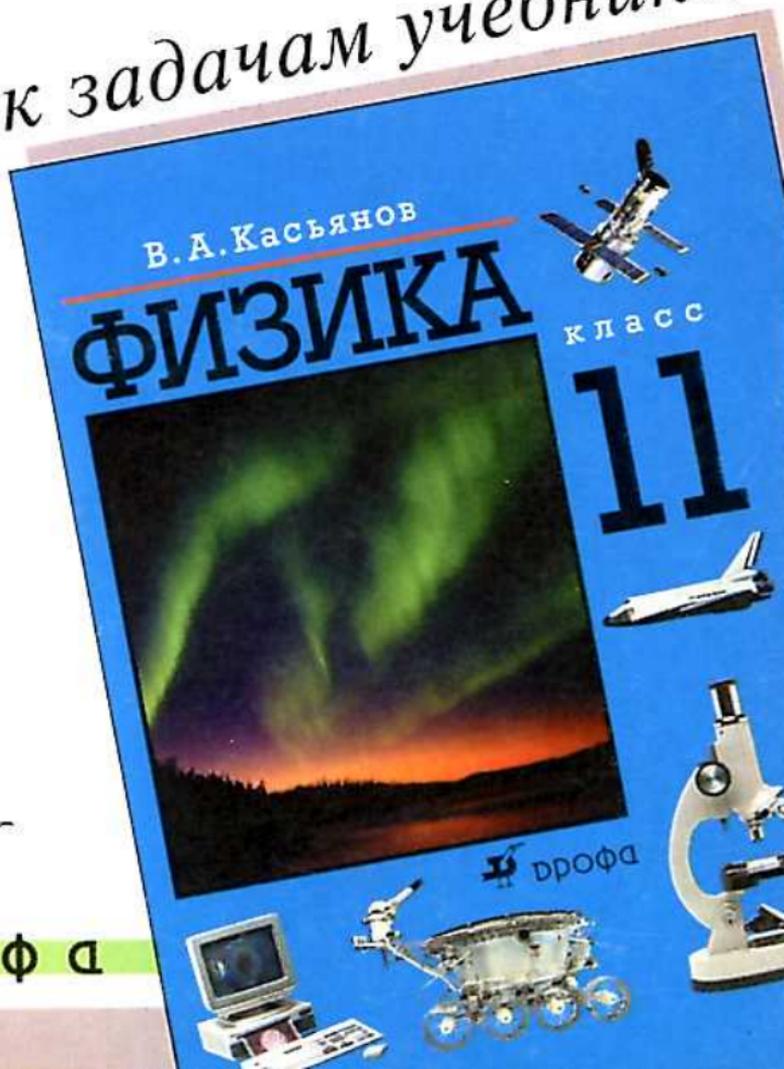


ГОТОВЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

ФИЗИКА

*Правильные
ответы*

к задачам учебника



Д р о ф а

Готовые Домашние Задания

В. А. Касьянов, М. С. Атаманская, А. С. Богатин

ФИЗИКА

Правильные ответы к задачам учебника

В. А. Касьянова

«Физика. 11 класс»



Д р о ф а

Москва · 2006

УДК 373.161.1:53
ББК 22.3я72
К28

Касьянов, В. А.

К28 Правильные ответы к задачам учебника В. А. Касьянова «Физика. 11 класс» / В. А. Касьянов, М. С. Атаманская, А. С. Богатин. — М. : Дрофа, 2006. — 156, [4] с. — (Готовые домашние задания).

ISBN 5-7107-9785-5

Пособие содержит решения задач учебника В. А. Касьянова «Физика. 11 класс».

Оно поможет выполнить домашние задания и повторить пройденный материал при подготовке к контрольным работам, а при вынужденных пропусках занятий — самостоятельно разобраться в изучаемом материале.

Пособие адресовано учащимся 11 классов, изучающим физику по данному учебнику.

**УДК 373.161.1:53
ББК 22.3я72**

ISBN 5-7107-9785-5

© ООО «Дрофа», 2006

Электродинамика

Постоянный электрический ток

§ 2. Сила тока

Задача 1. Какой заряд пройдет через поперечное сечение проводника за 1 мин, если сила тока в проводнике 2 А?

Дано: $t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$; $I = 2 \text{ А}$.

Найти: q .

Решение.

По определению сила постоянного тока $I = \frac{q}{t}$.

Следовательно, $q = It = 2 \text{ А} \cdot 60 \text{ с} = 120 \text{ Кл}$.

Ответ: 120 Кл.

Задача 2. Сколько электронов проходит через спираль лампы накаливания за 1 с при силе тока 1,6 А?

Дано: $t = 1 \text{ с}$; $I = 1,6 \text{ А}$.

Найти: N_e .

Решение.

За время t через спираль лампы пройдет заряд: $q = It$. Число электронов будет равно от-

ношению общего заряда к заряду одного электрона: $N_e = \frac{q}{e} = \frac{It}{e}$.

$$\text{Таким образом, } N_e = \frac{1,6 \text{ А} \cdot 1 \text{ с}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 10^{19}.$$

Ответ: 10^{19} электронов.

Задача 3. По проводнику в течение года протекает ток силой 1 А. Найдите массу электронов, прошедших за этот промежуток времени сквозь поперечное сечение проводника. Отношение заряда электрона к его массе $e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

Дано: $t = 1 \text{ год} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} = 31\,536\,000 \text{ с};$
 $I = 1 \text{ А}; e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}.$

Найти: m .

Решение.

Число электронов, прошедших через проводник за время t , равно $N_e = \frac{It}{e}$ (см. решение предыдущей задачи).

Таким образом, их общая масса:

$$m = N_e m_e = \frac{It}{e} m_e = \frac{It}{\frac{e}{m_e}};$$

$$m = \frac{1 \text{ А} \cdot 31\,536\,000 \text{ с}}{1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}} = 18 \cdot 10^{-5} \text{ кг} = 0,18 \text{ г}.$$

Ответ: 0,18 г.

Задача 4. В проводнике, площадь поперечного сечения которого 1 мм^2 , сила тока 1,6 А. Концентрация электронов в проводнике 10^{28} м^{-3} при температуре $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Найдите среднюю скорость направленного движения электронов и сравните ее с тепловой скоростью электронов.

Дано: $S = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2$; $I = 1,6 \text{ А}$; $n = 10^{28} \text{ м}^{-3}$; $T = 20 \text{ }^\circ\text{С} = 293 \text{ К}$.

Найти: v ; v_T .

Решение.

Заряд, прошедший за время t через поперечное сечение проводника, равен:

$$q = enV,$$

$$V = Stv.$$

$$\text{Тогда } q = vtSne.$$

Здесь v — скорость направленного движения электронов (скорость дрейфа), n — их концентрация, e — заряд электрона. Следовательно,

$$v = \frac{q}{tSne}.$$

Вспоминая, что сила тока $I = \frac{q}{t}$, получаем

$$v = \frac{I}{Sne} = \frac{1,6 \text{ А}}{10^{-6} \text{ м}^2 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 1 \text{ мм/с}.$$

$$\begin{aligned} \text{Тепловая скорость электронов } v_T &= \sqrt{\frac{3kT}{m_e}} = \\ &= \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 293 \text{ К}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}} = 115 \text{ км/с}. \end{aligned}$$

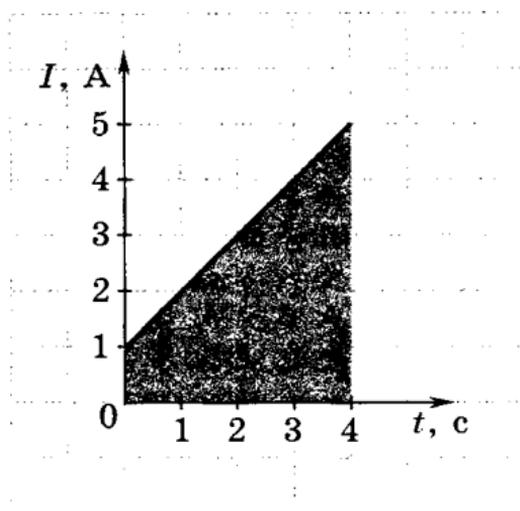
Ответ: 1 мм/с; 115 км/с.

Задача 5. За 4 с сила тока в проводнике линейно возросла с 1 до 5 А. Постройте график зависимости силы тока от времени. Какой заряд прошел через поперечное сечение проводника за это время?

Дано: $t = 4 \text{ с}$; $I_1 = 1 \text{ А}$; $I_2 = 5 \text{ А}$.

Найти: q .

Решение.



Заряд численно равен площади под графиком зависимости силы тока от времени (площади выделенной трапеции).

$$q = \frac{I_1 + I_2}{2} t = 12 \text{ Кл.}$$

Ответ: 12 Кл.

§ 5. Закон Ома для однородного проводника (участка цепи)

Задача 1. Электрический обогреватель, имеющий сопротивление 44 Ом, включен в сеть с напряжением 220 В. Найдите силу тока, протекающего через обогреватель.

Дано: $R = 44 \text{ Ом}$; $U = 220 \text{ В}$.

Найти: I .

Решение.

По закону Ома для однородного проводника

$$I = \frac{U}{R}; I = \frac{220 \text{ В}}{44 \text{ Ом}} = 5 \text{ А.}$$

Ответ: 5 А.

Задача 2. Найдите сопротивление резистора, если при напряжении 6 В сила тока в резисторе 2 мкА.

Дано: $U = 6 \text{ В}; I = 2 \text{ мкА} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ А.}$

Найти: $R.$

Решение.

Из закона Ома $R = \frac{U}{I};$

$$R = \frac{6 \text{ В}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ А}} = 3 \cdot 10^6 \text{ Ом} = 3 \text{ МОм.}$$

Ответ: 3 МОм.

Задача 3. Определите разность потенциалов на концах проводника сопротивлением 5 Ом, если за минуту через его поперечное сечение пройдет заряд 2,88 кКл.

Дано: $R = 5 \text{ Ом}; t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}; q = 2,88 \text{ кКл} = 2,88 \cdot 10^3 \text{ Кл.}$

Найти: $U.$

Решение.

Из закона Ома

$$U = IR; I = \frac{q}{t}.$$

Следовательно, $U = \frac{qR}{t};$

$$U = \frac{2,88 \cdot 10^3 \text{ Кл} \cdot 5 \text{ Ом}}{60 \text{ с}} = 240 \text{ В.}$$

Ответ: 240 В.

Задача 4. К проводнику сопротивлением R приложена разность потенциалов U . За какой промежуток времени через поперечное сечение проводника пройдут N электронов?

Дано: $R; U; N$.

Найти: t .

Решение.

Заряд, перенесенный электронами, равен

$$q = Ne,$$

где e — заряд электрона.

$$q = It; I = \frac{U}{R} \Rightarrow q = \frac{U}{R} t.$$

Следовательно,

$$t = q \frac{R}{U} = \frac{NeR}{U}.$$

Ответ: $t = \frac{NeR}{U}$.

Задача 5. Постройте вольт-амперные характеристики для проводников сопротивлением 2 Ом и 3 Ом. Найдите графически напряжения U_1 и U_2 на проводниках при силе тока 1 А, а также силу тока в проводниках I_1 и I_2 , если к ним приложено одинаковое напряжение 12 В.

Дано: $R_1 = 2 \text{ Ом}; R_2 = 3 \text{ Ом}; I = 1 \text{ А}; U = 12 \text{ В}$.

Найти: $U_1; U_2; I_1; I_2$.

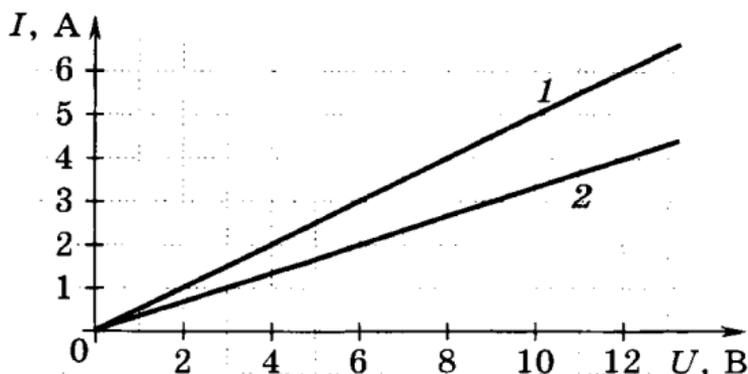
Решение.

$$\text{По закону Ома } I = \frac{U}{R} \Rightarrow I_1 = \frac{U}{2}; I_2 = \frac{U}{3}.$$

По графику определим, что

$$\text{при } I = 1 \text{ А } U_1 = 2 \text{ В}, U_2 = 3 \text{ В};$$

$$\text{при } U = 12 \text{ В } I_1 = 6 \text{ А}, I_2 = 4 \text{ А}.$$



Ответ: 2 В, 3 В; 6 А, 4 А.

§ 6. Сопротивление проводника

Задача 1. Найдите сопротивление медной проволоки длиной 240 м и сечением 0,4 мм².

Дано: $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$; $l = 240 \text{ м}$; $S = 0,4 \text{ мм}^2 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$.

Найти: R .

Решение.

Сопротивление проводника $R = \rho \frac{l}{S}$;

$$R = \frac{1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot 240 \text{ м}}{4 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2} = 10,2 \text{ Ом}.$$

Ответ: 10,2 Ом.

Задача 2. Какая масса меди требуется на изготовление электропровода длиной 1 км, чтобы его сопротивление составляло 10 Ом? Плотность меди $8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Дано: $\rho_{\text{Cu}} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$; $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$;
 $l = 1 \text{ км} = 10^3 \text{ м}$; $R = 10 \text{ Ом}$.

Найти: m_{Cu} .

Решение.

Сопротивление проводника

$$R = \rho_{\text{Cu}} \frac{l}{S} \Rightarrow S = \frac{l \rho_{\text{Cu}}}{R},$$

где ρ_{Cu} — удельное сопротивление меди.

Масса меди

$$m_{\text{Cu}} = V \rho = S l \rho = \frac{\rho l^2 \rho_{\text{Cu}}}{R};$$

$$m_{\text{Cu}} = \frac{8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot 10^6 \text{ м}^2}{10 \text{ Ом}} =$$

= 15,1 кг.

Ответ: 15,1 кг.

Задача 3. Сопротивление цилиндрического алюминиевого провода диаметром 1 мм равно 4 Ом. Найдите его длину.

Дано: $\rho_{\text{Al}} = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$; $d = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$;
 $R = 4 \text{ Ом}$.

Найти: l .

Решение.

Площадь сечения провода

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}.$$

$$R = \rho_{\text{Al}} \frac{l}{S}, \text{ следовательно,}$$

$$l = \frac{RS}{\rho_{\text{Al}}} = \frac{R \pi d^2}{4 \rho_{\text{Al}}};$$

$$l = \frac{3,14 \cdot 4 \text{ Ом} \cdot 10^{-6} \text{ м}^2}{4 \cdot 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}} = 112 \text{ м}.$$

Ответ: 112 м.

Задача 4. Масса алюминиевого провода 270 г, а его сопротивление 2,8 Ом. Найдите его длину и площадь поперечного сечения. Плотность алюминия $2,7 \cdot 10^3$ кг/м³.

Дано: $\rho_{\text{Al}} = 2,8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м; $\rho = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³;
 $m = 270$ г = 0,27 кг; $R = 2,8$ Ом.

Найти: l ; S .

Решение.

$$m = lS\rho; R = \rho_{\text{Al}} \frac{l}{S}.$$

Разделим почленно первое выражение на второе:

$$\frac{m}{R} = \frac{S^2\rho}{\rho_{\text{Al}}} \Rightarrow S = \sqrt{\frac{m\rho_{\text{Al}}}{\rho R}};$$

$$S = \sqrt{\frac{0,27 \text{ кг} \cdot 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}}{2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 2,8 \text{ Ом}}} = 10^{-6} \text{ м}^2 = 1 \text{ мм}^2.$$

$$l = \frac{m}{S\rho} = \frac{0,27 \text{ кг}}{10^{-6} \text{ м}^2 \cdot 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3} = 100 \text{ м}.$$

Ответ: 100 м; 1 мм².

Задача 5. Длина цилиндрического медного провода в 10 раз больше, чем длина алюминиевого, а их массы одинаковы. Найдите отношение сопротивлений этих проводников.

Дано: $l_{\text{Cu}} = 10l_{\text{Al}}$; $m_{\text{Cu}} = m_{\text{Al}}$; $\rho_{\text{Cu}} = 1,7 \times 10^{-8}$ Ом·м; $d_{\text{Cu}} = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³; $\rho_{\text{Al}} = 2,8 \times 10^{-8}$ Ом·м; $d_{\text{Al}} = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³.

Найти: $\frac{R_{\text{Cu}}}{R_{\text{Al}}}$.

Решение.

Обозначим ρ_{Cu} , ρ_{Al} — удельное сопротивление проводников; d_{Cu} , d_{Al} — плотность проводников.

Сопротивление проводника

$$R = \rho \frac{l}{S}, \text{ следовательно,}$$

$$\frac{R_{\text{Cu}}}{R_{\text{Al}}} = \frac{\rho_{\text{Cu}} l_{\text{Cu}} S_{\text{Al}}}{\rho_{\text{Al}} l_{\text{Al}} S_{\text{Cu}}}.$$

$$m = dSl \Rightarrow S = \frac{m}{dl}.$$

Тогда

$$\frac{R_{\text{Cu}}}{R_{\text{Al}}} = \frac{\rho_{\text{Cu}} l_{\text{Cu}} m_{\text{Al}} d_{\text{Cu}} l_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Al}} l_{\text{Al}} m_{\text{Cu}} d_{\text{Al}} l_{\text{Al}}} = 100 \cdot \frac{\rho_{\text{Cu}} d_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Al}} d_{\text{Al}}};$$

$$\frac{R_{\text{Cu}}}{R_{\text{Al}}} = 100 \cdot \frac{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 8,9 \cdot 10^3}{2,8 \cdot 10^{-8} \cdot 2,7 \cdot 10^3} = 200.$$

Ответ: $\frac{R_{\text{Cu}}}{R_{\text{Al}}} = 200.$

§ 7. Зависимость удельного сопротивления от температуры

Задача 1. Сопротивление медного провода при 0°C равно 4 Ом. Найдите его сопротивление при 50°C , если температурный коэффициент сопротивления меди $\alpha = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Дано: $t_1 = 0^\circ\text{C}$; $R_1 = 4 \text{ Ом}$; $t_2 = 50^\circ\text{C}$; $\alpha = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Найти: R_2 .

Решение.

Сопротивление проводника зависит от температуры:

$$R_t = R_0(1 + \alpha \Delta t),$$

где R_0 — сопротивление проводника при $t_0 = 20^\circ\text{C}$.

$$R_1 = R_0(1 + \alpha \Delta t_1) \Rightarrow R_0 = \frac{R_1}{1 + \alpha \Delta t_1};$$

$$R_2 = R_0(1 + \alpha\Delta t_2) = \frac{R_1(1 + \alpha\Delta t_2)}{(1 + \alpha\Delta t_1)}.$$

Здесь $\Delta t_1 = 0^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = -20^\circ\text{C} = -20\text{ K}$;

$\Delta t_2 = 50^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 30^\circ\text{C} = 30\text{ K}$.

$$R_2 = \frac{4\text{ Ом} \cdot (1 + 4,3 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1} \cdot 30\text{ K})}{(1 - 4,3 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1} \cdot 20\text{ K})} = 4,94\text{ Ом}.$$

Ответ: 4,94 Ом.

Задача 2. Сопротивление проводника при 20°C равно 25 Ом, а при 35°C — 25,17 Ом. Найдите температурный коэффициент сопротивления.

Дано: $t_0 = 20^\circ\text{C}$; $R_0 = 25\text{ Ом}$; $t_1 = 35^\circ\text{C}$; $R_1 = 25,17\text{ Ом}$.

Найти: α .

Решение.

$R_1 = R_0(1 + \alpha\Delta t)$, следовательно,

$$\alpha = \frac{R_1 - R_0}{R_0\Delta t} = \frac{R_1 - R_0}{R_0(t_1 - t_0)};$$

$$\alpha = \frac{25,17\text{ Ом} - 25\text{ Ом}}{25\text{ Ом} \cdot 15\text{ K}} = 4,5 \cdot 10^{-4}\text{ K}^{-1}.$$

Ответ: $4,5 \cdot 10^{-4}\text{ K}^{-1}$.

Задача 3. Сопротивление стального проводника при температуре $t_1 = 10^\circ\text{C}$ $R_1 = 10\text{ Ом}$. Найдите, при какой температуре его сопротивление увеличится на 1%. Температурный коэффициент сопротивления стали $6 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$.

Дано: $t_1 = 10^\circ\text{C}$; $R_1 = 10\text{ Ом}$; $R_2 = 1,01R_1$;
 $\alpha = 6 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$.

Найти: t_2 .

Решение.

$R_1 = R_0(1 + \alpha\Delta t_1)$, следовательно,

$$R_0 = \frac{R_1}{(1 + \alpha\Delta t_1)}. \quad (1)$$

С другой стороны, $1,01R_1 = R_2 = R_0(1 + \alpha\Delta t_2)$ и

$$R_0 = \frac{1,01R_1}{(1 + \alpha\Delta t_2)}. \quad (2)$$

В равенствах (1) и (2) слева стоит одна и та же величина, следовательно, можно записать:

$$\frac{R_1}{(1 + \alpha\Delta t_1)} = \frac{1,01R_1}{(1 + \alpha\Delta t_2)}.$$

Тогда

$$\Delta t_2 = \frac{\left(1 - \frac{1}{1,01} + \alpha\Delta t_1\right) \cdot 1,01}{\alpha};$$

$$\Delta t_2 = \frac{(1 - 0,99 - 6 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1} \cdot 10 \text{ К}) \cdot 1,01}{6 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}} = -8,4 \text{ К}.$$

Искомая температура $t_2 = 20^\circ\text{С} - \Delta t_2 = 11,6^\circ\text{С}$.

Ответ: $11,6^\circ\text{С}$.

Задача 4. Сопротивление вольфрамовой нити лампы накаливания при 20°С равно 20 Ом . Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $4,6 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Найдите температуру нити накала лампы при включении ее в сеть с напряжением 220 В , когда сила тока в ней 1 А .

Дано: $t_0 = 20^\circ\text{С} = 293 \text{ К}$; $R_0 = 20 \text{ Ом}$; $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$; $U = 220 \text{ В}$; $I = 1 \text{ А}$.

Найти: t .

Решение.

Сопротивление лампы из закона Ома

$$R = \frac{U}{I}.$$

С другой стороны,

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta t).$$

Левые части выражений равны, следовательно, равны и правые:

$$\frac{U}{I} = R_0(1 + \alpha\Delta t), \text{ и, соответственно,}$$

$$\Delta t = \frac{\frac{U}{I} - R_0}{R_0\alpha} = \frac{\frac{220 \text{ В}}{1 \text{ А}} - 20 \text{ Ом}}{20 \text{ Ом} \cdot 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}} =$$

$$= 2174 \text{ К.}$$

Искомая температура $t = t_0 + \Delta t = 293 \text{ К} + 2174 \text{ К} = 2467 \text{ К}$.

Ответ: $2467 \text{ К} = 2194 \text{ }^\circ\text{С}$.

Задача 5. При нагревании проводника сечением S его сопротивление возрастает на ΔR . Зная плотность вещества d , удельное сопротивление ρ проводника и удельную теплоемкость c_V , найдите изменение внутренней энергии ΔW проводника.

Дано: S ; ΔR ; d ; ρ ; c_V .

Найти: ΔW .

Решение.

Изменение внутренней энергии

$$\Delta W = c_V m \Delta t.$$

Масса проводника $m = Sld$.

Сопротивление проводника при нагревании на Δt

$$R_0 + \Delta R = R_0(1 + \alpha\Delta t), \text{ следовательно,}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta R}{R_0\alpha} = \frac{\Delta R S}{\rho l \alpha}, \text{ так как } R_0 = \rho \frac{l}{S}.$$

Подставляя выражения для Δt и m в выражение для изменения внутренней энергии, получаем

$$\Delta W = \frac{c_v S l d \Delta R S}{\rho l \alpha} = \frac{c_v S^2 d \Delta R}{\rho \alpha}.$$

Ответ: $\Delta W = \frac{c_v S^2 d \Delta R}{\rho \alpha}.$

§ 9. Соединение проводников

Задача 1. Найдите сопротивление R_{ab} , если $R_1 = 12$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 30$ Ом (см. рис.).

Дано: $R_1 = 12$ Ом; $R_2 = 20$ Ом; $R_3 = 30$ Ом.

Найти: R_{ab} .

Решение.

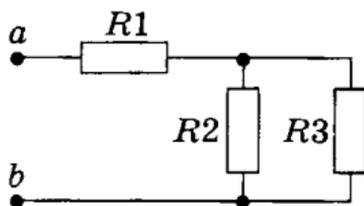
Сопротивления R_2 и R_3 соединены параллельно, и общее сопротивление

$$R' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

Сопротивления R' и R_1 соединены последовательно:

$$R_{ab} = R_1 + R' = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 24 \text{ Ом.}$$

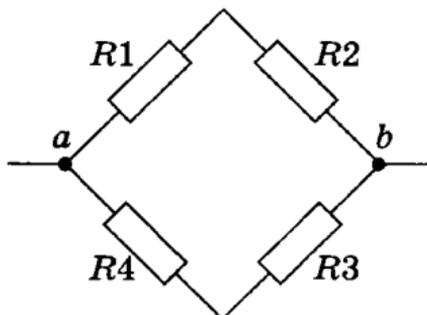
Ответ: 24 Ом.



Задача 2. Найдите сопротивление R_{ab} , если $R_1 = 12$ Ом, $R_2 = 18$ Ом, $R_3 = 5$ Ом, $R_4 = 10$ Ом (см. рис.).

Дано: $R_1 = 12$ Ом; $R_2 = 18$ Ом; $R_3 = 5$ Ом;
 $R_4 = 10$ Ом.

Найти: R_{ab} .



Решение.

Сопротивления R_1 и R_2 соединены последовательно, общее сопротивление

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 12 \text{ Ом} + 18 \text{ Ом} = 30 \text{ Ом}.$$

Сопротивления R_3 и R_4 соединены последовательно:

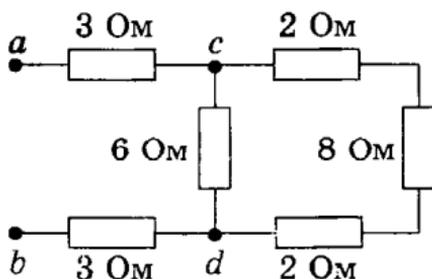
$$R_{34} = R_3 + R_4 = 5 \text{ Ом} + 10 \text{ Ом} = 15 \text{ Ом}.$$

Между собой эти группы сопротивлений соединены параллельно, поэтому

$$R_{ab} = \frac{R_{12}R_{34}}{R_{12} + R_{34}} = \frac{30 \text{ Ом} \cdot 15 \text{ Ом}}{30 \text{ Ом} + 15 \text{ Ом}} = 10 \text{ Ом}.$$

Ответ: 10 Ом.

Задача 3. Найдите R_{ab} (см. рис.).



Решение.

