 25 + \lg 4 = \lg 100 = 2$;

в) $\log_4 8 + \log_4 2 = \log_4 16 = 2$; г) $\log_{12} 4 + \log_{12} 36 = \log_{12} 144 = 2$.

1497. а) $\log_{144} 3 + \log_{144} 4 = \log_{144} 12 = \frac{1}{2}$;

б) $\lg 40 + \lg 25 = \lg 1000 = 3$;

в) $\log_{216} 2 + \log_{216} 3 = \log_{216} 6 = \frac{1}{3}$;

г) $\lg 2 + \lg 500 = \lg 1000 = 3$.

1498. а) $\log_{\frac{1}{8}} 4 + \log_{\frac{1}{8}} 2 = \log_{\frac{1}{8}} 8 = -1$;

б) $\log_8 \frac{1}{4} + \log_8 \frac{1}{2} = \log_8 \frac{1}{8} = -1$;

в) $\log_{\frac{1}{12}} 4 + \log_{\frac{1}{12}} 36 = \log_{\frac{1}{12}} 144 = -2$;

г) $\log_{12} \frac{1}{2} + \log_{12} \frac{1}{72} = \log_{12} \frac{1}{144} = -2$.

1499. а) $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9} = \log_3 9 = 2$; б) $\log_2 15 - \log_2 30 = \log_2 \frac{1}{2} = -1$;

в) $\log_{\frac{1}{2}} 28 - \log_{\frac{1}{2}} 7 = \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$; г) $\log_{0,2} 40 - \log_{0,2} 8 = \log_{0,2} 5 = -1$.

1500. а) $\log_{\sqrt{3}} 6 - \log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3} = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} = 1$;

б) $\log_{\sqrt{2}} 7\sqrt{2} - \log_{\sqrt{2}} 14 = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} = -1$;

в) $\log_{\frac{2}{3}} 32 - \log_{\frac{2}{3}} 243 = \log_{\frac{2}{3}} \frac{32}{243} = 5$;

г) $\log_{0,1} 0,003 - \log_{0,1} 0,03 = \log_{0,1} 0,1 = 1$.

1501. а) $\log_{\sqrt{2}} 2 = 2$; б) $\log_{3\sqrt{2}} 18 = 2$.

1502. а) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4\sqrt{2}} = \frac{5}{2}$; б) $\lg \frac{1}{100\sqrt{10}} = -\frac{5}{2}$.

1503. а) $(3 \lg 2 - \lg 24) : (\lg 3 + \lg 27) = \lg \frac{1}{3} : \lg 81 =$

$$= \lg 3^{-1} : \lg 3^4 = \frac{-\lg 3}{4 \lg 3} = -\frac{1}{4};$$

б) $(\log_3 2 + 3 \log_3 0,25) : (\log_3 28 - \log_3 7) =$

$$= \log_3 \left(2 + \frac{1}{4^3} \right) : \log_3 4 = \frac{\log_3 2^{-5}}{\log_3 2^2} = -\frac{5}{2}.$$

1504. а) $\sqrt{5} (\log_3 36 - \log_3 4 + 5^{\log_3 8})^{0,5 \lg 5} = \sqrt{5} (2 + 4)^{0,5 \lg 5} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$;

б) $\frac{2}{11} (\log_{12} 3 + \log_{12} 4 + 7^{\log_7 4})^{2 \log_5 11} = \frac{2}{11} (1 + 4)^{2 \log_5 11} = \frac{2}{11} \cdot 11^2 = 22$.

1505. а) $\sqrt[3]{81^{\log_9 6} - 7^{\log_7 9}} = \sqrt[3]{36 - 9} = \sqrt[3]{27} = 3$;

б) $\sqrt[4]{36^{\log_6 5} - 5^{\log_5 9}} = \sqrt[4]{25 - 9} = 2$.

- 1506.** а) $\log_3 4$ и $\sqrt[3]{9}$; $\log_3 4 < 2 < \sqrt[3]{9} \Rightarrow \log_3 4 < \sqrt[3]{9}$;
 б) $\log_{\frac{1}{2}} 3$ и $\sin 3$; $\log_{\frac{1}{2}} 3 < \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1 < \sin 3 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 3 < \sin 3$;
 в) $\log_2 5$ и $\sqrt[3]{7}$; $\log_2 5 > \log_2 4 = 2$; $\sqrt[3]{7} < \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow \log_2 5 > \sqrt[3]{7}$;
 г) $\lg 0,2$ и $\cos 0,2$; $\lg 0,2 < \lg 1 = 0$
 $a \cos(0,2) > 0 \Rightarrow \lg 0,2 < \cos 0,2$.
- 1507.** а) $\log_3 2 = c$; $\log_3 8 = 3 \log_3 2 = 3c$;
 б) $\log_{0,5} 3 = a$; $\log_{0,5} 81 = 4 \log_{0,5} 3 = 4a$.
- 1508.** а) $\log_5 2 = a$; $\log_5 10 = \log_5 5 \cdot 2 = 1 + \log_5 2 = 1 + a$;
 б) $\log_6 4 = m$; $\log_6 24 = 1 + \log_6 4 = 1 + m$;
- 1509.** а) $\log_6 42 = b$; $\log_6 42 = 1 + \log_6 7 = b$; $\log_6 7 = b - 1$;
 б) $\log_7 35 = n$; $\log_7 35 = \log_7 5 + 1 = n$; $\log_7 5 = n - 1$.
- 1510.** $\log_{\frac{1}{3}} 7 = d$; $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{49} = -2 \log_{\frac{1}{3}} 7 = -2d$.
- 1511.** а) $\log_2 x = \log_2 72 - \log_2 9$; $\log_2 x = \log_2 8$; $x = 8$;
 б) $\log_4 x = \log_4 2\sqrt{2} + \log_4 8\sqrt{8}$; $\log_4 x = \log_4 16\sqrt{16}$; $x = 64$;
 в) $\log_7 x = \log_7 14 - \log_7 98$; $\log_7 x = \log_7 \frac{1}{7}$; $x = \frac{1}{7}$;
 г) $\lg x = \lg \frac{1}{8} + \lg \frac{1}{125}$; $\lg x = \lg \frac{1}{1000}$; $x = \frac{1}{1000}$.
- 1512.** а) $\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} 19 - \log_{\frac{1}{2}} 38 + \log_{\frac{1}{2}} 3$; $\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} \frac{57}{38} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{2}$;
 $x = \frac{3}{2}$;
 б) $\log_{0,2} x = \log_{0,2} 93 + \log_{0,2} 4 - \log_{0,2} 31$; $\log_{0,2} x = \log_{0,2} 12$; $x = 12$;
 в) $\log_{\sqrt{7}} x = 2 \log_{\sqrt{7}} 4 - \log_{\sqrt{7}} 2 + \log_{\sqrt{7}} 5$; $\log_{\sqrt{7}} x = \log_{\sqrt{7}} \left(16 \cdot \frac{5}{2}\right)$; $x = 40$;
 г) $\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} \frac{7}{9} + \log_{\frac{1}{3}} 21 - 2 \log_{\frac{1}{3}} 7$; $\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)$; $x = \frac{1}{3}$.
- 1513.** а) $\lg x = 2 \lg 7 - 3 \lg 3 + \lg 8 = \lg \left(\frac{49 \cdot 8}{27}\right)$; $x = \frac{392}{27}$;
 б) $\lg x = 2 \lg 3 + \lg 6 - \frac{1}{2} \lg 4$; $\lg x = \lg \left(\frac{9 \cdot 6}{3}\right)$; $x = 18$;
 в) $\lg x = \frac{1}{2} \lg 3 + \frac{2}{3} \lg 5 - \frac{1}{3} \lg 4$; $\lg x = \lg \frac{\sqrt{3}^3 \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{4}}$; $x = \sqrt{3} \sqrt[3]{\frac{25}{4}}$;
 г) $\lg x = -\frac{1}{2} \lg 5 + \lg \sqrt{5} + \frac{1}{4} \lg 25$; $\lg x = \lg \sqrt{5}$; $x = \sqrt{5}$.

1514. а) $\log_{0,3} x = \log_3 a - 2 \log_{0,3} b = \log_{0,3} \frac{a}{b^2}; x = \frac{a}{b^2};$

б) $\log_{2,3} x = 4 \log_{2,3} c - 3 \log_{2,3} b; \log_{2,3} x = \log_{2,3} \frac{c^4}{b^3}; x = \frac{c^4}{b^3};$

в) $\log_{\frac{1}{2}} x = 6 \log_{\frac{1}{2}} b - \log_{\frac{1}{2}} c; \log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} \frac{b^6}{c}; x = \frac{b^6}{c};$

г) $\log_{2,3} x = -2 \log_{2,3} a - 5 \log_{2,3} b; \log_{2,3} x = \log_{2,3} \frac{1}{a^2 b^5}; x = \frac{1}{a^2 b^5}.$

1515. а) $\log_2 x = 2 \log_2 a - \log_2 b + \log_2 c; \log_2 x = \log_2 \frac{a^2 c}{b}; x = \frac{a^2 c}{b};$

б) $\log_{\frac{2}{3}} x = 4 \log_{\frac{2}{3}} b + 2 \log_{\frac{2}{3}} a - \log_{\frac{2}{3}} c; \log_{\frac{2}{3}} x = \log_{\frac{2}{3}} \frac{b^4 a^2}{c}; x = \frac{b^4 a^2}{c};$

в) $\log_5 x = \log_5 c - 2 \log_5 b + \log_5 a; \log_5 x = \log_5 \frac{ac}{b^2}; x = \frac{ac}{b^2};$

г) $\log_{\frac{1}{7}} x = 3 \log_{\frac{1}{7}} a - 4 \log_{\frac{1}{7}} c + \log_{\frac{1}{7}} b; \log_{\frac{1}{7}} x = \log_{\frac{1}{7}} \frac{a^3 b}{c^4}; x = \frac{a^3 b}{c^4}.$

1516. а) $\log_2 4 \cdot \log_3 27 = 2 \cdot 3 = 6;$ б) $\log_5 125 : \log_4 16 = 3 : 2 = \frac{3}{2};$

в) $\log_{0,5} 0,25 \cdot \log_{0,3} 0,09 = 2 \cdot 2 = 4;$ г) $\lg 1000 : \lg 100 = \frac{3}{2}.$

1517. а) $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_3 9 : \log_4 \frac{1}{4} = -2 \cdot \frac{2}{-1} = 4;$

б) $\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{3} : \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{49} \cdot \log_5 \sqrt{5} = 3 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{2} = -;$

в) $\log_3 81 : \log_{0,5} 2 \cdot \log_5 125 = 4 : (-1) \cdot 3 = -12;$

г) $\log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5} \cdot \log_{0,3} \sqrt{0,3} : \lg 10\sqrt{0,1} = 3 \cdot \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 3.$

1518. а) $\log_{\frac{1}{2}} 16 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[3]{5}}{25} : 3^{\log_3 2} = (-4) \cdot \left(\frac{1}{3} - 2 \right) : 2 = \frac{10}{3};$

б) $\log_{\frac{1}{3}} 9 \cdot \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8} : 7^{2 \log_7 2} = (-2) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3 \right) : 2^2 = \frac{4}{3};$

в) $\log_3 27 : \log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_7 \sqrt[3]{49} = 3 : (-2) \cdot \frac{2}{3} = -1;$

г) $\log_6 \frac{1}{6\sqrt{216}} \log_{0,3} \frac{1}{0,09} \cdot \lg 10\sqrt{0,1} = \left(-1 - \frac{3}{2} \right) \cdot (-2) \cdot \frac{1}{2} = 2,5.$

1519. а) $2^{2+\log_2 5} = 4 \cdot 5 = 20;$ б) $5^{\log_5 16-1} = \frac{16}{5};$

в) $3^{1+\log_2 8} = 3 \cdot 8 = 24;$ г) $8^{\log_8 3-2} = \frac{3}{64}.$

1520. а) $2^{3\log_2 4} = 64$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2\log_{\frac{1}{2}} 7}{2}} = 49$;

в) $5^{2\log_5 3} = 9$;

г) $(0,3)^{3\log_{0,3} 6} = 216$.

1521. а) $8^{\log_2 3} = 2^{3\log_2 3} = 27$;

б) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{\log_{\frac{1}{3}} 13}{3}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{\log_{\frac{1}{3}} 169}{3}} = 169$;

в) $25^{\log_5 3} = 5^{2\log_5 3} = 9$;

г) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{\log_{\frac{1}{2}} 5}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4\log_{\frac{1}{2}} 5} = 5^4 = 625$.

1522. а) $\frac{\log_7 25}{\log_7 5} = \frac{2 \log_7 5}{\log_7 5} = 2$;

б) $\frac{\log_{\frac{1}{2}} 9}{\log_{\frac{1}{2}} 27} = \frac{2}{3}$;

в) $\frac{\log_4 36}{\log_4 6} = 2$;

г) $\frac{\log_{0,3} 32}{\log_{0,3} 64} = \frac{5}{6}$.

1523. а) $\log_7 4 + \log_7 8$ и $\log_7(4+8)$; $\log_7 32 > \log_7 12$;

б) $\log_{0,5} 12 - \log_{0,5} 2$ и $\log_{0,5}(12-2)$; $\log_{0,5} 6 > \log_{0,5} 10$;

в) $\log_{\frac{1}{3}} 6 + \log_{\frac{1}{3}} 4$ и $\log_{\frac{1}{3}}(16+4)$; $\log_{\frac{1}{3}} 64 < \log_{\frac{1}{3}} 20$;

г) $\log_{\sqrt{3}} 15 - \log_{\sqrt{3}} 4$ и $\log_{\sqrt{3}}(15-4)$; $\log_{\sqrt{3}} \frac{15}{4} < \log_{\sqrt{3}} 11$.

1524. $y = ab^6$; $\log_c y = \log_c(ab^6) = \log_c a + 6 \log_c b$.

1525. $x = \frac{ab^2}{c}$; $\log_n x = \log_n \frac{ab^2}{c} = \log_n a + 2 \log_n b - \log_n c$.

1526. $x = \frac{a^2 c^3}{\sqrt{b}}$; $\log_n x = \log_n \frac{a^2 c^3}{\sqrt{b}} = 2 \log_n a + 3 \log_n c - \frac{1}{2} \log_n b$.

1527. а) $\log_2 16a^2b^3 = 4 + 2 \log_2 a + 2 \log_2 b$;

б) $\log_2 \left(\frac{1}{8} a (\sqrt{b})^7 \right) = -3 + \log_2 a + \frac{7}{2} \log_2 b$;

в) $\log_2 48a\sqrt{ab^4} = 4 + \log_2 3 + \frac{3}{2} \log_2 a + 4 \log_2 b$;

г) $\log_2 \frac{b^3}{4a^5} = 3 \log_2 b - 2 - 5 \log_2 a$.

1528. а) $\log_5 \frac{125a^4}{b^4} = 3 + 4 \log_5 a - 4 \log_5 b$;

б) $\log_5 \frac{625(\sqrt{ab})^3}{c^2} = 4 + \frac{3}{2} \log_5 a + 3 \log_5 b - \frac{1}{2} \log_5 c$;

в) $\log_5 \frac{25\sqrt{5}a^6b^7}{c^3} = 2,5 + 6 \log_5 a + 7 \log_5 b - 3 \log_5 c$;

г) $\log_5 \left(\left(\frac{a^6}{\sqrt[5]{b^2}} \right)^{-3} \right) = \log_5 \frac{b^{\frac{6}{5}}}{a^{18}} = \frac{6}{5} \log_5 b - 18 \log_5 a$.

1529. а) $\log_4 x = \log_4 2 + \log_4 7$; $\log_4 x = \log_4 14$; $x = 14$;

б) $\log_{\frac{1}{3}} x - \log_{\frac{1}{3}} 7 = \log_{\frac{1}{3}} 4$; $\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} 28$; $x = 28$;

в) $\log_9 x = \log_9 5 + \log_9 6$; $\log_9 x = \log_9 30$; $x = 30$;

г) $\log_{\frac{1}{4}} x - \log_{\frac{1}{4}} 9 = \log_{\frac{1}{4}} 5$; $\log_{\frac{1}{4}} x = \log_{\frac{1}{4}} 45$; $x = 45$.

1530. а) $\log_6 12 + \log_6 x = \log_6 24$; $\log_6 x = \log_6 2$; $x = 2$;

б) $\log_{0.5} 3 + \log_{0.5} x = \log_{0.5} 12$; $\log_{0.5} x = \log_{0.5} 4$; $x = 4$;

в) $\log_5 13 + \log_5 x = \log_5 39$; $\log_5 x = \log_5 3$; $x = 3$;

г) $\log_{\frac{1}{3}} 8 + \log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} 4$; $\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{2}$.

1531. а) $\log_2 3x = \log_2 4 + \log_2 6$; $\log_2 3x = \log_2 24$; $x = 8$;

б) $\log_{\sqrt{3}} \frac{x}{2} = \log_{\sqrt{3}} 6 + \log_{\sqrt{3}} 2$; $\log_{\sqrt{3}} \frac{x}{2} = \log_{\sqrt{3}} 12$; $x = 24$;

в) $\log_4 5x = \log_4 35 - \log_4 7$; $\log_4 5x = \log_4 5$; $x = 1$;

г) $\log_{\sqrt{2}} \left(\frac{x}{3} \right) = \log_{\sqrt{2}} 15 - \log_{\sqrt{2}} 6$; $\log_{\sqrt{2}} \frac{x}{3} = \log_{\sqrt{2}} \frac{5}{2}$; $x = \frac{15}{2}$.

1535. а) $\lg(9 \cdot 10^2) = \lg 9 + 2 \approx 2,95$; б) $\lg(9 \cdot 10^{-3}) = \lg 9 - 3 \approx -2,05$;

в) $\lg(9 \cdot 10^4) = \lg 9 + 4 \approx 4,95$; г) $\lg(9 \cdot 10^{-5}) = \lg 9 - 5 \approx -4,05$.

1533. а) $\lg(\lg 50) = \lg(1 + \lg 5) \approx (1,7)$;

б) $\lg(\lg(0,005)) = \lg(\lg 5 - 3)$, так как $\lg 5 - 3 < 0$, то это не удовлетворяет ОДЗ.

в) $\lg(\lg 5000) = \lg(3 + \lg 5) \approx \lg(3,7)$;

г) $\lg(\lg(0,00005))$, так как $\lg 0,00005 < 0$, то это не удовлетворяет ОДЗ.

1534. а) $\log_{\sqrt{2}} \left(\sin \frac{\pi}{8} \right) + \log_{\sqrt{2}} \left(2 \cos \frac{\pi}{8} \right) = \log_{\sqrt{2}} \left(2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} \right) = \log_{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{4} =$
 $= \log_{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} = -1$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} \left(\cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \right) + \log_{\frac{1}{2}} \left(\cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\cos^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 \frac{\pi}{6} \right) =$
 $= \log_{\frac{1}{2}} \cos \frac{\pi}{3} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$;

в) $\log_{\frac{1}{2}} \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_{\frac{1}{2}} \cos \frac{\pi}{12} = \log_{\frac{1}{2}} \sin \frac{\pi}{6} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$;

г) $\log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \right) =$
 $= \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12} \right) = \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cos \frac{\pi}{6} = \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$.

1535. а) $\log_3 \left(2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \right) - \log_3 \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8} \right) = \log_3 \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}} = \log_3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \log_3 1 = 0;$

б) $\log_{\sqrt{3}} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{19} \right) + \log_{\sqrt{3}} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{19} \right) = \log_{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{19}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{19}} = \log_{\sqrt{3}} 1 = 0;$

в) $\log_{\frac{1}{3}} \left(2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \right) + \log_{\frac{1}{3}} \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6} \right)^{-1} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}} = \log_{\frac{1}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} =$
 $= \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3} = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 3 = -\frac{1}{2};$

г) $\log_{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{7} + \log_{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \frac{5\pi}{14} = \log_{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{7} + \log_{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} \right) =$
 $= \log_{\frac{1}{2}} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{7} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} \right) \right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{7} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{7} \right) =$
 $= \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0.$

1536. а) $36^{\frac{1}{2} \log_6 18} = 6^{\log_6 18} = 18;$

б) $64^{\frac{1}{4} \log_8 25} = 8^{\frac{1}{2} \log_8 25} = 8^{\log_8 25^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{25} = 5;$

в) $121^{\frac{1}{2} \log_{11} 35} = 11^{\log_{11} 35} = 35;$

г) $25^{\frac{1}{4} \log_5 9} = 5^{\frac{1}{2} \log_5 9} = (5^{\log_5 9})^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}} = 3.$

1537. а) $\left(\frac{1}{4} \right)^{1+0,5 \log_1 14} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \log_1 14 = \frac{1}{4} + 14 = 14 \frac{1}{4};$

б) $25^{1-0,5 \log_5 11} = 25 : 5^{\log_5 11} = \frac{25}{11} = 2 \frac{3}{11};$

в) $\left(\frac{1}{9} \right)^{1+\frac{1}{2} \log_1 18} = \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{\log_1 18} = \frac{18}{9} = 2;$

г) $49^{1-0,5 \log_7 14} = 49 : 7^{\log_7 14} = \frac{49}{14} = \frac{7}{2}.$

1540. а) $\log_x 8 - \log_x 2 = 2; \log_x 2 = t; 3t - t = 2; 2t = 2; t = 1;$
 $\log_x 2 = 1; x^1 = 2; x = 2;$

б) $\log_x 2 + \log_x 8 = 4; \log_x 16 = 4; x^4 = 16; x = 2;$

в) $\log_x 3 + 2 \log_x 3 = 3; 3 \log_x 3 = 3; \log_x 3 = 1; x = 3;$

г) $\log_x \sqrt{5} + \log_x (\sqrt{5})^5 = 3; 6 \log_x \sqrt{5} = 3; 2 \log \sqrt{5} = 1;$
 $\log_x 5 = 1; x = 5.$

1541. Разложим числа, стоящие под знаком логарифма, на множители и, используя свойства логарифмов, выразим их через известные величины.

- a) $\log_3 10 = \log_3 2 + \log_3 5 = a + b$;
 б) $\log_3 20 = \log_3 4 + \log_3 5 = 2a + b$;
 в) $\log_3 50 = \log_3 25 + \log_3 2 = 2b + a$;
 г) $\log_3 200 = \log_3 (2 \cdot 4 \cdot 25) = \log_3 8 + \log_3 25 = 3a + 2b$.

1542. Разложим числа стоящие под знаком логарифма на множители и, используя свойства логарифмов, выразим их через известные величины.

- a) $\log_5 6 = \log_5 2 + \log_5 3 = n + m$;
 б) $\log_5 18 = \log_5 9 + \log_5 2 = 3m + n$;
 в) $\log_5 24 = \log_5 (8 \cdot 3) = 3n + m$;
 г) $\log_5 72 = \log_5 (9 \cdot 8) = \log_5 3^2 + \log_5 2^3 = 3n + 2m$.

1543. Разложим числа стоящие под знаком логарифма на множители и, используя свойства логарифмов, выразим их через известные величины. $\log_{\frac{1}{2}} 7 = c$; $\log_{\frac{1}{2}} 3 = a$;

- a) $\log_{\frac{1}{2}} 21 = c + a$;
 б) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{42} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2 \cdot 21} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} - \log_{\frac{1}{2}} 21 = 1 - c - a$;
 в) $\log_{\frac{1}{2}} 147 = \log_{\frac{1}{2}} 3 \cdot 49 = a + 2c$;
 г) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{49}{\sqrt{3}} = \log_{\frac{1}{2}} 7^2 - \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3}$.

§ 51. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

- 1547.** а) $\log_2 x = 3$; $x = 8$;
 б) $\log_2 x = -2$; $x = \frac{1}{4}$;
 в) $\log_x x = \frac{1}{2}$; $x = \sqrt{2}$;
 г) $\log_2 x = -\frac{1}{2}$; $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
1548. а) $\log_5 x = 2$; $x = 25$;
 б) $\log_{\frac{1}{3}} x = -1$; $x = 3$;
 в) $\log_{0,2} x = 4$; $x = \frac{1}{625}$;
 г) $\log_7 x = \frac{1}{3}$; $x = \sqrt[3]{7}$.

- 1549.** а) $\log_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$; ОДЗ: $\begin{cases} 3x - 6 > 0; \\ 2x - 3 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2; \\ x > 1,5; \end{cases} \Rightarrow x > 2$;
 $3x - 6 = 2x - 3$; $x = 3$;
 б) $\log_6(14 - 4x) = \log_6(2x + 2)$; $\begin{cases} 0 < x < 3,5; \\ 14 - 4x = 2x + 2; \end{cases} 6x = 12$; $x = 2$;

- в) $\log_{\frac{1}{6}}(7x - 9) = \log_{\frac{1}{6}} x$; ОДЗ: $\begin{cases} x > \frac{9}{7}; \\ 7x - 9 = x; \end{cases} x = \frac{3}{2}$;

р) $\log_{0,2}(12x + 8) = \log_{0,2}(11x + 7)$;

$$\begin{cases} 11x + 7 > 0; \\ 12x + 8 = 11x + 7; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{7}{11}; \\ x = -1. \end{cases}$$

решений нет.

1550. а) $\log_3(x^2 + 6) = \log_3 5x$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 + 6 > 0; \\ 5x > 0; \end{cases} \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$;

$$x = 3; x = 2;$$

б) $\log_{\frac{1}{2}}(7x^2 - 200) = \log_{\frac{1}{2}} 50x$; ОДЗ: $x > \sqrt{\frac{200}{7}}$; $7x^2 - 50x - 200 = 0$;

$$\frac{D}{4} = 625 + 1400 = 45^2; x = \frac{25 - 45}{7} \text{ не подходит, } x = 10;$$

в) $\lg(x^2 - 6) = \lg(8 + 5x)$; ОДЗ: $\begin{cases} |x| > \sqrt{6}; \\ x > -\frac{8}{5}; \end{cases} \Rightarrow x > \sqrt{6}$;

$$x^2 - 5x - 14 = 0; x = -2 \text{ не подходит; } x = -7;$$

г) $\lg(x^2 - 8) = \lg(2 - 9x)$; ОДЗ: $\begin{cases} |x| > \sqrt{8}; \\ x < \frac{2}{9}; \end{cases} x < -\sqrt{8}$;

$$x^2 + 9x - 10 = 0; x = 1 \text{ не подходит, } x = -10.$$

1551. а) $\log_{0,1}(x^2 + 4x - 20) = 0$; ОДЗ: $x^2 + 4x - 20 > 0$; $\begin{cases} x < -2 - 2\sqrt{6}; \\ x > -2 + 2\sqrt{6}; \end{cases}$

$$x^2 + 4x - 20 = 1; x^2 + 4x - 21 = 0; x = -7; x = 3;$$

б) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 10x + 10) = 0$; ОДЗ: $x^2 - 10x + 10 = 0$; $\begin{cases} x < 5 - \sqrt{15}; \\ x > 5 + \sqrt{15}; \end{cases}$

$$x^2 - 10x + 10 = 1; x^2 - 10x + 9 = 0; x = 9; x = 1;$$

в) $\log_7(x^2 - 12x + 36) = 0$; ОДЗ: $x^2 - 12x + 36 > 0; \forall x \neq 6$;

$$x^2 - 12x + 36 = 1; x^2 - 12x + 35 = 0; x = 7; x = 5;$$

г) $\log_{12}(x^2 - 8x + 16) = 0$; ОДЗ: $x^2 - 8x + 16 > 0; \forall x \neq 4$;

$$x^2 - 8x + 16 = 1; x^2 - 8x + 15 = 0; x = 3; x = 5.$$

1552. а) $\log_3(x^2 - 11x + 27) = 2$; ОДЗ: $x^2 - 11x + 27 > 0$;

$$\begin{cases} x < \frac{11 - 2\sqrt{3}}{2}; \\ x > \frac{1 + 2\sqrt{3}}{2}; \end{cases} x^2 - 11x + 27 = 9;$$

$$x^2 - 11x + 18 = 0; x = 9; x = 2;$$

б) $\log_{\frac{1}{7}}(x^2 + x - 5) = -1$; ОДЗ: $x^2 + x - 5 > 0$; $\begin{cases} x < \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}; \\ x > \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}; \end{cases}$

$$x^2 + x - 5 = 7; \quad x^2 + x - 12 = 0; \quad x = -4; \quad x = 3;$$

в) $\log_2(x^2 - 3x - 10) = 3$; ОДЗ: $x^2 + 3x - 1 > 0$; $\begin{cases} x > 5; \\ x < -2; \end{cases}$

$$x^2 - 2x - 10 = 8; \quad x^2 - 3x - 18 = 0; \quad x = 6; \quad x = -3;$$

г) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x - 1) = -2$; ОДЗ: $x^2 + 3x - 1 > 0$; $\begin{cases} x < \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}; \\ x > \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}; \end{cases}$

$$x^2 + 3x - 1 = 9; \quad x^2 + 3x - 10 = 0; \quad x = -5; \quad x = 2.$$

1553. а) $\log_2(x^2 + 7x - 5) = \log_2(4x - 1)$; $\begin{cases} 4x - 1 > 0; \\ x^2 + 7x - 5 = 4x - 1; \end{cases}$

$$x^2 + 3x - 4 = 0; \quad x = -4 \text{ не подходит, } x = 1.$$

б) $\log_{0,3}(-x^2 + 5x + 7) = \log_{0,3}(10x - 7)$; $\begin{cases} 10x - 7 > 0; \\ -x^2 + 5x + 7 = 10x - 7; \end{cases}$

$$\begin{cases} x > 0,7; \\ x^2 + 5x - 14 = 0; \end{cases} \quad x = -7 \text{ не подходит, } x = 2;$$

в) $\log_2(x^2 + x - 1) = \log_2(-x + 7)$; $\begin{cases} -x + 7 > 0; \\ x^2 + 2x - 8 = 0; \end{cases} \quad x = -4; \quad x = 2;$

г) $\log_{0,2}(-x^2 + 4x + 5) = \log_{0,2}(-x - 31)$; $\begin{cases} -x - 31 > 0; \\ x^2 - 5x - 36 = 0; \end{cases} \quad x = -4,$

$x = 9$ ни один не подходит.

1554. а) $\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_2 x = 3$; $x = 8$;
 $\log_2 x = 1$; $x = 2$.

б) $\log_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_4 x = 2$; $x = 16$;

$$\log_4 x = -1; \quad x = \frac{1}{4};$$

в) $\log_{\frac{1}{2}}^2 x + 3 \log_{\frac{1}{2}} x + 2 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$; $x = 4$;

$$\log_{\frac{1}{2}} x = -1; \quad x = 2;$$

г) $\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{0,2} x = -3$; $x = 125$;

$$\log_{0,2} x = 2; \quad x = \frac{1}{25}.$$

1555. а) $2 \log_5^2 x + 5 \log_5 x + 2 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_5 x = \frac{-5 - 3}{4} = -2$;

$$x_1 = \frac{1}{25}; \quad \log_5 x = \frac{-5 + 3}{4} = -\frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{\sqrt{5}}{5};$$

б) $3 \log_4^2 x - 7 \log_4 x + 2 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_4 x = \frac{7 - 5}{6} = \frac{1}{3}$;

$$x_1 = \sqrt[3]{4}; \quad \log_4 x = \frac{7 + 5}{6} = 2; \quad x_2 = 16;$$

в) $\log_{0,3}^2 x - 7 \log_{0,3} x - 4 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{0,3} x = \frac{7 - 9}{4} = -\frac{1}{2}$;

$$x = \sqrt{\frac{10}{3}}; \quad \log_{0,3} x = 4; \quad x = 0,0081;$$

г) $3 \log_{\frac{1}{2}}^2 x + 5 \log_{\frac{1}{2}} x - 2 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{-5 - 7}{6} = -2$; $x = 4$;

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{3}; \quad x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}.$$

1556. а) $\log_2 x = \log_2 3 + \log_2 5$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_2 x = \log_2 15$; $x = 15$;

б) $\log_7 4 = \log_7 x - \log_7 9$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_7 x = \log_7 36$; $x = 36$;

в) $\log_{\frac{1}{3}} 4 + \log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} 18$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} \frac{9}{2}$; $x = \frac{9}{2}$;

г) $\log_{0,4} 9 - \log_{0,4} x = \log_{0,4} 3$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{0,4} x = \log_{0,4} 3$; $x = 3$.

1557. а) $2 \log_8 x = \log_8 2,5 + \log_8 10$; ОДЗ: $x > 0$; $x^2 = 25$; $x = 5$; $x = -5$ не подходит;

б) $3 \log_2 \frac{1}{2} - \log_2 \frac{1}{32} = \log_2 x$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_2 x = \log_2 4$; $x = 4$;

в) $3 \log_{\frac{1}{7}} x = \log_{\frac{1}{7}} 9 + \log_{\frac{1}{7}} 3$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{\frac{1}{7}} x^3 = \log_{\frac{1}{7}} 27$; $x = 3$;

г) $4 \log_{0,1} x = \log_{0,1} 2 + \log_{0,1} 8$; ОДЗ: $x > 0$; $x^4 = 16$; $x = 2$, $x = -2$ не подходит.

1558. а) $\log_3(x - 2) + \log_3(x + 2) = \log_3(2x - 1)$;

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 2; \\ x > -2; \Rightarrow x > 2; \quad \log_3(x^2 - 4) = \log_3(2x - 1); \\ x > \frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0; \quad x = -1 \text{ не подходит; } x = 3;$$

б) $\log_{11}(x + 4) + \log_{11}(x - 7) = \log_{11}(7 - x)$;

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > -4; \\ x > 7; \quad \Rightarrow x \in \emptyset. \text{ Нет решений.} \\ x < 7; \end{cases}$$

$$\text{в)} \log_{0,6}(x+3) + \log_{0,6}(x-3) = \log_{0,6}(2x-1);$$

$$\log_{0,6}(x^2 - 9) = \log_{0,6}(2x-1); x^2 - 2x - 8 = 0;$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x < -3; \\ x > 3; \Rightarrow x > 3; x = -2 \text{ не подходит; } x = 4; \\ x > 0,5; \end{cases}$$

$$\text{г)} \log_{0,4}(x+2) + \log_{0,4}(x+3) = \log_{0,4}(1-x);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > -2; \\ x > -3; \Rightarrow x \in (-2; 1); \log_{0,4}(x^2 + 5x + 6) = \log_{0,4}(1-x); \\ x < 1; \end{cases}$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0; x = -5 \text{ не подходит, } x = -1.$$

1559. а) $\log_{23}(2x-1) - \log_{23}x = 0$; ОДЗ: $x > \frac{1}{2}$; $2x-1 = x$; $x = 1$;

$$\text{б)} \log_{0,5}(4x-1) - \log_{0,5}(7x-3) = 1;$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > \frac{3}{7}; \\ x > \frac{1}{4}; \Rightarrow x > \frac{3}{7}; 4x-1 = \frac{1}{2}(7x-3); \end{cases}$$

$x = -1$ — не подходит \Rightarrow нет решения.

в) $\log_{3,4}(x^2 - 5x + 8) - \log_{3,4}x = 0$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - 5x + 8 > 0; \\ x > 0; \end{cases}$

$$x^2 - 6x + 8 = 0; x_1 = 2; x_2 = 4.$$

г) $\log_{\frac{1}{2}}(x+9) - \log_{\frac{1}{2}}(8-3x) = 2$; ОДЗ: $x \in \left(-9; \frac{8}{3}\right)$;

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x+9}{8-3x}\right) = \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4}; 4(x+9) = 8-3x; 7x = -28; x = -4.$$

1560. а) $f(x) = \log_3(5x-2)$; $f(3x-1) = \log_3(15x-7)$;

$$\log_3(5x-2) = \log_3(15x-7);$$

$$\begin{cases} x > \frac{2}{5}; \\ x > \frac{7}{15}; \Rightarrow x > \frac{7}{15}; 5x-2 = 15x-7; 10x = 5; x = \frac{1}{2}; \end{cases}$$

б) $f(x) = \log_2(8x-1)$; $f\left(\frac{x}{2} + 5\right) = \log_2(4x+39)$;

$$\log_2(8x-1) = \log_2(4x+39);$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > \frac{1}{8}; \\ x > -\frac{39}{4}; \Rightarrow x > \frac{1}{8}; 8x-1 = 4x+39; 4x = 40; x = 10; \end{cases}$$

1561. а) $\begin{cases} \log_2(x^2 + 3x - 2) - \log_2 y = 1; \\ 3x - y = 2; \end{cases} \quad y = 3x - 2;$

$$\log_2(x^2 + 3x - 2) = \log_2(6x - 4); \quad \begin{cases} 6x - 4 > 0; \\ x^2 + 3x - 2 = 6x - 4; \\ x > \frac{2}{3}; \\ x^2 - 3x + 2 = 0; \end{cases}$$

$$x_1 = 2, \quad y_1 = 4; \quad x_2 = 1, \quad y_2 = 1;$$

б) $\begin{cases} 2x + y = 7; \\ \log_3(x^2 + 4x - 3) - \log_3 y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x < -2 - \sqrt{7}; \\ x > -2 + \sqrt{7}; \\ x < \frac{7}{2}; \end{cases}$

$$x \in (-\infty; -2 - \sqrt{7}) \cup \left(-2; +\sqrt{7}; \frac{7}{2}\right); \quad x^2 + 10x - 24 = 0; \quad x_1 = -12;$$

$$y_1 = 31; \quad x_2 = 2, \quad y_2 = 3.$$

1562. Используем определение логарифма для освобождения от знака логарифма, затем вспомним, что если логарифмы равны, то равны и выражения под знаком логарифма. Решим получившиеся уравнения и не следует забывать об области определения логарифмической функции.

а) $\log_x(2x^2 + x - 2) = 3; \quad 2x^2 + x - 2 = x^3; \quad x^3 - 2x^2 = x - 2;$
 $x(x - 2) = x - 2; \quad x = 0; \quad x = 2 \text{ (не подходит);}$

б) $\log_{2x-1}(3x^2 + x - 4) = \log_{2x-1}(x^2 - 6x - 6);$

$$3x^2 + x - 4 = x^2 - 6x - 6; \quad 2x^2 + 7x + 2 = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 16}}{4} = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{4};$$

$2x - 1 > 0; \quad x > \frac{1}{2}; \quad x = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{4}$ — не входит в область определения; т.к. основание логарифма должно быть положительно;

$$\frac{-7 \pm \sqrt{33}}{4} > \frac{1}{2}; \quad -7 + \sqrt{33} > 2; \quad \sqrt{33} > 9; \quad \text{нет;}$$

в) $\log_{x-1}(12x - x^2 - 19) = 3;$

$$12x - x^2 - 19 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1;$$

$$-x^3 + 2x^2 + 9x - 18 = 0;$$

$$x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0;$$

$$x(x^2 - 9) = 2(x^2 - 9);$$

$$(x - 2)(x^2 - 9) = 0;$$

$$x_1 = 2;$$

$$x_2 = 2;$$

$x_3 = -3$ не входит в ОДЗ.

$$\text{г) } \log_{4x-3}(2x^2 - 3x - 1) = \log_{4x-3}(x^2 + 2x - 5);$$

$$2x^2 - 3x - 1 = x^2 + 2x - 5;$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2}; \quad x_1 = 4; \quad x_2 = 1 \text{ — не входит в ОДЗ.}$$

1563. При решении следующих задач для упрощения используем свойства логарифмов и сделаем замену переменных. Решим получившееся уравнение и сделаем, конечно, обратную замену для нахождения x .

$$\text{а) } \lg^2 x - \lg x + 1 = \frac{9}{\lg 10x} = \frac{9}{1 + \lg x}; \quad \lg x = t;$$

$$t^2 - t + 1 = \frac{9}{1 + t};$$

$$(t + 1)(t^2 - t + 1) = 9;$$

$$t^3 + 1 = 9;$$

$$t^3 = 8;$$

$$t = 2;$$

$$\lg x = 2;$$

$$x = 10^2 = 100;$$

$$\text{б) } \log_3^2 x + 3 \log_3 x + 9 = \frac{37}{\log_3 \frac{x}{27}} = \frac{37}{\log_3 x - 3}; \quad \log_3 x = t;$$

$$(t^2 + 3t + 9)(t - 3) = 37;$$

$$t^3 - 27 = 37; \quad t^3 = 64; \quad t = 4; \quad x = 3^4 = 81;$$

$$\text{в) } \lg^2 x - 2 \lg x + 4 = \frac{9}{\lg 100x} = \frac{9}{2 + \lg x} \quad \lg x = t;$$

$$(t^2 - 2t + 4)(2 + t) = 9;$$

$$t^3 + 2^3 = 9; \quad t^3 = 1; \quad t = 1; \quad x = 10;$$

$$\text{г) } \log_2^2 x + 7 \log_2 x + 49 = \frac{-218}{\log_2 \frac{x}{128}}; \quad \log_2 x = t;$$

$$(t^2 + 7t + 49)(t - 7) = -218;$$

$$t^3 - 7^3 = -218;$$

$$t^3 = 343 - 218 = 125;$$

$$t = 5 \Rightarrow x = 2^5 = 32.$$

1564. Используем основное свойство логарифмов для избавления от показательной функции и затем, для нахождения x .

$$\text{а) } x^{\log_3 x} = 81; \quad 3^{\log_3^2 x} = 3^4; \quad \log_3^2 x = 4; \quad \log_3 x = \pm 2; \quad x = 9; \quad x = \frac{1}{9}.$$

б) $x^{\log_{0,5} x} = \frac{1}{16}; 0,5^{\log_{0,5} x} = 0,5^4; \log_{0,5} x = \pm 2; x = \frac{1}{4}; x = 4;$

в) $x^{\log_2 x} = 16 \Rightarrow 2^{\log_2^2 x} = 2^4; \log_2 x = \pm 2; x = 4; x = \frac{1}{4};$

г) $x^{\frac{\log_1 x}{3}} = \frac{1}{81} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{\log_1^2 x}{3}} = \left(\frac{1}{3}\right)^4; \log_1 x = \pm 2; x = 9; x = \frac{1}{9}.$

1565. Используем основное свойство логарифмов для избавления от показательной функции и затем, для нахождения x .