Сопротивления 2 Ом, 8 Ом, 2 Ом соединены последовательно. Их общее сопротивление

$$R_1 = 2 \text{ Ом} + 8 \text{ Ом} + 2 \text{ Ом} = 12 \text{ Ом}.$$

Сопротивление R_1 и сопротивление 6 Ом соединены параллельно:

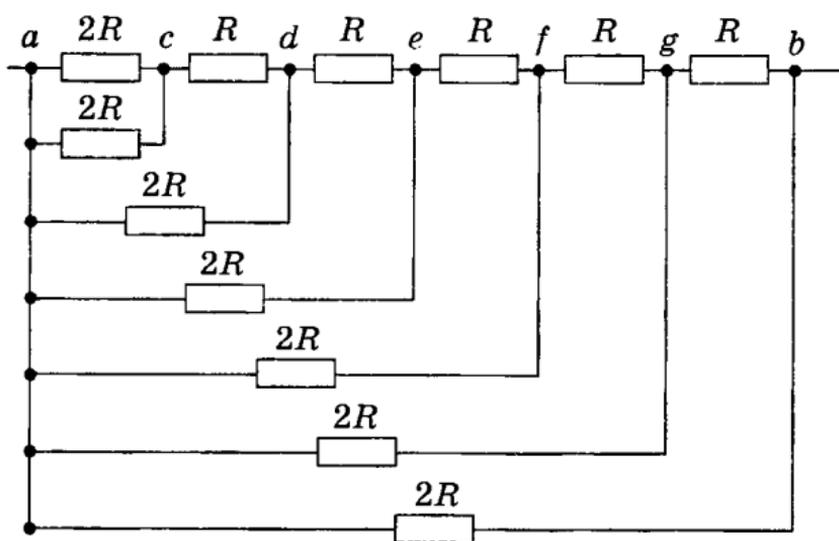
$$R_{cd} = \frac{12 \text{ Ом} \cdot 6 \text{ Ом}}{12 \text{ Ом} + 6 \text{ Ом}} = 4 \text{ Ом}.$$

Сопротивление 3 Ом , R_{cd} и 3 Ом соединены последовательно.

$$R_{ab} = 3 \text{ Ом} + 4 \text{ Ом} + 3 \text{ Ом} = 10 \text{ Ом}.$$

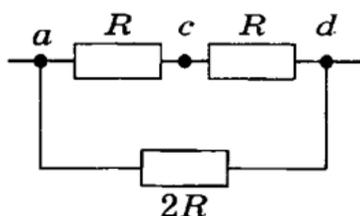
Ответ: 10 Ом .

Задача 4. Найдите R_{ab} (см. рис.).



Решение.

Обозначим на схеме точки и начертим эквивалентную схему для участка ad . Сопротивление $R_{ac} = R$ (сопротивления $2R$ соединены параллельно-



но). Тогда сопротивление цепи между точками a и d равно

$$R_{ad} = \frac{2R}{2} = R.$$

Аналогично $R_{ab} = R$.

Ответ: $R_{ab} = R$.

Задача 5. Сила тока, протекающего по сопротивлениям 3 Ом в схеме к задаче 3, равна 3 А. Найдите разность потенциалов и силу тока, протекающего через сопротивления 6 Ом и 8 Ом.

Решение.

По условию задачи

$$I_{ac} = I_{bd} = I = 3 \text{ А.}$$

Сопротивления $R_1 = 6$ Ом и $R_2 = 2$ Ом + 8 Ом + 2 Ом соединены параллельно, следовательно,

$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \Rightarrow U = \frac{IR_1R_2}{R_1 + R_2} = 12 \text{ В.}$$

Соответственно, $I_1 = 2$ А, $I_2 = 1$ А. Отсюда на сопротивлении 8 Ом разность потенциалов 8 В.

Ответ: 12 В, 2 А; 8 В, 1 А.

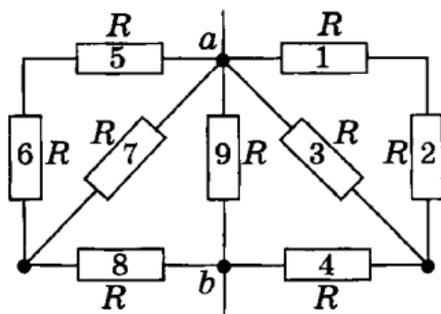
§ 10. Расчет сопротивления электрических цепей

Задача 1. Найдите сопротивление схемы, изображенной на рисунке.

Решение.

Пронумеруем сопротивления схемы.

Сопротивления $R1$ и $R2$ соединены последовательно, их общее сопротивление равно $R_{12} = 2R$. Это сопротивление и $R3$ соединены параллельно.



Их сопротивление $\frac{2}{3}R$. Последовательно с $\frac{2}{3}R$ включено $R4$. Общее сопротивление $\frac{5}{3}R$.

Аналогичный результат получается при расчете цепи, содержащей сопротивления $R5 - R8$. Между собой эти два одинаковых сопротивления соединены параллельно. Общее сопротивление равно $\frac{5}{6}R$. Эквивалентное сопротивление $\frac{5}{6}R$ и $R9$ соединены параллельно.

$$R_{ab} = \frac{\frac{5}{6}R \cdot R}{\frac{5}{6}R + R} = \frac{5}{11}R.$$

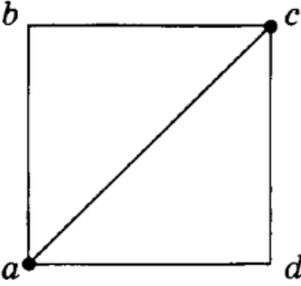
Ответ: $\frac{5}{11}R$.

Задача 2. Сопротивление стороны проволочного квадрата (см. рис.) равно R . Найдите сопротивления R_{ac} , R_{ad} , R_{bd} .

Решение.

$$R_{ac} = \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{\sqrt{2}R} \right)^{-1} = \frac{2R}{1 + 1 + \sqrt{2}} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}.$$

Найдем сопротивление R_{ad} .



$$R_{abc} = \frac{2R \cdot R\sqrt{2}}{2R + R\sqrt{2}} = \frac{2R}{\sqrt{2} + 1};$$

$$R_{ad} = \frac{\left(\frac{2R}{1 + \sqrt{2}} + R\right) \cdot R}{\frac{2R}{1 + \sqrt{2}} + 2R} =$$

$$= R \frac{(3\sqrt{2} + 2)}{4(\sqrt{2} + 1)}.$$

Найдем сопротивление R_{bd} . В этом случае точки a и c являются точками равного потенциала. По диагонали ac ток не течет.

$$R_{bd} = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R.$$

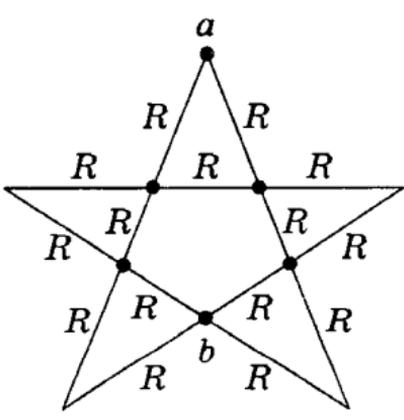
Ответ: $R_{ac} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$; $R_{ad} = R \frac{(3\sqrt{2} + 2)}{4(\sqrt{2} + 1)}$; $R_{bd} = R$.

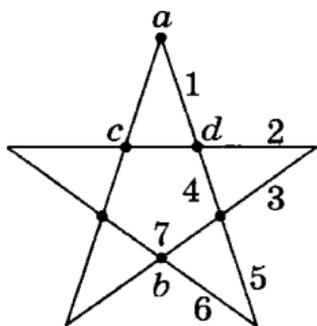
Задача 3. Найдите сопротивление R_{ab} , считая, что все звенья проволоочной звезды (см. рис.) имеют сопротивление R .

Решение.

Пронумеруем сопротивления схемы.

Точки c и d являются точками равного потенциала. Соединяющий их проводник можно снять. Сопротивления 2 и 3 соединены последовательно. Их сопротивление $2R$. Это сопротивление и сопротивление 4 соединены параллельно. Их сопротивление $\frac{2}{3}R$. Такое сопротивление





заменяет резисторы 5, 6, 7. Общее сопротивление правой части цепи (проводники пронумерованы)

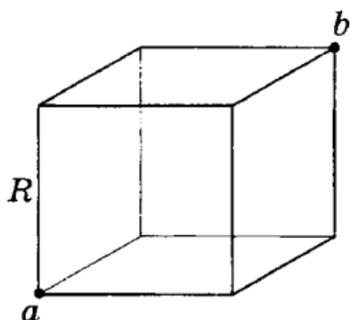
$$R' = R + \frac{2}{3}R + \frac{2}{3}R = \frac{7}{3}R.$$

Левая часть имеет аналогичное сопротивление. Между собой правая и левая

части цепи включены параллельно $R_{ab} = \frac{7}{6}R.$

Ответ: $\frac{7}{6}R.$

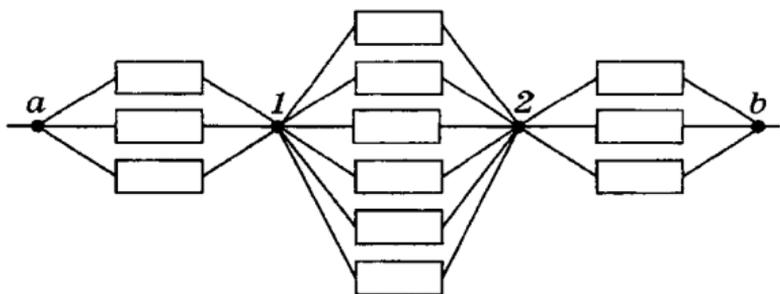
Задача 4. Сопротивление любого ребра проволочного каркаса куба равно $R.$ Найдите сопротивление между наиболее удаленными друг от друга вершинами куба (см. рис.).



Решение.

При подключении куба между точками ab появляются точки равного потенциала, на рисунке они обозначены цифрами 1 и 2. Все точки 1 и все точки 2 можно соединить

в параллельные цепи. В результате получается следующая схема (рис. 10.10).

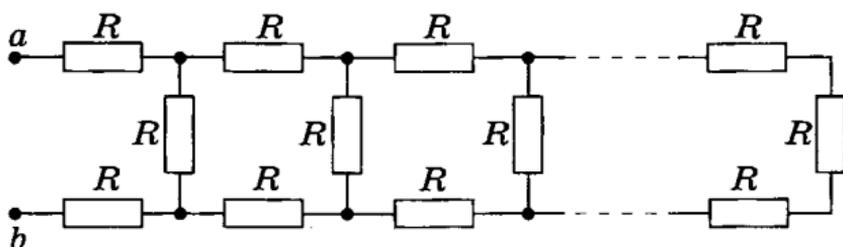


нить между собой. Получится схема, изображенная на рисунке.

$$\text{Сопротивление } R_{ab} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5}{6} R.$$

Ответ: $\frac{5}{6} R.$

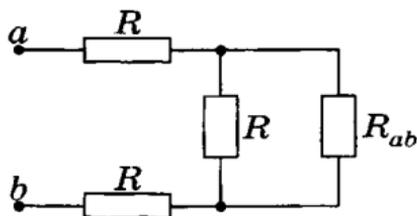
Задача 5. Найдите сопротивление R_{ab} участка цепи, содержащего бесконечное число резисторов сопротивлением R (см. рис.).



При решении следует учесть, что присоединение еще одной ячейки к бесконечному числу ячеек не изменяет полного сопротивления бесконечной цепи.

Решение.

Так как сопротивление цепи не зависит от числа ячеек, первую ячейку можно отключить и у оставшейся части цепи будет такое же сопротивление R_{ab} , как и у всей цепи. Поэтому схему 1 можно свести к виду.



$$R_{ab} = 2R + \frac{RR_{ab}}{R + R_{ab}}.$$

$$\text{Отсюда } R_{ab}^2 - 2RR_{ab} - 2R^2 = 0.$$

$$R_{ab} = R \pm \sqrt{R^2 + 2R^2} = R \pm R\sqrt{3}.$$

Физический смысл имеет положительный коэффициент $R_{ab} = R(1 + \sqrt{3})$.

$$\text{Ответ: } R_{ab} = R(1 + \sqrt{3}).$$

§ 11. Закон Ома для замкнутой цепи

Задача 1. В замкнутой цепи, содержащей источник тока с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В, протекает ток $I = 2$ А. Напряжение на зажимах источника $U = 10$ В. Найдите внутреннее сопротивление источника r и сопротивление нагрузки.

$$\text{Дано: } \mathcal{E} = 12 \text{ В; } I = 2 \text{ А; } U = 10 \text{ В.}$$

Найти: r, R .

Решение.

По закону Ома для замкнутой цепи $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$.

Напряжение на зажимах источника $U = IR$.
Отсюда $IR + Ir = \mathcal{E}$, следовательно,

$$r = \frac{\mathcal{E} - U}{I} = \frac{12 \text{ В} - 10 \text{ В}}{2 \text{ А}} = 1 \text{ Ом.}$$

Сопротивление нагрузки

$$R = \frac{U}{I} = \frac{10 \text{ В}}{2 \text{ А}} = 5 \text{ Ом.}$$

Ответ: 1 Ом; 5 Ом.

Задача 2. При замыкании источника тока на резистор сопротивлением $R_1 = 10$ Ом сила тока в

цепи $I_1 = 1$ А, а при замыкании на резистор сопротивлением $R_2 = 4$ Ом сила тока $I_2 = 2$ А. Найдите ЭДС источника и его внутреннее сопротивление.

Дано: $R_1 = 10$ Ом; $I_1 = 1$ А; $R_2 = 4$ Ом; $I_2 = 2$ А.

Найти: \mathcal{E} , r .

Решение.

Для каждого случая запишем закон Ома для замкнутой цепи:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r}; I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r}.$$

Разделив первое уравнение на второе, получим

$$I_1 R_1 + I_1 r = I_2 R_2 + I_2 r.$$

Отсюда

$$r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} = \frac{2 \text{ А} \cdot 4 \text{ Ом} - 1 \text{ А} \cdot 10 \text{ Ом}}{1 \text{ А} - 2 \text{ А}} = 2 \text{ Ом}.$$

$$\mathcal{E} = I_1(R_1 + r) = 1 \text{ А} \cdot (10 \text{ Ом} + 2 \text{ Ом}) = 12 \text{ В}.$$

Ответ: 12 В; 2 Ом.

Задача 3. В цепи, содержащей источник с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В, замкнутый на внешнее сопротивление $R = 9$ Ом, сила тока $I = 0,6$ А. Найдите внутреннее сопротивление источника тока и силу тока короткого замыкания.

Дано: $\mathcal{E} = 6$ В; $R = 9$ Ом; $I = 0,6$ А.

Найти: r ; $I_{\text{к.з.}}$.

Решение.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \Rightarrow r = \frac{\mathcal{E} - IR}{I};$$

$$r = \frac{6 \text{ В} - 0,6 \text{ А} \cdot 9 \text{ Ом}}{0,6 \text{ А}} = 1 \text{ Ом}.$$

Короткое замыкание — это ситуация, когда цепь замкнута на сопротивление нагрузки, равное нулю.

$$I_{\text{к.з}} = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{6 \text{ Ом}}{1 \text{ Ом}} = 6 \text{ А.}$$

Ответ: 1 Ом; 6 А.

Задача 4. Два последовательных источника тока с $\mathcal{E}_1 = 4,5 \text{ В}$ и $\mathcal{E}_2 = 6 \text{ В}$ с внутренним сопротивлением $r_1 = 0,3 \text{ Ом}$ и $r_2 = 0,2 \text{ Ом}$ включены согласованно. При каком сопротивлении нагрузки разность потенциалов на клеммах одного из источников будет равна нулю?

Дано: $\mathcal{E}_1 = 4,5 \text{ В}$; $\mathcal{E}_2 = 6 \text{ В}$; $r_1 = 0,3 \text{ Ом}$; $r_2 = 0,2 \text{ Ом}$; $U_1 = 0$.

Найти: R .

Решение.

Напряжение на клеммах первого источника тока

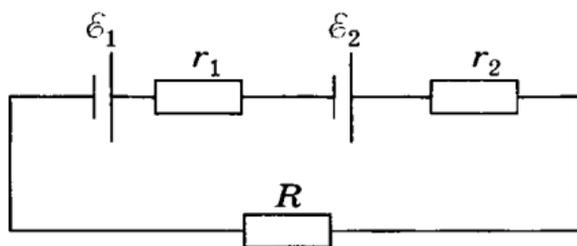
$$U_1 = \mathcal{E}_1 - I r_1.$$

Сила тока в цепи находится из закона Ома:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2 + R}.$$

Тогда

$$U_1 = \mathcal{E}_1 - \frac{(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)r_1}{r_1 + r_2 + R} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1 + \mathcal{E}_1 R}{r_1 + r_2 + R} = 0.$$



Отсюда

$$R = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 - \mathcal{E}_1 r_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{6 \text{ В} \cdot 0,3 \text{ Ом} - 4,5 \text{ В} \cdot 0,2 \text{ Ом}}{4,5 \text{ В}} = \\ = \frac{1,8 - 0,9}{4,5} \text{ Ом} = 0,2 \text{ Ом}.$$

Ответ: 0,2 Ом.

Задача 5. Источник тока с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r замкнут на реостат с переменным сопротивлением R . Постройте графики зависимости $I(R)$ и $U(R)$.

Дано: \mathcal{E} ; r ; R .

Найти: $I(R)$; $U(R)$.

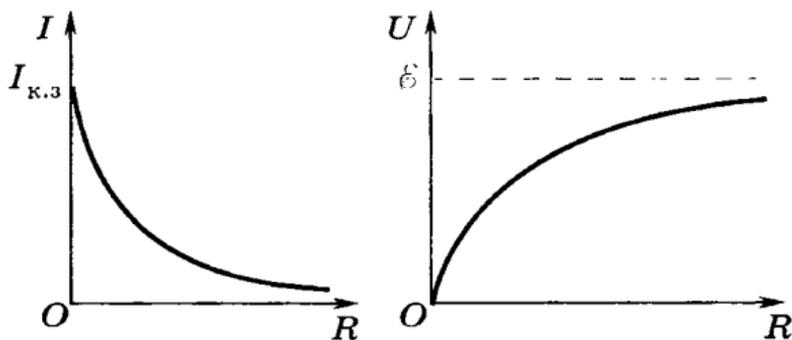
Решение.

По закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

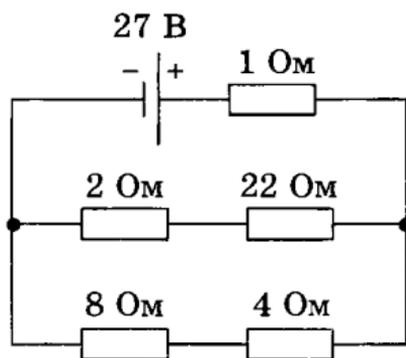
При $R = 0$ $I_{\text{к.з}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$; при $R \rightarrow \infty$ $I \rightarrow 0$ (см. рис.).

$U = IR = \frac{\mathcal{E}R}{R + r} = \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}r}{R + r}$. При $R \rightarrow \infty$ $U \rightarrow \mathcal{E}$ (см. рис.).



§ 12. Расчет силы тока и напряжения в электрических цепях

Задача 1. Найдите разность потенциалов на резисторах, сопротивление которых 2 Ом и 4 Ом, в схеме, изображенной на рисунке.



Дано: $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 2 \text{ Ом}$; $R_3 = 22 \text{ Ом}$; $R_4 = 8 \text{ Ом}$; $R_5 = 4 \text{ Ом}$; $\mathcal{E} = 27 \text{ В}$.

Найти: U_2 ; U_5 .

Решение.

Найдем сопротивление схемы. Сопротивления R_2 и R_3 соединены последовательно, их общее сопротивление $R_{2,3} = R_2 + R_3 = 24 \text{ Ом}$.

Сопротивления R_4 и R_5 соединены последовательно, их общее сопротивление $R_{4,5} = 12 \text{ Ом}$.

Участки цепи с сопротивлениями $R_{2,3}$ и $R_{4,5}$ соединены параллельно, их общее сопротивление

$$R_{2-5} = \frac{R_{2,3}R_{4,5}}{R_{2,3} + R_{4,5}} = 8 \text{ Ом}.$$

Участок цепи R_{2-5} и сопротивление R_1 соединены последовательно, поэтому сопротивление схемы $R = R_{2-5} + R_1 = 9 \text{ Ом}$.

Сила тока в неразветвленной части цепи:

$I = \frac{\varepsilon}{R} = 3 \text{ А}$. Ток расходится между параллельно подключенными сопротивлениями $R_{2,3}$ и $R_{4,5}$. Разность потенциалов на участке цепи R_{2-5} :

$$U = U_{2,3} = U_{4,5} = IR_{2-5};$$

$$U = 3 \text{ А} \cdot 8 \text{ Ом} = 24 \text{ В}.$$

Соответственно, сила тока на сопротивлении $R_{2,3}$ равна $I_2 = \frac{U}{R_{2,3}} = 1 \text{ А}$, а на сопротивлении $R_{4,5}$ равна $I_3 = I - I_2 = 2 \text{ А}$.

Следовательно, разность потенциалов на сопротивлении R_2 равна $U_2 = I_2 R_2 = 2 \text{ В}$, а на сопротивлении R_5 равна $U_5 = I_3 R_5 = 8 \text{ В}$.

Ответ: 2 В; 8 В.

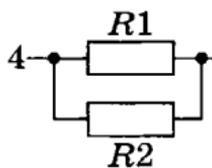
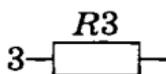
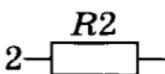
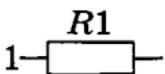
Задача 2. В вашем распоряжении три резистора: 3 Ом, 5 Ом и 6 Ом. Какие возможные сопротивления можно получить, комбинируя или используя отдельно эти резисторы? Нарисуйте соответствующие схемы соединений.

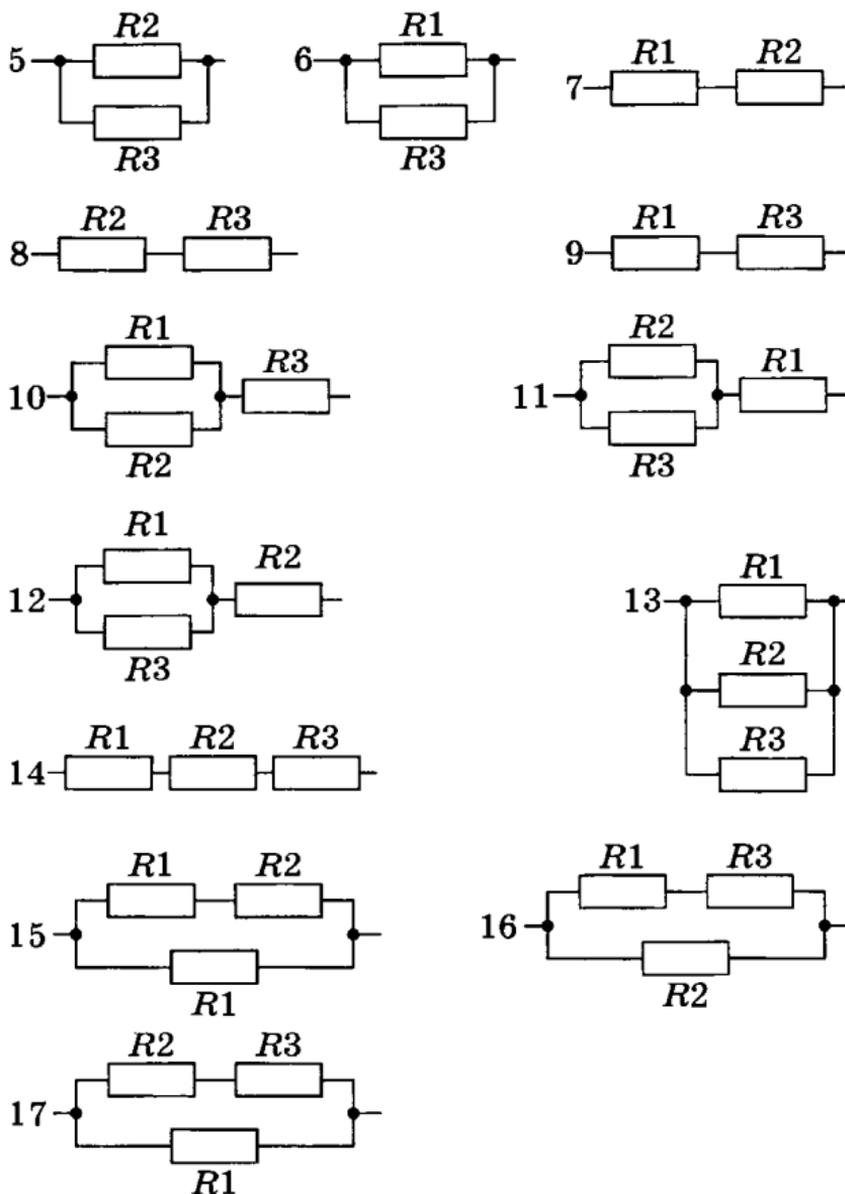
Дано: $R_1 = 3 \text{ Ом}$; $R_2 = 5 \text{ Ом}$; $R_3 = 6 \text{ Ом}$.

Найти: R .

Решение.

1) 3 Ом; 2) 5 Ом; 3) 6 Ом; 4) 1,9 Ом; 5) 2,7 Ом; 6) 2 Ом; 7) 8 Ом; 8) 11 Ом; 9) 9 Ом; 10) 7,9 Ом; 11) 5,7 Ом; 12) 7 Ом; 13) 1,4 Ом; 14) 14 Ом; 15) 3,4 Ом; 16) 3,2 Ом; 17) 2,4 Ом.





Задача 3. Три резистора 40 Ом, 60 Ом и 120 Ом соединены параллельно в группу, которая включена последовательно резисторам сопротивлением 15 Ом и 25 Ом. ЭДС источника 240 В.

Найдите: 1) силу тока, протекающего через сопротивление 25 Ом; 2) разность потенциалов на параллельной группе; 3) напряжение на сопротивлении 15 Ом; 4) силу тока через сопротивление 60 Ом; 5) силу тока через сопротивление 40 Ом.

Дано: $R_1 = 40 \text{ Ом}$; $R_2 = 60 \text{ Ом}$; $R_3 = 120 \text{ Ом}$;
 $R_4 = 15 \text{ Ом}$; $R_5 = 25 \text{ Ом}$; $\mathcal{E} = 240 \text{ В}$.

Найти: I_5 ; U_{1-3} ; U_4 ; I_2 ; I_1 .

Решение.

Схема цепи изображена на рисунке. Считаем источник идеальным.

Сопротивление всей цепи $R = R_{1-3} + R_4 + R_5$;

$$\frac{1}{R_{1-3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{6}{120 \text{ Ом}} \Rightarrow R_{1-3} = 20 \text{ Ом};$$

$$R = 60 \text{ Ом}.$$

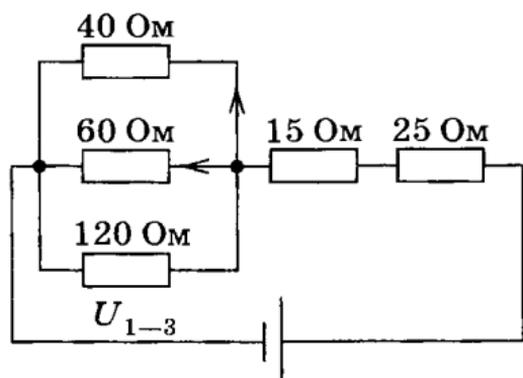
Сила тока на источнике $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = 4 \text{ А}$. При последовательном соединении $I = I_4 = I_5 = I_{1-3}$.

Напряжение в параллельной группе

$$U_{1-3} = IR_{1-3} = 4 \text{ А} \cdot 20 \text{ Ом} = 80 \text{ В}.$$

Напряжение на сопротивлении 15 Ом:

$$U_4 = IR_4 = 4 \text{ А} \cdot 15 \text{ Ом} = 60 \text{ В}.$$



Сила тока через сопротивление 60 Ом:

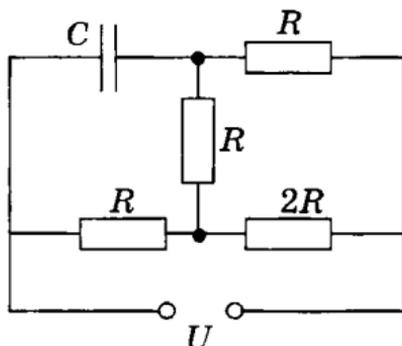
$$I_2 = \frac{U_{1-3}}{R_2} = \frac{80 \text{ В}}{60 \text{ Ом}} = 1,34 \text{ А.}$$

Сила тока через сопротивление 40 Ом:

$$I_1 = \frac{U_{1-3}}{R_1} = 2 \text{ А.}$$

Ответ: 4 А; 80 В; 60 В; 1,34 А; 2 А.

Задача 4. Найдите заряд на конденсаторе, включенном в электрическую схему, изображенную на рисунке. Все величины, указанные на схеме, известны. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.



Дано: C ; R ; U .

Найти: q .

Решение.

Сопротивление всей цепи равно

$$R + \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = 2R.$$

Сила тока через источник $I = \frac{U}{2R}$.

Напряжение на конденсаторе

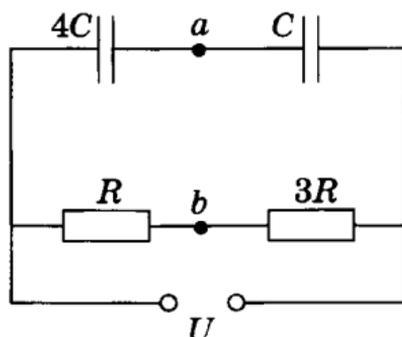
$$U_C = IR + \frac{I}{2}R = \frac{3}{2}IR = \frac{3}{2} \cdot \frac{U}{2R} \cdot R = \frac{3}{4}U.$$

Заряд на конденсаторе

$$q = CU_c = \frac{3}{4} CU.$$

Ответ: $q = \frac{3}{4} CU.$

Задача 5. Рассчитайте разность потенциалов U_{ab} в электрической схеме, показанной на рисунке. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.



Дано: $U; C; R.$

Найти: $U_{ab}.$

Решение.

Сила тока через резисторы

$$I = \frac{U}{R + 3R} = \frac{U}{4R}.$$

Напряжение на резисторах $U_1 = IR = \frac{U}{4}.$

Емкость последовательного соединения конденсаторов $C_1 = \frac{4C \cdot C}{4C + C} = \frac{4}{5} C.$

Заряд на этом конденсаторе и на каждом из последовательно соединенных конденсаторов

$$q = \frac{4}{5} CU.$$

Разность потенциалов между обкладками конденсатора емкостью $4C$

$$U_2 = \frac{q}{4C} = \frac{4 \cdot CU}{5 \cdot 4C} = \frac{1}{5} U.$$

Разность потенциалов между точками a и b

$$U_{ab} = U_1 - U_2 = \frac{1}{4} U - \frac{1}{5} U = \frac{1}{20} U = 0,05U.$$

Ответ: $0,05U$.

§ 13. Измерение силы тока и напряжения

Задача 1. Миллиамперметр может измерить максимальный ток 10 мА , его сопротивление $9,9 \text{ Ом}$. Какой шунт следует подключить к миллиамперметру для увеличения предела измерения тока до 1 А ? Во сколько раз увеличится при этом цена деления прибора?

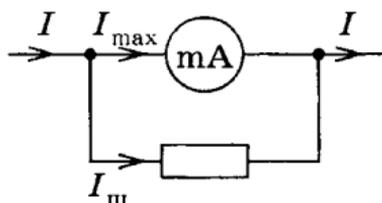
Дано: $I_{\max} = 10 \text{ мА} = 10^{-2} \text{ А}$; $R_A = 9,9 \text{ Ом}$;
 $I = 1 \text{ А}$.

Найти: $R_{\text{ш}}$; n .

Решение.

Если через миллиамперметр проходил ток 10 мА , то номинальное значение силы тока возрастет в 100 раз, и цена деления соответственно возрастет в 100 раз.

Шунт сопротивлением $R_{\text{ш}}$ присоединяют па-



раллельно амперметру (см. рис.):

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_A}{n - 1};$$

$$n = \frac{I}{I_{\max}} = 100;$$

$$R_{\text{ш}} = \frac{9,9 \text{ Ом}}{99} = 0,1 \text{ Ом.}$$

Ответ: 0,1 Ом; в 100 раз.

Задача 2. Для увеличения предела измерения амперметра с 2 А до 50 А к нему был подключен шунт сопротивлением 0,05 Ом. Найдите сопротивление амперметра.

Дано: $I_{\text{max}} = 2 \text{ А}; I = 50 \text{ А}; R_{\text{ш}} = 0,05 \text{ Ом.}$

Найти: $R_{\text{А}}$.

Решение.

Сопротивление шунта

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_{\text{А}}}{n - 1} \Rightarrow R_{\text{А}} = (n - 1)R_{\text{ш}};$$

$$n = \frac{I}{I_{\text{max}}}.$$

$$R_{\text{А}} = \left(\frac{50}{2} - 1 \right) \cdot 0,05 = 24 \cdot 0,05 = 1,2 \text{ (Ом).}$$

Ответ: 1,2 Ом.

Задача 3. Подключение к амперметру шунта сопротивлением 10 Ом позволило увеличить предел измерения от 2 А до 10 А. Какое добавочное сопротивление необходимо присоединить к амперметру, чтобы им можно было измерить напряжение 200 В? Найдите сопротивление амперметра.

Дано: $R_{\text{ш}} = 10 \text{ Ом}; I_{\text{max}} = 2 \text{ А}; I = 10 \text{ А}; U = 200 \text{ В.}$

Найти: $R_{\text{д}}; R_{\text{А}}$.

Решение.

Сопротивление амперметра

$$R_{\text{А}} = R_{\text{ш}}(n_1 - 1); n_1 = \frac{I}{I_{\text{max}}};$$

$$R_A = 10 \cdot \left(\frac{10}{2} - 1 \right) = 40 \text{ (Ом)}.$$

Максимальное напряжение на амперметре

$$U_{\max} = I_{\max} R_A = 2 \cdot 40 = 80 \text{ (В)}.$$

Добавочное сопротивление к амперметру

$$R_d = R_A(n_2 - 1); n_2 = \frac{U}{U_{\max}};$$

$$R_d = 40 \cdot \left(\frac{200}{80} - 1 \right) = 60 \text{ Ом}.$$

Ответ: 60 Ом; 40 Ом.

Задача 4. Вольтметр может измерить максимальное напряжение 6 В; его сопротивление 2 кОм. Какое добавочное сопротивление следует подключить к вольтметру, чтобы повысить предел измеряемого напряжения до 240 В? Во сколько раз при этом уменьшится чувствительность вольтметра?

Дано: $U_{\max} = 6 \text{ В}; U = 240 \text{ В}; R_V = 2 \text{ кОм}.$

Найти: $R_d; n.$

Решение.

Добавочное сопротивление к вольтметру

$$R_d = (n - 1)R_V;$$

$$n = \frac{U}{U_{\max}};$$

$$n = 40; R_d = 39 \cdot 2 = 78 \text{ (кОм)}.$$

Ответ: 78 кОм; в 40 раз.

Задача 5. К вольтметру, внутреннее сопротивление которого 1 кОм и предел измерения 12 В, подключают добавочное сопротивление, изготовленное из стальной проволоки сечением 0,1 мм².

Длина проволоки 4500 м. Какое максимальное напряжение сможет измерить вольтметр после подключения добавочного сопротивления?

Дано: $R_V = 1 \text{ кОм} = 10^3 \text{ Ом}$; $S = 0,1 \text{ мм}^2 = 10^{-7} \text{ м}^2$; $l = 4500 \text{ м}$; $\rho = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$; $U_{\text{max}} = 12 \text{ В}$.

Найти: U .

Решение.

Добавочное сопротивление

$$R_d = R_V(n - 1); n = \frac{R_d}{R_V} + 1; R_d = \rho \frac{l}{S};$$

$$U = nU_{\text{max}} = U_{\text{max}} \left(\rho \frac{l}{S R_V} + 1 \right);$$

$$U = 12 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 4500}{10^{-7} \cdot 10^3} + 1 \right) = 120 \text{ В}.$$

Ответ: 120 В.

§ 14. Тепловое действие электрического тока. Закон Джоуля—Ленца

Задача 1. Найдите работу, совершенную силами электрического поля при прохождении зарядом 3 мкКл разности потенциалов 220 В.

Дано: $q = 3 \text{ мкКл} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$; $U = 220 \text{ В}$.

Найти: A .

Решение.

$$\text{Работа } A = qU;$$

$$A = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} \cdot 220 \text{ В} = 0,66 \text{ мДж}.$$

Ответ: 0,66 мДж.

Задача 2. В проводнике сопротивлением 20 Ом сила тока 15 А. Найдите количество теплоты, выделяемое в проводнике за минуту.

Дано: $R = 20 \text{ Ом}$; $I = 15 \text{ А}$; $t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$.

Найти: Q .

Решение.

По закону Джоуля—Ленца

$$Q = I^2 R t = (15 \text{ А})^2 \cdot 20 \text{ Ом} \cdot 60 \text{ с} = 270 \text{ кДж}.$$

Ответ: 270 кДж.

Задача 3. Найдите сопротивление R двух одинаковых резисторов, если известно, что при подключении их к источнику тока с внутренним сопротивлением r мощность, выделяемая при их последовательном и параллельном соединении, одинакова.

Дано: r ; $P_1 = P_2$.

Найти: R .

Решение.

Сопротивление последовательно соединенных резисторов $R_1 = 2R$, параллельно — $R_2 = \frac{R}{2}$.

Сила тока в цепи в каждом случае равна

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r + 2R}; \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r + \frac{R}{2}}.$$

Мощность, выделяемая во внешней цепи:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \left(\frac{\mathcal{E}}{r + 2R} \right)^2 \cdot 2R;$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \left(\frac{\mathcal{E}}{r + \frac{R}{2}} \right)^2 \cdot \frac{R}{2}.$$

По условию задачи $P_1 = P_2$,

$$\frac{2R}{(r + 2R)^2} = \frac{R/2}{(r + R/2)^2}.$$

Отсюда $3R^2 = 2r^2$; $R = r$.

Ответ: $R = r$.

Задача 4. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них вода в чайнике закипает за 10 мин, при включении другой — за 15 мин. За какой промежуток времени закипит вода, если включить обмотки последовательно; параллельно?

Дано: $t_1 = 10$ мин; $t_2 = 15$ мин.

Найти: t_3 ; t_4 .

Решение.

Будем считать, что не происходит теплообмена с окружающей средой. Для закипания воды в чайнике требуется передать чайнику от нагревателя некоторое количество теплоты Q . В сети, к которой подключают чайник, поддерживается постоянное напряжение U . По закону Джоуля—Ленца

$$Q = \frac{U^2}{R_1} t_1; \quad Q = \frac{U^2}{R_2} t_2;$$

$$Q = \frac{U^2}{R_1 + R_2} t_3; \quad Q = \frac{U^2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} t_4.$$

Найдя из первых двух уравнений $R_1 = \frac{U^2}{Q} t_1$ и $R_2 = \frac{U^2}{Q} t_2$, подставляем их значения в третье и четвертое. После преобразований получаем для последовательного включения $t_3 = t_1 + t_2 = 25$ мин, для параллельного $t_4 = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6$ мин.

Ответ: 25 мин; 6 мин.

Задача 5. Электрические лампы, мощность которых $P_1 = 60$ Вт и $P_2 = 40$ Вт (при номиналь-

ном напряжении 110 В), включены последовательно в сеть с напряжением 220 В. Найдите мощность каждой лампы при таком включении.

Дано: $P_1 = 60$ Вт; $P_2 = 40$ Вт; $U = 110$ В; $U_1 = 220$ В.

Найти: P'_1 ; P'_2 .

Решение.

Мощность ламп $P_1 = \frac{U^2}{R_1}$; $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$.

Сопротивления ламп $R_1 = \frac{U^2}{P_1}$; $R_2 = \frac{U^2}{P_2}$.

При включении в сеть с $U_1 = 220$ В через лампы течет ток

$$I = \frac{U_1}{R_1 + R_2} = \frac{U_1}{U^2 \left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \right)} = \frac{U_1 P_1 P_2}{U^2 (P_1 + P_2)}.$$

Мощности ламп при их последовательном соединении равны

$$P'_1 = I^2 R_1 = \frac{U_1^2 P_1^2 P_2^2 U^2}{U^4 (P_1 + P_2)^2 P_1} = \frac{U_1^2 P_1 P_2^2}{U^2 (P_1 + P_2)^2};$$

$$P'_1 = \frac{(220 \text{ В})^2 \cdot 60 \text{ Вт} \cdot (40 \text{ Вт})^2}{(110 \text{ В})^2 \cdot (60 \text{ Вт} + 40 \text{ Вт})^2} = 38,4 \text{ Вт};$$

$$P'_2 = \frac{U_1^2 P_1^2 P_2}{U^2 (P_1 + P_2)^2} = 57,6 \text{ (Вт)}.$$

Ответ: 38,4 Вт; 57,6 Вт.

§ 15. Передача мощности электрического тока от источника к потребителю

Задача 1. Какую полезную мощность потребляет лампа мощностью 100 Вт, рассчитанная на номинальное напряжение 220 В, если к ней приложено напряжение 200 В?

Дано: $P = 100$ Вт; $U = 220$ В; $U_1 = 200$ В.

Найти: P' .

Решение.

Сопротивление лампы равно

$$R = \frac{U^2}{P}.$$

Потребляемая лампой мощность равна

$$P' = \frac{U_1^2}{R} = \frac{U_1^2 P}{U^2} = \frac{(200 \text{ В})^2 \cdot 100 \text{ Вт}}{(220 \text{ В})^2} = 82,6 \text{ Вт}.$$

Ответ: 82,6 Вт.

Задача 2. N одинаковых источников тока с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r каждый соединены последовательно и согласованно и замкнуты накоротко. Найдите полную мощность потерь.

Дано: N ; \mathcal{E} ; r .

Найти: P .

Решение.

В этом случае мощность потерь равна полной мощности батареи

$$P = N\mathcal{E}I.$$

По закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{N\mathcal{E}}{Nr}.$$

Отсюда

$$P = \frac{N^2 \mathcal{E}^2}{Nr} = \frac{N\mathcal{E}^2}{r}.$$

Ответ: $P = \frac{N\mathcal{E}^2}{r}.$

Задача 3. Электрический подъемник, потребляющий силу тока 8 А, работает при напряжении 150 В. При этом он поднимает груз массой

450 кг со скоростью 7 м/мин. Рассчитайте КПД подъемника.

Дано: $I = 8 \text{ А}$; $U = 150 \text{ В}$; $m = 450 \text{ кг}$;
 $v = 7 \text{ м/мин} = 0,117 \text{ м/с}$.

Найти: η .

Решение.

Полезная мощность подъемника

$$P_{\text{полезн}} = Fv = mgv;$$

$$P_{\text{полезн}} = 450 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,117 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 516 \text{ Вт}.$$

Полная мощность подъемника равна его электрической мощности

$$P_{\text{полн}} = IU; P_{\text{полн}} = 8 \text{ А} \cdot 150 \text{ В} = 1200 \text{ Вт}.$$

КПД подъемника

$$\eta = \frac{P_{\text{полезн}}}{P_{\text{полн}}} = 43\%.$$

Ответ: 43%.

Задача 4. Линия электропередачи с сопротивлением подводящих проводов 0,2 Ом обеспечивает мощность 10 кВт в мастерской. Напряжение на входе в мастерскую равно 250 В. Найдите КПД линии электропередачи.

Дано: $R = 0,2 \text{ Ом}$; $P = 10 \text{ кВт} = 10^4 \text{ Вт}$;
 $U = 250 \text{ В}$.

Найти: η .

Решение.

Ток, потребляемый мастерской, может быть найден из соотношения $P = IU$, следовательно,

$I = \frac{P}{U}$. Такой же силы ток протекает по прово-

дам, нагревая их. Мощность, выделяемая в проводах, $P_{\text{пр}} = I^2 R = \frac{P^2}{U^2} R$.

Отсюда КПД

$$\eta = \frac{P}{P + P_{\text{пр}}} = \frac{P}{P + \frac{P^2}{U^2} R};$$

$$\eta = \frac{10^4 \text{ Вт}}{10^4 \text{ Вт} + \left(\frac{10^4 \text{ Вт}}{250 \text{ В}}\right)^2 \cdot 0,2 \text{ Ом}} = 97\%.$$

Ответ: 97%.

Задача 5. Водитель, оставив машину на стоянке, забыл выключить фары. Потеря мощности от их излучения составляет 95 Вт. Через какой промежуток времени разрядится аккумулятор с ЭДС 12 В, рассчитанный на 150 А·ч? Можно считать, что сопротивление лампочек фар остается постоянным.

Дано: $P = 95 \text{ Вт}$; $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$; $q = 150 \text{ А} \cdot \text{ч} = 150 \text{ А} \cdot 3600 \text{ с} = 540 \cdot 10^3 \text{ Кл}$.

Найти: t .

Решение.

Сила тока через лампу равна

$$I = \frac{P}{\mathcal{E}}.$$

За время t аккумулятор потребит заряд

$$q = It \Rightarrow t = \frac{q}{I} = \frac{q\mathcal{E}}{P};$$

$$t = \frac{540\,000 \text{ Кл} \cdot 12 \text{ В}}{95 \text{ Вт}} = 68\,210 \text{ с} \approx 18,9 \text{ ч}.$$

Ответ: 18,9 ч.

§ 16. Электрический ток в растворах и расплавах электролитов

Задача 1. В результате электролиза из раствора Ag_2NO_3 выделилось 5,6 г серебра (электрохимический эквивалент серебра $1,12 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл). Рассчитайте электрический заряд, прошедший через раствор.

Дано: $m = 5,6 \text{ г} = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$; $k = 1,12 \times 10^{-6} \text{ кг/Кл}$.

Найти: q .

Решение.

По закону Фарадея $m = kq$, следовательно,

$$q = \frac{m}{k} = \frac{5,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{1,12 \cdot 10^{-6} \text{ кг/Кл}} = 5 \text{ Кл.}$$

Ответ: 5 Кл.

Задача 2. При электролизе медного купороса за 1 ч выделилось 10 г меди (электрохимический эквивалент меди $3,28 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл). Найдите силу тока через электролит.

Дано: $t = 1 \text{ ч} = 3600 \text{ с}$; $m = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}$;
 $k = 3,28 \cdot 10^{-7} \text{ кг/Кл}$.

Найти: I .

Решение.

$m = kIt$, соответственно

$$I = \frac{m}{kt} = \frac{10^{-2} \text{ кг}}{3,28 \cdot 10^{-7} \text{ кг/Кл} \cdot 3600 \text{ с}} = 8,47 \text{ А.}$$

Ответ: 8,47 А.

Задача 3. Рассчитайте массу алюминия, выделившегося за 8 ч при силе тока 10 А. Молярная масса алюминия $27 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, валентность 3.

Дано: $t = 8 \text{ ч} = 28\,800 \text{ с}$; $I = 10 \text{ А}$; $M = 27 \times 10^{-3} \text{ кг/моль}$; $n = 3$.

Найти: m .

Решение.

По объединенному закону Фарадея

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{n} q = \frac{1}{F} \frac{M}{n} It;$$

$$m = \frac{27 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \cdot 10 \text{ А} \cdot 28\,800 \text{ с}}{9,65 \cdot 10^4 \text{ кг/моль} \cdot 3} = 0,0269 \text{ кг.}$$

Ответ: 26,9 г.

Задача 4. Для серебрения 12 ложек (площадь поверхности каждой 50 см^2) через раствор соли серебра пропускается ток. Толщина покрытия должна составить 50 мкм. В течение какого времени должно проходить серебрение, если сила тока 1,3 А? Молярная масса серебра 0,108 кг/моль, валентность 1, плотность $10,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Дано: $N = 12$; $S = 50 \text{ см}^2 = 50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $d = 50 \text{ мкм} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ м}$; $I = 1,3 \text{ А}$; $M = 0,108 \text{ кг/моль}$; $n = 1$; $\rho = 10,5 \cdot 10^3 \text{ кг/моль}^3$.

Найти: t .

Решение.

Масса необходимого серебра

$$m = V\rho = SNd\rho,$$

где d — толщина покрытия.

По закону Фарадея

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{n} It.$$

Отсюда $SNd\rho = \frac{1}{F} \frac{M}{n} It$, следовательно,

$$t = \frac{SNd\rho Fn}{MI};$$

$$t = \frac{50 \cdot 10^{-4} \cdot 12 \cdot 50 \cdot 10^{-6} \cdot 10,5 \cdot 10^3 \cdot 9,65 \cdot 10^4 \cdot 1}{0,108 \cdot 1,3} =$$

$$= 21\,650 \text{ (с)} \approx 6 \text{ ч.}$$

Ответ: 6 ч.

Задача 5. При электролизе воды, проходившем в течение 1 ч при силе тока 5 А, выделился 1 л кислорода при давлении 10^5 Па. Найдите температуру выделившегося кислорода. Электрохимический эквивалент кислорода $8,29 \times 10^{-8}$ кг/Кл.

$$\text{Дано: } t = 1 \text{ ч} = 3600 \text{ с}; I = 5 \text{ А}; V = 1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3; p = 10^5 \text{ Па}; k = 8,29 \cdot 10^{-8} \text{ кг/Кл.}$$

Найти: T .

Решение.

По закону Фарадея

$$m = kIt;$$

$$m = 8,29 \cdot 10^{-8} \text{ кг/Кл} \cdot 5 \text{ А} \cdot 3600 \text{ с} = 0,0015 \text{ кг.}$$

По уравнению состояния идеального газа

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow T = \frac{pVM}{mR};$$

$$T = \frac{10^5 \text{ Па} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}}{0,0015 \text{ кг} \cdot 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}} = 257 \text{ К.}$$

Ответ: 257 К.

Магнитное поле

§ 20. Действие магнитного поля на проводник с током

Задача 1. Прямой проводник длиной 15 см помещен в однородное магнитное поле с индукцией 0,4 Тл, перпендикулярной к направлению

тока. Сила тока, протекающего по проводнику, равна 6 А. Найдите силу Ампера, действующую на проводник.

Дано: $l = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м}$; $B = 0,4 \text{ Тл}$; $\alpha = 0$;
 $I = 6 \text{ А}$.

Найти: F_A .

Решение.

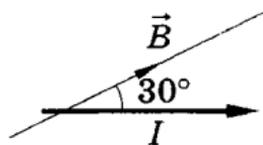
Согласно закону Ампера

$$F_A = IBl \sin \alpha;$$

$$F_A = 6 \cdot 0,4 \cdot 0,15 \cdot 1 = 0,36 \text{ (Н)}.$$

Ответ: 0,36 Н.

Задача 2. Проводник длиной $l = 20 \text{ см}$ расположен горизонтально (см. рис.). Сила тока в проводнике $I = 1 \text{ А}$. С какой силой и в каком направлении действует на проводник однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$, направленной под углом 30° к горизонту?



Дано: $l = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$; $I = 1 \text{ А}$; $B = 0,1 \text{ Тл}$;
 $\alpha = 30^\circ$.

Найти: \vec{F}_A .

Решение.

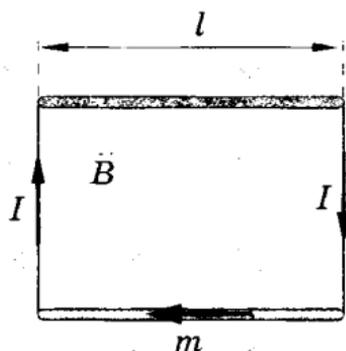
Согласно закону Ампера

$$F_A = IBl \sin \alpha = 1 \cdot 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,5 = 0,01 \text{ (Н)}.$$

По правилу левой руки вектор \vec{F}_A направлена перпендикулярно плоскости чертежа, к нам.

Ответ: 0,01 Н.

Задача 3. Прямой проводник, длина которого $l = 10 \text{ см}$, масса $m = 10 \text{ г}$, подвешен горизонтально на двух легких проводящих нитях в



однородном магнитном поле (см. рис.). Линии индукции магнитного поля направлены горизонтально и перпендикулярно проводнику. Сила тока, протекающего по проводнику, $I = 4,2$ А, индукция магнитного поля $B = 0,1$ Тл. Найдите силу натяжения нитей.

Дано: $l = 10$ см = $0,1$ м; $m = 10$ г = $0,01$ кг;
 $\alpha = 90^\circ$; $I = 4,2$ А; $B = 0,1$ Тл.

Найти: T .

Решение.

На проводник действуют сила Ампера \vec{F}_A , сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения \vec{T} каждой нити. Сила Ампера F_A , направленная вертикально вниз, равна

$$F_A = IBl.$$

Условие равновесия сил, действующих на проводник, имеет вид

$$2T = mg + F_A.$$

Тогда $T = \frac{1}{2}(mg + F_A)$;

$$T = \frac{1}{2} \cdot (0,01 \cdot 9,8 + 4,2 \cdot 0,1 \cdot 0,1) = 0,07 \text{ (Н)}.$$

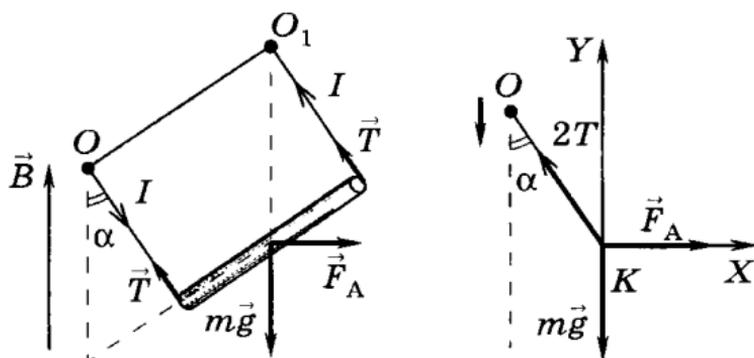
Ответ: $T = 0,07$ Н.

Задача 4. Прямой проводник, длина которого $l = 10$ см, масса $m = 10$ г, подвешен горизонтально на двух легких нитях в однородном магнитном поле, линии индукции которого направлены вертикально. На какой угол отклоняются нити от вертикали при пропускании по проводнику тока? Индукция магнитного поля $B = 0,1$ Тл, сила тока в проводнике $I = 9,8$ А.

Дано: $l = 10$ см = 0,1 м; $m = 10$ г = 0,01 кг;
 $B = 0,1$ Тл; $I = 9,8$ А.

Найти: α .

Решение.



На проводник действуют четыре силы: сила тяжести $m\vec{g}$, силы натяжения нитей \vec{T} и сила Ампера \vec{F}_A , направленная горизонтально вправо ($F_A = IBl$). В равновесии

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0, \\ \Sigma F_y = 0. \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} X: -2T\sin \alpha + F_A = 0, \\ Y: 2T\cos \alpha - mg = 0. \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2T\sin \alpha = IBl, \\ 2T\cos \alpha = mg. \end{array} \right\} \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}$$

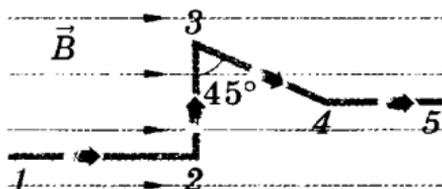
Разделив почленно (1) на (2), получаем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{IBl}{mg};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{9,8 \cdot 0,1 \cdot 0,1}{0,01 \cdot 9,8} = 1; \alpha = 45^\circ.$$

Ответ: 45° .

Задача 5. Найдите силу, действующую на каждый отрезок проводника с током (см. рис.), находящегося в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл, если $I = 0,5$ А, $l_{12} = 20$ см; $l_{23} = 15$ см; $l_{34} = 12$ см; $l_{45} = 15$ см.



Дано: $B = 0,1$ Тл; $I = 0,5$ А; $l_{12} = 20$ см = $= 0,2$ м; $l_{23} = 15$ см = $0,15$ м; $l_{34} = 12$ см = $= 0,12$ м; $l_{45} = 15$ см = $0,15$ м.

Найти: F_{12} ; F_{23} ; F_{34} ; F_{45} .

Решение.

Согласно закону Ампера

$$F_{12} = F_{45} = 0;$$

$$F_{23} = IBl_{23} = 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,15 = 7,5 \text{ (мН)}.$$

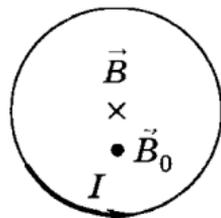
$$F_{34} = IBl_{34} \sin 45^\circ = 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,12 \cdot 0,707 = 4,2 \text{ (мН)}.$$

Ответ: $F_{12} = F_{45} = 0$; $F_{23} = 7,5$ мН; $F_{34} = 4,2$ мН.