а) $x^{1+\log_3 x} = 9; x^{\log_3 3x} = 3^{\log_3 x(\log_3 3 + \log_3 x)} = 3^2; t(1+t) = 2; t^2 + t - 2 = 0; t_1 = 1; t_2 = -2; x_1 = 3; x_2 = 1/9;$

б) $x^{\log_{0,5}(x-2)} = 0,525; (0,5)^{\log_{0,5} x(\log_{0,5} x-2)} = 0,5^3;$

$$t(t-2) = 3; t^2 - 2t - 3 = 0; t_1 = -1; t_2 = 3; x_1 = 2; x_2 = 1/8;$$

в) $x^{5+\log_2 x} = \frac{1}{16}; 2^{\log_2 x(5+\log_2 x)} = 2^{-4};$

$$t^2 + 5t = -4; t^2 + 5t + 4 = 0; t_1 = -1; t_2 = -4; x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{1}{16};$$

г) $x^{\frac{\log_1 x-4}{3}} = 27; \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{\log_1 x(\log_1 x-4)}{3}} = 27;$

$$t^2 - 4t = -3; t^2 - 4t + 3 = 0; t_1 = 1; t_2 = 3; x_1 = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{1}{27}.$$

1566. При решении уравнений не следует забывать о области определения функций.

а) $\log_2(x-3)(x+5) + \log_2 \frac{x-3}{x+5} = 2; \text{ОДЗ: } x < -5 \cup x > 3.$

$$\log_2(x-3) + \log_2(x+5) + \log_2(x-3) - \log_2(x+5) = 2;$$

$$\log_2(x-3)^2 = 2;$$

$$(x-3)^2 = 4; x-3 = \pm 2; x_1 = 5; x_2 = 1 \text{ — не входит в ОДЗ;}$$

б) $\log_3(x+3)(x+5) + \log_3 \frac{x+3}{x+5} = 4; \text{ОДЗ } x < -5 \cup x > -3.$

$$\log_3(x+3) + \log_3(x+5) + \log_3(x+3) - \log_3(x+5) = 4;$$

$$\log_3(x+3)^2 = 4; \log_3^2(x+3) = 4; \log_3(x+3) = \pm 2; x+3 = 9;$$

$$x_1 = 6; x_3 + 3 = -9; x_2 = -12.$$

1567. а) $\lg 100x \cdot \lg x = -1;$

$$\lg x = t; (2+t)t = -1; t^2 + 2t + 1 = 0; t = -1; x = \frac{1}{10};$$

б) $\lg^2 10x + \lg 10x = 6 - 3 \lg \frac{1}{x}; \lg x = t;$

$$(1 + \lg x)^2 + (1 + \lg x) = 6 + 3 \lg x;$$

$$(t+1)^2 + (t+1) = 6 + 3t;$$

$$t^2 = 4; t = \pm 2; x_1 = 100; x = \frac{1}{100}.$$

1568. При преобразованиях следует проследить за знаком аргумента логарифма и работать с логарифмами по возможности аккуратно.

а) $2 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 4;$

$$4 \lg(-x) - \lg^2(-x) = 4; \lg(-x) = t;$$

$$4t - t^2 = 4; t^2 - 4t + 4 = 0; (t - 2)^2 = 0;$$

$$\lg(-x) = 2; -x = 100; x = -100;$$

б) $\lg^2 x^3 + \lg x^2 = 40;$

$$3 \lg^2 x + 2 \lg x = 40; \lg x = t;$$

$$3t^2 + 2t - 40 = 0; t_1 = 2; t_2 = -\frac{20}{3}; x_1 = 100; x_2 = 100^{-\frac{20}{3}}.$$

1569. Избавляемся от знака логарифма и переходим к показательному уравнению, которое решаем с помощью очевидной замены переменной.

а) $\log_5(6 - 5^x) = 1 - x;$

$$5^{1-x} = 6 - 5^x;$$

$$\frac{5}{5^x} = 6 - 5^x; 5^x = z; \frac{5}{z} = 6 - z;$$

$$z^2 - 6z + 5 = 0;$$

$$z_1 = 1;$$

$$z_2 = 5;$$

$$5^x = 1;$$

$$5^x = 5^1;$$

$$x_1 = 0;$$

$$x_2 = 1;$$

б) $\log_3(4 \cdot 3^{x-1} - 1) = 2x - 1;$

$$3^{2x-1} = 4 \cdot 3^{x-1} - 1;$$

$$\frac{1}{3}(3^x)^2 = 4 \cdot 3^x \cdot \frac{1}{3} - 1 \Rightarrow (3^x)^2 = 4 \cdot 3^x - 3;$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0;$$

$$t_1 = 1; t_2 = 3; x_1 = 0; x_2 = 1.$$

1570. а) $\log_9(3^x + 2x - 20) = x - x \log_9 3;$

$$\log_9(3^x + 2x - 20) + \log_9 3^x = x;$$

$$\log_9(3^x(3^x + 2x - 20)) = \log_9 9^x;$$

$$3^x(3^x + 2x - 20) = 9^x = (3^x)^2;$$

$$3^x + 2x - 20 = 3^x; x = 10;$$

б) $(0,4)^{\lg^2 x-1} = 6,25^{-2-\lg x^2};$

$$\left(\frac{4}{10}\right)^{\lg^2 x-1} = (2,5)^{2(-2-\lg x^2)} = \left(\frac{10}{4}\right)^{-4-2\lg x^2};$$

$$\lg^2 x - 1 = 4 + 2 \lg x^2; \lg x = t$$

$$t^2 - 4t - 5 = 0;$$

$$t_1 = -1; t_2 = 5; x_1 = \frac{1}{10}; x_2 = 10^5.$$

1571. Выполняем переход к показательным уравнением с помощью основного логарифмического тождества и, приводя подобные слагаемые, переходим к простейшим логарифмическим неравенствам.

а) $6^{\log_6 x} + x^{\log_6 x} = 12; 6^{\log_6 x} + 6^{\log_6 x} = 12;$

$$6^{\log_6 x} = 6; \log_6^2 x = 1; \log_6 x = \pm 1; x_1 = 6; x_2 = \frac{1}{6};$$

б) $10^{\lg^2 x} + 9x^{\lg x} = 1000; 10^{\lg^2 x} + 9 \cdot 10^{\lg^2 x} = 1000; 10 \cdot 10^{\lg^2 x} = 10^3;$

$$10^{\lg^2 x} = 100 = 10^2; \lg x = \pm \sqrt{2};$$

$$x = 10^{\sqrt{2}}; x = \frac{1}{10^{\sqrt{2}}}.$$

1572. Сначала избавляемся в системе уравнений от логарифмов а, затем решаем получившуюся систему двух уравнений с двумя неизвестными.

а) $\begin{cases} \log_5(x+y) = 1; \\ \log_6 x + \log_6 y = 1; \end{cases} \begin{cases} x+y=5; \\ xy=6; \end{cases}$

$$x_1 = 2; y_1 = 3; x_2 = 3; y_2 = 2;$$

б) $\begin{cases} \log_{0.5}(x+2y) = \log_{0.5}(3x+y); \\ \log_7(x^2 - 4) = \log_7 x; \end{cases} \begin{cases} x+2y = 3x+y; \\ x^2 - y = x; \end{cases} \begin{cases} y = 2x; \\ x^2 - 3x = x; \end{cases}$

$$x_1 = 0; y_1 = 0; x_2 = 1; x_3 = 3; y_2 = 6;$$

(0; 0) — не входить в ОДЗ; (3; 6);

в) $\begin{cases} \log_9(x-y) = \frac{1}{2}; \\ \log_{64}x - \log_{64}y = \frac{1}{3}; \end{cases} \begin{cases} x-y=3; \\ \frac{x}{y}=64^{\frac{1}{3}}; \end{cases} \begin{cases} x-y=3; \\ \frac{x}{y}=4; \end{cases} \text{ОДЗ} \begin{cases} x>0; \\ y>0; \\ x>y. \end{cases}$

$$x = 4; y = 1; (4; 1);$$

г) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(3x-y) = \log_{\frac{1}{3}}(x+4); \\ \log_9(x^2+x-4) = \log_9 x^2; \end{cases} \begin{cases} 3x-y=x+4; \\ x^2+x-y=x^2; \end{cases} \begin{cases} 3x-y=x+4; \\ x^2+x-y=x^2; \end{cases}$

$$x = y; x = 4; y = 4; (4; 4).$$

1573. Сначала избавляемся в системе уравнений от логарифмов а, затем решаем получившуюся систему двух уравнений с двумя неизвестными.

а) $\begin{cases} 2^x \cdot 2^y = 16; \\ \log_3 x + \log_3 y = 1; \end{cases} \begin{cases} x+y=4; \\ xy=3; \end{cases} (1; 3); (3; 1);$

б) $\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-y} = \left(\frac{1}{3}\right)^3; \\ \log_2 2x - \log_2 y = 2; \end{cases} \begin{cases} 2x-y=3; \\ \frac{2x}{y}=4; \end{cases}$

$$4y = 2x; y = \frac{x}{2}; 2x - \frac{x}{2} = 3; \frac{3}{2}x = 3; x = 2; y = 1; (2; 1);$$

в) $\begin{cases} 9^x \cdot 3^y = 81; \\ \log_2 x + \log_2 y = 1; \end{cases} \begin{cases} 2x+y=4; \\ xy=2; \end{cases} y = 4 - 2x; x(4 - 2x) = 2;$

$$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 = 0; x = 1; y = 2.$$

г) $\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot (\sqrt{2})^y = \log_4 3; \\ \log_4 y - \log_4 x = 1; \end{cases} \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{y}{2}} = \frac{1}{2}; \\ \log_4 \frac{y}{x} = 1; \end{cases} \begin{cases} x - \frac{y}{2} = 1; \\ \frac{y}{x} = 4; \end{cases} \begin{cases} x > 1; \\ y < 0; \end{cases}$

$y = 4x; x - 2x = 1; x = -1; y = -4$ — не входит в ОДЗ; нет решений.

1574. Сначала избавляемся в системе уравнений от логарифмов а, затем решаем получившуюся систему двух уравнений с двумя неизвестными.

a) $\begin{cases} \log_2(x-y) - \log_2 3 = 2 - \log_2(x+y); \\ \log_{\frac{1}{2}}(x-y) = -2; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x-y}{3} = \frac{4}{x+y}; \\ x-y = 4; \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 12; \\ x-y = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} (x-y)(x+y) = 12; \\ x-y = 4; \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} x+y = 3; \\ x-y = 4; \end{cases} \quad 2x = 7; \quad x = 3,5; \quad y = -0,5;$$

б) $\begin{cases} \log_3(x+2y) - 2\log_3 4 = 1 - \log_3(x-2y); \\ \log_{\frac{1}{4}}(x-2y) = -1; \end{cases}$

$$\frac{x+2y}{16} = \frac{3}{x-2y}; \quad x-2y = 4;$$

$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 48; \\ x-2y = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} (x-2y)(x+2y) = 48; \\ x-2y = 4; \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} x+2y = 12; \\ x-2y = 4; \end{cases} \quad 2x = 16; \quad x = 8; \quad 2y = 4; \quad y = 2; \quad (8; 2).$$

1575. Заметим, что вторые слагаемые в уравнениях систем совпадают и, складывая или вычитая из одного уравнения другое, делаем вывод о величине первого слагаемого.

a) $\begin{cases} 2\log_3 y + 3^{x^2+5x-5} = 7; \\ 3\log_3 y - 3^{x^2+5x-5} = 3; \end{cases}$

$$5\log_3 y = 10; \quad \log_3 y = 2; \quad y = 9;$$

$$3^{x^2+5x-5} = 7 - 4; \quad x^2 + 5x - 5 = 1; \quad x^2 + 5x - 6 = 0; \quad x_1 = 1; \quad x_2 = -6;$$

$$(1; 9); (-6; 9);$$

б) $- \begin{cases} 2\log_2 x + 2^{y^2+4y-4} = 8; \\ 3\log_2 x + 2^{y^2+4y-4} = 11; \end{cases}$

$$-\log_2 x = -3; \quad \log_2 x = 3; \quad x = 8;$$

$$2^{y^2+4y-4} = 2; \quad y^2 + 4y - 4 = 1; \quad y^2 + 4y - 5 = 0; \quad y_1 = 1; \quad y_2 = -5;$$

$$(8; 1); (8; -5).$$

§ 52. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА

1576. а) $\log_2 x \geq 4; \quad x \geq 16;$ б) $\log_2 x \leq -3; \quad x \leq \frac{1}{8}, \quad x > 0; \quad x \in \left[0; \frac{1}{8}\right);$

в) $\log_2 x < \frac{1}{2}; \quad x \in (0; \sqrt{2});$ г) $\log_2 x > -\frac{1}{2}; \quad x > \frac{\sqrt{2}}{2}.$

- 1577.** а) $\log_{\frac{1}{3}} x \leq 2$; $x \geq \frac{1}{9}$; б) $\log_{\frac{1}{2}} x \geq -3$; $x \in (0; 8]$;
 в) $\log_{0,2} x < 3$; $x > \frac{1}{125}$; г) $\log_{0,1} x = -\frac{1}{2}$; $x \in (0; \sqrt{10})$.
- 1578.** а) $\log_5(3x+1) < 2$; $3x+1 \in (0; 25)$; $x \in \left(-\frac{1}{3}; 8\right)$;
 б) $\log_{0,5} \frac{x}{3} \geq -2$; $\frac{x}{3} \in (0; 4]$; $x \in (0; 12]$;
 в) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{x}{5} > 1$; $\frac{x}{5} \in \left(0; \frac{1}{4}\right)$; $x \in \left(0; \frac{5}{4}\right)$;
 г) $\log_{\sqrt{3}}(2x-3) < 4$; $(2x-3) \in (0; 9)$; $x \in \left(\frac{3}{2}; 6\right)$.
- 1579.** а) $\log_5 x > \log_5(3x-4)$; ОДЗ: $x > \frac{4}{3}$; $2x < 4$; $x < 2$; $x \in \left(\frac{4}{3}; 2\right)$;
 б) $\log_{0,6}(2x-1) < \log_{0,6} x$; ОДЗ: $x > \frac{1}{2}$; $x > 1$;
 в) $\log_{\frac{1}{3}}(5x-9) \geq \log_{\frac{1}{3}} 4x$; ОДЗ: $x > \frac{9}{5}$; $x \leq 9$; $x \in \left(\frac{9}{5}; 9\right]$;
 г) $\log_3(8-6x) \leq \log_3 2x$; ОДЗ: $x \in \left(0; \frac{4}{3}\right)$; $8 \leq 8x$; $x \geq 1$;
 $x \in \left[1; \frac{4}{3}\right)$.
- 1580.** а) $\log_2(5x-9) \leq \log_2(3x+1)$; ОДЗ: $x > \frac{9}{5}$; $2x \leq 10$; $x \in \left(\frac{9}{5}; 5\right]$;
 б) $\log_{0,4}(12x+2) \geq \log_{0,4}(10x+16)$; $2x \leq 14$; ОДЗ: $x > -\frac{1}{6}$;
 $x \in \left(-\frac{1}{6}; 7\right]$;
 в) $\log_{\frac{1}{3}}(-x) > \log_{\frac{1}{3}}(4-2x)$; ОДЗ: $x < 0$; $-x < 4-2x$; $x \in (-\infty; 0)$;
 г) $\log_{2,5}(6-x) < \log_{2,5}(4-3x)$; ОДЗ: $x < \frac{4}{3}$; $6-x < 4-3x$;
 $2x < -2$; $x < -1$.
- 1581.** а) $\log_3(x^2+6) < \log_3 5x$; ОДЗ: $x > 0$; $x^2-5x+6 < 0$; $x \in (2; 3)$;
 б) $\log_{0,6}(6x-x^2) > \log_{0,6}(-8-x)$; $6x-x^2 < -8-x$; ОДЗ:
 $6x-x^2 > 0$; $x \in (0; 6)$; $x^2-7x-8 > 0$, нет решений;
 в) $\lg(x^2-8) \leq \lg(2-9x)$; $x^2-8 \leq 2-9x$; ОДЗ: $x^2-8 > 0$;

$$\begin{cases} x > 2\sqrt{2}; \\ x < -2\sqrt{2}; \end{cases} \quad x^2+9x-10 \leq 0; \quad x \in [-10; -2\sqrt{2});$$
 в ответах задачи
 опечатка;

г) $\log_{\sqrt{2}}(x^2 + 10x) \leq \log_{\sqrt{2}}(x - 14)$; $x^2 + 10x > x - 14$; ОДЗ: $x > 14$;
 $x^2 + 9x + 14 > 0$; $x > 14$.

1582. а) $\log_{\frac{1}{2}}(6 - x) \geq \log_{\frac{1}{2}}x^2$; $6 - x \geq x^2$; ОДЗ: $x < 6$; $x^2 + x - 6 \geq 0$;
 $x \in (-\infty; -3] \cup [2; 6)$;

б) $\log_{0,3}(x^2 + 22) < \log_{0,3}13x$; ОДЗ: $x > 0$; $x^2 + 22 > 13x$;
 $x^2 - 13x + 22 > 0$; $x \in (0; 2) \cup (11; +\infty)$;

в) $\log_{\frac{1}{4}}(-x - 6) \leq \log_{\frac{1}{4}}(6 - x^2)$; $-x - 6 \geq 6 - x^2$;

ОДЗ: $\begin{cases} 6 - x^2 > 0; \\ x < -6; \end{cases}$; $\begin{cases} x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6}); \\ x < -6; \end{cases}$; решений нет;

г) $\log_{0,5}(x^2 - 27) > \log_{0,5}(6x)$; $x^2 - 27 < 6x$; ОДЗ: $\begin{cases} x > \sqrt{27}; \\ x < -\sqrt{27}; \\ x > 0. \end{cases}$
 $x^2 - 6x - 27 < 0$; $x \in (\sqrt{27}; 9)$.

1583. а) $\log_8(x^2 - 7x) > 1$; $x^2 - 7x > 8$; $x^2 - 7x - 8 > 0$;
 $x \in (-\infty; -1) \cup (8; +\infty)$;

б) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 0,5x) \leq 1$; $x^2 + \frac{1}{2}x \geq \frac{1}{2}$; $2x^2 + x - 1 \geq 0$;
 $x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

в) $\log_{\frac{1}{3}}\left(-x^2 + \frac{10x}{9}\right) \geq 2$; $0 < -x^2 + \frac{10x}{9} \leq \frac{1}{9}$; $x \in \left(0; \frac{10}{9}\right)$;
 $9x^2 - 10x + 1 \geq 0$; $x \in \left(-\infty; \frac{1}{9}\right] \cup [1; +\infty)$.

§ 53. ПЕРЕХОД К НОВОМУ ОСНОВАНИЮ ЛОГАРИФМА

1596. а) $\log_2 \frac{1}{3} + \log_4 9 = -\log_2 3 + \log_2 3 = 0$;

б) $\log_{\sqrt{3}}3\sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2} = 2 + \log_{\sqrt{3}}\sqrt{2} + \log_{\sqrt{3}}\frac{1}{\sqrt{2}}$;

в) $\log_{25}9 - \log_5 3 = 0$;

г) $\log_{16}4 - \log_4 8 = \log_4 \frac{2}{8} = -1$.

1597. $\log_2 3 = a$;

а) $\log_3 2 = \frac{1}{\log_2 3} = \frac{1}{a}$;

б) $\log_3 \frac{1}{2} = -\frac{1}{\log_2 3} = -\frac{1}{a}$;

в) $\log_3 4 = \frac{2}{\log_2 3} = \frac{2}{a}$;

г) $\log_3 \frac{1}{4} = -\frac{2}{\log_2 3} = -\frac{2}{a}$.

1598. $\log_5 2 = b$;

а) $\log_2 25 = \frac{2}{\log_5 2} = \frac{2}{b}$;

б) $\log_2 \frac{1}{25} = -\frac{2}{\log_5 2} = -\frac{2}{b}$;

в) $\log_2 125 = \frac{3}{\log_5 2} = \frac{3}{b}$;

г) $\log_2 \frac{1}{625} = -\frac{4}{\log_5 2} = -\frac{4}{b}$.

1599. $\log_2 3 = a$;

а) $\log_4 9 = \log_2 3 = a$;

б) $\log_8 18 = \frac{1}{3} \log_2 18 = \frac{1}{3}(1 + 2 \log_2 3) = \frac{1}{3}(1 + 2a) = \frac{2a + 1}{3}$;

в) $\log_4 81 = \log_2 9 = 2a$;

г) $\log_8 54 = \frac{1}{3} \log_2 54 = \frac{1}{3}(3 \log_2 3 + 1) = \frac{3a + 1}{3}$.

1600. а) $\log_2 7$ и $\log_7 4$; $\log_2 7 > \frac{2}{\log_2 7}$;

б) $\log_6 9$ и $\log_9 8$; $\frac{1}{\log_9 6} > \log_9 8$;

в) $\log_3 5$ и $\log_5 4$; $\frac{1}{\log_5 3} > \log_5 4$;

г) $\log_{11} 14$ и $\log_{14} 13$; $\frac{1}{\log_{14} 11} > \log_{14} 13$.

1601. а) $\log_2 6$ и $\log_4 5$; $\log_2 6 > \frac{1}{2} \log_2 5$; $\log_2 6 > \log_2 \sqrt{5}$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} 3$ и $\log_{\frac{1}{4}} \frac{3}{2}$; $\log_{\frac{1}{2}} 3 < \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{2}$;

в) $\log_9 6$ и $\log_3 7$; $\log_3 \sqrt{6} < \log_3 7$;

г) $\log_{\frac{1}{3}} 4$ и $\log_{\frac{1}{9}} 7$; $\log_{\frac{1}{3}} 4 < \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{7}$.