§ 21. Рамка с током в однородном магнитном поле

Задача 1. Круговой виток с током, протекающим против часовой стрелки в плоскости чертежа, помещают в магнитное поле, индукция которого

направлена перпендикулярно плоскости чертежа (от нас). Отметьте направление собственной индукции витка. Будет ли действовать на виток вращающий момент? В каком положении виток находится в состоянии устойчивого равновесия?



Решение.

Собственная индукция витка направлена против внешнего поля. Вращающий момент на виток действовать не будет. Силы, действующие на каждый элемент витка, сжимают его. Виток будет находиться в состоянии устойчивого равновесия при противоположном направлении тока. Собственная индукция тока и индукция внешнего поля для устойчивого равновесия должны быть сонаправлены.

Задача 2. Квадратная рамка со стороной 10 см находится в магнитном поле с индукцией 0,1 Тл. Плоскость рамки параллельна вектору магнитной индукции. Сила тока, протекающего в рамке, равна 5 А. Чему равен вращающий момент сил, действующих на рамку?

Дано: $a = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$; $B = 0,1 \text{ Тл}$; $\alpha = 90^\circ$;
 $I = 5 \text{ А}$.

Найти: M .

Решение.

Суммарный момент сил M , действующих на рамку:

$$M = IBS \sin \alpha.$$

$$S = a^2; M = I Ba^2;$$

$$M = 5 \text{ А} \cdot 0,1 \text{ Тл} \cdot (0,1 \text{ м})^2 = 5 \text{ мН} \cdot \text{м}.$$

Ответ: 5 мН · м.

Задача 3. В однородном магнитном поле с индукцией 0,2 Тл находится прямоугольная рамка со сторонами 4 и 5 см. Сила тока, протекающего в рамке, равна 5 А. Вектор магнитной индукции перпендикулярен одной из сторон рамки (длиной 5 см) и составляет с нормалью к плоскости рамки угол 60° . Найдите модули и направления сил, действующих на каждую сторону рамки, а также момент сил, вращающих рамку.

Дано: $B = 0,2$ Тл; $l_2 = 5$ см = 0,05 м; $l_1 = 4$ см = 0,04 м; $\alpha = 60^\circ$.

Найти: F_1 ; F_2 ; M .

Решение.

Силы, действующие на стороны длиной l_1 :

$$F_1 = IBl_1 \sin(90^\circ - 60^\circ);$$

$$F_1 = 5 \text{ А} \cdot 0,2 \text{ Тл} \cdot 0,04 \text{ м} \cdot \frac{1}{2} = 0,02 \text{ Н}.$$

Силы, действующие на стороны длиной l_2 :

$$F_2 = IBl_2; F_2 = 5 \text{ А} \cdot 0,2 \text{ Тл} \cdot 0,05 \text{ м} = 0,05 \text{ Н}.$$

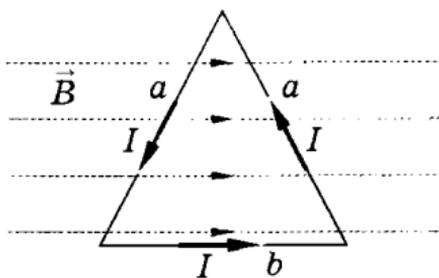
Момент сил

$$M = IBS \sin \alpha = IBl_1 l_2 \sin \alpha;$$

$$M = 5 \text{ А} \cdot 0,2 \text{ Тл} \cdot 0,04 \text{ м} \cdot 0,05 \text{ м} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,73 \text{ мН} \cdot \text{м}.$$

Ответ: 0,02 Н; 0,05 Н; 1,73 мН·м.

Задача 4. Проволочная рамка в виде равнобедренного треугольника со сторонами $a = 5$ см и основанием $b = 6$ см находится в плоскости чертежа. Основание треугольника расположено горизонтально, параллельно вектору магнитной индукции (см. рис.). Какая сила тока I начинает протекать по рамке, если при индукции $B = 0,2$ Тл на рамку действует вращающий момент



$M = 0,24 \text{ Н} \cdot \text{м}$? Относительно какой оси будет вращаться рамка?

Дано: $a = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$; $b = 6 \text{ см} = 0,06 \text{ м}$;
 $B = 0,2 \text{ Тл}$; $M = 0,24 \text{ мН} \cdot \text{м} = 0,24 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Найти: I .

Решение.

$$M = IBS \sin 90^\circ;$$

$$I = \frac{M}{SB} = \frac{2M}{Bb\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}} = \frac{4M}{Bb\sqrt{4a^2 - b^2}};$$

$$I = \frac{4 \cdot 0,24 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}}{0,06 \text{ м} \cdot 0,2 \text{ Тл} \cdot \sqrt{4 \cdot (0,05 \text{ м})^2 - (0,06 \text{ м})^2}} = 1 \text{ А}.$$

Сила, действующая на левую сторону треугольника, направлена вверх, а на правую — вниз. Рамка поворачивается вокруг оси, проходящей через верхнюю вершину треугольника и середину стороны b .

Ответ: 1 А; относительно перпендикуляра к основанию b .

Задача 5. Определите модуль магнитной индукции, если максимальный вращающий момент $5 \cdot 10^2 \text{ Н} \cdot \text{м}$ действует на проволочную катушку, площадь поперечного сечения которой 10 см^2 , при силе тока 2 А. Число витков в катушке 1000.

Дано: $M = 5 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м}$; $S = 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2$;
 $I = 2 \text{ А}$; $N = 1000$.

Найти: B .

Решение.

На каждый виток действует максимальный момент сил $M_i = ISB$. На всю катушку действует момент сил $M = NM_i = NISB$.

Отсюда

$$B = \frac{M}{NIS} = \frac{5 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м}}{1000 \cdot 2 \text{ А} \cdot 10^{-3} \text{ м}^2} = 25 \text{ мТл.}$$

Ответ: 25 мТл.

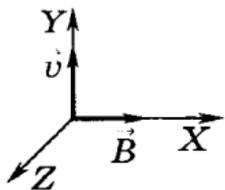
§ 22. Действие магнитного поля на движущиеся заряженные частицы

Задача 1. Индукция однородного магнитного поля $B = 0,3 \text{ Тл}$ направлена в положительном направлении оси X . Найдите модуль и направление силы Лоренца, действующей на протон, движущийся в положительном направлении оси Y со скоростью $v = 5 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ (заряд протона $e^+ = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$).

Дано: $B = 0,3 \text{ Тл}$; $v = 5 \cdot 10^6 \text{ м/с}$; $e^+ = 1,6 \times 10^{-19} \text{ Кл}$.

Найти: $F_{\text{Л}}$.

Решение.



По правилу левой руки можно определить, что на протон действует сила, направленная в отрицательном направлении оси Z .

Модуль силы Лоренца
 $F_{\text{Л}} = evB \sin 90^\circ$;

$$F_{\text{Л}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 5 \cdot 10^6 \text{ м/с} \cdot 0,3 \text{ Тл} = 2,4 \cdot 10^{-13} \text{ Н.}$$

Ответ: $2,4 \cdot 10^{-13} \text{ Н.}$

Задача 2. Используя данные задачи 1, найдите радиус окружности, по которой движется протон, а также его период обращения по этой окружности (масса протона $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$).

Дано: $B = 0,3 \text{ Тл}$; $v = 5 \cdot 10^6 \text{ м/с}$; $e^+ = 1,6 \times 10^{-19} \text{ Кл}$; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$; $\alpha = 90^\circ$.

Найти: R ; T .

Решение.

На протон действует сила Лоренца, создающая центростремительное ускорение:

$$F_{\text{Л}} = ma; a = \frac{v^2}{R}.$$

Сила Лоренца равна

$$F_{\text{Л}} = evB \sin \alpha = evB.$$

Следовательно,

$$evB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{eB};$$

$$R = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 5 \cdot 10^6 \text{ м/с}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 0,3 \text{ Тл}} = 0,17 \text{ м} = 17 \text{ см.}$$

Период обращения протона по окружности

$$T = \frac{2\pi R}{v}; T = \frac{6,28 \cdot 0,17 \text{ м}}{5 \cdot 10^6 \text{ м/с}} = 0,22 \text{ мкс.}$$

Ответ: 17 см ; $0,22 \text{ мкс.}$

Задача 3. Покоящаяся сначала α -частица ($m_\alpha = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, $q = +2e$), пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 1 \text{ кВ}$, влетает в однородное магнитное поле. Диаметр окружности, по которой начинает вращаться α -частица, равен

$D = 6,4$ см. Найдите модуль индукции магнитного поля.

Дано: $m_\alpha = 6,68 \cdot 10^{-27}$ кг; $q = +2e$; $U = 1$ кВ = $= 10^3$ В; $D = 6,4$ см = $6,4 \cdot 10^{-2}$ м.

Найти: B .

Решение.

Пройдя ускоряющую разность потенциалов, частица приобретает скорость v .

$$qU = \frac{mv^2}{2}, \text{ следовательно, } v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

Диаметр окружности можно найти, используя результаты предыдущей задачи:

$$D = 2R = \frac{2mv}{qB} = \frac{2m}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{2\sqrt{2}}{B} \sqrt{\frac{mU}{q}}.$$

Отсюда

$$B = \frac{2\sqrt{2}}{D} \sqrt{\frac{mU}{q}} = 0,2 \text{ Тл.}$$

Ответ: 0,2 Тл.

Задача 4. Два электрона влетают в однородное магнитное поле со скоростью $v = 5 \cdot 10^6$ м/с. Один из электронов влетает в поле в начале координат в положительном направлении оси X , двигаясь затем по окружности, пересекающей положительное направление оси Z на расстоянии $D = 8$ см. Второй электрон летит прямолинейно в положительном направлении оси Y . Найдите модуль и направление вектора магнитной индукции ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл).

Дано: $v = 5 \cdot 10^6$ м/с; $D = 8$ см = 0,08 м; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг; $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Найти: \vec{B} .

Решение.

Из условия ясно, что D — диаметр окружности, по которой движется электрон.

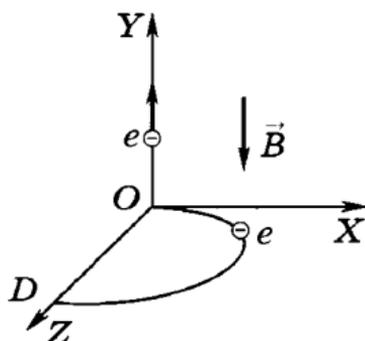
$$D = \frac{2mv}{qB} \text{ (см. решение предыдущей задачи).}$$

Следовательно,

$$B = \frac{2mv}{qD};$$

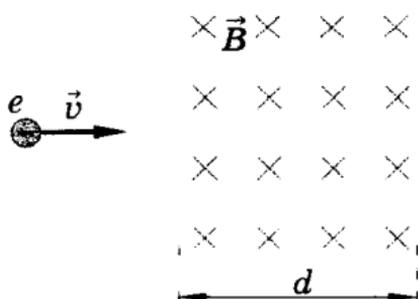
$$B = \frac{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 5 \cdot 10^6 \text{ м/с}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 0,08 \text{ м}} = 0,71 \text{ мТл.}$$

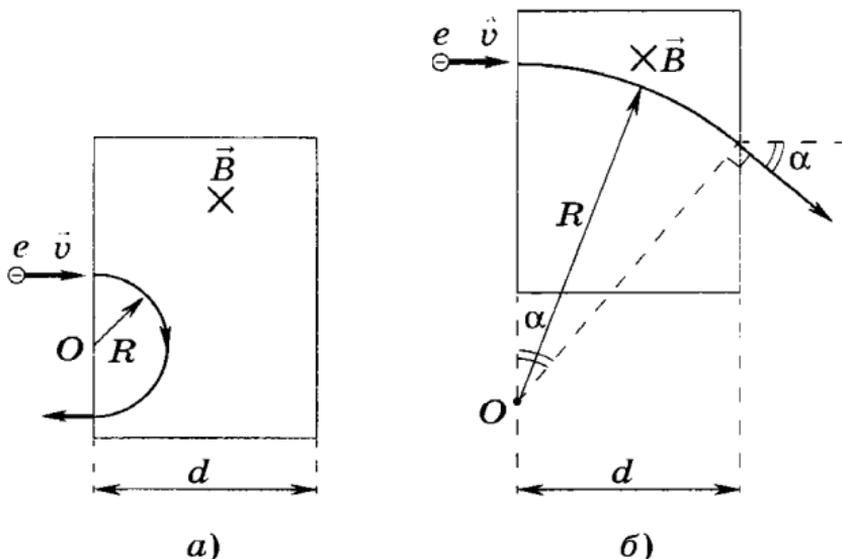
На электрон, летящий вдоль оси Y , сила Лоренца не действует, значит, магнитное поле параллельно оси Y . Если первый электрон движется в положительном направлении оси Z , то вектор \vec{B} направлен в отрицательном направлении оси Y (см. рис.).



Ответ: 0,71 мТл; в отрицательном направлении оси Y .

Задача 5. Электрон влетает в область однородного магнитного поля шириной d перпендикулярно его границе и вектору магнитной индукции \vec{B} (см. рис.). Нарисуйте возможные траектории электрона для различных значений его скорости. Рассчитайте основные параметры этих траекторий.





Решение.

$$R = \frac{m_e v}{eB} < d, \text{ т. е. } v < v_1 = \frac{deB}{m_e} \text{ (рис. а);}$$

$$R = \frac{m_e v}{eB}, R > d, \text{ т. е. } v > v_1 = \frac{deB}{m_e} \text{ (рис. б),}$$

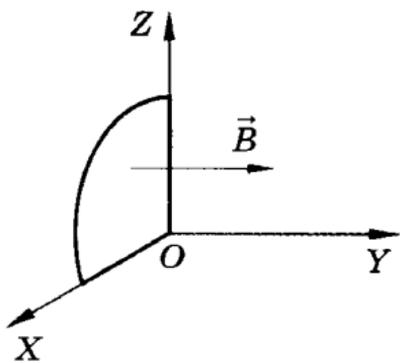
$$\sin \alpha = \frac{d}{R_2} = \frac{deB}{m_e v}.$$

§ 27. Магнитный поток

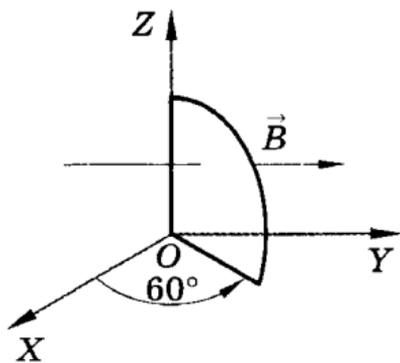
Задача 1. Индукция однородного магнитного поля $B = 0,1$ Тл направлена по оси Y . Найдите магнитный поток сквозь четверть круга радиусом $R = 10$ см, расположенную в плоскости XZ (рис. а); под углом 60° к плоскости XZ (рис. б).

Дано: $B = 0,1$ Тл; $R = 10$ см = $0,1$ м; $\alpha_1 = 0^\circ$;
 $\alpha_2 = 60^\circ$.

Найти: Φ_1 ; Φ_2 .



a)



б)

Решение.

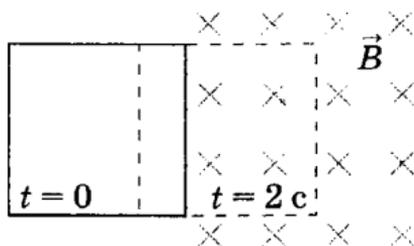
$$\Phi_1 = BS \cos \alpha_1 = B \cdot \frac{1}{4} \pi R^2 \cos \alpha_1;$$

$$\Phi_1 = 0,1 \text{ Тл} \cdot \frac{1}{4} \cdot 3,14 \cdot (0,1 \text{ м})^2 \cdot 1 = 0,785 \text{ мВб}.$$

$$\Phi_2 = BS \cos \alpha_2 = 0,39 \text{ мВб}.$$

Ответ: 0,785 мВб; 0,39 мВб.

Задача 2. Квадратная рамка со стороной $a = 10$ см движется со скоростью $v = 3$ см/с в однородное магнитное поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл, направленной перпендикулярно плоскости рамки (см.рис.). Найдите магнитный поток сквозь рамку в момент времени $t = 2$ с.



Дано: $a = 10$ см = 0,1 м; $v = 3$ см/с = 0,03 м/с;
 $B = 10^{-2}$ Тл; $\alpha = 0^\circ$; $t = 2$ с.

Найти: Φ .

Решение.

За время t рамка переместится в магнитном поле на расстояние

$$l = vt = 0,03 \text{ м/с} \cdot 2 \text{ с} = 0,06 \text{ м.}$$

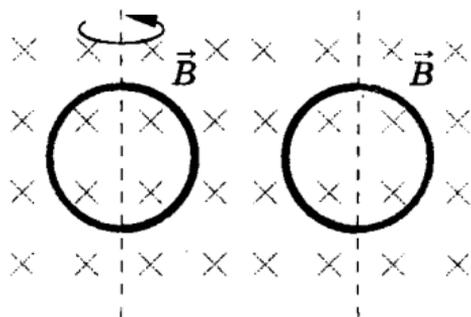
Магнитный поток сквозь рамку

$$\Phi = BS \cos \alpha = Bal;$$

$$\Phi = 10^{-2} \text{ Тл} \cdot 0,1 \text{ м} \cdot 0,06 \text{ м} = 60 \text{ мкВб.}$$

Ответ: 60 мкВб.

Задача 3. Проволочное кольцо радиусом R , находящееся в плоскости чертежа, поворачивается на 180° относительно вертикальной оси (см. рис.). Индукция магнитного поля \vec{B} перпендикулярна плоскости чертежа. Найдите изменение магнитного потока сквозь рамку в результате ее поворота.



Дано: R ; B ; $\alpha_2 = 0^\circ$; $\alpha_1 = 180^\circ$.

Найти: $\Delta\Phi$.

Решение.

Изменение магнитного потока равно

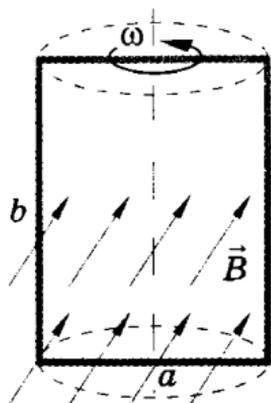
$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1.$$

$$\Phi_2 = BS \cos \alpha_2 = \pi BR^2; \quad \Phi_1 = -\pi BR^2.$$

$$\Delta\Phi = \pi BR^2 - (-\pi BR^2) = 2\pi BR^2.$$

Ответ: $\Delta\Phi = 2\pi BR^2$.

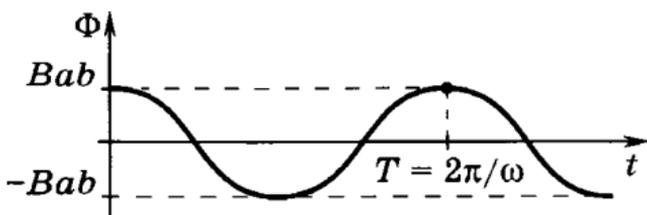
Задача 4. Найдите магнитный поток Φ в произвольный момент времени t , пронизывающий прямоугольную рамку со сторонами a и b , вращающуюся с угловой скоростью ω (см. рис.). Индукция однородного магнитного поля \vec{B} перпендикулярна плоскости чертежа. Постройте график зависимости $\Phi(t)$.



Дано: a ; b ; ω ; B .

Найти: $\Phi(t)$.

Решение.

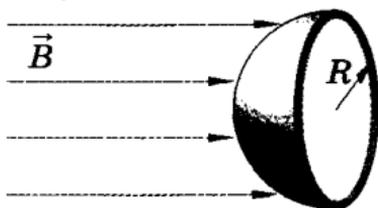


Магнитный поток, пронизывающий рамку, равен

$$\Phi = BS \cos \alpha = Bab \cos \omega t.$$

Ответ: $\Phi = Bab \cos \omega t$.

Задача 5. Найдите магнитный поток, создаваемый однородным магнитным полем с индукцией \vec{B} и проходящий сквозь полусферу радиусом R (см. рис.).



Дано: R ; B .

Найти: Φ .

Решение.

Видимая со стороны магнитного поля площадь сферы равна площади ее большого круга $S = \pi R^2$, поэтому

$$\Phi = BS = \pi BR^2.$$

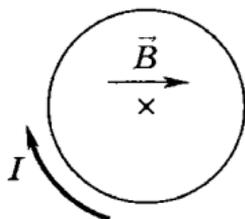
Ответ: $\Phi = \pi BR^2$.

§ 28. Энергия магнитного поля тока

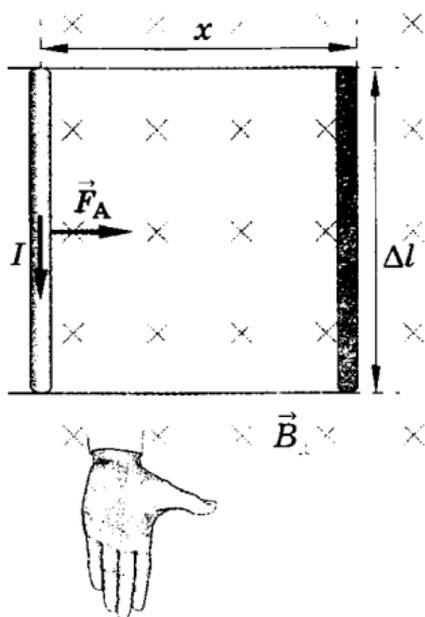
Задача 1. В плоскости чертежа перпендикулярно линиям индукции, направленной от нас, расположен виток с током. Каким должно быть направление тока в кольце, чтобы работа внешних сил при повороте кольца вокруг его диаметра на 180° была положительной?

Решение.

В положение, изображенное на рисунке, виток приводят силы Ампера. Это положение равновесия витка в магнитном поле устойчивое. Чтобы совершить положительную работу, внешние силы должны поворачивать виток из этого положения.



Задача 2. Проводник, длина которого $l = 0,5$ м, перемещается поступательно на расстояние $d = 20$ см в плоскости чертежа (см. рис.). Найдите индукцию однородного магнитного поля B , если известно, что сила тока, протекающего по проводнику, $I = 6$ А, а сила Ампера совершает работу $A = 60$ мДж.



Дано: $l = 0,5$ м; $d = 20$ см = $0,2$ м; $I = 6$ А;
 $A = 60$ мДж = $60 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Найти: B .

Решение.

Сила Ампера, действующая на проводник:

$$F_A = IBl.$$

Работа этой силы равна

$$A = F_A d = IBld \text{ или}$$

$$A = I\Delta\Phi = IB\Delta S = IBld.$$

Отсюда

$$B = \frac{A}{Ild} = \frac{60 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}}{6 \text{ А} \cdot 0,5 \text{ м} \cdot 0,2 \text{ м}} = 0,1 \text{ Тл.}$$

Ответ: $0,1$ Тл.

Задача 3. При силе тока $2,5$ А в катушке возникает магнитный поток 5 мВб. Найдите индуктивность катушки.

Дано: $I = 2,5 \text{ А}$; $\Phi = 5 \text{ мВб} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Вб}$.

Найти: L .

Решение.

Магнитный поток, пронизывающий катушку,
 $\Phi = LI$, следовательно,

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{5 \cdot 10^{-8} \text{ Вб}}{2,5 \text{ А}} = 2 \text{ мГн.}$$

Ответ: 2 мГн.

Задача 4. В катушке, индуктивность которой 0,5 Гн, сила тока 6 А. Найдите энергию магнитного поля, запасенную в катушке.

Дано: $L = 0,5 \text{ Гн}$; $I = 6 \text{ А}$.

Найти: W .

Решение.

Энергия магнитного поля катушки

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{0,5 \text{ Гн} \cdot (6 \text{ А})^2}{2} = 9 \text{ Дж.}$$

Ответ: 9 Дж.

Задача 5. Конденсатор, емкость которого $C = 0,2 \text{ мкФ}$, зарядили до напряжения $U_0 = 100 \text{ В}$ и соединили с катушкой индуктивностью $L = 1 \text{ мГн}$. В определенный момент времени t в результате разрядки конденсатора напряжение на нем стало равным $U = 50 \text{ В}$, а в катушке сила тока стала $I = 1 \text{ А}$. Найдите количество теплоты, выделившееся за промежуток времени t в катушке (обладающей некоторым сопротивлением).

Дано: $C = 0,2 \text{ мкФ} = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$; $U_0 = 100 \text{ В}$;
 $L = 1 \text{ мГн} = 10^{-3} \text{ Гн}$; $U = 50 \text{ В}$; $I = 1 \text{ А}$.

Найти: Q .

Решение.

По закону сохранения энергии

$$Q = \frac{CU_0^2}{2} - \frac{CU^2}{2} - \frac{LI^2}{2} = \frac{0,2 \cdot 10^{-6} \Phi \cdot (100 \text{ В})^2}{2} - \frac{0,2 \cdot 10^{-6} \Phi \cdot (50 \text{ В})^2}{2} - \frac{10^{-3} \text{ Гн} \cdot (1 \text{ А})^2}{2} = 0,25 \text{ мДж.}$$

Ответ: 0,25 мДж.

Электромагнетизм

§ 31. ЭДС в проводнике, движущемся в магнитном поле

Задача 1. Самолет летит горизонтально со скоростью $v = 1080$ км/ч. Найдите разность потенциалов между концами его крыльев (размах крыльев $l = 30$ м), если модуль вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли $B = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Дано: $v = 1080$ км/ч = 300 м/с; $l = 30$ м; $B = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Найти: U .

Решение.

Если движение происходит вдоль магнитного меридиана, то ЭДС индукции, возникающая в проводнике, движущемся в магнитном поле

$$\mathcal{E}_i = vB_{\perp}l;$$

$$\mathcal{E}_i = 300 \text{ м/с} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл} \cdot 30 \text{ м} = 0,45 \text{ В.}$$

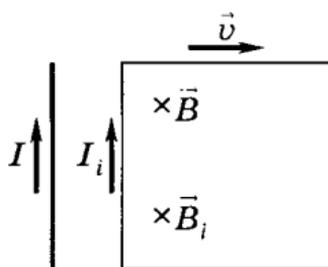
Ответ: 0,45 В.

Задача 2. В одной плоскости с прямым длинным проводником с током находится прямо-

угольная проволочная рамка, две стороны которой параллельны направлению тока в проводнике. Будет ли возникать индукционный ток в рамке и каким будет его направление, если рамка движется в собственной плоскости от провода; к проводу; параллельно проводу?

Решение.

При движении рамки от провода или к проводу будет меняться магнитный поток, пронизывающий ее плоскость, а следовательно, будет возникать ЭДС индукции и индукционный ток.



Вектор магнитной индукции \vec{B} поля тока прямого проводника направлен так, как показано на рисунке. При удалении рамки от провода магнитный поток уменьшается. По правилу Ленца магнитное поле индукционного тока направлено в ту же сторону. Чтобы создать такое поле, индукционный ток должен быть направлен по часовой стрелке. Если рамка приближается к проводу, индукционный ток меняет направление на противоположное. При движении рамки параллельно проводу магнитный поток не меняется и индукционный ток не возникает.

Задача 3. Проводящая медная перемычка длиной $l = 0,2$ м с поперечным сечением $S = 0,017$ мм² равномерно скользит со скоростью $v = 3,2$ м/с по проводам ($R_{\text{пр}} = 0$), замкнутым на резистор $R = 0,3$ Ом. Найдите силу тока, протекающего через резистор, если индукция магнитного

поля, перпендикулярная плоскости движения перемычки, $B = 0,1$ Тл.

Дано: $l = 0,2$ м; $S = 0,017$ мм² = $0,017 \times 10^{-6}$ м²; $\alpha = 90^\circ$; $v = 3,2$ м/с; $R = 0,3$ Ом; $B = 0,1$ Тл; $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Найти: I .

Решение.

Сопротивлением проводов пренебрегаем. В перемычке возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = vBl.$$

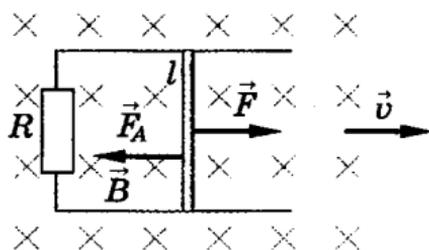
Это приводит к появлению в контуре тока. Силу тока определим по закону Ома

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R + R_{\text{пер}}} = \frac{vBl}{R + \frac{\rho l}{S}};$$

$$I = \frac{3,2 \text{ м/с} \cdot 0,1 \text{ Тл} \cdot 0,2 \text{ м}}{0,3 \text{ Ом} + \frac{1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot 0,2 \text{ м}}{0,017 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2}} = 0,13 \text{ А}.$$

Ответ: 0,13 А.

Задача 4. Проводящая перемычка длиной $l = 0,2$ м может скользить без трения по проводам, замкнутым на резистор $R = 2$ Ом (см. рис.). Вектор магнитной индукции $B = 0,2$ Тл направлен перпендикулярно плоскости движения перемычки. Какую силу следует приложить к перемычке,



чтобы она двигалась равномерно со скоростью $v = 5$ м/с? Сопротивлением переключки и проводов можно пренебречь.

Дано: $l = 0,2$ м; $R = 2$ Ом; $B = 0,2$ Тл; $\alpha = 90^\circ$;
 $v = 5$ м/с.

Найти: F .

Решение.

Сила тока в переключке:

$$I = \frac{vBl}{R}.$$

Со стороны магнитного поля на этот проводник с током действует сила Ампера, направленная против скорости,

$$F_A = IBl = \frac{vB^2l^2}{R};$$

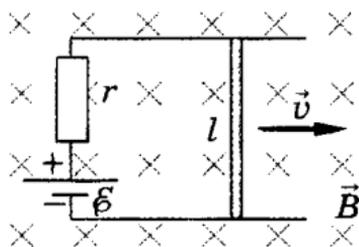
$$F_A = \frac{5 \text{ м/с} \cdot (0,2 \text{ Тл})^2 \cdot (0,2 \text{ м})^2}{2 \text{ Ом}} = 0,004 \text{ Н} = 4 \text{ мН}.$$

Такую же, но противоположно направленную силу надо приложить к переключке, чтобы она двигалась равномерно.

$$\vec{F}_A + \vec{F} = 0 \Rightarrow F = F_A = 4 \text{ мН}.$$

Ответ: 4 мН.

Задача 5. Проводящая переключка длиной $l = 0,5$ м равномерно скользит со скоростью $v = 5$ м/с по проводам, замкнутым на источник тока с ЭДС $\mathcal{E} = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом (см. рис.). Система находится в маг-



нитном поле, индукция которого перпендикулярна плоскости движения переключки и равна $B = 0,2$ Тл. Найдите силу тока, протекающего через переключку, и его направление. Сопротивлением переключки и проводов можно пренебречь.

Дано: $l = 0,5$ м; $v = 5$ м/с; $\mathcal{E} = 1,5$ В; $r = 0,2$ Ом;
 $B = 0,2$ Тл.

Найти: I .

Решение.

Возникающая при движении переключки ЭДС индукции соединена последовательно навстречу ЭДС источника тока. ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = vBl = 5 \text{ м/с} \cdot 0,2 \text{ Тл} \cdot 0,5 \text{ м} = 0,5 \text{ В}.$$

По закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_i}{R} = \frac{1,5 \text{ В} - 0,5 \text{ В}}{0,2 \text{ Ом}} = 5 \text{ А}.$$

Так как ЭДС источника тока больше ЭДС индукции, ток течет по переключке сверху вниз.

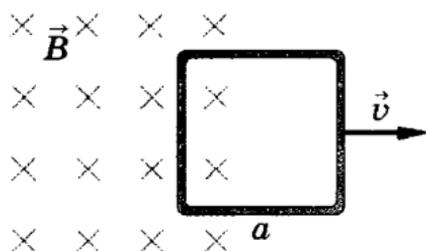
Ответ: 5 А; сверху вниз.

§ 32. Электромагнитная индукция

Задача 1. Квадратная рамка со стороной $a = 4$ см и сопротивлением $R = 2$ Ом находится в однородном магнитном поле ($B = 0,1$ Тл), линии индукции которого перпендикулярны плоскости рамки (см. рис.). Какой силы ток пройдет по рамке и в каком направлении, если ее выдвигать из резко очерченной области поля со скоростью $v = 5$ м/с?

Дано: $a = 4$ см = 0,04 м; $R = 2$ Ом; $B = 0,1$ Тл;
 $\alpha = 90^\circ$; $v = 5$ м/с.

Найти: I .



Решение.

Протекающий по рамке индукционный ток будет создавать магнитный поток, поддерживающий убывающий магнитный поток, который этот ток вызвал. Поэтому индукционный ток будет направлен по часовой стрелке. Сила индукционного тока

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{Bva}{R};$$

$$I = \frac{0,1 \text{ Тл} \cdot 5 \text{ м/с} \cdot 0,04 \text{ м}}{2 \text{ Ом}} = 0,01 \text{ А} = 10 \text{ мА}.$$

Ответ: 10 мА; по часовой стрелке.

Задача 2. Найдите направление и величину ЭДС индукции в проволочной рамке при равномерном уменьшении магнитного потока на 6 мВб за 0,05 с.

Дано: $\Delta\Phi = 6 \text{ мВб} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}; \Delta t = 0,05 \text{ с}.$

Найти: $\mathcal{E}_i.$

Решение.

По закону электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{6 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}}{0,05 \text{ с}} = 0,12 \text{ В}.$$

ЭДС индукции вызывает индукционный ток, создающий магнитное поле, направленное так же, как и внешнее поле.

Ответ: 0,12 В; так же как и внешнее поле.

Задача 3. При равномерном возрастании индукции магнитного поля, перпендикулярного поперечному сечению проволочной катушки площадью $S = 10 \text{ см}^2$, от 0 до 0,2 Тл за 0,001 с на ее концах возникло напряжение 100 В. Сколько витков N имеет катушка?

Дано: $S = 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2$; $B_1 = 0$; $B_2 = 0,2 \text{ Тл}$;
 $\Delta t = 0,001 \text{ с}$; $U = 100 \text{ В}$; $\alpha = 90^\circ$.

Найти: N .

Решение.

ЭДС индукции, возникающая в одном витке,

$$\mathcal{E}_{i1} = \frac{(B_2 - B_1)S}{\Delta t}.$$

Во всей катушке

$$\mathcal{E}_i = N\mathcal{E}_{i1} = \frac{(B_2 - B_1)S \cdot N}{\Delta t}, \text{ следовательно,}$$

$$N = \frac{\mathcal{E}_i \Delta t}{(B_2 - B_1)S} = \frac{100 \text{ В} \cdot 0,001 \text{ с}}{(0,2 \text{ Тл} - 0) \cdot 10^{-3} \text{ м}^2} = 500.$$

Ответ: 500.

Задача 4. В магнитном поле расположена квадратная проволочная рамка со стороной $a = 0,1 \text{ м}$ и сопротивлением $R = 0,2 \text{ Ом}$. Вектор индукции перпендикулярен плоскости рамки и направлен в ее сторону, а его модуль изменяется по закону $B = B_0 + \gamma t^2$, где $B_0 = 0,02 \text{ Тл}$, $\gamma = 5 \times 10^{-3} \text{ Тл/с}^2$. Найдите величину сил, действующих на стороны рамки, и их направление в момент времени $t = 2 \text{ с}$.

Дано: $a = 0,1 \text{ м}$; $R = 0,2 \text{ Ом}$; $\alpha = 90^\circ$; $B = B_0 + \gamma t^2$; $B_0 = 0,02 \text{ Тл}$; $\gamma = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Тл/с}^2$; $t = 2 \text{ с}$.

Найти: F_A .

Решение.

Из правила Ленца ясно, что сила, действующая на стороны рамки, должна быть направлена против вектора магнитной индукции внешнего поля (магнитный поток внешнего поля увеличивается). Магнитный поток, пронизывающий площадку, ограниченную рамкой:

$$\Phi = Ba^2 = (B_0 + \gamma t^2)a^2.$$

ЭДС индукции, возникающая в рамке:

$$\mathcal{E}_i = (\Phi)' = 2\gamma ta^2.$$

Сила тока в рамке равна

$$I = \frac{|\mathcal{E}_i|}{R} = \frac{2\gamma ta^2}{R}.$$

На каждую сторону рамки действует сила Ампера

$$F_A = I Ba = \frac{2\gamma ta^3}{R} (B_0 + \gamma t^2);$$

$$F_A = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ Тл/с}^2 \cdot 2 \text{ с} \cdot (0,1 \text{ м})^3}{0,2 \text{ Ом}} \cdot (0,02 \text{ Тл} + 5 \cdot 10^{-3} \text{ Тл/с}^2 \cdot 2^2 \text{ с}^2) = 4 \text{ мкН}.$$

Ответ: 4 мкН.

Задача 5. Проволочное медное кольцо радиусом R и поперечным сечением S лежит на столе. Какой заряд q пройдет по кольцу, если его перевернуть с одной стороны на другую? Вертикальная составляющая магнитного поля Земли равна B , сопротивление меди ρ .

Дано: R ; S ; B ; ρ .

Найти: q .

Решение.

Магнитный поток, пронизывающий кольцо в исходном состоянии,

$$\Phi = B\pi R^2.$$

При перевороте кольца изменение магнитного потока

$$\Delta\Phi = 2\Phi = 2B\pi R^2.$$

Сила тока, протекающего в кольце в процессе переворота:

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{r} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t r},$$

где r — сопротивление кольца, $r = \rho \frac{2\pi R}{S}$.

Заряд, прошедший через поперечное сечение кольца:

$$q = I\Delta t = \frac{\Delta\Phi}{r} = \frac{2B\pi R^2 S}{\rho 2\pi R} = \frac{BSR}{\rho}.$$

Ответ: $q = \frac{BSR}{\rho}$.

§ 36. Генерирование переменного электрического тока

Задача 1. Прямоугольная рамка со сторонами $a = 5$ см и $b = 8$ см вращается вокруг вертикальной оси с периодом $T = 0,02$ с в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл, направленной перпендикулярно оси вращения. Найдите максимальную ЭДС, индуцируемую в рамке, и зависимость ЭДС от времени.

Дано: $a = 5$ см = 0,05 м; $b = 8$ см = 0,08 м;
 $T = 0,02$ с; $B = 0,5$ Тл.

Найти: $\mathcal{E}_i \text{ max}; \mathcal{E}_i(t)$.

Решение.

Магнитный поток, пронизывающий рамку:

$$\Phi = Babc\cos\alpha,$$

где α — угол между нормалью к рамке и вектором магнитной индукции.

При равномерном вращении рамки

$$\alpha = \omega t.$$

$$\Phi = Bab \cos \omega t.$$

По закону электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = -(\Phi)' = Bab\omega \sin \omega t,$$

где $\mathcal{E}_{i \max} = Bab\omega$ — максимальное значение (амплитуда) ЭДС.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,28 \text{ рад}}{0,02 \text{ с}} = 314 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

$$\mathcal{E}_{i \max} = 0,5 \text{ Тл} \cdot 0,05 \text{ м} \cdot 0,08 \text{ м} \cdot 314 \frac{\text{рад}}{\text{с}} = 0,63 \text{ В}.$$

$$\mathcal{E}_i(t) = 0,63 \cos 314t \text{ В}.$$

Ответ: $\mathcal{E}_i(t) = 0,63 \cos 314t \text{ В}$; 0,63 В.

Задача 2. Найдите частоту вращения катушки с числом витков $N = 20$ в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5 \text{ Тл}$, если максимальная ЭДС в катушке $\mathcal{E}_{i \max} = 7,85 \text{ В}$, а площадь сечения одного витка $S = 25 \text{ см}^2$.

Дано: $N = 20$; $B = 0,5 \text{ Тл}$; $\mathcal{E}_{i \max} = 7,85 \text{ В}$; $S = 25 \text{ см}^2 = 25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Найти: ν .

Решение.

По аналогии с предыдущей задачей $\mathcal{E}_{i \max} = NBS\omega = NBS \cdot 2\pi\nu$, следовательно,

$$\nu = \frac{\mathcal{E}_{i \max}}{NBS \cdot 2\pi} = \frac{7,85 \text{ В}}{20 \cdot 0,5 \text{ Тл} \cdot 25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 6,28} = 50 \text{ Гц}.$$

Ответ: 50 Гц.

Задача 3. Ротор генератора переменного тока, представляющий из себя катушку, содержащую

$N = 10$ витков, каждый площадью $S = 1200 \text{ см}^2$, вращается с постоянной частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$ в магнитном поле с индукцией $B = 0,58 \text{ Тл}$. Найдите максимальную ЭДС, индуцируемую в обмотке ротора.

Дано: $N = 10$; $S = 1200 \text{ см}^2 = 1200 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$;
 $\nu = 50 \text{ Гц}$; $B = 0,58 \text{ Тл}$.

Найти: $\mathcal{E}_i \text{ max}$.

Решение.

По аналогии с предыдущей задачей

$$\mathcal{E}_i \text{ max} = NBS \cdot 2\pi\nu = 10 \cdot 0,58 \text{ Тл} \cdot 1200 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \times \\ \times 6,28 \cdot 50 \text{ Гц} = 220 \text{ В}.$$

Ответ: 220 В.

Задача 4. При полете вертолета плоскость вращения его винта составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Винт радиусом $R = 5 \text{ м}$ вращается с частотой $\nu = 10 \text{ Гц}$. Найдите разность потенциалов между центром и краем винта. Вертикальная составляющая магнитного поля Земли $B = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$.

Дано: $\alpha = 30^\circ$; $R = 5 \text{ м}$; $\nu = 10 \text{ Гц}$; $B = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$.

Найти: U .

Решение.

Все точки винта вертолета движутся с разными линейными скоростями, поэтому силы Лоренца, действующие на заряды в них, разные. Средняя сила

$$F_{\text{ср}} = e\nu_{\text{ср}} B \sin \alpha = e\omega \frac{R}{2} B \sin \alpha.$$

Средняя напряженность поля сторонних сил

$$E_{\text{ср}} = \frac{F}{e} = \omega \frac{R}{2} B \sin \alpha.$$

Разность потенциалов между центром и краем винта равна ЭДС индукции:

$$U = \mathcal{E}_i = E_{\text{ср}} R = \frac{\omega R^2 B \sin \alpha}{2} = \nu \pi R^2 B \sin \alpha;$$

$$U = 10 \cdot 3,14 \cdot (5 \text{ м})^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл} \cdot 0,5 = 0,2 \text{ В.}$$

Ответ: 0,2 В.

Задача 5. Проводящая катушка с площадью поперечного сечения $S = 100 \text{ см}^2$ состоит из $N = 200$ витков и равномерно вращается с периодом $T = 20 \text{ мс}$ в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,2 \text{ Тл}$ вокруг оси, перпендикулярной вектору магнитной индукции. Концы катушки замкнуты на резистор сопротивлением $R = 100 \text{ Ом}$. Найдите, как изменяется сила тока через резистор со временем, определите частоту изменения силы тока и максимальное значение силы тока.

Дано: $S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$; $N = 200$; $T = 20 \text{ мс} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ с}$; $B = 0,2 \text{ Тл}$; $\alpha = 90^\circ$; $R = 100 \text{ Ом}$.

Найти: $I(t)$; I_{max} ; ω .

Решение.

Магнитный поток, пронизывающий катушку, меняет по закону:

$$\Phi = NBS \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

В катушке возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = -\Phi' = NBS \frac{2\pi}{T} \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Сила тока через резистор

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{NBS \frac{2\pi}{T}}{R} \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Сопротивлением провода катушки пренебрегаем.

Максимальное значение силы тока

$$I_{\max} = \frac{2\pi NBS}{TR};$$

$$I_{\max} = \frac{6,28 \cdot 200 \cdot 0,2 \text{ Тл} \cdot 10^{-2} \text{ м}^2}{20 \cdot 10^{-3} \text{ с} \cdot 100 \text{ Ом}} = 1,26 \text{ А.}$$

Ответ: 1,26 А.

§ 38. Векторные диаграммы для описания переменных токов и напряжений

Задача 1. Напряжение меняется с течением времени по закону $u = 10 \cos \frac{2\pi}{T} \left(t + \frac{T}{6} \right)$ В. Найдите амплитуду, круговую частоту, начальную фазу и мгновенное значение напряжения в момент времени $t = \frac{T}{4}$.

Дано: $u(t) = 10 \cos \frac{2\pi}{T} \left(t + \frac{T}{6} \right)$ В; $t = \frac{T}{4}$.

Найти: U_m ; ω ; φ_0 ; u .

Решение.

Амплитуда напряжения $U_m = 10$ В, круговая частота $\omega = \frac{2\pi}{T}$, начальная фаза $\varphi_0 = \frac{T}{6} \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3}$, мгновенное значение напряжения в момент времени $\frac{T}{4}$

$$u = 10 \cos \frac{2\pi}{T} \left(\frac{T}{4} + \frac{T}{6} \right) = 10 \cos \frac{5}{6} \pi = -8,5 \text{ В.}$$

Ответ: 10 В; $\frac{2\pi}{T}$; $\frac{\pi}{3}$; -8,5 В.

Задача 2. Изобразите на векторной диаграмме гармоническое колебание силы тока

$$i = 4 \cos \left(10t + \frac{3\pi}{4} \right) \text{ А.}$$

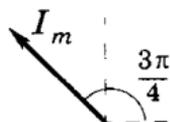
Решение.

Сила тока с течением времени меняется по закону

$$i = I_m \cos (\omega t + \varphi_0).$$

Следовательно, амплитуда силы тока $I_m = 4 \text{ А}$,

начальная фаза $\varphi_0 = \frac{3\pi}{4}$.



Задача 3. Изобразите на векторной диаграмме гармоническое колебание напряжения

$$u = 6 \sin \left(5t - \frac{\pi}{3} \right) \text{ В.}$$

Решение.

Напряжение изменяется по гармоническому закону

$$u = 6 \sin \left(5t - \frac{\pi}{3} \right) =$$

$$= 6 \cos \left(5t - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} \right) = 6 \cos \left(5t - \frac{5\pi}{6} \right).$$

Амплитуда напряжения $U_m = 6 \text{ В}$, начальная

фаза $\varphi_0 = -\frac{5\pi}{6}$.



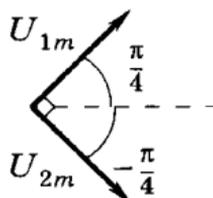
Задача 4. Какое из двух колебаний $u_1 = 10 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right)$, $u_2 = 10 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right)$ отстает по фазе? Чему равно это отставание? Покажите его на векторной диаграмме.

Решение.

По фазе отстает на $\frac{\pi}{2}$ колебание u_2 , поскольку

$$u_2 = 10 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} \right) = \\ = 10 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right).$$

Ответ: $\frac{\pi}{2}$



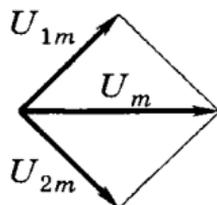
Задача 5. Сложите на векторной диаграмме колебания, описанные в задаче 4. Запишите закон результирующего колебания.

Решение.

$$U_m = \sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2} = 14,1 \text{ В.}$$

$$u = 14,1 \cos \omega t.$$

Ответ: $u = 14,1 \cos \omega t \text{ В.}$



§ 40. Конденсатор в цепи переменного тока

Задача 1. Заряд на обкладках плоского конденсатора с течением времени изменяется по закону $q = \alpha t - \beta t^2$, где $\alpha = 10 \text{ Кл/с}$, $\beta = 0,25 \text{ Кл/с}^2$. Найдите силу тока смещения в момент времени $t = 2 \text{ с}$.

Дано: $q = \alpha t - \beta t^2$; $\alpha = 10 \text{ Кл/с}$; $\beta = 0,25 \text{ Кл/с}^2$;
 $t = 2 \text{ с}$.

Найти: $I_{\text{см}}$.

Решение.

Разность потенциалов между обкладками конденсатора

$$U = \frac{q}{C} = \frac{\alpha}{C} t - \frac{\beta}{C} t^2.$$

Напряженность поля

$$E = \frac{U}{d} = \frac{\alpha}{Cd} t - \frac{\beta}{Cd} t^2,$$

где C — емкость конденсатора, d — расстояние между его обкладками.

$$C = \frac{S\epsilon\epsilon_0}{d};$$

$$\frac{dE}{dt} = E' = \frac{\alpha}{Cd} - \frac{2\beta}{Cd} t.$$

Сила тока смещения

$$I_{\text{см}} = S\epsilon_0\epsilon \frac{dE}{dt} = Cd \frac{dE}{dt}.$$

$$I_{\text{см}} = \alpha - 2\beta t = 10 \text{ Кл/с} - 2 \cdot 0,25 \text{ Кл/с}^2 \cdot 2 \text{ с} = \\ = 9 \text{ Кл/с} = 9 \text{ А}.$$

Ответ: 9 А.

Задача 2. Напряжение на конденсаторе емкостью $C = 0,5 \text{ мкФ}$ изменяется по закону $u = 10 \sin(100 \pi t)$ В. Найдите, как изменяется со временем сила тока через конденсатор.

$$\text{Дано: } C = 0,5 \text{ мкФ} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}; \quad u = \\ = 10 \sin(100 \pi t) \text{ В}.$$

Найти: $i(t)$.

Решение.

$$I_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{10}{\frac{1}{100 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}} = 1,57 \cdot 10^{-3} \text{ (А)}$$

$$= 1,57 \text{ мА}.$$

Колебания силы тока опережают колебания напряжения по фазе на $\frac{\pi}{2}$, поэтому

$$i = 1,57 \cos(100 \pi t) \text{ мА}.$$

Ответ: $i = 1,57 \cos(100 \pi t)$ мА.

Задача 3. По данным задачи 2 постройте график зависимости мгновенной мощности переменного тока на конденсаторе от времени.

Дано: $U_m = 10 \text{ В}$; $I_m = 1,57 \cdot 10^{-3} \text{ А}$.

Найти: $p(t)$.

Решение.

Амплитудное значение мощности

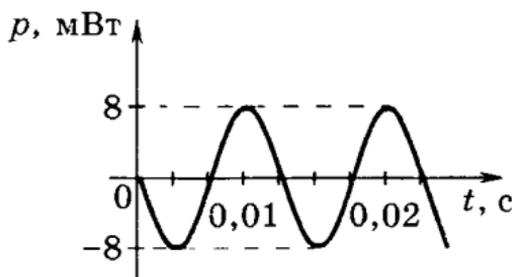
$$P_m = 0,5 I_m U_m;$$

$$P_m = 0,5 \cdot 10 \text{ В} \cdot 1,57 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ Вт} = 8 \text{ мВт}.$$

Зависимость мгновенной мощности переменного тока на конденсаторе от времени

$$p = iu = -8 \sin(200\pi t) \text{ мВт}.$$

Период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,01 \text{ с}$.



Задача 4. При какой частоте переменного тока емкостное сопротивление конденсатора электроемкостью 1 мкФ равно $3,2 \text{ кОм}$?

Дано: $C = 1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$; $X_C = 3,2 \text{ кОм} = 3,2 \cdot 10^3 \text{ Ом}$.

Найти: ν .

Решение.

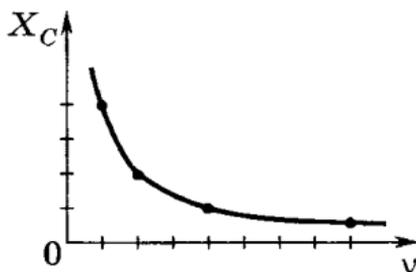
Емкостное сопротивление $X_C = \frac{1}{2\pi\nu C}$, следовательно,

$$\nu = \frac{1}{2\pi X_C C} = \frac{1}{6,28 \cdot 3,2 \cdot 10^3 \text{ Ом} \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} = 50 \text{ Гц.}$$

Ответ: 50 Гц.

Задача 5. Постройте график зависимости емкостного сопротивления конденсатора от частоты. Как изменится емкостное сопротивление при увеличении частоты в 2,5 раза?

Решение.



Емкостное сопротивление $X_C = \frac{1}{2\pi\nu C}$, следовательно, при увеличении частоты в 2,5 раза сопротивление уменьшается в 2,5 раза.

Ответ: уменьшится в 2,5 раза.

§ 41. Катушка индуктивности в цепи переменного тока

Задача 1. Рассчитайте величину индуктивного сопротивления катушки индуктивностью $L = 20 \text{ мГн}$ на частоте 50 Гц.

Дано: $L = 20 \text{ мГн} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$; $\nu = 50 \text{ Гц}$.

Найти: X_L .

Решение.

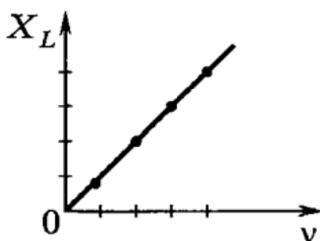
Индуктивное сопротивление

$$X_L = 2\pi\nu L = 6,28 \cdot 50 \text{ Гц} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 6,28 \text{ Ом}.$$

Ответ: 6,28 Ом.

Задача 2. Постройте график зависимости индуктивного сопротивления катушки от частоты переменного тока. Как изменится индуктивное сопротивление при увеличении частоты в 3 раза?

Решение.



Индуктивное сопротивление $X_L = 2\pi\nu L$, следовательно, при увеличении частоты в 3 раза сопротивление также увеличится в 3 раза.

Ответ: увеличится в 3 раза.

Задача 3. Катушка индуктивностью $L = 10 \text{ мГн}$ обладает активным сопротивлением 10 Ом. При каком значении частоты переменного тока индуктивное сопротивление катушки будет в 10 раз больше ее активного сопротивления?

Дано: $L = 10 \text{ мГн} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$; $R = 10 \text{ Ом}$;
 $n = 10$.

Найти: ν .

Решение.

По условию задачи $\frac{X_L}{R} = n$;

$X_L = 2\pi\nu L$, следовательно,

$$\nu = \frac{nR}{2\pi L} = \frac{10 \cdot 10 \text{ Ом}}{6,28 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}} = 1590 \text{ Гц.}$$

Ответ: 1590 Гц.

Задача 4. Катушка индуктивностью $L = 0,35 \text{ Гн}$ включена в сеть с действующим значением напряжения $U_d = 220 \text{ В}$ и частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$. Найдите действующее значение силы тока, протекающего через катушку. Изобразите напряжение и силу тока на векторной диаграмме.

Дано: $L = 0,35 \text{ Гн}$; $U_d = 220 \text{ В}$; $\nu = 50 \text{ Гц}$.

Найти: I_d .

Решение.

$$I_d = \frac{U_d}{X_L} = \frac{U_d}{2\pi\nu L};$$

$$I_d = \frac{220 \text{ В}}{6,28 \cdot 50 \text{ Гц} \cdot 0,35 \text{ Гн}} = 2 \text{ А.}$$

Ответ: 2 А.



Задача 5. К катушке приложено напряжение, изменяющееся с течением времени по закону $u = 311\cos(100\pi t) \text{ В}$. Найдите индуктивность катушки, если действующее значение силы тока, протекающего через нее, равно 7 А.

Дано: $u = 311\cos(100\pi t) \text{ В}$; $I_d = 7 \text{ А}$.

Найти: L .

Решение.

По аналогии с предыдущей задачей

$$L = \frac{U_d}{I_d \cdot 2\pi\nu} = \frac{U_m / \sqrt{2}}{I_d \cdot 2\pi\nu};$$

$$L = \frac{311 \text{ В}}{\sqrt{2} \cdot 7 \text{ А} \cdot 6,28 \cdot 50 \text{ Гц}} = 0,1 \text{ Гн.}$$

Ответ: 0,1 Гн.