1602. а) $\log_4 x + \log_{16} x + \log_2 x = 7$; $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1\right) \log_2 x = 7$;

$\log_2 x = 4$; $x = 16$;

б) $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$;

$(1 + 2 - 1) \log_3 x = 6$; $\log_3 x = 3$; $x = 27$.

1603. а) $3 \log_3^2 x = \frac{5}{\log_x 3} + 2$; $3 \log_3^2 x - 5 \log_3 x - 2 = 0$; $\log_3 x = -\frac{1}{3}$;

$x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$; $\log_3 x = 2$; $x = 9$;

$$6) \quad 2 \log_2^2 x = \frac{5}{\log_x 2} + 3; \quad 2 \log_2^2 x - 5 \log_2 x - 3 = 0; \quad \log_2 x = -\frac{1}{2}; \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \log_2 x = 3; \quad x = 8.$$

1604. a) $9^{\log_3 4} + \log_{\sqrt{6}} 3 \cdot \log_3 36 = (3^{\log_3 4})^2 + 2 \log_6 3 \cdot 2 \log_3 x = 4^2 + 4 \cdot 1 = 20$

b) $\log_3 8 \cdot \log_2 27 - 3^{\log_3 25} = 3 \log_3 2 \cdot 3 \log_2 3 - 3^{\log_3 5} = 9 - 5 = 4;$

c) $3^{4 \log_3 2} + \log_5 \sqrt{2} \cdot \log_4 25 = 2^4 + \frac{1}{2} \log_5 2 \cdot \log_2 5 = 16 \frac{1}{2};$

d) $10^{0.5 \lg 16} + 14 \log_3 \sqrt{2} \cdot \log_4 81 = (10^{\lg 16})^{\frac{1}{2}} + 14 \cdot \frac{1}{2} \log_3 2 \cdot \log_2 9 = \\ = 4 + 14 \cdot \frac{1}{2} \log_3 2 \cdot 2 \log_2 3 = 4 + 14 = 18.$

1605. a) $5 \log_2 9 \cdot \log_3 64 + 3^{\log_6 8} \cdot 2^{\log_6 8} =$

= $5 \cdot 2 \log_2 3 \cdot 6 \log_3 2 + 6^{\log_6 8} = 60 + 8 = 68;$

b) $\frac{(2^{\log_2 3})^4}{(2^{\log_2 3})^4} + \log_9 3 + 3 \log_3 4 \cdot \log_4 3 =$

$\frac{(2^{\log_2 3})^4}{2} + \log_9 3 + 3 \log_3 4 \cdot \log_4 3 = 40 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 3 = 41 + 3 = 44;$

c) $16(\log_9 45 - 1) \log_{11} 9 \cdot \log_5 121 = 16 \log_9 5 \cdot \log_{11} 9 \cdot 2 \log_5 11 = \\ = 32 \log_{11} 5 \cdot \log_5 11 = 32;$

d) $\log_{15} 3 \cdot \log_5 3 \cdot \log_{\sqrt{3}} 5(1 + \log_3 5) =$

= $\log_{15} 3 \cdot \log_5 3 \cdot 2 \log_3 5 \cdot \log_3 15 = 2.$

1607. $\lg 2 = a; \lg 3 = b;$

a) $\log_4 12 = \frac{\lg 12}{\lg 4} = \frac{\lg 3 + 2 \lg 2}{2 \lg 2} = \frac{b + 2a}{2a} = \frac{6}{2a} + 1;$

b) $\log_6 18 = \frac{\lg 18}{\lg 6} = \frac{\lg 3^2 + \lg 2}{\lg 3 + \lg 2} = \frac{2b + a}{b + a};$

c) $\log_{\frac{3}{2}} 3 = \frac{\lg 3}{\lg \frac{1}{2}} = \frac{\lg 3}{-\lg 2} = -\frac{b}{a};$

d) $\log_{\frac{1}{3}} 24 = \frac{\lg 24}{\lg \frac{1}{3}} = \frac{\lg 6 + \lg 4}{-\lg 3} = \frac{\lg 2 + \lg 3 + 2 \lg 2}{-\lg 3} = \frac{3a + b}{-b}.$

1608. $\log_2 5 = a; \log_2 3 = b;$

a) $\log_3 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 3} = \frac{a + b}{b};$

b) $\log_8 75 = \frac{\log_2(3 \cdot 25)}{\log_2 8} = \frac{b + 2a}{3};$

c) $\log_{16} 45 = \frac{\log_2 5 \cdot 9}{\log_2 2^4} = \frac{a + 2b}{4} = \frac{a}{4} + \frac{b}{2};$

$$\text{г) } \log_{13} 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 15} = \frac{\log_2 3 + \log_2 4}{\log_2 3 + \log_2 5} = \frac{b+2}{a+b}.$$

- 1611.** После указываемой замены переменных, находим решение уравнения и при этом учитываем, конечно, область определения функции.

$$\text{а) } \log_3 x + 1 = 2 \log_x 3 = \frac{2}{\log_3 x}; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_3 x = t;$$

$$t + 1 = \frac{2}{t}; \quad t^2 + t - 2 = 0; \quad t_1 = 1; \quad t_2 = -2; \quad x_1 = 3; \quad x_2 = \frac{1}{9};$$

$$\text{б) } 2 \log_x 5 - 3 = -\log_5 x; \text{ ОДЗ: } x > 0; \log_5 x = t;$$

$$\frac{2}{t} - 3 = -t; \quad 2 - 3t = -t^2; \quad t^2 - 3t + 2 = 0;$$

$$t_1 = 1; \quad t_2 = 2; \quad x_1 = 5; \quad x_2 = 25;$$

$$\text{в) } \log_7 x - 1 = 6 \log_x 7; \log_7 x = t; \text{ ОДЗ: } x > 0;$$

$$t - 1 = \frac{6}{t}; \quad t^2 - t + 6 = 0; \quad t_1 = 3; \quad t_2 = -2; \quad x_1 = 7^3 = 243; \quad x_2 = \frac{1}{49};$$

$$\text{г) } \log_2 x + 9 \log_x 2 = 10; \log_2 x = t; \text{ ОДЗ: } x > 0;$$

$$t + \frac{9}{t} = 0; \quad t^2 - 10t + 9 = 0; \quad t_1 = 5; \quad t_2 = 9; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = 512.$$

$$\text{1613. а) } \log_{0,5}^2 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8;$$

$$\text{б) } \log_3^2 x + \log_9^2 x + \log_{27}^2 x = \frac{49}{9}; \quad \log_3^2 x \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9}\right) = \frac{49}{9};$$

$$\log_3^2 x = \frac{49}{9} \cdot \frac{36}{49}; \quad \log_3^2 x = 4; \quad \log_3 x = \pm 2; \quad x = 3^2 = 9; \quad x = 3^{-2} = \frac{1}{9}.$$

- 1615.** Преобразовывая логарифмы, необходимо учитывать знак аргумента. После замены переменной решение неравенства не вызывает затруднений.

$$\text{а) } \log_3 x - \log_3^2(-x) - 2 < 0;$$

$$\log(-x) + \log_3^2(-x) - 2 < 0;$$

$$t^2 + t - 2 < 0;$$

$$1 < t < -2;$$

$$1 < \log_3 (-x) < -2;$$

$$3 < (-x) < \frac{1}{9}; \quad -\frac{1}{9} < x < -3;$$

$$\text{б) } \log_2 x^2 + \log_2^2(-x) > 6;$$

$$\log_2 |x| + \log_2^2(-x) > 6;$$

$$\log_2(-x) + \log_2^2(-x) > 6;$$

$$t^2 + t - 6 > 0; \quad x < 0;$$

$$\begin{cases} t > -2; \\ t < -3; \end{cases} \quad \begin{cases} -x > 4; \\ -x < \frac{1}{8}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{1}{8}; \\ -\frac{1}{8} < x < 0. \end{cases}$$

§ 54. ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ И ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЙ

1616. а) $f(x) = 4 - e^x$; $f'(x) = -e^x$; б) $f(x) = 13e^x$; $f'(x) = 13e^x$;
 в) $f(x) = e^x - 19$; $f'(x) = e^x$; г) $f(x) = -8e^x$; $f'(x) = -8e^x$.

1617. а) $f(x) = x^3e^x$; $f'(x) = 3x^2e^x + x^3e^x$;

б) $f(x) = \frac{e^x}{x}$; $f(x) = e^x \frac{3x^2 - x^3}{x^6} = e^x \left(\frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^3} \right)$.

1618. а) $y = e^{x+x^2}$; $x_0 = 0$; $y'(x) = e^x + 2x$; $y'(x_0) = 1$;

б) $y = e^x(x+1)$; $x_0 = -1$; $y'(x) = x(x+2)$; $y'(x_0) = \frac{1}{e}$;

в) $y = e^x - x$; $x_0 = 1$; $y'(x) = e^x - 1$; $y'(x_0) = e - 1$;

г) $y = \frac{e^x}{x+1}$; $x_0 = 0$; $y'(x) = e^x \frac{x}{(x+1)^2}$; $y'(x_0) = 0$.

1619. а) $y = e^{3x-1}$; $x_0 = \frac{1}{3}$; $y'(x) = 3e^{3x-1}$; $y'(x_0) = 3$;

б) $y = 3e^{6+x}$; $x_0 = -5$; $y'(x) = 3e^{x+6}$; $y'(x_0) = 3e$;

в) $y = e^{4-9x}$; $x_0 = \frac{4}{9}$; $y'(x) = -9e^{4-9x}$; $y'(x_0) = -9$;

г) $y = e^{0.5x-3}$; $x_0 = 4$; $y'(x) = \frac{1}{2}e^{0.5x-3}$; $y'(x_0) = \frac{1}{2e}$.

1620. а) $f(x) = 4e^x + 3$; $x_0 = -2$; $f(x) = 4e^x$; $f(x_0) = \frac{4}{e^2}$;

б) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot e^x$; $x_0 = 1$; $f(x) = e^x \cdot \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right)$;

$$f(x_0) = e \left(1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{3}e;$$

в) $f(x) = 0,1e^x - 10x$; $x_0 = 0$; $f(x) = 0,1e^x - 10$; $f(x_0) = -9,9$;

г) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$; $x_0 = 1$; $f(x) = \frac{e^x \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)}{e^{2x}}$; $f(x_0) = \frac{\frac{1}{2} - 1}{e} = -\frac{1}{2e}$.

1621. а) $h(x) = \left(\frac{1}{e} \right)^x$; $x_0 = 0$; $h'(x) = -e^{-x}$; $h'(x_0) = e^0 = -1$;

б) $h(x) = e^{-x+2}$; $x_0 = 2$; $h'(x) = -e^{-x+2}$; $h'(x_0) = -e^{-2+2} = -1$;

в) $h(x) = \frac{1}{e^x} + x^5$; $x_0 = -1$; $h'(x) = -e^{-x} + 5x^4$; $h'(x_0) = -e + 5$;

г) $h(x) = x + e^{2x-3}$; $x_0 = \frac{3}{2}$; $h'(x) = 1 + 2e^{2x-3}$; $h'(x_0) = 1 + 2e^{3-3} = 3$.

1622. а) $h(x) = \frac{1}{5}e^{5x-1}$; $x_0 = 0,2$; $h'(x) = e^{5x-1}$; $h'(x_0) = 1$; $\alpha = \frac{\pi}{4}$;

б) $h(x) = e^{-x-\sqrt{3}}$; $x_0 = -\sqrt{3}$; $h'(x) = -e^{-x-\sqrt{3}}$; $h'(x) = -1$; $\alpha = \frac{3\pi}{4}$;

в) $h(x) = \frac{1}{3}e^{1-3x}$; $x_0 = \frac{1}{3}$; $h'(x) = -e^{1-3x}$; $h'(x_0) = -1$; $\alpha = \frac{3\pi}{4}$;

г) $h(x) = e^{\frac{\sqrt{3}}{3}x-1}$; $x_0 = \sqrt{3}$; $h'(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}e^{\frac{\sqrt{3}}{3}x-1}$; $h'(x_0) = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

1623. а) $y = e^x$; $a = 1$; $y(a) = e$; $y' = e^x$; $y'(a) = e$; $e = xe + e - e = ex$;

б) $y = e^x$; $a = 2$; $y(a) = e^2$; $y' = e^x$; $y'(a) = e^2$; $y = e^2x - e^2$;

в) $y = e^x$; $a = 0$; $y(a) = 1$; $y'(a) = 1$; $y = x + 1$;

г) $y = e^x \cdot a = -1$; $y(a) = \frac{1}{e}$; $y'(a) = \frac{1}{e}$; $y = \frac{1}{e} + 2\frac{1}{e}$.

1624. а) $y = e^{3x-4}$; $a = \frac{1}{3}$; $y(a) = 1$; $y'(a) = 3$; $y = 3x + 1 - \frac{1}{3} \cdot 3 = 3x$;

б) $y = xe^{-2x+1}$; $a = 0,5$; $y(a) = \frac{1}{2}$; $y' = e^{-2x+1} - 2xe^{-2x+1}$;

$$y'(a) = 1 - 1 = 0; \quad y = \frac{1}{2};$$

в) $y = \frac{2}{e^x}$; $a = 0$; $y(a) = 2$; $y' = -2e^{-x}$; $y'(a) = -2$; $y = -2x + 2$;

г) $y = \frac{e^x}{x+1}$; $a = 0$; $y(a) = 1$; $y' = e^x \frac{x}{(x+1)^2}$; $y'(0) = 0$; $y = 1$.

1625. а) $y = 3e^2x - 3e^2$; $y = e^{3x-1} - e^1$; $x = 1$; $3e^2 \cdot 1 - 3e^2 = 0 = e^{3-1-1} - e^2$.

Тангенс угла наклона прямой $3e^2$, $y' = 3e^{3x-1}$; $y'(1) = 3e^2$.

Ответ: да.

б) $y = x + e$; $y = xe^x$; $x = 0$; $y(0) = 0 + e \neq 0 \cdot e^0$. Ответ: нет.

1626. а) $\int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1$; б) $\int_{-1}^1 3e^x dx = 3e^x \Big|_{-1}^1 = 3e - \frac{3}{e}$;

в) $\int_{-1}^0 \frac{1}{2}e^x dx = \frac{1}{2}e^x \Big|_{-1}^0 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}e\right)$; г) $\int_{-2}^1 (-2e^x) dx = (-2e^x) \Big|_{-2}^1 = -2e + \frac{2}{e^2}$.

1627. а) $\int_0^4 e^{0.5x-1} dx = (2e^{0.5x-1}) \Big|_0^4 = 2e - \frac{2}{e}$;

б) $\int_{-1}^1 e^{2x+1} dx = \frac{1}{2}e^{2x+1} \Big|_{-1}^1 = \frac{e^3}{2} = \frac{1}{2e}$;

в) $\int_{-4}^4 e^{0.25x+1} dx = 4e^{0.25x+1} \Big|_{-4}^4 = 4e^2 - 4$;

г) $\int_{-0.5}^0 e^{-2x+2} dx = -\frac{1}{2}e^{-2x+2} \Big|_{-0.5}^0 = -\frac{e^2}{2} + \frac{e^3}{2}$.

1628. а) $y = 0 ; x = 0 ; x = 3 ; y = e^x ; S = \int_0^3 e^x dx = e^x \Big|_0^{3e} = e^3 - 1 ;$

б) $y = 0 ; x = 0 ; x = 4 ; y = e^{-x} ; S = \int_0^4 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^4 = -\frac{1}{e^4} + 1 ;$

в) $y = 0 ; x = -1 ; x = 1 ; y = e^x ; S = \int_{-1}^1 e^x dx = e^x \Big|_{-1}^1 = e - \frac{1}{e} ;$

г) $y = 0 ; x = -2 ; x = 0 ; y = e^{-x} ; S = \int_{-2}^0 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_{-2}^0 = -1 + e^2 .$

1629. а) $x = 1 ; y = e^x ; y = e^{-x} ;$

$$S = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 e^{-x} dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1 + \frac{1}{e} - 1 = e + \frac{1}{e} - 2 ;$$

б) $x = -1 ; y = \frac{1}{e^x} ; y = 1 ; S = \int_{-1}^0 e^x dx - 1 \cdot 1 = (-e^x) \Big|_{-1}^0 - 1 = -2 + e ;$

в) $y = e^x ; x = 2 ; x + 2y = 2 \text{ или } y = -\frac{x}{2} + 1 ;$

$$S = \int_0^2 e^x dx - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = e^x \Big|_0^2 - 1 = e^2 - 2 ;$$

г) $y = e^x ; x = 2 ; x = 0 ; y = -e^x ;$

$$S = 2 \int_0^2 (e^x - e^{-x}) dx = 2 \int_0^2 e^x dx = 2e^x \Big|_0^2 = 2(e^2 - 1) .$$

1631. а) $y = x^2 e^x ; y' = e^x (x^2 + 2x) ;$ возрастает: $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$; убывает: $[-2; 0]$; $x = 0$ — min; $x = -2$ — max;

б) $y = e^{2x-4} x ; y' = e^{2x-4} (2x + 1) ;$ возрастает: $\left[-\frac{1}{2}; +\infty \right]$; убывает: $\left(-\infty; -\frac{1}{2} \right); x = -\frac{1}{2}$ — min;

в) $y = x^3 e^x ; y' = e^x (3x^2 + x^3) = x^2 e^x (3 + x) ;$ возрастает: $[-3; +\infty)$; убывает: $(-\infty; -3]$; $x = -3$ — min;

г) $y = \frac{e^x}{x} ; y' = e^x \frac{x-1}{x^2} ;$ возрастает: $[1; +\infty)$; убывает: $(-\infty; 0) \cup (0; 1]$; $x = 1$ — min.

1632. $y = x^2 e^x ; y' = e^x (x^2 - 2x) ; y' = 0 \text{ при } x = 0, x = -2 ; y(0) = 0 ;$

$$y(-2) = \frac{4}{e^2} ;$$

а) $x \in [-1; 1] ; y(-1) = \frac{1}{e} ; y(1) = e ; y_{\min} = 0 ; y_{\max} = e ;$

б) $x \in [-3; 1]; y(-3) = \frac{9}{e^3}; y(1) = e; y_{\min} = 0; y_{\max} = e;$

в) $x \in [-3; -1]; y_{\min} = \frac{1}{e}; y_{\max} = \frac{4}{e^2}.$

1633. а) $y = x^2 \ln x; y' = 2x \ln x + x;$

б) $y = \frac{\ln x}{x+1}; y' = \frac{\left(\frac{1}{x}\right)(x+1) - \ln x}{(x+1)^2} = \frac{1}{x^2+x} - \frac{\ln x}{(x+1)^2};$

в) $y = \frac{x}{\ln x}; y' = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x};$

г) $y = (x-5) \ln x; y' = \ln x + 1 - \frac{5}{x}.$

1634. а) $y = e^x \ln x; y' = e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$

б) $y = 3 \ln x + \sin 2x; y' = \frac{3}{x} + 2 \cos 2x;$

в) $y = \sqrt[7]{x^5} \ln x; y' = \frac{5 \ln x}{7 \sqrt[7]{x^2}} + \frac{\sqrt[7]{x^5}}{x} = \frac{1}{\sqrt[7]{x^2}} \left(\frac{5}{7} \ln x + 1 \right);$

г) $y = 2 \operatorname{cis} \frac{x}{2} - \sin x; y' = \frac{3}{x} + 2 \cos 2x.$

1635. а) $y = \ln x + x; x_0 = \frac{1}{7}; y' = \frac{1}{x} + 1; y'(x_0) = 7 + 1 = 8;$

б) $y = x^3 \ln x; x_0 = e; y' = 3x^2 \ln x + x^2; y'(x_0) = 3e^2 + e^2 = 4e^2;$

в) $y = x^2 - \ln x; x_0 = 0,5; y' = 2x - \frac{1}{x}; y'(x_0) = 1 - 2 = -1;$

г) $y = \frac{\ln x}{x}; x_0 = 1; y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}; y'(x_0) = 1.$

1636. а) $y = \ln(2x+2); x_0 = -\frac{1}{4}; y' = \frac{2}{2x+2} = \frac{1}{x+1}; y'(x_0) = \frac{4}{3};$

б) $y = \ln(5-2x); x_0 = 2; y' = -\frac{2}{5-2x}; y'(x_0) = -2;$

в) $y = \ln(9-5x); x_0 = -2; y' = -\frac{4}{9-5x}; y'(x_0) = -\frac{5}{19};$

г) $y = -3 \ln(-x+4); x_0 = -5; y' = \frac{3}{4-x}; y'(x_0) = \frac{1}{3}.$

1637. а) $f(x) = x^5 - \ln x; a = 1; f(a) = 1; f(x) = 5x^4 - \frac{1}{x}; f(a) = 4;$

$y = 4x + 1 - 4 = 4x - 3;$

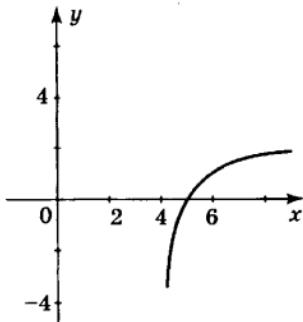
б) $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}; a = 1; f(a) = 0; f(x) = \frac{x - 2x \ln x}{x^4};$

$f(a) = 1; y = x - 1;$

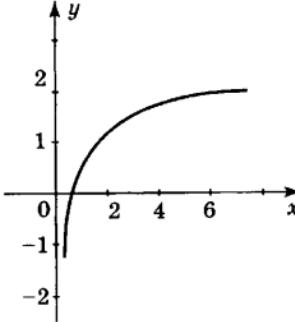
в) $f(x) = -2x \ln x$; $a = e$; $f(a) = -2e$; $f(x) = -2 \ln x - 2$; $f(a) = -4$;
 $y = 4x - 2e + 4e = -4x + 2e$;

г) $f(x) = \sqrt[3]{x} \ln x$; $a = 1$; $f(a) = 0$; $f(x) = x^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \ln x$; $f(a) = 1$;
 $y = x - 1$.