§ 42. Свободные гармонические электромагнитные колебания в колебательном контуре

Задача 1. Конденсатор электроемкостью 1 мкФ, заряженный до напряжения 225 В, подключили к катушке индуктивностью 10 мГн. Найдите максимальную силу тока в контуре.

Дано: $C = 1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$; $U = 225 \text{ В}$; $L = 10 \text{ мГн} = 10^{-2} \text{ Гн}$.

Найти: I_m .

Решение.

Максимальная энергия электрического поля равна максимальной энергии магнитного поля:

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{I_m^2 L}{2}, \Rightarrow I_m = U_m \sqrt{\frac{C}{L}};$$

$$I_m = 225 \text{ В} \cdot \sqrt{\frac{10^{-6} \text{ Ф}}{10^{-2} \text{ Гн}}} = 2,25 \text{ А.}$$

Ответ: 2,25 А.

Задача 2. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 4 мГн и плоского воздушного конденсатора. Площадь пластин конденсатора 10 см², расстояние между ними 1 мм. Найдите период собственных колебаний в контуре.

Дано: $L = 4 \text{ мГн} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$; $S = 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2$; $d = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$.

Найти: T .

Решение.

Период колебаний в контуре определяется по формуле Томсона

$$T = 2\pi \sqrt{LC} = 2\pi \sqrt{\frac{LS\epsilon_0}{d}};$$

$$T = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 10^{-3} \text{ м}^2}{10^{-3} \text{ м}}} =$$

$$= 1,18 \text{ мкс.}$$

Ответ: 1,18 мкс.

Задача 3. Найдите диапазон частот ν_1 — ν_2 колебаний в контуре с катушкой, индуктивность которой $L = 1 \text{ мГн}$, и конденсатором, емкость которого может изменяться в пределах от $C_1 = 40 \text{ пФ}$ до $C_2 = 90 \text{ пФ}$.

Дано: $L = 1 \text{ мГн} = 10^{-3} \text{ Гн}$; $C_1 = 40 \text{ пФ} = 40 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$; $C_2 = 90 \text{ пФ} = 90 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$.

Найти: ν_1 — ν_2 .

Решение.

Частота колебаний в контуре

$$\nu = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}};$$

$$\nu_1 = \frac{1}{6,28 \sqrt{10^{-3} \text{ Гн} \cdot 40 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}}} = 800 \text{ кГц};$$

$$\nu_2 = \frac{1}{6,28 \sqrt{10^{-3} \text{ Гн} \cdot 90 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}}} = 530 \text{ кГц.}$$

Ответ: 800—530 кГц.

Задача 4. Колебательный контур состоит из двух одинаковых конденсаторов, включенных последовательно, и катушки индуктивности. Период собственных колебаний контура $T = 50$ мкс. Чему равен период колебаний контура, если конденсаторы включить параллельно?

Дано: $T = 50$ мкс.

Найти: T_1 .

Решение.

По формуле Томсона период колебаний в контуре равен

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Емкость параллельного подключения конденсаторов $2C$ в 4 раза больше емкости последовательного подключения $\frac{C}{2}$, соответственно, емкость увеличится в 4 раза, а период в 2 раза.

$$T_1 = 100 \text{ мкс.}$$

Ответ: 100 мкс.

Задача 5. Напряжение на конденсаторе емкостью $C = 1$ мкФ, включенном в колебательный контур, изменяется по закону $u_C = 200\cos(10^3t)$ В. Найдите индуктивность контура и максимальную силу тока в нем.

Дано: $C = 1$ мкФ = 10^{-6} Ф; $u_C = 200\cos(10^3t)$ В.

Найти: L ; I_m .

Решение.

Из уравнения видно, что $\omega = 10^3$ рад/с; $U_m = 200$ В.

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \text{ следовательно,}$$

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{10^6 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} = 1 \text{ Гн.}$$

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}, \Rightarrow I_m = U_m \sqrt{\frac{C}{L}};$$

$$I_m = 200 \text{ В} \cdot \sqrt{\frac{10^{-6} \text{ Ф}}{1 \text{ Гн}}} = 0,2 \text{ А}.$$

Ответ: 1 Гн; 0,2 А.

§ 43. Колебательный контур в цепи переменного тока

Задача 1. Колебательный контур включен в сеть переменного напряжения. Действующее значение напряжения на конденсаторе $U_C = 100 \text{ В}$, на катушке индуктивности $U_L = 60 \text{ В}$, на резисторе $U_R = 30 \text{ В}$. Найдите действующее значение напряжения сети.

Дано: $U_C = 100 \text{ В}$; $U_L = 60 \text{ В}$; $U_R = 30 \text{ В}$.

Найти: U .

Решение.

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2};$$

$$U = \sqrt{(30 \text{ В})^2 + (60 \text{ В} - 100 \text{ В})^2} = 50 \text{ В}.$$

Ответ: 50 В.

Задача 2. Колебательный контур состоит из конденсатора с емкостным сопротивлением $X_C = 2,5 \text{ кОм}$ и катушки индуктивности, индуктивное сопротивление которой $X_L = 2 \text{ кОм}$. Найдите полное сопротивление контура.

Дано: $X_C = 2,5 \text{ кОм} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Ом}$; $X_L = 2 \text{ кОм} = 2 \cdot 10^3 \text{ Ом}$.

Найти: Z .

Решение.

Полное сопротивление контура Z равно

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

При $R \rightarrow 0$

$$Z = |X_L - X_C| = 500 \text{ Ом.}$$

Ответ: 500 Ом.

Задача 3. Колебательный контур, подключенный к генератору, содержит резистор, сопротивление которого $R = 5$ Ом, катушку индуктивностью $L = 5$ Гн и конденсатор. Определите емкость конденсатора, при которой в контуре при частоте 1 кГц возникает резонанс. Найдите показание амперметра (включенного в сеть) при резонансе, если действующее напряжение на генераторе 220 В.

Дано: $R = 5$ Ом; $L = 5$ Гн; $\nu = 1$ кГц = 10^3 Гц;
 $U = 220$ В.

Найти: C ; I .

Решение.

Резонансная частота

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \text{ следовательно, } C = \frac{1}{4\pi^2\nu^2L};$$

$$C = \frac{1}{(10^3 \text{ Гц})^2 \cdot 4 \cdot (3,14)^2 \cdot 5 \text{ Гн}} = 5 \text{ нФ.}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220 \text{ В}}{5 \text{ Ом}} = 44 \text{ А.}$$

Ответ: 5 нФ; 44 А.

Задача 4. Электрическая цепь состоит из катушки индуктивностью $L = 0,2$ Гн, конденсатора емкостью $C = 0,1$ мкФ и резистора сопротивлением $R = 367$ Ом. Найдите индуктивное сопротив-

ление X_L , емкостное сопротивление X_C и полное сопротивление контура Z при частоте тока $\nu = 1$ кГц.

Дано: $L = 0,2$ Гн; $C = 0,1$ мкФ $= 10^{-7}$ Ф;
 $R = 367$ Ом; $\nu = 1$ кГц $= 10^3$ Гц.

Найти: X_L ; X_C ; Z .

Решение.

$$X_L = \omega L = 2\pi\nu L;$$

$$X_L = 6,28 \cdot 10^3 \text{ Гц} \cdot 0,2 \text{ Гн} = 1,26 \text{ кОм.}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C};$$

$$X_C = \frac{1}{6,28 \cdot 10^3 \text{ Гн} \cdot 10^{-7} \text{ Ф}} = 1,6 \text{ кОм.}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2};$$

$$Z = \sqrt{(367 \text{ Ом})^2 + (1,26 - 1,6)^2 \cdot 10^6 \text{ Ом}} = 500 \text{ Ом.}$$

Ответ: 1,26 кОм; 1,6 кОм; 500 Ом.

Задача 5. К генератору переменного тока с частотой $\nu = 100$ Гц подключены катушка индуктивностью $L = 0,5$ Гн, конденсатор емкостью $C = 4$ мкФ и резистор сопротивлением $R = 54$ Ом. Сила тока в цепи $I = 0,5$ А. Найдите полное сопротивление цепи и максимальное напряжение на генераторе.

Дано: $\nu = 100$ Гц; $L = 0,5$ Гн; $C = 4$ мкФ $= 4 \cdot 10^{-6}$ Ф; $R = 54$ Ом; $I = 0,5$ А.

Найти: Z ; U_m .

Решение.

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2};$$

$$Z = \sqrt{(54)^2 + \left(6,28 \cdot 100 \cdot 0,5 - \frac{1}{6,28 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 100 \text{ (Ом)}.$$

Максимальное напряжение на генераторе равно напряжению на резисторе:

$$U_m = I_m R = \sqrt{2} IR;$$

$$U_m = 0,5 \text{ А} \cdot \sqrt{2} \cdot 54 \text{ Ом} = 38 \text{ В}.$$

Ответ: 100 Ом; 38 В.

Электромагнитное излучение

Излучение и прием электромагнитных волн радио- и СВЧ-диапазона

§ 48. Распространение электромагнитных волн

Задача 1. Радиостанция работает на частоте $\nu = 100$ МГц. Считая, что скорость распространения электромагнитных волн в атмосфере равна скорости света в вакууме, найдите соответствующую длину волны.

Дано: $\nu = 100$ МГц = 10^8 Гц.

Найти: λ .

Решение.

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{10^8 \text{ Гц}} = 3 \text{ м.}$$

Ответ: 3 м.

Задача 2. Колебательный контур радиоприемника настроен на длину волны $\lambda = 300$ м. Катушка индуктивности в контуре обладает индуктивностью $L = 100$ мкГн. Найдите емкость конденсатора в контуре.

Дано: $\lambda = 300 \text{ м}$; $L = 100 \text{ мкГн} = 10^{-4} \text{ Гн}$.

Найти: C .

Решение.

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = \frac{\lambda}{c}, \text{ следовательно,}$$

$$C = \frac{\lambda}{4\pi^2 Lc};$$

$$C = \frac{300 \text{ м}}{4 \cdot (3,14)^2 \cdot 10^{-4} \text{ Гн} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 250 \text{ мкФ}.$$

Ответ: 250 мкФ.

Задача 3. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 1 \text{ мкГн}$ и конденсатора, электроемкость которого может изменяться в пределах от 10^{-8} Ф до $4 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$. На какой диапазон длин волн может быть настроен этот контур?

Дано: $L = 1 \text{ мкГн} = 10^{-6} \text{ Гн}$; $C_1 = 10^{-8} \text{ Ф}$; $C_2 = 4 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$.

Найти: $\lambda_1 - \lambda_2$.

Решение.

$$\lambda = c \cdot 2\pi\sqrt{LC}.$$

$$\lambda_1 = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 6,28\sqrt{10^{-6} \text{ Гн} \cdot 10^{-8} \text{ Ф}} = 188 \text{ м}.$$

$$\lambda_2 = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 6,28\sqrt{10^{-6} \text{ Гн} \cdot 4 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}} = 377 \text{ м}.$$

Ответ: 188 м — 377 м.

Задача 4. Напишите в СИ уравнение бегущей гармонической волны, распространяющейся в положительном направлении оси X в вакууме. Напряженность электрического поля $E_0 = 1 \text{ кВ/см}$, частота $\nu = 600 \text{ ТГц}$ (зеленый свет).

Дано: $E_0 = 1 \text{ кВ/см} = 10^5 \text{ В/м}$; $\nu = 600 \text{ ТГц} = 600 \cdot 10^{12} \text{ Гц}$; $\nu = c$.

Найти: $E(t, x)$.

Решение.

Уравнение бегущей гармонической волны

$$E = E_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = E_0 \sin \left(\omega t - \frac{\omega x}{v} \right).$$

$$\omega = 2\pi\nu = 6,28 \cdot 600 \cdot 10^{12} \text{ Гц} = 3,77 \cdot 10^{15} \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$\frac{\omega}{c} = \frac{3,77 \cdot 10^{15} \text{ рад/с}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 1,26 \cdot 10^7 \frac{\text{рад}}{\text{м}};$$

$$E = 10^5 \sin (3,77 \cdot 10^{15} \cdot t - 1,26 \cdot 10^7 \cdot x) \text{ В/м}.$$

Ответ: $E = 10^5 \sin (3,77 \cdot 10^{15} \cdot t - 1,26 \times 10^7 \cdot x) \text{ В/м}$.

Задача 5. Уравнение напряженности электрического поля бегущей гармонической волны имеет вид $E = 100 \sin \pi(6 \cdot 10^{14} t + 2 \cdot 10^6 x) \text{ В/м}$. Найдите: 1) амплитуду; 2) частоту; 3) период; 4) длину волны; 5) скорость и направление распространения волны.

Дано: $E = 100 \sin \pi(6 \cdot 10^{14} \cdot t + 2 \cdot 10^6 \cdot x) \text{ В/м}$.

Найти: E_0 ; ν ; T ; λ ; v .

Решение.

$$E = E_0 \sin \omega \left(t + \frac{x}{v} \right).$$

$$E_0 = 100 \text{ В/м}; \omega = \pi \cdot 6 \cdot 10^{14} \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi \cdot 6 \cdot 10^{14} \text{ рад/с}}{2\pi} = 3 \cdot 10^{14} \text{ Гц};$$

$$T = \frac{1}{\nu} = 3,3 \cdot 10^{-15} \text{ с};$$

$$\frac{\omega}{v} = \pi \cdot 2 \cdot 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{м}};$$

$$v = \frac{\pi \cdot 6 \cdot 10^{14}}{\pi \cdot 2 \cdot 10^6} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с};$$

$$\lambda = vT = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 3,3 \cdot 10^{-15} \text{ с} = 1 \text{ мкм}.$$

Ответ: 100 В/м; $3 \cdot 10^{14}$ Гц; $3,3 \cdot 10^{-15}$ с; 1 мкм;
 $3 \cdot 10^8$ м/с — противоположно направлению оси X.

Геометрическая оптика

§ 55. Отражение волн

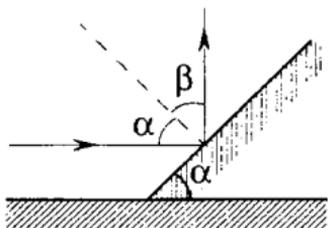
Задача 1. Пучок параллельных лучей распространяется в горизонтальном направлении (вправо) в плоскости чертежа. Как необходимо расположить плоское зеркало, чтобы после отражения от него пучок шел вертикально вверх?

Решение.

По закону отражения света $\alpha = \beta$.

По условию задачи $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ$;

$\alpha = 45^\circ$.



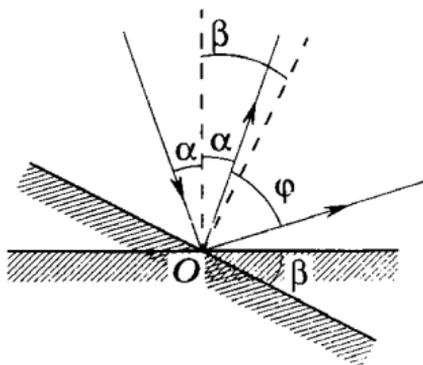
Ответ: зеркало надо расположить под углом 45° к горизонту.

Задача 2. Луч света падает под углом α на зеркало, плоскость которого расположена перпендикулярно плоскости чертежа. На какой угол повернется отраженный луч при повороте зеркала относительно горизонтальной оси на угол β ?

Дано: α ; β .

Найти: φ .

Решение.



Угол падения после поворота зеркала $\alpha + \beta$, угол отражения $\alpha + \beta$. Угол, на который повернется отраженный луч, $\varphi = \alpha + \beta + \beta - \alpha = 2\beta$.

Ответ: 2β .

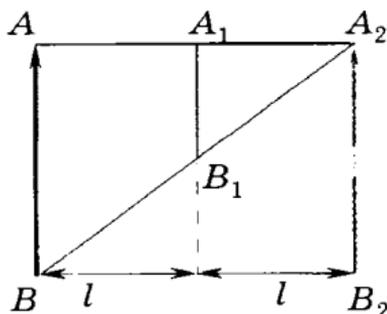
Задача 3. Какой наименьшей высоты должно быть зеркало и каким образом оно должно быть расположено на вертикальной стене, чтобы человек ростом H видел себя в зеркале во весь рост?

Решение.

Верхний край зеркала находится на уровне глаз человека.

Пусть AB — человек ростом H ; A_1B_1 — плоское зеркало высотой h ; A_2B_2 — изображение человека по весь рост.

Соединим точки A_2 и B . Из подобия треугольников ABA_2 и $A_1B_1A_2$ следует:



$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AA_2}{A_1A_2} = \frac{2l}{l};$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = 2 \Rightarrow \frac{H}{h} = 2 \Rightarrow h = \frac{H}{2}.$$

Ответ: $0,5H$.

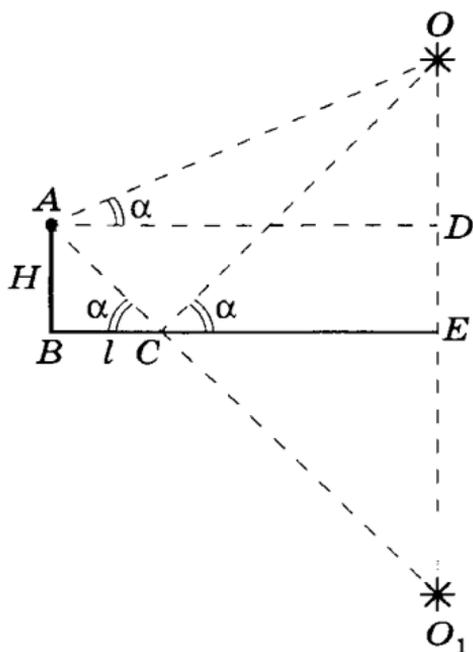
Задача 4. Человек ростом $H = 1,8$ м, стоя на берегу озера, видит в воде отражение Луны, находящейся под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. На каком расстоянии от берега человек видит в воде отражение Луны?

Дано: $H = 1,8$ м; $\alpha = 30^\circ$.

Найти: l .

Решение.

Из-за большого расстояния от Земли до Луны можно считать, что $\angle OAD = \angle OCE = \alpha$,



$$l = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha};$$

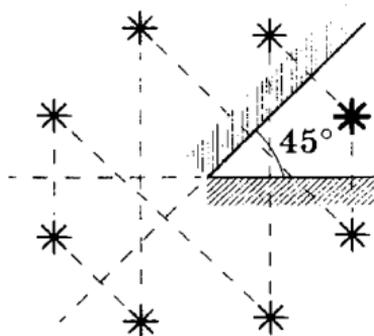
$$l = \frac{1,8 \text{ м}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \cdot 1,8 \text{ м} = 3,1 \text{ м}.$$

Ответ: 3,1 м.

Задача 5. Точечный источник света расположен между двумя плоскими зеркалами, расположенными под углом 45° друг к другу. Постройте все изображения источника в зеркалах. Сколько их будет?

Решение.

Изображение, даваемое одним из зеркал, расположенных под углом друг к другу, является предметом для второго зеркала, а изображение, даваемое вторым зеркалом, — предметом для первого зеркала и т. д. Число изображений ограничено, если изображение с номером $n + 1$ будет совпадать с изображением с номером 1. Это бывает в тех случаях, когда развернутый угол делится углом между зеркалами нацело. Формула для расчета числа изображений $n + 1 = \frac{360^\circ}{\alpha}$. В нашем случае $n = 7$.



Ответ: 7.

§ 56. Преломление волн

Задача 1. Найдите скорость распространения света в алмазе.

Дано: $n = 2,42$.

Найти: v .

Решение.

Абсолютный показатель преломления среды

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n};$$

$$v = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{2,42} = 1,24 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Ответ: $1,24 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Задача 2. Длина волны зеленого света в воздухе $\lambda = 540 \text{ нм}$. Какой будет длина волны этого излучения в воде?

Дано: $\lambda = 540 \text{ нм}$; $n = 1,333$.

Найти: λ_1 .

Решение.

$$n = \frac{v}{v_1} = \frac{\frac{\lambda}{T}}{\frac{\lambda_1}{T}} = \frac{\lambda}{\lambda_1}.$$

Следовательно, $\lambda_1 = \frac{\lambda}{n}$;

$$\lambda_1 = \frac{540 \text{ нм}}{1,333} = 405 \text{ нм.}$$

Ответ: 405 нм .

Задача 3. Луч света падает из воздуха в воду под углом 60° . Найдите угол между отраженным и преломленным лучами.

Дано: $\alpha = 60^\circ$; $n = 1,333$.

Найти: δ .

Решение.

По закону преломления света

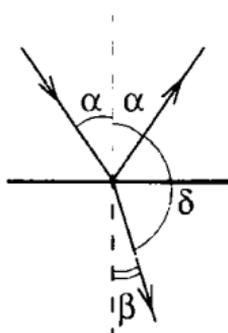
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n;$$

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} = \frac{0,87}{1,333} = 0,65;$$

$$\beta = \arcsin 0,65 = 41^\circ.$$

$$\delta = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 60^\circ - 41^\circ = 79^\circ.$$

Ответ: 79° .



Задача 4. При каком угле падения α луча из воды в стекло отраженный луч перпендикулярен преломленному?

Дано: $n_1 = 1,333$; $n_2 = 1,52$.

Найти: α .

Решение.

$$\alpha + \beta = 90^\circ; \sin \beta = \cos \alpha.$$

По закону преломления света

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Подставляя $\sin \beta$, имеем

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{n_2}{n_1}$$

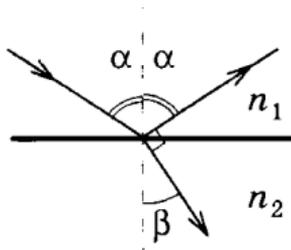
или

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{n_2}{n_1}.$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{n_2}{n_1} = \operatorname{arctg} \frac{1,52}{1,333} = \operatorname{arctg} 1,1403;$$

$$\alpha = 48,4^\circ.$$

Ответ: $48,4^\circ$.



Задача 5. На дне пруда глубиной 0,4 м сидит лягушка, прячущаяся под круглым листом, который плавает на поверхности воды. Каким должен быть минимальный радиус листа, чтобы лягушку не увидел аист, находящийся над поверхностью воды?

Дано: $H = 0,4$ м; $n = 1,333$.

Найти: R_{\min} .

Решение.

$\beta = 90^\circ$;

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{n}; \sin \alpha_0 = \frac{1}{n}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha_0} = \frac{1}{n \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} =$$

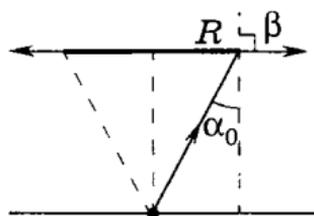
$$= \frac{n}{n \sqrt{n^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

С другой стороны, $\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{R_{\min}}{H}$;

$$\frac{R_{\min}}{H} = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} \Rightarrow R_{\min} = \frac{H}{\sqrt{n^2 - 1}} =$$

$$= \frac{0,4}{\sqrt{1,333^2 - 1}} = 0,45 \text{ м} = 45 \text{ см}.$$

Ответ: 45 см.



§ 58. Построение изображений и хода лучей при преломлении света

Задача 1. Толщина стекла зеркала ($n = 1,5$) $d = 1$ см. Задняя часть зеркала посеребрена. На каком расстоянии от наружной части зеркала будет находиться изображение предмета, удаленно-го от нее на 50 см?

Дано: $n = 1,5$; $d = 1$ см; $H = 50$ см.

Найти: l .

Решение.

$$l = AB \operatorname{ctg} \alpha = (AO + OB) \operatorname{ctg} \alpha = (H \operatorname{tg} \alpha + 2d \operatorname{tg} \beta) \operatorname{ctg} \alpha = H + 2d \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

При малых углах α и β
 $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha$; $\operatorname{tg} \beta \approx \sin \beta$.

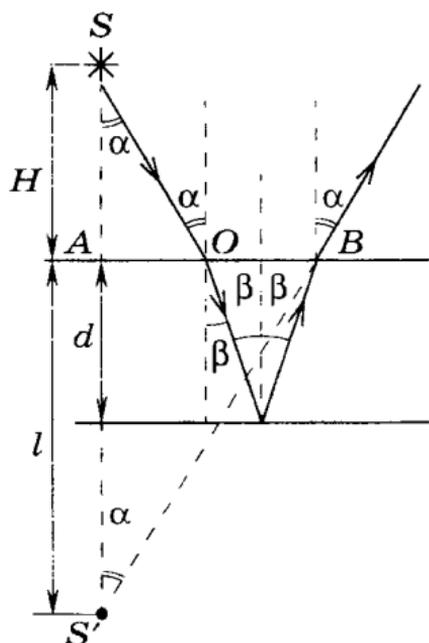
По закону преломления света

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Тогда

$$l \approx H + \frac{2d}{n};$$

$$l = 50 \text{ см} + \frac{2 \cdot 1 \text{ см}}{1,5} = 51,3 \text{ см}.$$



Ответ: 51,3 см.

Задача 2. В сосуд вначале наливают воду ($n_1 = 1,33$) до высоты $h_1 = 4$ см, а поверх нее доверху — бензин ($n_2 = 1,5$) с высотой столба $h_2 = 6$ см. Чему равна кажущаяся глубина сосуда?

Дано: $n_1 = 1,33$; $h_1 = 4$ см; $n_2 = 1,5$; $h_2 = 6$ см.

Найти: H .

Решение.

Из-за преломления лучей света дно сосуда кажется соответствующим не точке O , а точке O' , которая лежит на глубине H .

$$r = H \operatorname{tg} \gamma = h_1 \operatorname{tg} \alpha + h_2 \operatorname{tg} \beta.$$

При малых углах:

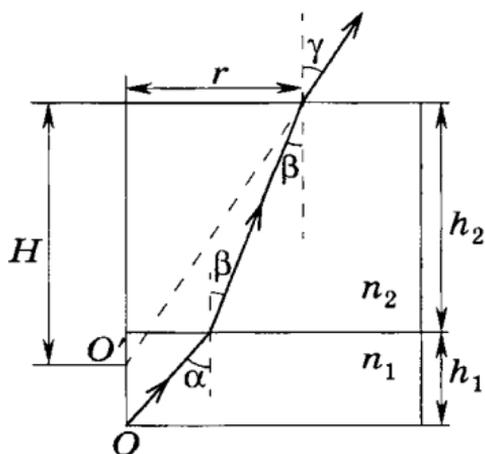
$$\sin \gamma \approx \operatorname{tg} \gamma \approx \gamma; \quad \sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha; \quad \sin \beta \approx \operatorname{tg} \beta \approx \beta.$$

$$H = h_1 \frac{\alpha}{\gamma} + h_2 \frac{\beta}{\gamma}.$$

По закону преломления света

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{n_2}{n_1}; \quad \frac{\beta}{\gamma} = \frac{1}{n_2}.$$

$$H = h_1 \frac{\alpha}{\beta} \frac{\beta}{\gamma} + h_2 \frac{\beta}{\gamma} = h_1 \frac{n_2}{n_1} \frac{1}{n_2} + h_2 \frac{1}{n_2} = \frac{h_1}{n_1} + \frac{h_2}{n_2};$$



$$H = \frac{4 \text{ см}}{1,33} + \frac{6 \text{ см}}{1,5} = 7 \text{ см.}$$

Ответ: 7 см.

Задача 3. Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку ($n = 1,5$) толщиной $d = 10$ см под углом $\alpha = 60^\circ$. Найдите боковое смещение луча на выходе из стеклянной пластинки.

Дано: $n = 1,5$; $d = 10$ см; $\alpha = 60^\circ$.

Найти: x .

Решение.

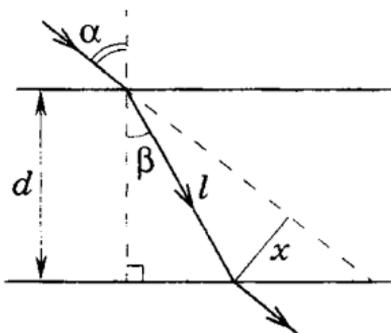
Смещением луча x называют кратчайшее расстояние между вышедшим из пластинки лучом и продолжением падающего на пластинку луча.

$$x = l \sin(\alpha - \beta) = \frac{d \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} =$$

$$= \frac{d(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)}{\cos \beta} = d \left(\sin \alpha - \cos \alpha \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \right),$$

учитывая что $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$,

$$x = d \sin \alpha \cdot \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right);$$



$$x = 10 \text{ см} \cdot 0,87 \cdot \left(1 - \frac{0,5}{\sqrt{2,25 - 0,75}} \right) = 5,1 \text{ см}.$$

Ответ: 5,1 см.