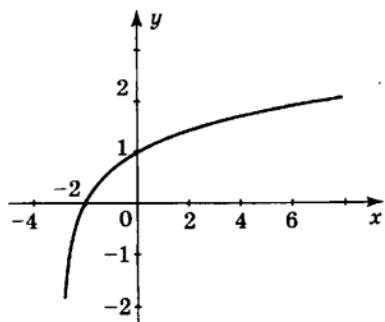
1638. а) $y = \ln(x - 4)$;



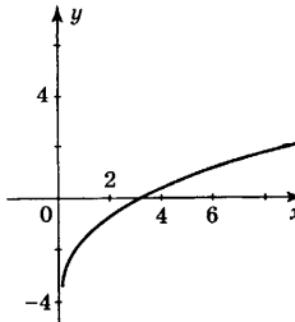
б) $y = \ln ex$;



в) $y = \ln(x + 3)$;



г) $y = \ln \frac{x}{e}$



1639. а) $y = x + \ln \frac{1}{x}$; ОДЗ: $x > 0$; $y' = 1 - \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x^2} = 1 - \frac{1}{x^3}$; убывает:

$x \in (0; 1]$; возрастает $x \in [1; +\infty)$; $x = 1$ — min;

б) $y = x^4 - 4 \ln x$; ОДЗ: $x > 0$; $y' = 4x^3 - \frac{4}{x} = \frac{4x^4 - 4}{x}$; возрастает:
 $x \in [1; +\infty)$; убывает $x \in (0; 1]$; $x = 1$ — min.

1640. $y = x - \ln x$; $y' = 1 - \frac{1}{x}$; $y' = 0$ при $x = 1$; $y(1) = 1$;

а) $x \in \left[\frac{1}{e}; e\right]$; $y\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} + 1$; $y(e) = e - 1$; $y_{\min} = 1$; $y_{\max} = e - 1$;

б) $x \in [e; e^2]$; $y(e^2) = e^2 - 2$; $y_{\min} = e - 1$; $e_{\max} = e^2 - 2$.

1641. а) $f(x) = e^{2x}$; $y = 2ex - 5$; $f(x) = 2e^{2x}$; $y = 2xe^{2x_0} + e^{2x_0} - 2x_0e^{2x_0}$ — общее уравнение касательной к графику $y = f(x)$; $x_0 = \frac{1}{2}$; $y = 2ex + e - x = 2ex$.

б) $f(x) = \ln(3x + 2)$; $y = x + 7$; $f(x) = \frac{3}{3x + 2}$;
 $y = \frac{3x}{3x_0 + 2} + \ln(3x_0 + 2) - x_0 \frac{3}{3x_0 + 2}$; $x_0 = \frac{1}{3}$; $y = x + \ln 3 - \frac{1}{3}$.

1642. а) $\int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^2 \ln 2$;

б) $\int_1^2 \left(e^x + \frac{1}{x} \right) dx = \left(e^x + \ln x \right) \Big|_1^2 = e^2 + \ln 2 - e$;

в) $\int_0^1 \frac{0,1}{x+1} dx = 0,1 \ln(x+1) \Big|_0^1 = 0,1 \ln 2$;

г) $\int_1^2 \left(e^{2x} + \frac{2}{x} \right) dx = \left(\frac{e^{2x}}{2} + 2 \ln x \right) \Big|_1^2 = \frac{e^4}{2} + 2 \ln 2 - \frac{e^2}{2}$.

1643. а) $\int_3^6 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln(2x-1) \Big|_3^6 = \frac{1}{2} \ln 1 - \frac{1}{2} \ln 5 = \frac{1}{2} \ln \frac{11}{5}$;

б) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{-5x+6} = \left(-\frac{1}{5} \ln(6-5x) \right) \Big|_{-1}^0 = -\frac{1}{5} \ln 6 + \frac{1}{5} \ln 11 = \frac{1}{5} \ln \frac{11}{6}$;

в) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{4x+1} dx = \frac{1}{4} \ln(4x+1) \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \ln 3$;

г) $\int_5^8 \frac{dx}{9-x} = -\ln(9-x) \Big|_5^8 = \ln 4$.

1644. а) $y = 0$; $x = 1$; $x = e$; $y = \frac{1}{x}$; $S = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^e = 1$;

б) $y = 0$; $x = 3$; $x = -1$; $y = \frac{1}{2x+3}$;

$$S = \int_{-1}^3 \frac{dx}{2x+3} = \frac{1}{2} \ln(2x+3) \Big|_{-1}^3 = \frac{1}{2} \ln 9 - \ln 3$$

в) $y = 0$; $x = e$; $x = e^2$; $y = \frac{2}{x}$; $S = \int_e^{e^2} \frac{2}{x} dx = 2 \ln x \Big|_e^{e^2} = 4 - 2 = 2$;

г) $y = 0$; $x = 2$; $x = 5$; $y = \frac{1}{3x-5}$;

$$S = \int_2^5 \frac{dx}{3x-5} = \frac{1}{3} \ln(3x-5) \Big|_2^5 = \frac{1}{3} \ln 10$$

1645. а) $y = e^x$; $y = \frac{1}{x}$; $x = 2$; $x = 3$;

$$S = \int_2^3 \left(e^x - \frac{1}{x} \right) dx = \left(e^x \ln x \right) \Big|_2^3 = e^3 - \ln 3 - e^2 + \ln 2 = e^2 - e^2 + \ln \frac{2}{3};$$

б) $y = \frac{1}{x}$; $y = 1$; $x = 5$; $S = 4 \cdot 1 - \int_1^5 \frac{1}{x} dx = 4 - \ln x \Big|_1^5 = 4 - \ln 5$;

в) $y = \sqrt{x}$; $y = \frac{1}{x}$; $x = 4$;

$$S = \int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) dx = \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \ln x \right) \Big|_1^4 = \frac{16}{3} - \ln 4 - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} - \ln 4;$$

г) $y = -\frac{1}{x}$; $y = -1$; $x = e$;

$$S = 1 \cdot (e - 1) - \int_1^e \frac{1}{x} dx = (e - 1) - \ln x \Big|_1^e = e - 2.$$

ГЛАВА 8. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

§ 55. РАВНОСИЛЬНОСТЬ УРАВНЕНИЙ

1663. $2^x = 256$; $x = 8$;

а) $\log_2 x = 3$; да;

б) $x^2 - 9x + 8 = 0$; нет;

в) $3x^2 - 24x = 0$; нет;

г) $\frac{16}{x} = 2$; да.

1664. $\sin x = 0$; $x = \pi n$;

а) $\cos x = 1$; $x = 2\pi n$; нет;

б) $\operatorname{tg} x = 0$; $x = \pi n$; да;

в) $\cos 2x = 1$; $x = \pi n$; да;

г) $\sqrt{x+1} \sin x = 0$; $x_1 = -1$,
 $x_2 = \pi n$; нет.

1665. а) $\sqrt{2x-1} = 3$; $x = 5$; 1) $5x = 25$; 2) $\frac{x}{5} = 1$; 3) $\sqrt{x+4} = 3$;

б) $\cos x = 3$; решений нет;

1) $\sin x = 5$; 2) $\cos x = -3$; 3) $\sin x = -10$;

в) $\lg x^2 = 4$; $x = \pm 100$; 1) $x^2 = 100^2$; 2) $\sqrt{x^2} = 100$; 3) $|x| = 100$;

г) $x^{\frac{3}{5}} = -1$; 1) $x^{\frac{1}{3}} = -1$; 2) $x^{\frac{1}{7}} = -1$; 3) $x^{\frac{1}{19}} = -1$.

1666. а) $\sqrt{7x+3} = x \Rightarrow 7x+3 = x^2$ (все x , удовлетворяющие первому
уравнению, удовлетворяют и второму);

б) $\log_2(x-1) - \log_2 x = 0 \Rightarrow \log_2\left(1 - \frac{1}{x}\right) = 0$;

в) $\sin(\pi-x)\operatorname{ctg} x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$;

г) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\operatorname{tg} x = 0 \Rightarrow \sin x = 0$.

1667. а) $x^{37} - 12x^2 + 1 = 0$ и $x^{37} + 1 = 12x^2$; перенос слагаемого из одной части уравнения в другую не изменяет равносильности;

б) $\sqrt[5]{x^2 - 2x - 3} = 2$ и $x^2 - 2x - 3 = 32$; возвведение обеих частей уравнения в нечетную степень не нарушает равносильности.

1668. а) $\sqrt{2x^2 + 2} = \sqrt{x^4 + 3}$ и $2^2 + 2 = x^4 + 3$, так как подкоренные выражения всегда положительны, то возвведение в квадрат не нарушит равносильности;

б) $\sqrt[4]{\sin^2 x + 1} = 1$ и $\sin^2 x = 0$, так как подкоренное выражение всегда положительно, то возведя в 4 степень и вычтя из обеих частей уравнения единицу получим второе уравнение, равносильное первому.

1669. а) $3^{\sqrt[x+4]} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 1$ и $\sqrt[x]{x+4} - x = 0$; $3^{\sqrt[x+4]} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 1 \Leftrightarrow 3^{\sqrt[x+4]-x} = 3^0$;
логарифмируя по основанию 3, получим второе уравнение;

б) $\sqrt{0,5^x} \cdot 2^{x^2} \sqrt{2} = 4$ и $x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} = 2$;

$\sqrt{0,5^x} \cdot 2^{x^2} \sqrt{2} = 4 \Leftrightarrow 2^{-\frac{x}{2}+x^2+\frac{1}{2}} = 2^2$;

логарифмируем по основанию 2, получим второе уравнение.

1670. а) $\frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 + 1} = 3$ и $x^2 + 3x - 1 = 3x^2 + 3$; так как $x^2 + 1 > 0$ при

всех x , то, умножив обе части уравнения на $x^2 + 1$, получим второе уравнение, не нарушив равносильности;

б) $\frac{\sin x + 1}{\sin x + 2} = \frac{1}{2}$ и $\sin x + 1 = \frac{1}{2} \sin x + 1$, так как $\sin x + 2 > 0$ при всех x , то, умножив обе части уравнения на $\sin x + 2$, получим второе уравнение, не нарушив равносильности.

1671. а) $\sqrt{3x-5} = \sqrt{9-7x}$; ОДЗ: $\begin{cases} x \geq \frac{5}{3}; \\ x \leq \frac{9}{7}; \end{cases}$ так как $\frac{5}{3} > \frac{9}{7}$, то эта система

не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней;

б) $\sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{1 - x^2} = 4$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 \geq 4; \\ x^2 \leq 1 \end{cases}$; эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней.

1672. а) $\lg(x^2 - 9) + \lg(4 - x^2) = \frac{1}{2}$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 > 9; \\ x^2 < 4; \end{cases}$ эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней;

б) $\lg(x^2 - 3x) - \lg(2x - x^2) = \frac{1}{2}$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - 3x > 0; \\ 2x - x^2 > 0; \\ x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty); \\ x \in (0; 2); \end{cases}$ эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней.

1673. а) $\sqrt{7x - 6} = x$; ОДЗ: $7x - 6 \geq 0$; $x \geq \frac{6}{7}$;

$$x^2 - 7x + 6 = 0; \quad x = 6; \quad x = 1;$$

б) $x + 3 = \sqrt{2x + 9}$; ОДЗ: $\begin{cases} 2x + 9 \geq 0; \\ x + 3 \geq 0; \end{cases} \quad x \geq -3$;

$$x^2 + 4x = 0; \quad x = 0; \quad x = -4 \text{ — не входит в ОДЗ};$$

в) $\sqrt{6x - 11} = x - 1$; ОДЗ: $\begin{cases} 6x - 11 \geq 0; \\ x - 1 \geq 0; \end{cases} \quad x \geq \frac{11}{6}; \quad x^2 - 8x + 12 = 0$;
 $x = 6; \quad x = 2$;

г) $-x - 5 = \sqrt{7x + 23}$; ОДЗ: $\begin{cases} -x - 5 \geq 0; \\ 7x + 23 \geq 0; \end{cases}$ эта система не имеет

решений, поэтому уравнение также не имеет решений.

§ 56. ОБЩИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

1679. а) $3^{2-x} = 3^{x^2-4x}$; так как обе части положительны, то прологарифмировав по основанию 3 получим: $2 - x = x^2 - 4x$.

Ответ: можно.

б) $(3x^2 - 2)^4 - (x - 3)^4$; так как подстепенные выражения могут быть отрицательными, то заменив уравнение на $3x^2 - 2 = x - 3$ мы потеряем часть корней. Ответ: нельзя.

в) $\sqrt[3]{7 - x} = \sqrt[3]{5x + 1}$; так как $\sqrt[3]{a}$ определен для всех a , то обе части уравнения можно возвести в куб, не нарушая равносильности; получим $7 - x = 5x + 1$. Ответ: можно.

г) $\lg \frac{1}{x} = \lg(2x - 7)$, в исходном уравнении имеем:

$$\frac{1}{x} > 0, \quad 2x - 7 > 0; \quad \text{если это уравнение пропотенцировать, то}$$

получим уравнение $\frac{1}{x} = 2x - 7$, правая и левая части которого не обязательно положительны, а значит это уравнение не равносильно исходному. Ответ: нельзя.

1680. а) $(2x^4 + 1)^5 = (1 - x^3)^5$; аналогично пункту в предыдущей задаче получи равносильное уравнение $2x^4 + 1 = 1 - x^3$. *Ответ:* можно.

б) $\log_{0,2}(2 \sin x - 1) = \log_{0,2}(3 - \sin^2 x)$; поскольку $3 - \sin^2 x > 0$ при всех x , то потенцированием получили уравнение $2 \sin x - 1 = 3 - \sin^2 x$; равносильное исходному. *Ответ:* можно.

в) $\sqrt[6]{2^x - 1} = \sqrt[6]{5 - 3 \cdot 2^x}$; так как подкоренные выражения должны быть неотрицательны, то, возведя в шестую степень мы нарушим равносильность. *Ответ:* нельзя.

г) $\cos(3^x - 1) = \cos(3 - 9^x)$; уравнение $3^x - 1 = 3 - 9^x$ не будет равносильно исходному, поскольку \cos — периодическая функция.

1681. а) $2^{\sqrt{x-3}} = \frac{1}{2} \sqrt{32}$; ОДЗ: $x \geq 3$; $2^{\sqrt{x-3}} = 2^{\frac{3}{2}}$; $4x - 12 = 9$; $x = \frac{21}{4} > 3$.

Ответ: $\frac{21}{4}$.

б) $10^{\log_2(x-3)} \cdot 0,00001 = 0,1^{\log_2(x-7)}$; ОДЗ: $x > 7$;

$10^{\log_2(x-3)-5} = 10^{-\log_2(x-7)}$; $x^2 - 10x + 21 = 32$; $x^2 - 10x - 11 = 0$;
 $(x-11)(x+1) = 0$; $x = -1$ не подходит по ОДЗ. *Ответ:* 11.

1682. а) $0,5^{\sin x - \cos x} = 1$; $\sin x - \cos x = 0$; $\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4} = 0$;

$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$.

б) $(\sqrt{3})^{\sin^2 x - 1} \cdot 3\sqrt{3} = \sqrt[4]{729}$; $\sin^2 x - 1 = 0$;

$\cos^2 x = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$.

1683. а) $\log_3(x^2 - 10x + 40) = \log_3(4x - 8)$; ОДЗ: $x > 2$;

$x^2 - 14x + 48 = 0$; $x = 6$; $x = 8$. *Ответ:* 6; 8.

б) $\log_{0,8}(9x - 4x^2) = \log_{0,8}(x^3 + 4x^2)$; ОДЗ: $0 < x < \frac{9}{4}$;

$x^3 + 8x^2 - 9x = 0$; $x(x^2 + 8x - 9) = 0$; $x = 0$; $x = -9$; $x = 1$;
 $x = 0$ и $x = -9$ не входят в ОДЗ. *Ответ:* 1.

в) $\log_{\sqrt{3}} \frac{x-2}{2x-4} = \log_{\sqrt{3}} \frac{x+1}{x+2}$; ОДЗ: $\begin{cases} x > -1; & x \neq 2; \\ x < -2; & \end{cases} \frac{x-2}{2x-4} = \frac{x+1}{x+2}$;

$x^2 - 2x = 0$; $x = 0$; $x = 2$; $x = 2$ — не входит в ОДЗ. *Ответ:* 0.

г) $\log_{0,1} \sqrt{5x-6} - \log_{0,1} \sqrt{x^2-2}$; ОДЗ: $\begin{cases} 5x-6 > 0; & x > \sqrt{2}; \\ x^2-2 > 0; & \end{cases}$

$5x-6 = x^2-2$; $x^2-5x+4=0$; $x=4$, $x=1$; $x=1$ — не входит в ОДЗ. *Ответ:* 4.

1684. а) $(x^2 - 6x)^5 = (2x - 7)^5$; $x^2 - 8x + 7 = 0$;

$x = 7$; $x = 1$. *Ответ:* 1; 7.

6) $(\sqrt{6x-1}+1)^9 = (\sqrt{6x+8})^9$; ОДЗ: $\begin{cases} 6x-1 \geq 0; \\ 6x+8 \geq 0; \end{cases} x \geq \frac{1}{6}$;
 $6x-1+1+2\sqrt{6x-1}=6x+8$; $6x-1=16$; $x=\frac{17}{6}$. Ответ: $\frac{17}{6}$.

в) $(2^{2x}+16)^{20}=(10 \cdot 2^x)^{20}$; $2^{2x}-10 \cdot 2^x+16=0$; $2^x=8$; $x=3$;
 $2^x=2$; $x=1$. Ответ: 1; 3.
г) $(\log_{0,1} x - 2)^3 = (2 \log_{0,1} x + 1)^3$; ОДЗ: $x > 0$;
 $\log_{0,1}^2 x - 2 \log_{0,1} x - 3 = 0$; $\log_{0,1} x = 3$; $x = 0,001$; $\log_{0,1} x = -1$;
 $x = 10$. Ответ: 10; 0,001.

1685. а) $\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$; $2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(2x+\frac{\pi}{12}\right)=0$;

$$x=-\frac{\pi}{4}+\pi n; \quad x=\frac{5\pi}{24}+\frac{\pi n}{2}. \quad \text{Ответ: } -\frac{\pi}{4}+\pi n; \quad \frac{5\pi}{24}+\frac{\pi n}{2}.$$

б) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8}-x\right)=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6}+2x\right)$; $\frac{\pi}{8}-x=\frac{\pi}{6}+2x+\pi k$; $3x+\pi k=-\frac{2\pi}{48}$;
 $x=-\frac{\pi}{72}+\frac{\pi k}{3}$. Ответ: $-\frac{\pi}{7}+\frac{\pi n}{3}$.

в) $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$; $\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\sin\frac{3x}{2}=0$; $x=\frac{2\pi n}{3}$,
 $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n$. Ответ: $\frac{2\pi n}{3}; -\frac{\pi}{2}+2\pi n$.

г) $\operatorname{ctg} 2x = \operatorname{ctg} 3x$; $3x = 2x + \pi k x = \pi k$; но $x \neq \frac{\pi n}{2}, x \neq \frac{\pi n}{3}$.
Ответ: нет решений.

1686. а) $2^{x^2+3}-8^{x+1}=0$; $x^2+3=3x+3$; $x^2-3x=0$; $x=0, x=3$.
Ответ: 0; 3.

б) $27^{5-x^2}-3^{x^2-1}=0$; $15-3x^2=x^2-1$; $4x^2=16$; $x=\pm 2$.

Ответ: ± 2 .

1687. а) $2^{\log_8 x + \log_8 x^2 + 2,5} = (2\sqrt{2}+1)^2 - 9$; $2^{\log_8 x^2 + 2,5} = 2^3 + 4\sqrt{2} - 8$;
 $\log_8 x^2 = 0$; $\log_8 x = 0$; $x = 1$;

б) $3^{\cos x} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$; $\cos x + 1,5 = 1$; $\cos x = -\frac{1}{2}$; $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$.

1688. а) $(\sqrt{3})^{\lg x} = \frac{3\sqrt{3}}{3^{\lg x}}$; $\frac{1}{2} \operatorname{tg} x = 1,5 - \operatorname{tg} x$; $\operatorname{tg} x = 1$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$;

б) $(\sqrt{2})^{2 \cos x} = \frac{1}{2 \cdot 2^{\cos x}}$; $\cos x = -\cos x - 1$;
 $\cos x = -\frac{1}{2}$; $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$.

- 1689.** а) $\log_{\frac{2}{3}}(7x+9) - \log_{\frac{2}{3}}(8-x) = 1$; ОДЗ: $\begin{cases} 7x+9 > 0; \\ 8-x > 0; \end{cases} -\frac{9}{7} < x < 8$;
 $7x+9 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3}x$; $23x = -11$; $x = -\frac{11}{23}$. Ответ: $-\frac{11}{23}$.
- б) $\log_{1,2}(3x-1) + \log_{1,2}(3x+1) = \log_{1,2} 8$; ОДЗ: $\begin{cases} 3x-1 > 0; \\ 3x+1 > 0; \end{cases} x > \frac{1}{3}$;
 $9x^2 = 9$; $x = 1$, $x = -1$; $x = -1$ — не входит в ОДЗ. Ответ: 1.
- 1690.** а) $x^3 - 9x^2 + 20x = 0$; $x(x^2 - 9x + 20) = 0$; $x(x-4)(x-5) = 0$;
 $x = 0$, $x = 4$, $x = 5$;
- б) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$; $x(x^2 - 4) - 3(x^2 - 4) = 0$;
 $(x-2)(x+2)(x-3) = 0$; $x = \pm 2$; $x = 3$;
- в) $x^5 + 8x^4 + 12x^3 = 0$; $x^3(x^2 + 8x + 12) = 0$; $x^3(x+6)(x+2) = 0$;
 $x = 0$, $x = -2$, $x = -6$;
- г) $x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0$; $(x^2 - 9)(x+1) = 0$; $(x+1)(x-3)(x+3) = 0$;
 $x = \pm 3$, $x = -1$.
- 1691.** а) $\sqrt[3]{x^5} - 3\sqrt[3]{x^3} - 18\sqrt{x} = 0$; ОДЗ: $x \geq 0$; $\sqrt{x}(x^2 - 3x - 18) = 0$;
 $\sqrt{x}(x-6)(x+3) = 0$; $x = 0$, $x = 6$, $x = -3$; $x = -3$ — не входит в ОДЗ. Ответ: 0; 6.
- б) $\sqrt[4]{x^9} - 2\sqrt[4]{x^5} - 15\sqrt[4]{x} = 0$; ОДЗ: $x \geq 0$; $\sqrt[4]{x}(x^2 - 2x - 15) = 0$;
 $\sqrt[4]{x}(x-5)(x+3) = 0$; $x = 0$, $x = 5$, $x = -3$; $x = -3$ — не входит
в ОДЗ. Ответ: 0; 5.
- 1692.** а) $2^x \cdot x - 4x - 4 + 2^x = 0$; $2^x(x+1) - 4(x+1) = 0$; $(x+1)(2^x - 4) = 0$;
 $x = -1$; $x = 2$;
- б) $3^x \cdot x - 3^{x+1} + 27 - 9x = 0$; $3^x(x-3) - 9(x-3) = 0$;
 $(x-3)(3^x - 9) = 0$; $x = 2$, $x = 3$.
- 1693.** а) $2x^2 \sin x - 8 \sin x + 4 - x^2 = 0$; $x^2(2 \sin x - 1) - 4(2 \sin x - 1) = 0$;
 $(2 \sin x - 1)(x-2)(x+2) = 0$; $x = 2$, $x = -2$, $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$;
- б) $2x^2 \cos x + 9 = 18 \cos x + x^2$; $x^2(2 \cos x - 1) - 9(2 \cos x - 1) = 0$;
 $(2 \cos x - 1)(x-3)(x+3) = 0$; $x = \pm 3$, $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$.
- 1694.** а) $\sin 2x = \sin x$; $\sin x(2 \cos x - 1) = 0$; $x = \pi n$, $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$;
- б) $\cos^2(\pi - x) + \sin 2x = 0$; $\cos x(\cos x + 2 \sin x) = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$;
 $\cos x + 2 \sin x = 0$; $\operatorname{ctg} x = -\frac{1}{2}$; $x = -\operatorname{arcctg} \frac{1}{2} + \pi n$;
- в) $\sqrt{3} \cos 2x = \sin 6x$; $\cos 3x(\sqrt{3} - 2 \sin 3x) = 0$;

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3};$$

р) $\sin^2\left(\pi + \frac{x}{2}\right) - \frac{1}{2}\sin x = 0; \quad \sin \frac{x}{2} \left(\sin \frac{x}{2} - \cos x \frac{x}{2} \right) = 0;$

$$\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} \sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = 0; \quad x = 2\pi n; \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n.$$

1695. а) $8x^6 + 7x^3 - 1 = 0$; пусть $x^3 = a$, тогда получим: $8a^2 + 7a - 1 = 0$;

$$a = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{2}; \quad a = -1 \Rightarrow x = -1. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}; -1.$$

б) $x^8 + 3x^4 - 4 = 0$; пусть $x^4 = a \geq 0$, тогда получим:

$$a^2 + 3a - 4 = 0; \quad a = 1 \Rightarrow x = \pm 1; \quad a = -4 \text{ — не подходит.}$$

Ответ: ± 1 .

1696. а) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} - 6\sqrt{x-1} = 7; \quad \sqrt{x-1} = a \geq 0; \quad a^2 - 6a - 7 = 0;$
 $a = 7 \Rightarrow x = 50; \quad a = -1 \text{ — не подходит.}$ Ответ: 50.

б) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 6 = 5\sqrt{2-x}; \quad \sqrt{2-x} = a \geq 0; \quad a^2 - 5a - 6 = 0;$
 $a = 6 \Rightarrow x = -34; \quad a = -1 \text{ — не подходит.}$ Ответ: -34.

1697. а) $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} + 4\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} = 4; \quad \sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} = a > 0; \quad a + \frac{4}{a} = 4;$
 $a^2 - 4a + 4 = 0; \quad a = 2; \quad 2x + 3 = 8x - 4; \quad 6x = 7; \quad x = \frac{7}{6};$

б) $\sqrt{\frac{5x-1}{x+3}} + 5\sqrt{\frac{x+3}{5x-1}} = 6; \quad \sqrt{\frac{5x-1}{x+3}} = a > 0; \quad a + \frac{5}{a} = 6;$
 $a^2 - 6a + 5 = 0; \quad a = 1 \Rightarrow x = 1; \quad a = 5 \Rightarrow 5x - 1 = 25x + 75;$
 $20x = -76; \quad x = -3,8.$ Ответ: 1; -3,8.

1698. а) $2^x + 2^{1-x} = 3; \quad 2^x = a > 0; \quad a + \frac{2}{a} = 3; \quad a^2 - 3a + 2 = 0;$

$$a = 1 \Rightarrow x = 0; \quad a = 2 \Rightarrow x = 1.$$

Ответ: 0; 1.

б) $25^{-x} - 50 = 5^{-x+1}; \quad 5^{-x} = a > 0; \quad a^2 - 5a - 50 = 0;$

$$a = 10 \Rightarrow x = -\log_5 10; \quad a = -5 \text{ — не подходит.}$$

Ответ: $-\log_5 10$.

в) $5^x + 4 = 5^{2x+1}; \quad 5 \cdot 5^{2x} - 5^x - 4; \quad a = 5^x > 0; \quad 5a^2 - a - 4 = 0;$

$$a = -\frac{4}{5} < 0 \text{ — не подходит; } a = 1 \Rightarrow x = 0.$$

Ответ: 0.

г) $3^{x+1} - 29 = -18 \cdot 3^{-x}; \quad 3^x = a > 0; \quad 3 \cdot a^2 - 29a + 18 = 0;$

$$a = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \log_3 2 - 1; \quad a = 9 \Rightarrow x = 2.$$

Ответ: 2; $\log_3 2 - 1$.

1699. а) $7^{2x+1} - 50 \cdot 7^x = -7; \quad 7^x = a > 0; \quad 7a^2 - 50a + 7 = 0;$

$$a = \frac{1}{7} \Rightarrow x = -1; \quad a = 7 \Rightarrow x = 1.$$

Ответ: ± 1 .

б) $\log_2 x + 13 = 7 \log_2 x; \quad \log_2 x = a; \quad a^2 - 7a + 12 = 0; \quad a = 3 \Rightarrow x = 8;$

$$a = 4 \Rightarrow x = 16.$$

Ответ: 8; 16.

в) $4 \sin^2 x + 4 = 17 \sin x ; \sin x = a ; |a| \leq 1 ; 4a^2 - 17a + 4 = 0 ;$

$a = \frac{1}{4} \Rightarrow x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{4} + \pi n ; a = 4 > 1$ — не подходит. Ответ:

$(-1)^k \arcsin \frac{1}{4} + \pi n ;$

г) $\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 2 = 0 ; \sqrt[6]{x} = a > 0 ; a^2 - a - 2 = 0 ; a = 2 \Rightarrow x = 64 ;$

$a = -1 > 0$ — не подходит. Ответ: 64.

1700. а) $\lg^2 x^2 + \lg 10x - 6 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $a = \lg x$; $4a^2 + a - 5 = 0$;

$a = -\frac{5}{4} \Rightarrow x = 10^{-\frac{5}{4}} ; a = 1 \Rightarrow x = 10$. Ответ: $10 ; 10^{-\frac{5}{4}}$.

б) $3^x + 3^{-x+1} = 4 ; 3^x = a > 0 ; a^2 - 4a + 3 = 0 ; a = 3 \Rightarrow x = 1 ;$

$a = 1 \Rightarrow x = 0$. Ответ: 0; 1.

в) $2 \cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0 ; \cos x = a , |a| \leq 1 ; 2a^2 - 7a - 4 = 0$;

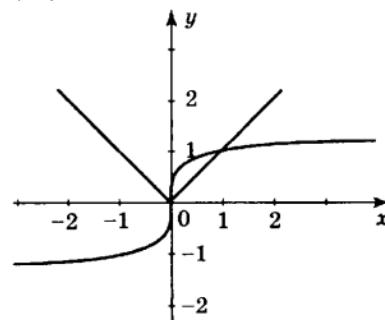
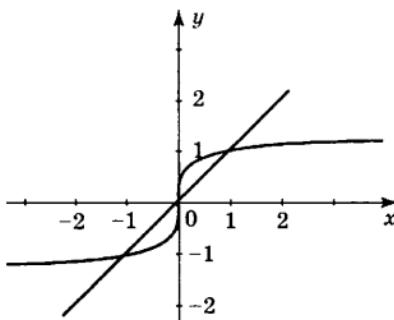
$a = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n ; a = 4 > 1$ — не подходит.

Ответ: $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$.

г) $5^{2\sqrt{x}} + 125 = 6 \cdot 5^{\sqrt{x}+1} ; 5^{\sqrt{x}} = a > 0 ; a^2 - 30a + 125 = 0$;

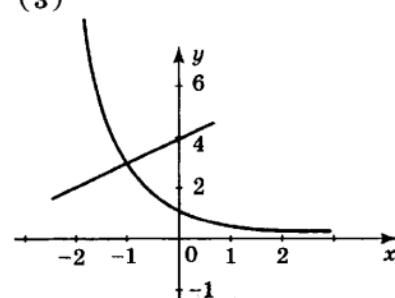
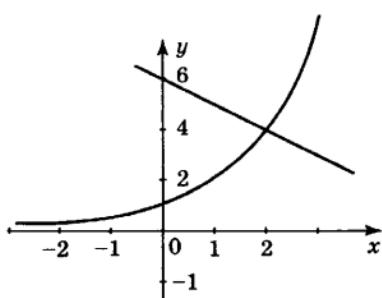
$a = 5 \Rightarrow x = 1 ; a = 25 \Rightarrow x = 4$. Ответ: 1; 4.

1701. а) $x = \sqrt[3]{x} ; x = 0 ; x = \pm 1$; б) $|x| = \sqrt[3]{x} ; x = 1 ; x = 0$

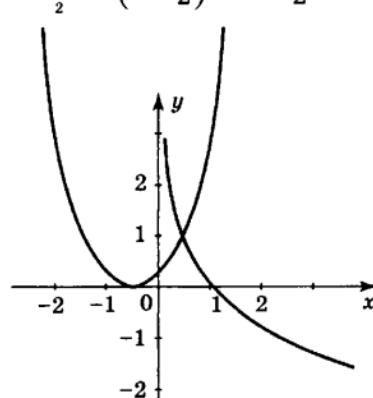
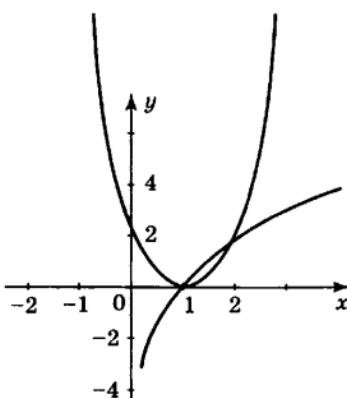


1702. а) $2^x = 6 - x ; x = 2$

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 4 ; x = -1$

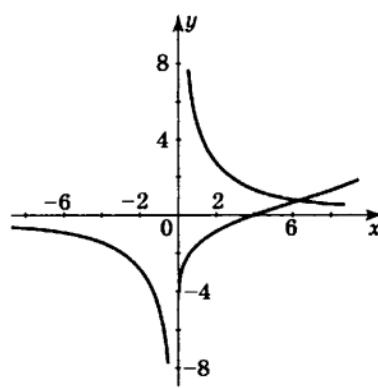
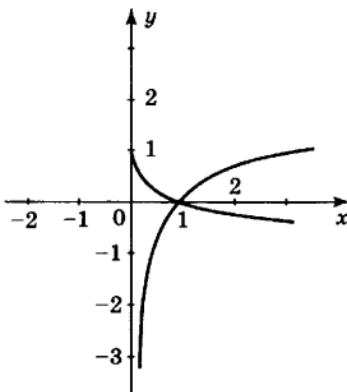


1703. а) $(x - 1)^2 = \log_2 x$; $x = 1$; $x = 2$ б) $\log_{\frac{1}{2}} x = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$; $x = \frac{1}{2}$



1704. а) $1 - \sqrt{x} = \ln x$; $x = 1$

б) $\sqrt{x} - 2 = \frac{9}{x}$; $x = 9$



§ 57. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

1745. а) $x^2 - 9 \leq 0$; 1) $|x| \leq 3$; 2) $x^4 \leq 81$; 3) $x^6 \leq 729$;

б) $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$; 1) $x(x - 3) > 0$; 2) $\frac{3-x}{x} < 0$; 3) $\frac{3}{x} - 1 < 0$.

1746. а) $\log_{0,2} x < 0$; 1) $\log_5 x > 0$; 2) $\log_{0,2} x < 1$; 3) $x > 1$;

б) $10^{x-3} < 1$; 1) $\frac{10^x}{1000} < 1$; 2) $10^x < 1000$; 3) $x < 3$.

1747. а) $\sin x + 2 \log_3 x > 20$ и $\sin x > 20 - 2 \log_3 x$; являются равносильными, так как перенос из одной части уравнения в другую не нарушает равносильности;

- б) $\frac{\sin x}{\sqrt{x^2 + 1}} \geq 1$ и $\sin x \geq \sqrt{x^2 + 1}$ являются равносильными, так как $\sqrt{x^2 + 1} > 0$, поэтому домножив на него, мы не нарушим равносильности;
- в) $13 - 13^{x^2-4} \geq 10^x$ и $13 \geq 10^x + 13^{x^2-4}$; являются равносильными, так как перенос не нарушает равносильности;
- г) $10^{4x-1} \lg(x^2 - 4) < 0$ и $\lg(x^2 - 4) < 0$; являются равносильными, так как $10^{4x-1} > 0$, поэтому разделив на него, мы не нарушим равносильности.

1748. а) $\lg(x^2 + 9) > \lg(2x^2 + 4) \Leftrightarrow x^2 + 9 > 2x^2 + 4$ (так как $x^2 + 9 > 0$ и $2x^2 + 4 > 0$);

б) $1,4^{7x-9} \leq 1,4^{x^2-6} \Leftrightarrow 7x - 9 \leq x^2 - 6$;

в) $\sqrt[5]{4x - 9} \geq \sqrt[5]{7x + 9} \Leftrightarrow 4x - 9 \geq 7x + 9$;

г) $\log_{0,2}(16x^2 + 8) < \log_{0,2}(x^2 + 1)$, $16x^2 + 8 > x^2 + 1$.

1749. а) $\begin{cases} 3x - 11 > 2x + 13; \\ 17x + 9 < 9x + 99; \end{cases} \begin{cases} x > 24; \\ x < \frac{45}{4}; \end{cases}$ нет решений;

б) $\begin{cases} 6x + 2 \leq 4x + 24; \\ 2x - 1 \geq x + 7; \end{cases} \begin{cases} x \leq 11; \\ x \geq 8; \end{cases} x \in [8; 11]$.

1750. а) $\begin{cases} (x+1)^2 - (x-1)^2 \geq 12; \\ (x+4)(x-4) - (x+2)^2 < 9; \end{cases}$

$$\begin{cases} x \geq 3; \\ x > -\frac{29}{4}; \end{cases} x \in [3; +\infty)$$

б) $\begin{cases} (x-2)(x^2 + 2x + 4) - x^3 < 8x; \\ 3x - 16 \leq x; \end{cases} \begin{cases} -8 < 8x; \\ 2x \leq 16; \end{cases}$

$$\begin{cases} x > -1; \\ x \leq 8; \end{cases} x \in (-1; 8].$$

1751. а) $\begin{cases} 7 + 3x < 5x + 3; \\ 7x - 15 < 4x - 3; \\ 11x - 32 > 13x - 42; \end{cases} \begin{cases} x > 2; \\ x < 4; \\ x < 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 29 + 25x > 2(13x + 9); \\ 2x > 5; \\ 3(5x + 3) < 4(4x + 3); \end{cases} \begin{cases} x < 11; \\ x > 2,5; \\ x > -3; \end{cases}$

1752. a) $\begin{cases} \frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3} - \frac{168}{21}; \\ \frac{7x-11(x+1)}{3} > \frac{3x-1}{3} - \frac{13-x}{2}; \end{cases}$
 $\begin{cases} 45x + 75 + 210 - 63x - 70x - 245 > -840; \\ 14x - 11x - 11 > 6x - 2 - 39 + 3x; \end{cases} \quad \begin{cases} 88x < 880; \\ x < 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 10; \\ x < 5; \end{cases}$
 $x \in (-\infty; 5);$
- 6) $\begin{cases} \frac{2x-11}{4} + \frac{19-2x}{2} < 2x; \\ \frac{2x+15}{9} > \frac{1}{5}(x-1) + \frac{x}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 4x - 8x < -38 + 11; \\ 10x + 75 > 9x - 9 + 15x; \end{cases} \quad \begin{cases} 10x > 27; \\ 14x < 84; \end{cases}$
 $x \in (2, 7; 6).$
1753. a) $\begin{cases} x^3 < x; \\ 3x^2 - x > 5 - 15x; \end{cases} \quad \begin{cases} x(x^2 - 1) < 0; \\ 3x^2 + 14x - 5 > 0; \end{cases}$
 $\begin{cases} x < -1; \\ 0 < x < 1; \\ x < -5; \quad x \in (-\infty; -5) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right); \\ x > \frac{1}{3}; \end{cases}$
- 6) $\begin{cases} \frac{x+5}{x-7} < 1; \\ \frac{3x+4}{4x-2} > -1; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{x-7} < 0; \\ \frac{7x+2}{4x-2} > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 7; \\ x < -\frac{2}{7}; \quad x \in \left(-\infty; -\frac{2}{7}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 7\right). \\ x > \frac{1}{2}; \end{cases}$
1754. a) $\begin{cases} \frac{x}{x+2} - \frac{24}{(x+2)^2} < 0; \\ -3x < 9; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 2x - 24 < 0; \\ x \neq -2; \\ x > -3; \end{cases} \quad \begin{cases} -6 < x < 4; \\ x > -3; \\ x \neq -2; \end{cases}$
 $x \in (-3; -2) \cup (-2; 4);$
- 6) $\begin{cases} \frac{x^2 - 1,5x - 7}{(x-4)^2} > 0; \\ x^2 < 25; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - 3x - 14 > 0; \\ -5 < x < 5; \\ x \neq 4; \end{cases}$
 $\begin{cases} x > 3,5; \\ x < -2; \\ -5 < x < 5; \quad x \in (-5; -2) \cup \left(\frac{7}{4}; 4\right) \cup (4; 5). \\ x \neq 4; \end{cases}$

1755. а) $\begin{cases} x^2 - 4 > 0; \\ x - 6 < 0; \end{cases} \begin{cases} x > 2; \\ x < -2; \quad x \in (-\infty; +\infty); \\ x < 6; \end{cases}$

б) $\begin{cases} (x-3)^3 \geq 27; \\ 4x-1 < 12x; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0; \\ x > -\frac{1}{8}; \quad x \in \left(-\frac{1}{8}; +\infty\right); \\ x > -\frac{1}{8}; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 - 4 > 0; \\ x - 6 < 0; \end{cases} \begin{cases} -1 \leq x \leq 0; \\ x > 3; \end{cases} x \in [-1; 0] \cup (3; +\infty);$