Задача 4. Луч света выходит из стеклянной призмы ($n = 1,5$) под тем же углом, под которым падает на нее. Преломляющий угол призмы 60° . Найдите угол падения луча на призму.

Дано: $n = 1,5$; $\alpha_1 = \gamma_2$; $\sigma = 60^\circ$.

Найти: α_1 .

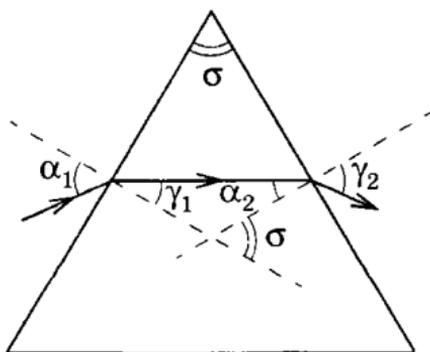
Решение.

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \gamma_1} = n; \quad \frac{\sin \alpha_2}{\sin \gamma_2} = \frac{1}{n}.$$

По условию задачи $\alpha_1 = \gamma_2$. Это возможно при условии, что $\gamma_1 = \alpha_2$.

Из рисунка видно, что

$$\alpha_2 + \gamma_1 = \sigma = 60^\circ \Rightarrow \alpha_2 = \gamma_1 = 30^\circ.$$



$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin 30^\circ} = n; \quad \sin \alpha_1 = 1,5 \cdot 0,5 = 0,75;$$

$$\alpha_1 = 48,6^\circ.$$

Ответ: $48,6^\circ$.

Задача 5. На одну из граней стеклянной призмы, сечением которой является правильный треугольник, падает параллельно основанию луч света определенной частоты. На какой угол относительно первоначального направления падения он отклоняется после преломления призмой?

Дано: $n = 1,5$.

Найти: Δ .

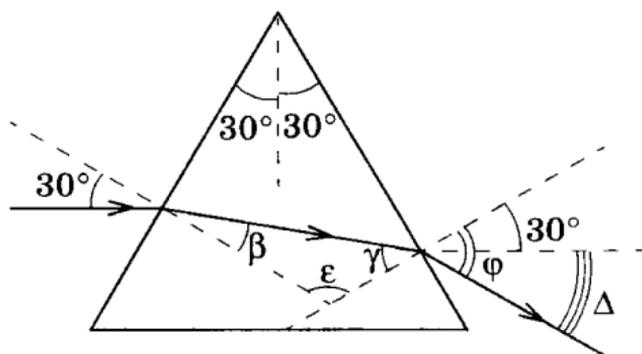
Решение.

$$\Delta = \varphi - 30^\circ.$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \gamma} = n;$$

$$\varphi = \arcsin (n \sin \gamma);$$

$$\frac{\sin 30^\circ}{\sin \beta} = n \Rightarrow \beta = \arcsin \frac{0,5}{n};$$



$$\varepsilon = 180^\circ - (\beta + \gamma) = 180^\circ - 60^\circ, \text{ так как } \beta + \gamma = 60^\circ;$$

$$\gamma = 60^\circ - \beta = 60^\circ - \arcsin \frac{0,5}{n};$$

$$\Delta = \arcsin [n \sin \gamma] - 30^\circ = \arcsin \left[1,5 \sin \left(60^\circ - \arcsin \frac{1}{3} \right) \right] - 30^\circ = 47^\circ.$$

Ответ: 47° .

§ 60. Собирающие линзы

Задача 1. Плоско-выпуклая линза из пластика ($n = 1,58$) имеет радиус кривизны поверхности 11,6 см. Найдите фокусное расстояние линзы и ее оптическую силу.

Дано: $n = 1,58$; $R = 11,6 \text{ см} = 0,116 \text{ м}$.

Найти: F ; D .

Решение.

Если линза находится в вакууме

$$D = \frac{1}{F} = (n - 1) \frac{1}{R} = \frac{0,58}{0,116 \text{ м}} = 5 \text{ дптр.}$$

$$F = \frac{1}{D} = 0,2 \text{ м.}$$

Ответ: 0,2 м; 5 дптр.

Задача 2. Найдите оптическую силу стеклянной ($n = 1,5$) плоско-выпуклой линзы диаметром $d = 4 \text{ см}$, имеющей в центральной части толщину $H = 2 \text{ мм}$.

Дано: $n = 1,5$; $d = 4 \text{ см}$; $H = 2 \text{ мм} = 0,2 \text{ см}$.

Найти: D .

Решение.

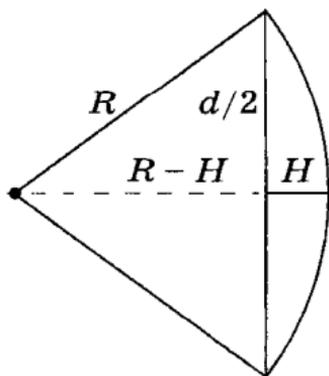
$$R^2 = \frac{d^2}{4} + (R - H)^2;$$

$$R^2 = \frac{d^2}{4} + R^2 - 2RH + H^2,$$

следовательно,

$$R = \frac{\frac{d^2}{4} + H^2}{2H} =$$

$$= \frac{4 \text{ см}^2 + 0,04 \text{ см}^2}{0,4 \text{ см}} = 10,1 \text{ см.}$$



$$D = (n - 1) \frac{1}{R};$$

$$D = 0,5 \cdot \frac{1}{0,101 \text{ м}} = 4,95 \text{ дптр.}$$

Ответ: 4,95 дптр.

Задача 3. Плоско-выпуклая линза имеет ограничивающую сферическую поверхность радиусом 12 см. Фокусное расстояние линзы 24 см. Найдите абсолютный показатель преломления материала, из которого сделана линза.

Дано: $R = 12 \text{ см}; F = 24 \text{ см.}$

Найти: n .

Решение.

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \frac{1}{R}, \text{ следовательно,}$$

$$n = \frac{R}{F} + 1 = \frac{12 \text{ см}}{24 \text{ см}} + 1 = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

Задача 4. Двояковыпуклая линза сделана из стекла ($n_1 = 1,5$) с радиусами кривизны $R_1 = R_2 = 0,1 \text{ м}$. Найдите ее оптическую силу в воздухе и в воде ($n_2 = 1,33$).

Дано: $n_1 = 1,5; R_1 = R_2 = 0,1 \text{ м}; n_2 = 1,33.$

Найти: $D_1; D_2.$

Решение.

Оптическая сила линзы в среде

$$D = \left(\frac{n_{\text{л}} - n_{\text{с}}}{n_{\text{с}}} \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где n_n — показатель преломления материала линзы; n_c — показатель преломления среды.

Оптическая сила линзы в воздухе

$$D_1 = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (n_1 - 1) \frac{2}{R_1};$$

$$D_1 = (1,5 - 1) \cdot \frac{2}{0,1 \text{ м}} = 10 \text{ дптр.}$$

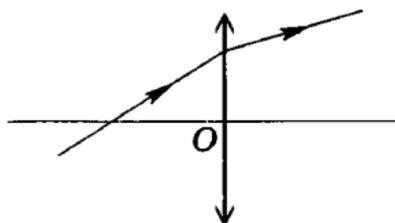
Оптическая сила линзы в воде

$$D_2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_2} \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_2} \right) \frac{2}{R_1};$$

$$D_2 = \frac{1,5 - 1,33}{1,33} \cdot \frac{2}{0,1 \text{ м}} = 2,56 \text{ дптр.}$$

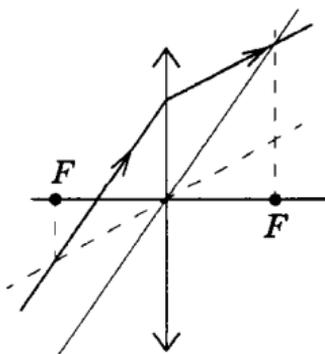
Ответ: 10 дптр; 2,56 дптр.

Задача 5. Известен ход падающего и преломленного собирающей линзой лучей (см. рис.). Найдите построением главный фокус линзы слева и справа от нее.



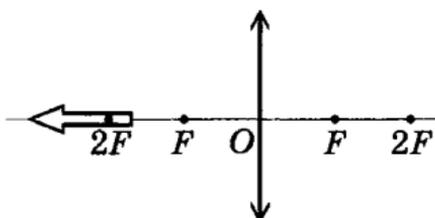
Решение.

Пучок лучей, параллельных побочной оптической оси, после преломления в линзе сходится в точке пересечения фокальной плоскости и побочной оси. Перпендикуляр, опущенный из этой точки на главную оптическую ось, задает положение фокуса.



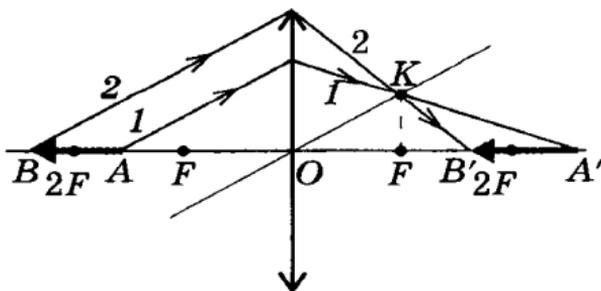
§ 61. Изображение предмета в собирающей линзе

Задача 1. Постройте изображение предмета, находящегося на главной оптической оси линзы (см. рис.).

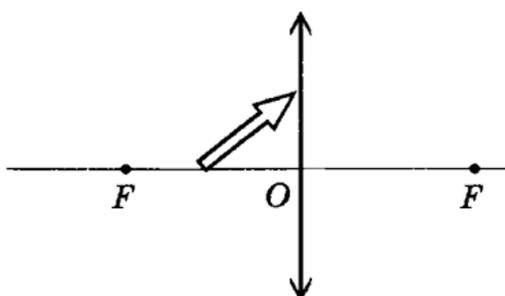


Решение.

Один из лучей направляем вдоль оптической оси, он не преломляется. Рассмотрим ход двух лучей, исходящих параллельно друг другу из концов A и B стрелки под произвольным углом к главной оптической оси. Проведем через оптический центр O луч, параллельный этим двум лучам, пересекающий фокальную плоскость в точке K . Через эту же точку будут проходить лучи 1 и 2 после преломления их в линзе. Точки пересечения A' и B' этих лучей с главной оптической осью дают изображение.



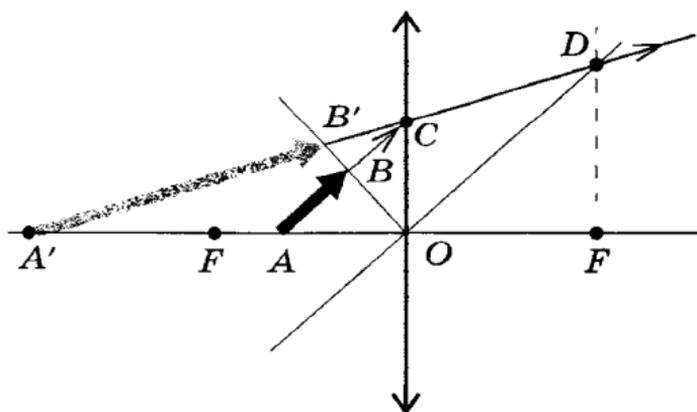
Задача 2. Постройте изображение предмета, находящегося между фокусом и оптическим центром линзы (см. рис.).



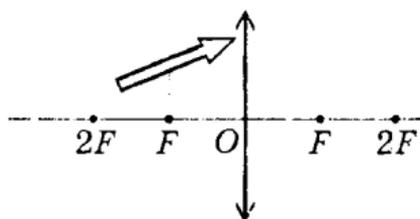
Решение.

Для построения хода преломленного луча проведем через оптический центр O линзы побочную оптическую ось параллельную AB , которая пересечет фокальную плоскость в точке D . Построим продолжение преломленного луча CD . Найдем положение крайних точек мнимого изображения $A'B'$, проведя лучи BO и AO из крайних точек предмета через оптический центр O .

Изображение стрелки AB будет лежать на продолжении преломленного луча, проходящего через нее.



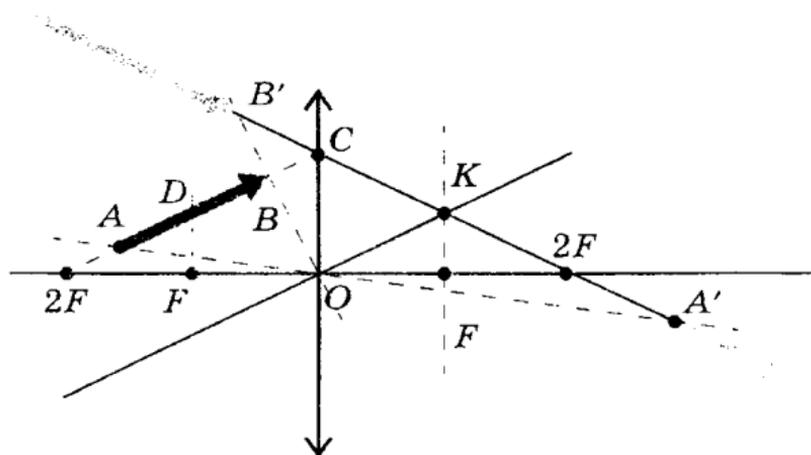
Задача 3. Постройте изображение предмета, расположенного над главной оптической осью над фокусом (см. рис.).



Решение.

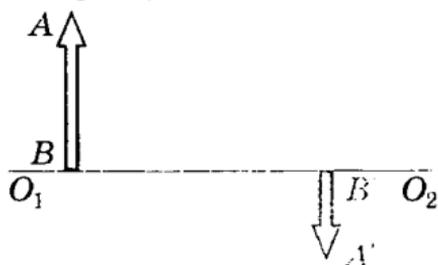
Начало стрелки AD находится между F и $2F$, а конец DB — между фокусом и линзой. Это значит, что изображение $A'D'$ будет действительным за $2F$, а изображение $D'B'$ — мнимым.

Ход параллельного луча ABC строится с помощью параллельного OK , а также лучей BO и AO , проходящих через оптический центр O .



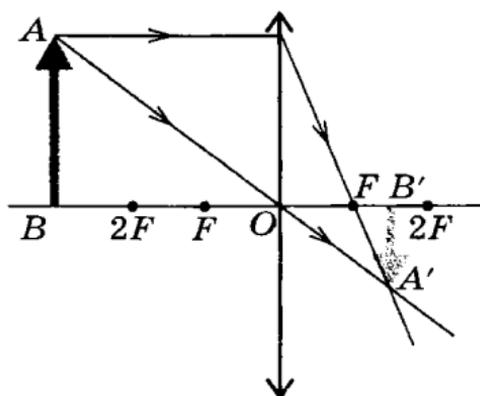
Задача 4. Найдите графически оптический центр и главный фокус собирающей линзы, если известно, что AB — предмет, $A'B'$ — его изобра-

жение, O_1O_2 — главная оптическая ось собирающей линзы (см. рис.).

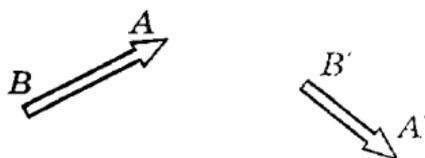


Решение.

Изображение получается действительным, уменьшенным, перевернутым, если предмет AB находится от линзы на расстоянии $d > 2F$.



Задача 5. AB — предмет, $A'B'$ — его изображение в собирающей линзе (см. рис.). Найдите построением оптический центр линзы, положение ее главной оптической оси и главный фокус линзы.



нии $f = 0,25$ м от линзы. Найдите фокусное расстояние линзы.

Дано: $d = 1$ м; $f = 0,25$ м.

Найти: F .

Решение.

Формула тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f};$$

$$F = \frac{df}{d+f} = \frac{1 \text{ м} \cdot 0,25 \text{ м}}{1 \text{ м} + 0,25 \text{ м}} = 0,2 \text{ м}.$$

Ответ: 0,2 м.

Задача 2. Свеча находится на расстоянии $d = 15$ см от собирающей линзы с оптической силой $D = 10$ дптр. На каком расстоянии от линзы следует расположить экран для получения четкого изображения свечи?

Дано: $d = 15$ см = 0,15 м; $D = 10$ дптр.

Найти: l .

Решение.

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f};$$

$$l = f = \frac{d}{Dd - 1};$$

$$l = \frac{0,15 \text{ м}}{10 \text{ дптр} \cdot 0,15 \text{ м} - 1} = 0,3 \text{ м}.$$

Ответ: 0,3 м.

Задача 3. Какой должна быть оптическая сила проектора слайдов для их 100-кратного увеличения на экране, находящегося на расстоянии 10 м от проектора?

Дано: $\Gamma = 100$; $f = 10$ м.

Найти: D .

Решение.

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f};$$

$$\Gamma = \frac{f}{d} = 100 \Rightarrow d = \frac{f}{100};$$

$$D = \frac{100}{f} + \frac{1}{f} = \frac{101}{10 \text{ м}} = 10,1 \text{ дптр.}$$

Ответ: 10,1 дптр.

Задача 4. Найдите минимально возможное расстояние между предметом и изображением, если $d > F$.

Дано: d ; F ; $d > F$.

Найти: $(d + f)_{\min}$.

Решение.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \text{ следовательно, } f = \frac{Fd}{d - F};$$

$$d + f = d + \frac{Fd}{d - F} = \frac{d^2}{d - F}.$$

Минимальное расстояние ищем как экстремум функции:

$$(d + f)'_d = \frac{2d(d - F) - d^2}{(d - F)^2} = 0;$$

$$d^2 - 2dF = 0;$$

$$d = 2F \Rightarrow f = 2F.$$

$$(d + f)_{\min} = 4F.$$

Ответ: $4F$.

Задача 5. Расстояние между двумя точечными источниками света $l = 40$ см. На каком рас-

стоянии от одного из источников следует разместить между ними собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 10$ см, чтобы изображения источников в ней совпали?

Дано: $l = 40$ см; $F = 10$ см.

Найти: d .

Решение.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{d} +$$

$$+ \frac{1}{l-d} \Rightarrow dl - d^2 = Fl;$$

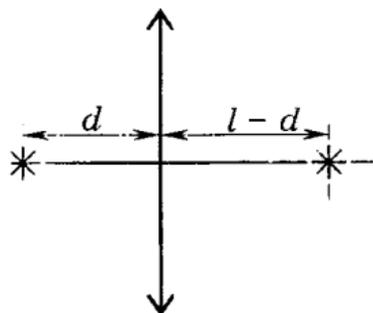
$$d^2 - dl + Fl = 0;$$

$$d^2 - 40d + 10 \cdot 40 = 0;$$

$$d_{1,2} = 20 \pm \sqrt{400 - 400};$$

$$d = 20 \text{ см.}$$

Ответ: $d = 20$ см.



§ 63. Рассеивающие линзы

Задача 1. Плоско-вогнутая стеклянная линза ($n = 1,5$) имеет радиус кривизны $R = 20$ см. Найдите фокусное расстояние линзы и ее оптическую силу.

Дано: $n = 1,5$; $R = 20$ см = $0,2$ м.

Найти: F ; D .

Решение.

$$D = (n - 1) \left(-\frac{1}{R} \right);$$

$$D = -0,5 \cdot \frac{1}{0,2 \text{ м}} = -2,5 \text{ дптр.}$$

$$F = \frac{1}{D} = -0,4 \text{ м.}$$

Ответ: $-0,4 \text{ м; } -2,5 \text{ дптр.}$

Задача 2. Найдите оптическую силу стеклянной плоско-вогнутой линзы диаметром $d = 4 \text{ см}$, имеющей максимальную толщину $H = 4 \text{ мм}$ и минимальную $h = 2 \text{ мм}$.

Дано: $d = 4 \text{ см; } H = 4 \text{ мм; } h = 2 \text{ мм.}$

Найти: D .

Решение.

$$a = H - h = 2 \text{ мм;}$$

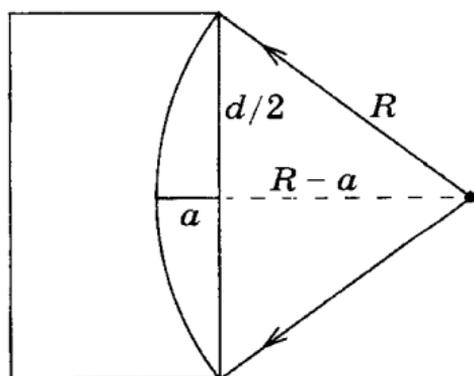
$$R^2 = \frac{d^2}{4} + (R - a)^2;$$

$$R = \frac{d^2 + 4a^2}{8a};$$

$$R = \frac{16 \text{ см}^2 + 0,16 \text{ см}^2}{8 \cdot 0,2 \text{ см}} = 10,1 \text{ см} = 0,101 \text{ м;}$$

$$D = -\frac{(n - 1)}{R};$$

$$D = \frac{-0,5}{0,101} \text{ дптр} = -4,95 \text{ дптр.}$$



Ответ: $-4,95 \text{ дптр.}$

Задача 3. Плоско-вогнутая линза имеет сферическую ограничивающую поверхность радиусом 10 см. Фокусное расстояние линзы $F = -20$ см. Найдите абсолютный показатель преломления материала, из которого сделана линза.

Дано: $R = 10$ см; $F = -20$ см.

Найти: n .

Решение.

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \left(-\frac{1}{R} \right);$$

$$n = 1 - \frac{R}{F} = 1 - \frac{10}{-20} = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

Задача 4. Выпукло-вогнутая линза сделана из стекла ($n_1 = 1,5$) с радиусом кривизны ограничивающих сферических поверхностей $R_1 = 20$ см и $R_2 = -10$ см. Найдите ее оптическую силу в воздухе и в сероуглероде ($n_2 = 1,62$).

Дано: $n_1 = 1,5$; $R_1 = 20$ см = 0,2 м; $R_2 = -10$ см = -0,1 м; $n_2 = 1,62$.

Найти: D_1 ; D_2 .

Решение.

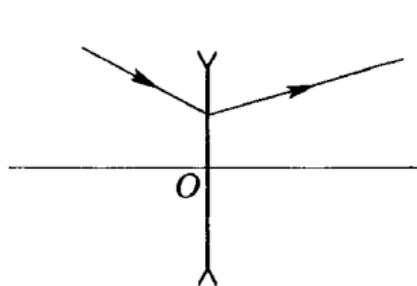
$$D = \frac{(n_l - n_c)}{n_c} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right);$$

$$D_1 = \frac{(1,5 - 1)}{1} \cdot \left(\frac{1}{0,2 \text{ м}} + \frac{1}{-0,1 \text{ м}} \right) = -2,5 \text{ дптр};$$

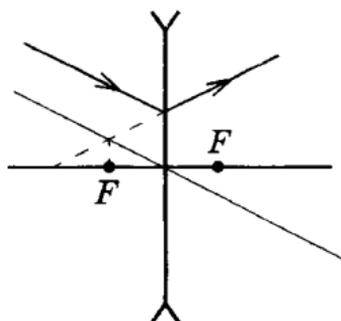
$$D_2 = \frac{(1,5 - 1,62)}{1,62} \cdot \left(\frac{1}{0,2 \text{ м}} + \frac{1}{-0,1 \text{ м}} \right) = 0,37 \text{ дптр}.$$

Ответ: -2,5 дптр; 0,37 дптр.

Задача 5. Известен ход падающего и преломленного рассеивающей линзой лучей (см. рис. а). Найдите построением главные фокусы линзы.



а)



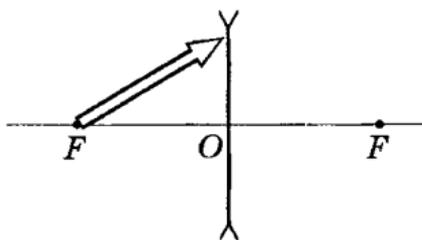
б)

Решение.

Луч, параллельный падающему лучу, пересекается с продолжением преломленного луча в фокальной плоскости. Перпендикуляр, опущенный из точки пересечения лучей на главную оптическую ось, даст положение фокуса. Второй фокус строится симметрично оптическому центру (см. рис. б)

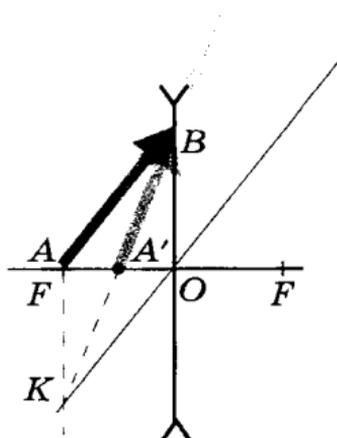
§ 64. Изображение предмета в рассеивающей линзе

Задача 1. Постройте изображение предмета в рассеивающей линзе (см. рис.).

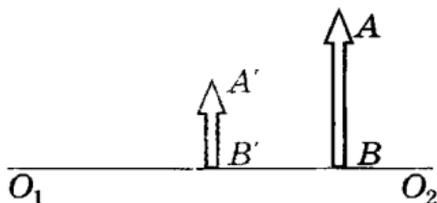


Решение.

Луч, идущий через оптический центр O параллельно AB , пересекает фокальную плоскость в точке K . Продолжение отрезка KB — преломленный луч. $A'B$ — изображение предмета, A' — изображение точки A , B' совпадает с точкой B .

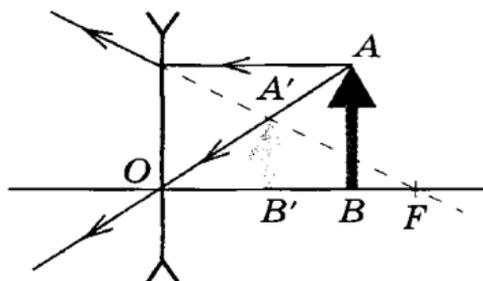


Задача 2. Найдите графически оптический центр и главный фокус рассеивающей линзы, если известно, что AB — предмет, $A'B'$ — его изображение, O_1O_2 — главная оптическая ось рассеивающей линзы (см. рис.).



Решение.

Луч, соединяющий точки A и A' , проходит через оптический центр линзы. Луч, падающий параллельно главной оптической оси, после преломления проходит через фокус линзы.



Задача 3. Точечный источник света находится в главном фокусе рассеивающей линзы ($F = 10$ см). На каком расстоянии от рассеивающей линзы будет находиться его изображение?

Дано: $F = 10$ см; $d = F$.

Найти: f .

Решение.

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d};$$

$$f = -\frac{dF}{d+F} = \frac{-10 \text{ см} \cdot 10 \text{ см}}{10 \text{ см} + 10 \text{ см}} = -5 \text{ см}.$$

Знак «минус» указывает на то, что изображение находится с той же стороны, что и источник света.

Ответ: -5 см.

Задача 4. На каком расстоянии от тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см следует поместить предмет, чтобы получить изображение, уменьшенное в 3 раза?

Дано: $F = 20$ см; $\Gamma = 1/3$.

Найти: d .

Решение.

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f};$$

$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{1}{3} \Rightarrow f = \frac{d}{3};$$

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{3}{d} = -\frac{2}{d};$$

$$d = 2F = 40 \text{ см}.$$

Ответ: 40 см.

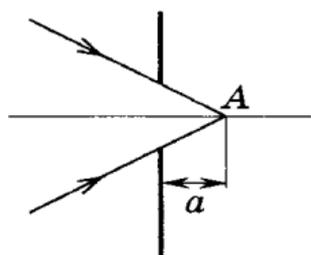
Задача 5. Сходящийся пучок лучей, проходя круглое отверстие в непрозрачном экране, схо-

дится на главной оптической оси в точке A , находящейся на расстоянии $a = 4$ см от отверстия. Если в отверстие вставить рассеивающую линзу, пучок сойдется в точке B на расстоянии $b = 6$ см от отверстия. Найдите фокусное расстояние линзы.