г) $\begin{cases} (x+3)(x^2 - 3x + 9) < 54; \\ x^2 - 9 > 0; \end{cases} \begin{cases} x^3 + 27 < 54; \\ x^2 > 9; \end{cases}$

$$\begin{cases} x < 3; \\ x < -3; \quad x \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty); \\ x > 3; \end{cases}$$

1756. а) $\begin{cases} \frac{2x-3}{x+3} > 0; \\ \frac{5x+1}{4x-2} < 0; \end{cases} \begin{cases} x < -3; \\ x > \frac{3}{2}; \\ -\frac{1}{5} < x < \frac{1}{2}; \end{cases} x \in (-\infty; -3) \cup \left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right);$

б) $\begin{cases} \frac{2}{x+3} < \frac{5}{x}; \\ \frac{3}{x-2} < \frac{2}{x}; \end{cases} \begin{cases} \frac{3x+15}{x(x+3)} > 0; \\ \frac{x+4}{x(x-2)} < 0; \end{cases} \begin{cases} -5 < x < -3; \\ x > 0; \\ x < -4; \\ 0 < x < 2; \end{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty);$

в) $\begin{cases} (x+3)(x-1) > 0; \\ 2-x^2 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} x < -3; \\ x > 1; \\ x \geq \sqrt{2}; \\ x \leq -\sqrt{2}; \end{cases} x \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (1; +\infty);$

г) $\begin{cases} x^2 < 25; \\ \frac{x-1}{x+3} < 0; \end{cases} \begin{cases} -5 < x < 5; \\ -3 < x < 1; \end{cases} x \in (-5; 5).$

1757. а) $\log_{14}(x-1) \leq \log_{14}(2x+3); \quad 0 < x-1 \leq 2x+3;$

$\begin{cases} x \geq -4; \\ x > 1. \end{cases}$ Ответ: $x \in (1; +\infty).$

б) $\log_{0,3}(2x+1) < \log_{0,3}(x-3); \quad 2x+1 > x-3 > 0;$

$\begin{cases} x > -4; \\ x > 3; \end{cases} x \in (3; +\infty).$

1758. а) $\log_{\frac{1}{\pi}}(2x^2 - 5x) \geq \log_{\frac{1}{\pi}}(2x - 3); 0 < 2x^2 - 5x \leq 2x - 3;$

$$\begin{cases} x > 2,5; \\ x < 0; \\ 2x^2 - 7x + 3 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2,5; \\ x < 0; \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 3; \end{cases} \quad x \in (2,5; 3];$$

б) $\lg(5x^2 - 15x) \leq \lg(2x - 6); 0 < 5x^2 - 15x \leq 2x - 6;$

$$\begin{cases} x > 3; \\ x < 0; \\ 5x^2 - 17x + 6 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3; \\ x < 0; \\ 0,4 \leq x \leq 3; \end{cases} \quad \text{решений нет.}$$

1759. а) $2^{\sqrt{x+4}} \geq \frac{1}{2} \sqrt{128}; \text{ОДЗ: } x \geq -4; \sqrt{x+4} \geq -1 + \frac{7}{2}; 4x + 16 \geq 25;$

$$x \in \left[\frac{9}{4}; +\infty \right);$$

б) $0,5^{\frac{\sin x + \sqrt{3}}{2}} \leq 1; \sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}; x \in \left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{4\pi}{3} + 2\pi n \right].$

1760. а) $\log_9(x^2 - 10x + 40) \leq \log_9(4x - 8); 0 < x^2 - 10x + 40 \leq 4x - 8;$

$$x^2 - 14x + 48 \leq 0; x \in [6; 8];$$

б) $\log_{0,7}(9x - 4x^2) \geq \log_{0,7}(x^3 + 4x^2); 0 < 9x - 4x^2 \leq x^3 + 4x^2;$

$$\begin{cases} x(x^2 + 8x - 9) \geq 0; \\ 0 < x < \frac{9}{4}; \end{cases} \quad x \in \left[1; \frac{9}{4} \right);$$

в) $\log_{\sqrt{2}} \frac{x-2}{2x-4} > \log_{\sqrt{2}} \frac{x+1}{x+2}; \frac{x-2}{2x-4} > \frac{x+1}{x+2} > 0;$

$$\begin{cases} x \neq 2; \\ \frac{2x+2}{x+2} < 1; \\ x > -1; \\ x < -2; \\ x < -2; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x}{x+2} < 0; \\ x > -1; \\ x < -2; \end{cases} \quad x \in (-1; 0);$$

г) $\log_{\frac{1}{3}}(5x-4) < \log_{\frac{1}{3}}x^2; x^2 - 5x + 4 < 0; x \in (1; 4).$

1761. а) $(x^2 - 6x)^5 \geq (2x - 7)^5; x^2 - 8x + 7 \geq 0; \begin{cases} x \leq 1; \\ x \geq 7; \end{cases} x \in (-\infty; 1] \cup [7; +\infty);$

б) $(x^2 - 2x)^9 \leq (2x - x^2 - 2)^{89}; 2x^2 - 4x + 2 \leq 0; 2(x-1)^2 \leq 0; x = 1;$

в) $(x^2 - 10)^{11} < (5 - 2x)^{11}$; $x^2 + 2x - 15 < 0$; $x \in (-5; 3)$;

г) $(6x^2 - 4x - 2)^7 > (x^2 + 3x + 10)^7$; $5x^2 - 7x - 12 > 0$;

$$\begin{cases} x < -1; \\ x > 2,4; \end{cases} \quad x \in (-\infty; -1) \cup (2,4; +\infty).$$

1762. а) $(2^{x+1} + 1)^6 \geq (2^x + 17)^6$; $2^{x+1} + 1 \geq 2^x + 17$; $2^x \geq 16$; $x \in [4; +\infty)$;

б) $(2 \cdot 0,1^x + 3)^{10} \leq (0,1^x + 103)^{10}$; $0,1^x \leq 100$; $x \in [-2; +\infty)$;

в) $(3 - 3 \log_{0,2} x)^{13} < (\log_{0,2} x + 7)^{13}$; $3 - 3 \log_{0,2} x < \log_{0,2} x + 7$;
 $\log_{0,2} x > -1$; $x \in (0; 5)$; $0 < x < 5$;

г) $(3 \log_7 x - 24)^5 > (2 \log_7 x - 22)^5$; $3 \log_7 x - 24 > 2 \log_7 x - 22$;
 $\log_7 x > 2$; $x \in (49; +\infty)$.

1763. а) $2^{x^2+3} - 8^{x+1} \geq 0$; $2^{x^2} - 2^{3x} \geq 0$; $x^2 \geq 3x$; $x(x-3) \geq 0$;
 $x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$;

б) $27^{5-x^2} - 3^{x^2-1} < 0$; $3^{15-3x^2} < 3^{x^2-1}$; $3x^2 + x^2 > 16$;
 $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

1764. а) $(\sqrt{3})^{\operatorname{tg} x} \leq \frac{3\sqrt{3}}{3^{\operatorname{tg} x}}$; $3^{\frac{1}{2}\operatorname{tg} x} \leq 3^{\frac{3}{2}-\operatorname{tg} x}$; $\frac{1}{2}\operatorname{tg} x \leq \frac{3}{2} - \operatorname{tg} x$; $\operatorname{tg} x \leq 1$;
 $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n\right)$;

б) $\sqrt{2}^{2\cos x} > \frac{1}{2 \cdot 2^{\cos x}}$; $\cos x > -1 - \cos x$;
 $\cos x > -\frac{1}{2}$; $x \in \left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right)$.

1765. а) $3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 \geq 0$; $\begin{cases} 3^x \leq -1; \\ 3^x \geq 3; \end{cases} \quad x \in [1; +\infty)$;

б) $2 \cdot 5^{2x} - 5^x - 1 \leq 0$; $-\frac{1}{2} \leq 5^x \leq 1$; $x \in (-\infty; 0]$.

1766. а) $3^{1+x} \cdot 2^{1-x} + 3^x \cdot 2^{-x} \leq 10,5$; $3^x \cdot 2^{-x}(6+1) \leq 10,5$; $3^x \cdot 2^{-x} \leq 1,5$;
 $(1,5)^x \leq 1,5$; $x \in (-\infty; 1]$;

б) $2^x \cdot 5^{1-x} + 2^{x+1} \cdot 5^{-x} \geq 2,8$; $2^x 5^{-x}(5+2) \geq 2,8$; $(0,4)^x \leq 0,4$;
 $x \in (-\infty; 1]$.

1767. а) $\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 2 > 0$; $\begin{cases} \sqrt[6]{x} < -1; \\ \sqrt[6]{x} > 2; \end{cases} \quad x > 64$; $x \in (64; +\infty)$;

б) $\sqrt[5]{x} - 6\sqrt[10]{x} + 8 < 0$; $2 < \sqrt[10]{x} < 4$; $2^{10} < x < 4^{10}$; $x \in (2^{10}; 2^{20})$.

1768. а) $3^x + 3^{-x+1} \leq 4$; $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$;

$$1 \leq 3^x \leq 3; \quad x \in [0; 1];$$

б) $25^{-x} - 50 > 5^{-x+1}$; $5^{-2x} - 5 \cdot 5^{-x} - 50 > 0$; $\begin{cases} 5^{-x} < -5; \\ 5^{-x} > 10; \end{cases}$
 $x \in (-\infty; -\log_5 10)$.

1769. а) $\log_2^2 x - 7 \log_2 x + 12 < 0$; $3 < \log_2 x < 4$; $x \in (8; 16)$;

б) $3 \log_{\frac{1}{3}}^2 x - 10 \log_{\frac{1}{3}} x + 3 \geq 0$;

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} x \geq 3; \\ \log_{\frac{1}{3}} x \leq \frac{1}{3}; \\ x > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{1}{27}; \\ x \geq \frac{1}{\sqrt[3]{3}}; \\ x \in \left(0; \frac{1}{27}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt[3]{3}}; +\infty\right). \end{cases}$$

1770. а) $\log_2(x-1) + 3 \log_2(x-1) + 2 \geq 0$; ОДЗ: $x > 1$;

$$\begin{cases} \log_2(x-1) \leq -2; \\ \log_2(x-1) \geq -1; \\ x > 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{5}{4}; \\ x \geq \frac{3}{2}; \\ x \in \left(1; \frac{5}{4}\right] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right). \end{cases}$$

б) $9^{\log_{0,1} x} - 4 \cdot 3^{\log_{0,1} x} + 0,1^{\log_{0,1} 3} < 0$; $3^{2\log_{0,1} x} - 4 \cdot 3^{\log_{0,1} x} + 3 < 0$;
 $1 < 3^{\log_{0,1} x} < 3$; $0 < \log_{0,1} x < 1$; $0,1 < x < 1$; $x \in (0, 1; 1)$.

1771. а) $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 \leq 0$; $\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$; $x \in \left[\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right]$;

б) $\cos^2 x - 5 \cos x + 4 \leq 0$; $1 \leq \cos x \leq 4$; $\cos x = 1$; $x = 2\pi n$.

§ 58. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

1808. а) $\begin{cases} x + y = 3; \\ x^2 + 2y^2 - xy + 2x - 3y = 3; \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 3 - y; \\ 9 + y^2 - 6y + 2y^2 - 3y + y^2 + 6 - 2y - 3y - 3 = 0; \end{cases}$
 $4y^2 - 14y + 12 = 0$; $2y^2 - 7y + 6 = 0$; $y_1 = \frac{3}{2}$; $x_1 = \frac{3}{2}$; $y_2 = 1$,
 $x_2 = 2$. Ответ: $(2; 1), \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$;

б) $\begin{cases} y = 2 + x; \\ x^3 - y^3 = -8; \end{cases}$ $x^3 - x^3 - 8 - 6x^2 - 12x + 8 = 0$; $x^2 + 2x = 0$;
 $x_1 = 0$; $x_2 = -2$; $y_1 = 2$; $y_2 = 0$. Ответ: $(0; 2); (-2; 0)$.

в) $\begin{cases} x + y = 5; \\ x^3 + y^3 = 35; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 - y; \\ 125 - y^3 + 15y^2 - 75y + y^3 = 35; \end{cases}$

$$15y^2 - 75y + 90 = 0; \quad y^2 - 5y + 6 = 0; \quad y = 2, \quad x = 3; \quad y = 3, \quad x = 2.$$

Ответ: (2; 3); (3; 2).

г) $\begin{cases} x + 2y = 1; \\ 2x^2 + 3xy - 3y^2 = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 - 2y; \\ 2 + 8y^2 - 8y + 3y - 6y^2 - 3y^2 - 6 = 0; \\ y^2 + 5y + 4 = 0; \quad y = -4, \quad x = 9; \quad y = -1, \quad x = 3. \end{cases}$

Ответ: (9; -4); (3; -1).

1809. а) $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4}; \\ \sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2\sqrt{2}}; \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(x - y) - \cos(x + y) = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \\ x = \frac{\pi}{4} - y; \end{cases}$
 $\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2y\right) = 0; \quad \begin{cases} y = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; \\ x = -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2}. \end{cases}$ Ответ: $\left(-\frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2}; \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}\right).$

б) $\begin{cases} 3x = y + 1; \\ 7^{y-2x+2} = 7^{y-4x+1} + 6; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3x - 1; \\ 7^{x+1} = 7^{-x} + 6; \end{cases} \quad 7 \cdot 7^{2x} - 6 \cdot 7^x - 1 = 0 —$
квадратное уравнение относительно 7^x ;

1) $7^x = 1; \quad x = 0; \quad y = -1;$

2) $7^x = -\frac{1}{7}$ — решений нет.

Ответ: (0; -1).

в) $\begin{cases} x = 2y; \\ \log_{\frac{1}{3}}(2y + x) + \log_{\frac{1}{3}}(x - y + 1) = \log_3\left(\frac{1}{y + 1}\right); \\ \log_{\frac{1}{3}}4y + \log_{\frac{1}{3}}(y + 1) = \log_{\frac{1}{3}}(y + 1); \end{cases} \quad \begin{cases} 4y(y + 1) = y + 1; \\ y + 1 > 0; \\ 4y > 0; \end{cases} \quad y = \frac{1}{4},$

$$x = \frac{1}{2}. \quad \text{Ответ: } \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right).$$

г) $\begin{cases} \sqrt{7 - 6x - y^2} = y + 5; \\ y = x - 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 1; \\ \sqrt{7 - 6y - 6 - y^2} = y + 5; \end{cases}$

$$y^2 + 10y + 25 = -y^2 - 6y + 1; \quad y = -5; \quad 2y^2 + 16y + 24 = 0;$$

$$y^2 + 8y + 12 = 0; \quad 1) \quad y = -2; \quad x = -1; \quad 2) \quad y = -6 — \text{не подходит.}$$

Ответ: (-1; -2).

1810. а) $\begin{cases} 3x + 2y = 1; \\ x - y = -3; \end{cases}$ $(x + 2y) + 2(x - y) = 1 + (-3) \cdot 2; 5x = -5; x = -1;$
 $y = 2.$ Ответ: $(-1; 2).$

б) $\begin{cases} 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 1; \\ 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 4; \end{cases}$ $2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} - \frac{3}{2}(3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 1 - \frac{3}{2} \cdot 4;$
 $-\frac{5}{2}\sqrt{x} = -5; \sqrt{x} = 2; x = 4; y = 1.$ Ответ: $(4; 1).$

в) $\begin{cases} x + y^2 = 2; \\ 2y^2 + x^2 = 3; \end{cases}$ $x^2 - 2x + 1 = 0; x = 1; y = \pm 1.$ Ответ: $(1; \pm 1).$

г) $\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{y} = 3; \\ 3\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[4]{y} = 1; \end{cases}$ $8\sqrt[3]{x} = 16; x = 8; y = 1.$ Ответ: $(8; 1).$

1811. а) $\begin{cases} \log_2 x - \log_3 y = -5; \\ 2\log_2 x + 3\log_3 y = 0; \end{cases}$ $5\log_2 x = -15;$
 $x = \frac{1}{8}, y = 9.$ Ответ: $\left(\frac{1}{8}; 9\right).$

б) $\begin{cases} \cos x + \cos 2y = -\frac{1}{2}; \\ 3\cos 2y - \cos x = 2,5; \end{cases}$ $\cos 2y = \frac{1}{2}; y = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n,$
 $\cos x = -1x = \pi + 2\pi k.$ Ответ: $\left(\pi + 2\pi k; \pm \frac{\pi}{6} + \pi n\right).$

в) $\begin{cases} 2^{x+2y} - \sqrt{2x+y} = 6; \\ 3\sqrt{2x+y} - 2^{x+2y} = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} \sqrt{2x+y} = 2; \\ 2^{x+2y} = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 4 - 2x; \\ 2^{8-3x} = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{5}{3}; \\ y = \frac{2}{3}. \end{cases}$

Ответ: $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right).$

г) $\begin{cases} 2\sin 2x + \operatorname{tg} 3y = 2; \\ 6\sin 2x - 2\operatorname{tg} 3y = 1; \end{cases}$ $\sin(2x) = \frac{1}{2};$
 $x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, y = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}.$ Ответ: $\left((-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}\right).$

1812. а) $\begin{cases} \frac{5}{3x-y} + \frac{3}{x-3y} = -2; \\ \frac{15}{3x-y} + \frac{2}{x-3y} = 1; \end{cases}$ обозначив $a = \frac{5}{3x-y}, b = \frac{6}{x-3y},$ получим:
 $\begin{cases} a + \frac{b}{2} = -2; \\ 3a + \frac{b}{3} = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} b = -6; \\ a = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - y = 5; \\ x - 3y = -1; \end{cases}$ $x = 2, y = 1.$

Ответ: $(2; 1).$

6) $\begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{6}{x-y} = -1; \\ \frac{5}{x+y} + \frac{9}{x-y} = -2; \end{cases} \quad \frac{1}{x+y} = a, \quad \frac{3}{x-y} = b; \quad \begin{cases} 3a + 2b = -1; \\ 5a + 3b = -2; \end{cases}$

$$\begin{cases} b = 1; \\ a = -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = -1; \\ x-y = 3; \end{cases} \quad x = 1, \quad y = -2. \text{ Ответ: } (1; -2).$$

1813. a) $\begin{cases} 2x + 3y = 12; \\ \log_6 xy + 1 = 2 \log_6 xy; \end{cases} \quad \log_6 xy = 1; \quad xy = 6;$

$$\begin{cases} x = 6 - \frac{3}{2}y; \\ 6y - \frac{3}{2}y^2 = 6; \end{cases} \quad y^2 - 4y + 4 = 0; \quad y = 2, \quad x = 3. \text{ Ответ: } (3; 2).$$

б) $\begin{cases} \sqrt[4]{xy} = 10 - 3\sqrt[4]{xy}; \\ 2x - 5y = 6; \end{cases}$ уравнение $\sqrt[4]{xy} = 10 - 3\sqrt[4]{xy}$ — квадратное относительно $\sqrt[4]{xy} \Rightarrow \sqrt[4]{xy} = 2$ ($\sqrt[4]{xy} = -5$ — не имеет решений);

$$\begin{cases} \sqrt[4]{xy} = 2; \\ x = 3 + \frac{5}{2}y; \end{cases} \quad \text{ОДЗ: } xy > 0; \quad 3y + \frac{5}{2}y^2 = 16; \quad 5y^2 + 6y - 32 = 0;$$

$$y_1 = -\frac{16}{5}, \quad x_1 = -5; \quad y_2 = 2, \quad x_2 = 8. \text{ Ответ: } \left(-5; -\frac{16}{5}\right), (8; 2).$$

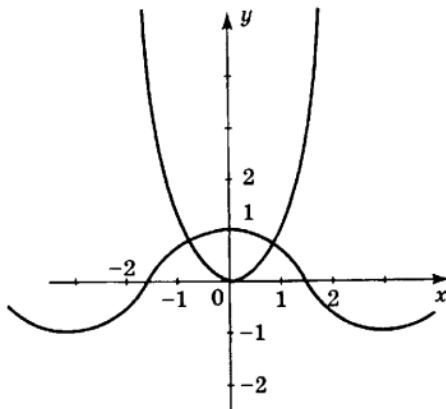
1814. а) $\begin{cases} 3 \log_{\frac{1}{2}} x + 2^{y+1} = 5; \\ 2^y + \log_2 x = 5; \end{cases} \quad 5 \log_2 x = 5; \quad x = 2, \quad y = 2. \text{ Ответ: } (2; 2).$

б) $\begin{cases} 3\sqrt[3]{x+y} = \log_2 16x^2; \\ \log_2 x^2 + 2\sqrt[3]{x+y} = 6; \end{cases} \quad 3 \log_2 x^2 + 2 \log_2 16x^2 = 18; \quad \log_2 x^2 = 2;$
 $x_1 = 2, \quad y_1 = 6; \quad x_2 = -2, \quad y_2 = 10. \text{ Ответ: } (2; 6), (-2; 10).$

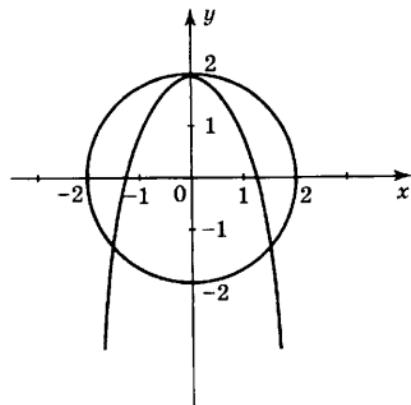
в) $\begin{cases} \operatorname{tg}^2 x + \sin y = 2; \\ 2 \sin y + \operatorname{tg}^2 x = 0; \end{cases} \quad 2 \sin y = -2; \quad \operatorname{tg}^2 x = 3; \quad y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,$
 $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi k. \text{ Ответ: } \left(\pm \frac{\pi}{3} + \pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right).$

г) $\begin{cases} 3^{x-y} - 7|2y-x| = 2; \\ |2y-x| - 3^{x-y-1} = -2; \end{cases} \quad |2y-x| = a; \quad 3^{x-y-1} = b; \quad \begin{cases} 3b - 7a = 2; \\ a - b = -2; \end{cases}$
 $-4a = -4; \quad \begin{cases} a = 1; \\ b = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x-y = 2; \\ 2y-x = \pm 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2+y; \\ y-2 = \pm 1; \end{cases} \quad y_1 = 3, \quad x_1 = 5;$
 $y_2 = 1, \quad x_2 = 3. \text{ Ответ: } (5; 3), (3; 1).$

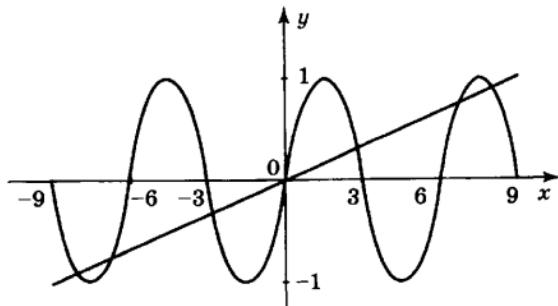
1815. а) $\begin{cases} y = x^2; \\ y = \cos x; \end{cases}$ 2 решения;



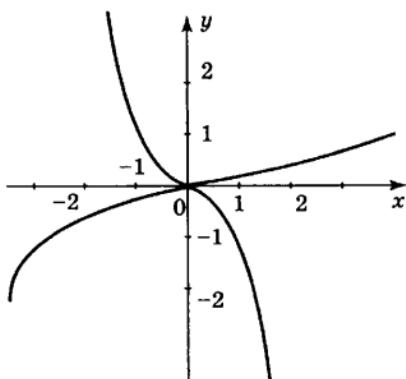
б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4; \\ y = 2 - x^2; \end{cases}$ 3 решения;



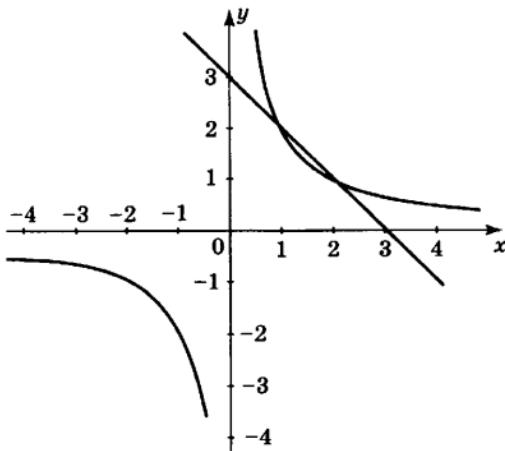
в) $\begin{cases} y = \sin x; \\ y = 0,1x; \end{cases}$ 7 решений;



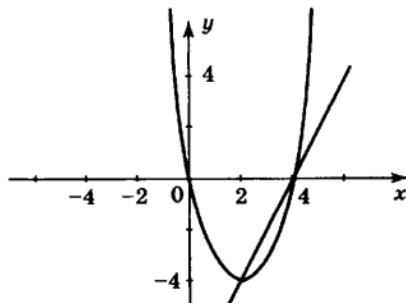
р) $\begin{cases} y + 2 = \sqrt{x + 4}; \\ y + x^3 = 0; \end{cases}$ 1 решение.



1816. а) $\begin{cases} y + x = 3; \\ xy = 2. \end{cases}$ Ответ: (1; 2); (2; 1).



6) $\begin{cases} y = x(x - 4); \\ y + 8 = 2x. \end{cases}$ Ответ: (2; -4); (4; 0).



1819. а) $\begin{cases} 2x + 3y = 1; \\ 4x + 6y = 5; \end{cases}$ $-2(2x + 3y) + 4x + 6y = -1 \cdot 2 + 5;$

$0 = 3 \Rightarrow$ нет решений.

б) $\begin{cases} \cos(x+y) + \sin xy = 1; \\ 2\sin xy + \cos(x+y) = -1; \end{cases}$
 $-(\cos(x+y) + \sin xy) + 2\sin xy + \cos(x+y) = -1 - 1;$
 $\sin xy = -2 \Rightarrow$ нет решений.

в) $\begin{cases} y - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x; \\ \sin x - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x; \\ \sin x = y; \end{cases}$
но $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 0$, а $\sin x - 1 \leq 0 \Rightarrow$ нет решений.

г) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4; \\ y = x - 4; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x - 4; \\ 2x^2 - 8x + 12 = 0; \end{cases}$
 $x^2 - 4x + 6 = 0 \Rightarrow$ решений нет.

1820. а) $\begin{cases} y + 2x = 3; \\ x^2 + y^2 = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3 - 2x; \\ 5x^2 - 12x + 7 = 0; \end{cases}$ $x = 1, y = 1; x = \frac{7}{5}, y = \frac{1}{5}.$

Ответ: $(1; 1); \left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

б) $\begin{cases} x^4 - y^4 = 15; \\ x^4 + y^4 = 17; \end{cases}$ $\begin{cases} x^4 = 16; \\ y^4 = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 2; \\ y = \pm 1. \end{cases}$

Ответ: $(2; 1), (2; -1); (-2; 1); (-2; -1)$.

в) $\begin{cases} 2\sin(x+y) - 3\cos(x-y) = 5; \\ 7\cos(x-y) + 5\sin(x+y) = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) = 1; \\ \cos(x-y) = -1; \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \\ x - y = \pi + 2\pi n; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + \pi(n+k); \\ y = -\frac{\pi}{4} + \pi(k-n). \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{3\pi}{4} + \pi(n+k); -\frac{\pi}{4} + \pi(k-n)\right)$.

г) $\begin{cases} \frac{y}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^x; \\ y = \log_2 x; \end{cases}$ $\log_2 x = 3^{2-x}$, так как $y = \log_2 x$ возрастает,

а $y = 3^{2-x}$ убывает, то они имеют только 1 точку пересечения $(2; 1)$. Ответ: $(2; 1)$.

1821. а) $\begin{cases} \sqrt{x+1} - y = 2; \\ \log_7(4-x) = y; \end{cases}$ $\log_7(4-x) = -2 + \sqrt{x+1}$; ОДЗ: $x \in [-1; 4)$;

$y = \log_7(4-x)$ убывает, а $y = \sqrt{x+1} - 2$ возрастает \Rightarrow они имеют только одну точку пересечения $(3; 0)$. Ответ: $(3; 0)$.

б) $\begin{cases} \sqrt{\frac{y-x}{2x}} - \sqrt{\frac{x}{x+y}} = \frac{1}{2}; \\ 16\sqrt{\frac{x}{x+y}} - 7\sqrt{\frac{y-x}{2x}} = 1; \end{cases}$ $\sqrt{\frac{y-x}{2x}} = a \geq 0$; $\sqrt{\frac{x}{x+y}} = b \geq 0$;

$$\begin{cases} a-b = \frac{1}{2}; \\ 16b-7a = 1; \end{cases} \quad 9a = 9; \quad \begin{cases} a = 1; \\ b = \frac{1}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{y-x}{2x} = 1; \\ \frac{x}{x+y} = \frac{1}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3x; \\ \frac{3}{4}x = \frac{1}{4}y; \\ x \neq 0; \\ y \neq -x; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3x; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Ответ: $(c; 3c)$, $c \neq 0$ — любое число.

в) $\begin{cases} 2^{x+y} - 3^{x-y} = 1; \\ 2^{x+y} + 3^{x-y} = 3; \end{cases}$ $\begin{cases} 2^{x+y} = 2; \\ 3^{x-y} = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x+y = 1; \\ x-y = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{1}{2}; \\ y = \frac{1}{2}. \end{cases}$ Ответ: $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

г) $\begin{cases} x+y = 1; \\ 2^{x-y} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} \cdot \frac{8^{\frac{2}{3}}}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} x+y = 1; \\ 2^{x-y} = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^{-1} = 2^3; \end{cases}$ $\begin{cases} x+y = 1; \\ x-y = 3; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2; \\ y = -1. \end{cases}$

Ответ: $(2; -1)$.

§ 59. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ПАРАМЕТРАМИ

1855. $mx - x + 1 = m^2$; $x(m-1) = m^2 - 1$; $m = 1 \Rightarrow x$ — любое число;
 $m \neq 1 \Rightarrow x = m+1$;

а) $m \neq 1$; б) таких m нет; в) $m = 1$.

1856. $b^2x - x + 2 = b^2 + b$; $x(b^2 - 1) = b^2 + b - 2$; $x(b^2 - 1) = (b-1)(b+2)$;
 $b = 1$, x — любое число; $b = -1 \Rightarrow$ нет решений;

$$b \neq \pm 1 \Rightarrow x = \frac{b+2}{b+1};$$

а) $b \neq \pm 1$ б) $b = -1$; в) $b = 1$.

1857. а) $a^2x - 4x + 2 = a$; $x(a^2 - 4) = a - b$; $a = 2 \Rightarrow x$ — любое число;
 $a = -2 \Rightarrow$ нет решений; $a \neq \pm 2 \Rightarrow x = \frac{1}{a+2}$.

б) $\frac{x}{a} + x - 1 = a$; $x\left(1 + \frac{1}{a}\right) = a + 1$; $a = 0$ — уравнение не имеет смысла; $a = -1 \Rightarrow x$ — любое число; $a \neq 0$, $a \neq -1 \Rightarrow x = a$.

1858. а) $mx - x + 1 \geq m^2$; $x(m - 1) \geq m^2 - 1$; $m = 1 \Rightarrow x$ — любое число; $m > 1 \Rightarrow x \geq m + 1$; $m < 1 \Rightarrow x \leq m + 1$.

б) $b^2x - x + 1 > b$; $x(b^2 - 1) > b - 1$; $b = 1 \Rightarrow$ нет решений:

$$b = -1 \Rightarrow x \text{ — любое число}; b \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty); x > \frac{1}{b+1};$$

$$b \in (-1; 1), x < \frac{1}{b+1}.$$

1859. а) $b^2x - bx \geq b^2 + b - 2$; $x(b - 1)b \geq (b - 1)(b + 2)$; $b = 1$; $0x \geq 0$, $x \in \mathbb{R}$, $b = 0$; $0x \geq -2$, $x \in \mathbb{R}$; $b < 0$, $b > 1$:

$$x \geq \frac{b+2}{b}; 0 < b < 1: x \leq \frac{b+2}{b};$$

б) $\frac{x}{a} + x \leq a + 1$; $x\left(\frac{a+1}{a}\right) \leq a + 1$; $a = 0$ — неравенство не имеет смысла; $a = -1$, x — любое число; $a \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty) \Rightarrow x \leq a$; $a \in (-1; 0)$, $x \geq a$.

1860. $ax^2 + 4x - a + 5 = 0$; $a = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$; $a \neq 0 \Rightarrow \frac{D}{4} = 4 - (5 - a)a = a^2 - 5a + 4$ при $a = 1$, $a = 4$, $x = -\frac{2}{a}$; при $a \in (1; 4)$ нет решений; при $a < 1$, $a > 4$ $x = \frac{-2 \pm \sqrt{a^2 - 5a + 4}}{a}$ — два решения;

а) $a < 1$, $a > 4$, $a \neq 0$;
 б) $a = 1$; $a = 4$; $a = 0$;
 в) $a \in (1; 4)$.

1861. а) $y = 6x + a$; $y = x^2$; $y' = 2x$; $y = 2x_0 \cdot x + x_0^2 - x_0 \cdot 2x_0$ — уравнение касательной к графику $y = x^2$; $x_0 = 3$; $y = 6x - 9 \Rightarrow a = -9$.
Ответ: $a = -9$.

б) $y = 4x$; $y = x^2 + a$. Уравнение $4x = x^2 + a$ должно иметь только одно решение $(x^2 - 4x + 4) - 4 + a = (x - 2)^2 - 4 + a = 0$.
Ответ: $a = 4$.

1862. а) $y = x^2 - 4a + 2$; $y = -2x + b$; абсциссы точек пересечения графиков являются корнями уравнения; $x^2 - 2x + 2 - b = 0$;
 $\frac{D}{4} = 1 - 2 + b = b - 1$. *Ответ:* $b \geq 1$.

б) $y = x^2 + 6x + 7$; $y = 2x + b$; аналогично п. а: $x^2 + 4x + 7 - b = 0$;
 $\frac{D}{4} = 4 - 7 + b = b - 3$. *Ответ:* $b \geq 3$.

1863. а) $\begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1; \\ y = 3x + a; \end{cases} 2x^2 - 8x + 1 - a = 0;$

$$\frac{D}{4} = 16 - 2 + 2a = 14 + 2a \geq 0. \text{ Ответ: } a \geq -7.$$

б) $\begin{cases} y = 3x^2 - 4x - 2; \\ y = -10x + a; \end{cases} 3x^2 + 6x - 2 - a = 0;$

$$\frac{D}{4} = 9 + 6 + 3a = 3a + 15 \geq 0. \text{ Ответ: } a \geq -5.$$

1864. а) $ax^2 + 4x - 3 + a > 0; a = 0 \Rightarrow x > \frac{3}{4};$

$$a \neq 0; \frac{D}{4} = -(a^2 - 3a - 4);$$

а) неравенство выполняется при любых x , если:

$$\begin{cases} a < 0; \\ D > 0; \end{cases} \begin{cases} a > 0; \\ D > 0; \end{cases} a > 4;$$

б) неравенство не имеет решений, если:

$$\begin{cases} a < 0; \\ D > 0; \end{cases} \begin{cases} a > 0; \\ a^2 - 3a - 4 > 0; \end{cases} a < -1.$$

1865. а) $y = 2x^2 - 3ax + 2$; ось симметрии данной параболы — прямая

$$x = \frac{3a}{4}; \frac{3a}{4} < -3; a < -4.$$

б) $y = 5x^2 - 2ax + 2$; ось симметрии параболы —

$$x = \frac{a}{5}; \frac{a}{5} > 4; a > 20.$$

1866. а) $\sqrt{x-2}(x-a) \geq 0; \begin{cases} x-2 \geq 0; \\ x-a \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2; \\ x \geq a. \end{cases}$

Ответ: $x \geq 2$, если $a < 2$; $x \geq a$, если $a \geq 2$.

б) $(6-x)\cdot\sqrt{x-a} > 0; \begin{cases} x-a > 0; \\ 6-x > 0; \end{cases} \begin{cases} x > a; \\ x < 6. \end{cases}$

Ответ: $a < x < 6$, если $a < 6$; нет решений, если $a \geq 6$.

1867. а) $x^3 - 2bx + b^2 - 4b + 3 = 0;$
два корня, наименьшее целое b

$$D > 0; 4b^2 - 4(b^2 - 4b + 3) > 0;$$

$$4b^2 - 4b^2 + 3b - 12 > 0;$$

$$b > \frac{12}{16} = \frac{3}{4};$$

наименьшее целое $b = 1$;

б) $x^2 + 2(b-2)x + b^2 - 12b + 12 = 0;$

два корня, наименьшее целое b ;

$$D > 0 \Rightarrow 4(b-2)^2 - 4(b^2 - 19b + 12) > 0;$$

$$4b^2 - 16b + 16 - 4b^2 + 40b - 48 > 0;$$

$$24b - 34 > 0 \Rightarrow b > \frac{32}{24} = \frac{4}{3};$$

наименьшее целое $b = 2$.

1868. а) $x^2 - 8ax + 27 = 0$; $x_1 : x_2 = 3 : 1 \Rightarrow x_1 = 3x_2$;

$$x_1 + x_2 = 8a; x_2 = 2a; 2a = \pm 3; a = \pm \frac{3}{2};$$

$$x_1 \cdot x_2 = 27 \Rightarrow 3x_2^2 = 27; x_2^2 = 9; x_2 = \pm 3;$$

б) $x^2 - 10ax - 24 = 0$; $x_1 : x_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x_2 = 2x_1$;

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{2}{3} x_2^2 = 24; x_2^2 = 36; x_1 = \pm 4; x_1 = \pm 6;$$

$$x_1 + x_2 = 10a; x_1 \pm 6 = 10a; \pm 4 \pm 2 = 10a \Rightarrow a = \pm 1.$$

1869. а) $y = (3a + 1)x^2 + 2x - 5$; вершины в 4-ой четверти;

$$x = -\frac{2}{2(3a + 1)} > 0 \Rightarrow -\frac{1}{3a + 1} > 0; 3a + 1 < 0; a < -\frac{1}{3};$$

парабола, ветвями вниз;

$$4 + 4 \cdot 3(3a + 1) < 0; 5(3a + 1) < -1;$$

$$3a + 1 < -\frac{1}{5}; 3a < -\frac{6}{5}; a < -\frac{2}{5};$$

б) $y = 3x^2 + (4a - 1)x + 3$; вершины в 1-ой четверти;

$$x = -\frac{4a - 1}{6} > 0; 4a - 1 < 0; a < \frac{1}{4};$$

$$D < 0; (4a - 1)^2 - 4 \cdot 9 < 0; (4a - 1)^2 < 36; -6 < 4a - 1 < 6;$$

$$-5 < 4a < 7; -\frac{5}{4} < a < \frac{7}{4} \Rightarrow -\frac{5}{3} < x < \frac{1}{4}.$$

1870. а) $(\log_3 a)x^2 - (2 \log_3 a - 1)x + \log_3 a - 2 = 0$;

один корень.

1) Если уравнение

$$\log_3 a = 9 \Rightarrow a = 3^9 = 1;$$

2) $D = 0; (2 \log_3 4 - 1)^2 - 4 \log_3 4(\log_3 a - 1) = 0$;

$$4 \log_3^2 a - 4 \log_3 a + 1 - 4 \log_3^2 a + 8 \log_3 4 = 0;$$

$$4 \log_3 4 + 1 = 0 \Rightarrow \log_3 a = \frac{1}{4};$$

$$a = 3^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}};$$

б) $(\log_4 a)x^2 + (2 \log_3 a - 1)x + \log_4 a + 2 = 0$;

нет корней.

1) При $a \leq 0$ уравнения нет;

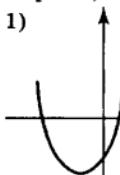
2) $D < 0; 4 \log_4^2 a + 4 \log_4 a + 2 - 4 \log_4^2 a - 3 \log_2 a < 0$;

$$-4 \log_4 a < -1 \Rightarrow \log_4 a + \frac{1}{4} \Rightarrow a > \sqrt[4]{4} = \sqrt{2}.$$

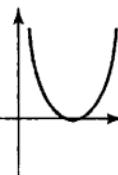
1871. а) $5^{2x} - 3 \cdot 5^x + a - 1 = 0$; единственный корень;

$5^x = t \Rightarrow t^2 - 3t + a - 1 = 0$; единственный положительный корень;

1)



2)



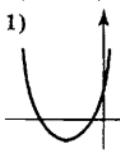
1) $a - 1 \leq 0 \Rightarrow a \leq 1$;

2) $D = 0; x = \frac{3}{2} \geq 0; a - 4(a - 5) = 0; a - (a + 4) = 0; a = \frac{13}{4}$;

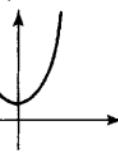
б) $0,01^x - 2(a+1) \cdot 0,1^x + 4 = 0$; нет корней;

$0,1^x = t; t^2 - 2(a+1)t + 4$; нет положительных корней;

1)



2)



1) $x = \frac{2(a+1)}{2} \leq 0; a \leq -1$;

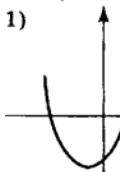
2) $D < 0; 4a^2 + 8a - 12 < 0 \Rightarrow a^2 + 2a - 4 < 0$.

1872. а) $9^x + (a+1) \cdot 3^x + 4a = 0; 3^x = t$;

хотя бы один корень;

$t^2 + (a+4)t + 4a = 0$;

1)



2)



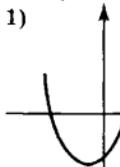
1) $4a < 0; a < 0$;

2) $\left. \begin{array}{l} 4a > 0 \\ -\frac{a+4}{2} > 0 \end{array} \right\}; \left. \begin{array}{l} a < 0 \\ a < -4 \end{array} \right\} \emptyset$;

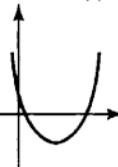
б) $25^x - (a-2) \cdot 5^x - 2a = 0; 5^x = t$;

$t^2 + (a-2)t - 2a = 0$; хотя бы один корень;

1)



2)



1) $-2a < 0; a > 0$;

2) $-2a > 0; x_{\log} = \frac{a-2}{2} > 0; \left. \begin{array}{l} a < 0 \\ a > 2 \end{array} \right\} \emptyset$.