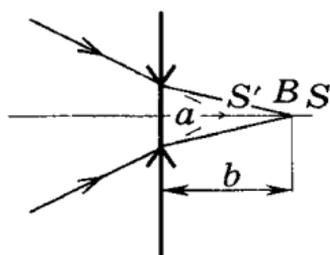
Дано: $a = 4$ см; $b = 6$ см.

Найти: F .

Решение.



а)



б)

Ход лучей на рисунке б аналогичен ходу лучей от точечного источника S в рассеивающей линзе. При этом $d = b$, $f = a$.

Тогда

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a};$$

$$F = \frac{ab}{b-a} = \frac{4 \text{ см} \cdot 6 \text{ см}}{6 \text{ см} - 4 \text{ см}} = 12 \text{ см}.$$

Ответ: 12 см.

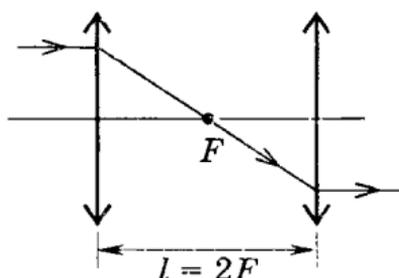
§ 65. Фокусное расстояние и оптическая сила системы из двух линз

Задача 1. На каком расстоянии друг от друга следует расположить две одинаковые собирающие линзы с фокусным расстоянием F , чтобы пучок

параллельных лучей, пройдя через них, остался параллельным первоначальному направлению?

Решение.

Пучок останется параллельным (телескопическая система), если точка схождения лучей после прохождения первой линзы будет находиться в фокусе второй линзы. Расстояние между линзами должно быть равно сумме их фокусных расстояний.



Ответ: $l = 2F$.

Задача 2. Найдите фокусное расстояние оптической системы из двух собирающих линз ($F_1 = 20$ см; $F_2 = 15$ см), расположенных на расстоянии $l = 30$ см друг от друга.

Дано: $F_1 = 20$ см; $F_2 = 15$ см; $l = 30$ см.

Найти: F .

Решение.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1 - l} + \frac{1}{F_2};$$

$$F = \frac{F_2(F_1 - l)}{F_2 + F_1 - l};$$

$$F = \frac{15 \text{ см} \cdot (20 \text{ см} - 30 \text{ см})}{15 \text{ см} + 20 \text{ см} - 30 \text{ см}} = -30 \text{ см.}$$

Ответ: -30 см.

Задача 3. Оптическая сила системы, состоящей из двух собирающих линз ($D_1 = D_2 = 2$ дптр), $D = 12$ дптр. Найдите расстояние между линзами.

Дано: $D_1 = D_2 = 2$ дптр; $D = 12$ дптр.

Найти: l .

Решение.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1 - l} + \frac{1}{F_2};$$

$$D = \frac{1}{\frac{1}{D_1} - l} + D_2.$$

Отсюда

$$l = \frac{D - D_1 - D_2}{D_1(D - D_2)};$$

$$l = \frac{12 - 2 - 2}{2 \cdot (12 - 2)} \text{ м} = 0,4 \text{ м}.$$

Ответ: 0,4 м.

Задача 4. Две собирающие линзы с оптическими силами $D_1 = 5$ дптр и $D_2 = 6$ дптр расположены на расстоянии $l = 60$ см друг от друга. Найдите, где находится изображение предмета, расположенного на расстоянии $d = 40$ см от первой линзы, и поперечное увеличение системы.

Дано: $D_1 = 5$ дптр; $D_2 = 6$ дптр; $l = 60$ см = 0,6 м; $d = 40$ см = 0,4 м.

Найти: f ; Γ .

Решение.

Оптическая сила системы

$$D = \frac{D_1}{1 - lD_1} + D_2;$$

$$D = \frac{5 \text{ дптр}}{1 - 0,6 \text{ м} \cdot 5 \text{ дптр}} + 6 \text{ дптр} = 3,5 \text{ дптр};$$

d — отсчитывается от передней линзы; f — от задней.

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{d}{Dd - 1};$$

$$f = \frac{0,4 \text{ м}}{3,5 \text{ дптр} \cdot 0,4 \text{ м} - 1} = 1 \text{ м}.$$

Изображение расположено на расстоянии 1 м по ходу света от задней линзы.

Модуль поперечного увеличения системы

$$|\Gamma| = \frac{f}{d} = \frac{1 \text{ м}}{0,4 \text{ м}} = 2,5.$$

Ответ: на расстоянии 1 м по ходу света от задней линзы; 2,5.

Задача 5. Театральный бинокль содержит собирающую ($F_1 = 3,6 \text{ см}$) и рассеивающую ($F_2 = -1,2 \text{ см}$) линзы. При каком расстоянии между линзами зритель видит отдаленный объект на расстоянии $f = 25 \text{ см}$ от глаза?

Дано: $F_1 = 3,6 \text{ см}$; $F_2 = -1,2 \text{ см}$; $f = 25 \text{ см}$.

Найти: l .

Решение.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}.$$

При рассмотрении удаленных предметов $d \rightarrow \infty$, следовательно,

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f}; F = f.$$

Поскольку изображение должно находиться против хода света, система должна работать как рассеивающая линза.

$$F = f = -25 \text{ см.}$$

Фокусное расстояние системы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1 - l} + \frac{1}{F_2}.$$

По аналогии с задачей 3:

$$l = \frac{D - D_1 - D_2}{D_1(D - D_2)} = \frac{F_1 F_2 - F F_2 - F F_1}{F_2 - F};$$

$$l = \frac{3,6 \cdot (-1,2) - (-2,5) \cdot (-1,2) - (25) \cdot 3,6}{-1,2 - (-2,5)} \text{ см} =$$
$$= 2,34 \text{ см.}$$

Ответ: 2,34 см.

§ 66. Человеческий глаз как оптическая система

Задача 1. Оцените максимальный размер предмета, детали которого не сможет различить человек с нормальным зрением на расстоянии 100 м.

Дано: $l = 100 \text{ м}$; $f = 17,1 \text{ мм} = 17,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;
 $H_{\min} = 5 \text{ мкм} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

Найти: a .

Решение.

Этот предмет должен быть виден под углом $\alpha_{\min} = 1'$:

$$\frac{f}{H_{\min}} = \frac{l}{a};$$

$$\frac{17,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{5 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = \frac{100 \text{ м}}{a} \Rightarrow a = \frac{100 \text{ м} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{17,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}} =$$
$$= 2,92 \text{ см.}$$

Ответ: 2,92 см.

Задача 2. После чтения книги, находящейся на расстоянии 25 см от глаза, человек переводит взгляд на небо. Как изменится при этом оптическая сила глаза?

Дано: $d_1 = 0,25$ м; $d_2 = \infty$.

Найти: ΔD .

Решение.

При чтении книги оптическая сила глаза $D_1 = \frac{1}{d_1} = 4$ дптр. При рассмотрении неба — удаленный предмет — $D_2 = 0$.

Изменение оптической силы

$$\Delta D = D_2 - D_1 = -4 \text{ дптр.}$$

Ответ: -4 дптр.

Задача 3. Школьник обычно читает книгу, держа ее на расстоянии $d = 20$ см от глаз. Очки какой оптической силы следует ему носить для чтения книги на расстоянии наилучшего зрения d_n ?

Дано: $d = 20$ см = 0,2 м; $d_n = 25$ см = 0,25 м.

Найти: D_0 .

Решение.

Без очков:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{\delta} = D,$$

где δ — оптическая глубина глаза, D — оптическая сила глаза.

С очками:

$$\frac{1}{d_n} + \frac{1}{\delta} = D + D_0, \text{ следовательно,}$$

$$D_0 = \frac{1}{d_n} - \frac{1}{d};$$

$$D_0 = \frac{1}{0,25} \text{ дптр} - \frac{1}{0,2} \text{ дптр} = -1 \text{ дптр.}$$

Ответ: -1 дптр.

Задача 4. Ближняя точка находится на расстоянии 2 м от глаза дальнорядного человека. Очки какой оптической силы следует ему носить для наблюдения предметов на расстоянии наилучшего зрения?

Дано: $d_n = 25 \text{ см} = 0,25 \text{ м}$; $d = 2 \text{ м}$.

Найти: D_0 .

Решение.

По аналогии с предыдущей задачей

$$D_0 = \frac{1}{d_n} - \frac{1}{d} = 4 \text{ дптр} - 0,5 \text{ дптр} = 3,5 \text{ дптр.}$$

Ответ: 3,5 дптр.

Задача 5. Человек носит очки с оптической силой $D = -2,25$ дптр. Найдите для него расстояние наилучшего зрения.

Дано: $D = -2,25$ дптр; $d_n = 0,25 \text{ м}$.

Найти: d .

Решение.

Без очков расстояние наилучшего зрения d , с очками — d_n . Отсюда

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{d_n} - D;$$

$$\frac{1}{d} = 4 \text{ дптр} - (-2,25) \text{ дптр} = 6,25 \text{ дптр};$$

$$d = 0,16 \text{ м.}$$

Ответ: 0,16 м.

§ 67. Оптические приборы, увеличивающие угол зрения

Задача 1. Найдите угловое увеличение лупы с фокусным расстоянием 5 см.

Дано: $F_{\text{л}} = 5 \text{ см}$; $d_{\text{н}} = 25 \text{ см}$.

Найти: Γ_{α} .

Решение.

$$\Gamma_{\alpha} = \frac{d_{\text{н}}}{F_{\text{л}}} = \frac{25 \text{ см}}{5 \text{ см}} = 5.$$

Ответ: 5.

Задача 2. Найдите оптическую силу лупы, дающей восьмикратное увеличение.

Дано: $\Gamma_{\alpha} = 8$; $d_{\text{н}} = 0,25 \text{ м}$.

Найти: D .

Решение.

$$\Gamma_{\alpha} = \frac{d_{\text{н}}}{F_{\text{л}}} \Rightarrow F_{\text{л}} = \frac{d_{\text{н}}}{\Gamma};$$

$$D = \frac{1}{F_{\text{л}}} = \frac{\Gamma}{d_{\text{н}}} = \frac{8}{0,25 \text{ м}} = 32 \text{ дптр}.$$

Ответ: 32 дптр.

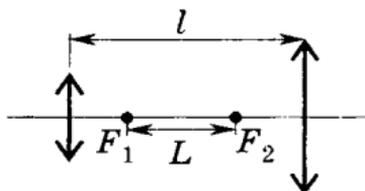
Задача 3. Фокусное расстояние объектива микроскопа 1 см, а окуляра 2 см. Расстояние между объективом и окуляром 19 см. Найдите угловое увеличение микроскопа.

Дано: $F_1 = 1 \text{ см}$; $F_2 = 2 \text{ см}$; $l = 19 \text{ см}$; $d_{\text{н}} = 25 \text{ см}$.

Найти: Γ_{α} .

Решение.

$$L = l - F_1 - F_2 = 19 \text{ см} - 1 \text{ см} - 2 \text{ см} = 16 \text{ см}.$$



Угловое увеличение микроскопа

$$\Gamma_{\alpha} = \frac{d_n L}{F_1 F_2};$$

$$\Gamma_{\alpha} = \frac{25 \text{ см} \cdot 16 \text{ см}}{1 \text{ см} \cdot 2 \text{ см}} = 200.$$

Ответ: 200.

Задача 4. Предмет находится на расстоянии 27 мм от объектива оптического микроскопа. Оптические силы объектива и окуляра одинаковы $D_1 = D_2 = 40$ дптр. Каким должно быть расстояние между объективом и окуляром? Каким при этом будет коэффициент увеличения микроскопа?

Дано: $D_1 = D_2 = 40$ дптр; $d = 27 \text{ мм} = 2,7 \text{ см}$;
 $d_n = 25 \text{ см}$.

Найти: l ; Γ_{α} .

Решение.

Для микроскопа формула системы линз имеет вид

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{d_n}.$$

Изображение смещено от окуляра против луча света на расстояние наилучшего зрения.

$$F = \frac{d d_n}{d_n - d} = \frac{2,7 \text{ см} \cdot 25 \text{ см}}{25 \text{ см} - 2,7 \text{ см}} = 3 \text{ см}.$$

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{0,03\text{ м}} = 33,3 \text{ дптр.}$$

Оптическая сила системы из двух линз

$$D = \frac{1}{F_1 - l} + \frac{1}{F_2} = \frac{D_1}{1 - lD_1} + D_2;$$

$$l = \frac{D - D_1 - D_2}{D_1(D - D_2)};$$

$$l = \frac{33,3 - 40 - 40}{40 \cdot (33,3 - 40)} \text{ м} = 0,174 \text{ м.}$$

Коэффициент углового увеличения

$$\Gamma_\alpha = D_1 D_2 d_n L;$$

$$L = l - \frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2} = l - \frac{2}{D_1};$$

$$L = 0,174 - 0,05 = 0,124 \text{ (м);}$$

$$\Gamma_\alpha = 40 \cdot 40 \cdot 0,25 \cdot 0,124 = 49,6.$$

Ответ: 17,4 см; 49,6.

Задача 5. Под каким углом зрения можно наблюдать Луну в телескопе-рефракторе, если оптическая сила объектива $D_1 = 0,5$ дптр, а окуляра $D_2 = 60$ дптр? Расстояние до Луны 385 000 км, ее диаметр 3480 км.

Дано: $D_1 = 0,5$ дптр; $D_2 = 60$ дптр; $l = 385\ 000$ км; $d = 3480$ км.

Найти: α .

Решение.

Угловое увеличение телескопа

$$\Gamma_\alpha = \frac{F_1}{F_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{60 \text{ дптр}}{0,5 \text{ дптр}} = 120.$$

Невооруженным глазом Луна видна под углом

$$\frac{3480 \text{ км}}{385\ 000 \text{ км}} = 0,009 \text{ рад} = 0,52^\circ.$$

С помощью телескопа этот угол увеличивает-
ся в 120 раз:

$$\alpha = 0,52^\circ \cdot 120 = 62^\circ.$$

Ответ: 62° .

Волновая оптика

§ 69. Взаимное усиление и ослабление волн в пространстве

Задача 1. Два звуковых сигнала частотой $\nu = 40$ Гц, синхронно излучаемые из двух различных точек, находятся на одинаковом расстоянии $l = 550$ м от точки A на берегу озера. Один сигнал приходит от источника B , находящегося в воде, другой идет от источника C , расположенного в воздухе. Выясните, будут ли эти сигналы усиливать или ослаблять друг друга. Скорость звука в воде $v_1 = 1500$ м/с, в воздухе $v_2 = 340$ м/с.

Дано: $\nu = 40$ Гц; $l = 550$ м; $v_1 = 1500$ м/с; $v_2 = 340$ м/с.

Найти: N_1 ; N_2 .

Решение.

Определим длину волны в воздухе и в воде.

В воде

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{\nu} = \frac{1500 \text{ м/с}}{40 \text{ Гц}} = 37,5 \text{ м};$$

в воздухе

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{\nu} = \frac{340 \text{ м/с}}{40 \text{ Гц}} = 8,5 \text{ м}.$$

На пути, проходимом волной в воде, укладывается $N_1 = \frac{1}{\lambda_1}$ длин волн, в воздухе $N_2 = \frac{1}{\lambda_2}$ длин волн.

$$N_1 = \frac{550 \text{ м}}{37,5 \text{ м}} = 14,7; N_2 = \frac{550 \text{ м}}{8,5 \text{ м}} = 64,7.$$

Поскольку обе волны проходят одинаковую долю своей длины волны сверх целого числа длин волн, они приходят в точку наблюдения в одинаковой фазе, а следовательно, усиливают друг друга.

Ответ: сигналы будут усиливать друг друга.

Задача 2. На пути одного из двух параллельных лучей, распространяющихся в воздухе, поставили плоскопараллельную стеклянную пластинку ($n = 1,5$) толщиной 6 см. Чему будет равно время запаздывания этого луча?

Дано: $n = 1,5$; $d = 6 \text{ см} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Найти: $\Delta\tau$.

Решение.

В воздухе время прохождения пластинки

$$\tau_1 = \frac{d}{c} = \frac{6 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ с};$$

в стекле

$$\tau_2 = \frac{dn}{c} = \frac{6 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot 1,5}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ с}.$$

Время запаздывания луча равно

$$\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1;$$

$$\Delta\tau = 3 \cdot 10^{-10} \text{ с} - 2 \cdot 10^{-10} \text{ с} = 10^{-10} \text{ с} = 0,1 \cdot 10^{-9} \text{ с} = 0,1 \text{ нс}.$$

Ответ: 0,1 нс.

Задача 3. Разность хода между лучами от двух когерентных источников в воздухе 6 мкм. Какой станет разность хода между ними в воде ($n = 4/3$)?

Дано: $n = 4/3$; $\Delta = 6 \text{ мкм}$.

Найти: Δ_1 .

Решение.

Оптическая разность хода равна

$$\Delta_1 = n\Delta = \frac{4}{3} \cdot 6 \text{ мкм} = 8 \text{ мкм}.$$

Ответ: 8 мкм.

Задача 4. Две когерентные волны фиолетового света $\lambda = 400$ нм достигают некоторой точки с разностью хода $\Delta = 1,2$ мкм. Что произойдет в этой точке: усиление или ослабление волн?

Дано: $\lambda = 400$ нм = 0,4 мкм; $\Delta = 1,2$ мкм.

Решение.

На указанной разности хода укладывается целое число длин волн

$$\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{1,2 \text{ мкм}}{0,4 \text{ мкм}} = 3.$$

Значит, волны усиливают друг друга.

Ответ: усиление волн.

Задача 5. Разность хода лучей, идущих от двух рубиновых лазеров ($\lambda = 694$ нм) в некоторой точке А составляет 3,47 мкм. Интенсивность излучения каждого из лазеров $I = 1$ Вт/м². Какая интенсивность излучения будет в точке А?

Дано: $\lambda = 694$ нм = 0,694 мкм; $\Delta = 3,47$ мкм;
 $I = 1$ Вт/м².

Найти: I_A .

Решение.

На указанной разности хода укладывается длин волн $\frac{3,47 \text{ мкм}}{0,694 \text{ мкм}} \approx 5$. Это значит, что волны усиливают друг друга. Интенсивность в точке А имеет максимум.

$$I_A = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = 4I;$$

$$I_A = 4 \text{ Вт/м}^2.$$

Ответ: 4 Вт/м².

§ 72. Дифракционная решетка

Задача 1. На плоскую щель шириной $a = 10$ мкм падает перпендикулярно щели монохроматический желтый свет от натриевой лампы с длиной волны $\lambda = 589$ нм. Найдите углы, под которыми на экране за собирающей линзой будут расположены нулевой максимум и максимум третьего порядка.

Дано: $a = 10$ мкм $= 10^{-5}$ м; $\lambda = 589$ нм $= 5,89 \cdot 10^{-7}$ м; $m_1 = 0$; $m_2 = 3$.

Найти: α_1 ; α_2 .

Решение.

Условие наблюдения нулевого максимума при любой длине волны:

$$\alpha_1 = 0.$$

Условие наблюдения остальных максимумов

$$a \sin \alpha = m\lambda,$$

где m — номер максимума, целое число.

$$\sin \alpha_2 = \frac{m_2 \lambda}{a} = \frac{3 \cdot 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{10^{-5} \text{ м}} = 0,177.$$

Следовательно, $\alpha_2 = 10^\circ 10'$.

Ответ: 0° ; $10^\circ 10'$.

Задача 2. При дифракции монохроматического света на щели шириной $a = 10$ мкм на экране, расположенном за щелью на расстоянии $l = 1$ м, возникает первый минимум на расстоянии

$y_1 = 6$ см от нулевого максимума. Рассчитайте длину волны падающего света, укажите его цвет.

Дано: $a = 10$ мкм $= 10^{-5}$ м; $l = 1$ м; $y_1 = 6$ см $= 0,06$ м; $m = 1$.

Найти: λ .

Решение.

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha = \frac{y_1}{l} = 0,06 \Rightarrow \alpha = 3^\circ 48'.$$

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{a}; \lambda = a \sin \alpha;$$

$$\lambda = 10^{-5} \text{ м} \cdot 0,06 = 600 \text{ нм}.$$

Эта длина волны соответствует желтому цвету.

Ответ: 600 нм; желтый.

Задача 3. На дифракционную решетку, содержащую 200 щелей (штрихов) на 1 мм падает свет с длиной волны 500 нм. Найдите, под каким углом виден первый дифракционный максимум.

Дано: $N = 200$; $\lambda = 500$ нм $= 5 \cdot 10^{-7}$ м; $m = 1$.

Найти: α .

Решение.

Условие максимумов при дифракции света на решетке

$$d \sin \alpha = m \lambda;$$

$$d = \frac{1}{N} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{m \lambda}{d} = m \lambda N;$$

$$\sin \alpha = \frac{1 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot 200}{10^{-3} \text{ м}} = 0,1 \Rightarrow \alpha = 5^\circ 44'.$$

Ответ: $5^\circ 44'$.

Задача 4. Период дифракционной решетки $d = 2,5$ мкм. Сколько максимумов будет содержать спектр, образующийся при нормальном па-

дениии на решетку монохроматического желтого света с длиной волн $\lambda = 600$ нм?

$$\text{Дано: } d = 2,5 \text{ мкм} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}; \lambda = 600 \text{ нм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Найти: N_{max} .

Решение.

$$m_{\text{max}} = \frac{d}{\lambda} = \frac{2,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{6 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 4,17.$$

Максимальный порядок спектра — целая часть от найденного числа. В дифракционном спектре число максимумов

$$N_{\text{max}} = 2m_{\text{max}} + 1 = 9.$$

Ответ: 9.

Задача 5. Дифракционная решетка с периодом $d = 10$ мкм имеет 500 щелей (штрихов). Начиная с максимума какого порядка с ее помощью можно разрешить (наблюдать отдельно) две линии спектра натрия с длинами волн $\lambda_1 = 589$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм?

$$\text{Дано: } d = 10 \text{ мкм}; N = 500; \lambda_1 = 589 \text{ нм}; \lambda_2 = 589,6 \text{ нм.}$$

Найти: m .

Решение.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$A = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = Nm.$$

Отсюда

$$m = \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)N};$$

$$m = \frac{589}{(589,6 - 589) \cdot 500} \approx 2.$$

Начиная с максимума второго порядка эти линии можно разрешать.

Ответ: со второго порядка.

Квантовая теория электромагнитного излучения вещества

§ 74. Фотоэффект

Задача 1. Найдите энергию фотона с длиной волны $\lambda = 400$ нм.

Дано: $\lambda = 400$ нм = $4 \cdot 10^{-7}$ м.

Найти: E .

Решение.

Энергия фотона

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda};$$

$$E = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{4 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 4,96 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 3,1 \text{ эВ}.$$

Ответ: 3,1 эВ.

Задача 2. Найдите кинетическую энергию электрона, вырываемого с поверхности Na фиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 400$ нм.

Дано: $\lambda = 400$ нм = $4 \cdot 10^{-7}$ м; $A_{\text{вых}} = 2,28$ эВ.

Найти: E_k .

Решение.

Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + E_k,$$

и выразим из него E_k

$$E_k = \frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}};$$

$$E_k = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ} \cdot 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}} - 2,28 \text{ эВ} = 0,82 \text{ эВ}.$$

Ответ: 0,82 эВ.

Задача 3. Используя данные таблицы 11, найдите красную границу ν_{min} фотоэффекта для натрия.

Дано: $A_{\text{вых}} = 2,28 \text{ эВ}$.

Найти: ν_{min} .

Решение.

Запишем условие для нахождения красной границы фотоэффекта

$$h\nu_{\text{min}} = A_{\text{вых}}.$$

Выразим ν_{min}

$$\nu_{\text{min}} = \frac{A_{\text{вых}}}{h} = \frac{2,28 \text{ эВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ}}{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}} = 5,5 \cdot 10^{14} \text{ Гц} = 550 \text{ ТГц}.$$

Ответ: 550 ТГц.

Задача 4. Найдите задерживающую разность потенциалов для фотоэлектронов, вырывааемых с поверхности натрия светом с длиной волны $\lambda = 400 \text{ нм}$.

Дано: $\lambda = 400 \text{ нм} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$; $A_{\text{вых}} = 2,28 \text{ эВ}$.

Найти: U_3 .

Решение.

$$h\nu = A_{\text{вых}} + eU_3.$$

Отсюда

$$U_3 = \frac{h\nu - A_{\text{вых}}}{e} = \frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}};$$

$$U_3 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{4 \cdot 10^{-7} \text{ м}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ}} - 2,28 \text{ эВ} = 0,82 \text{ В}.$$

Ответ: 0,82 В.

Задача 5. Одна из пластин плоского конденсатора, изготовленная из материала с работой выхода $A_{\text{вых}}$, освещается излучением с длиной волны λ . Ежесекундно с каждого метра площади пластины вырывается N фотоэлектронов, которые собираются на второй пластине, находящейся на расстоянии d от первой. Через какой промежуток времени фототок прекратится?

Дано: $A_{\text{вых}}$; λ ; N ; d .

Найти: τ .

Решение.

$U_3 = \frac{q}{C}$ — напряжение, при котором прекращается фототок.

$q = |e| N S \tau$ — заряд на пластинах конденсатора, при котором прекращается фототок.

$$U_3 = \frac{|e| N S \tau}{C}, \quad (1)$$

где $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ — емкость плоского конденсатора.

Из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта кинетическая энергия электрона

$$E_k = \frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}}.$$

С другой стороны,

$$E_k = |e|U_3.$$

Таким образом,

$$U_3 = \frac{hc}{\lambda|e|} - \frac{A_{\text{вых}}}{|e|}. \quad (2)$$

Приравнивая уравнения (1) и (2), получим

$$\frac{|e|NS\tau}{C} = \frac{hc}{\lambda|e|} - \frac{A_{\text{вых}}}{|e|};$$

$$\tau = \frac{C\left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right)}{e^2NS} = \frac{\epsilon_0\left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right)}{e^2Nd}.$$

$$\text{Ответ: } \tau = \frac{\epsilon_0\left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right)}{e^2Nd}.$$

§ 79. Поглощение и излучение света атомом

Задача 1. Найдите красную границу λ_{max} для ионизации излучением атома водорода в основном состоянии.

Решение.

Энергия, которой обладает электрон в атоме водорода в основном состоянии, должна быть равна энергии фотона, поглощаемого атомом:

$$E = h\nu_{\text{min}};$$

$$\nu_{\text{min}} = \frac{k^2 m_e e^4}{4\pi\hbar^3}.$$

Отсюда

$$\lambda_{\max} = \frac{c}{v_{\min}} = \frac{4\pi\hbar^3 c}{k^2 m_e e^4} = \frac{4\pi\hbar^3 c}{(2\pi)^3 k^2 m_e e^4} = \frac{\hbar^3 c}{2\pi^2 k^2 m_e e^4} =$$
$$= \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^3 \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot (3,14)^2 \cdot (9 \cdot 10^9)^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^4} =$$
$$= 91,4 \text{ (нм)}.$$

Ответ: 91,4 нм.

Задача 2. Какая длина волны в серии Бальмера соответствует переходу с уровня $k = 4$ на уровень $n = 2$? Определите цвет излучения линии.

Дано: $k = 4$; $n = 2$.

Найти: λ .

Решение.

Частота излучения

$$v_{kn} = \frac{k^2 m_e e^4}{4\pi\hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right);$$

$$\lambda = \frac{c}{v_{kn}} = \frac{c \cdot 4\pi\hbar^3}{k^2 m_e e^4} \cdot \frac{n^2 k^2}{k^2 - n^2} = \frac{c \cdot 4\pi\hbar^3}{k^2 m_e e^4} \cdot 5,33 =$$
$$= \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (1,05 \cdot 10^{-34})^3}{(9 \cdot 10^9)^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^4} = 487 \text{ нм}.$$

Ответ: 487 нм; голубой.

Задача 3. Излучение какой длины волны поглощает электрон при переходе из основного состояния атома водорода в первое возбуждение?

Дано: $n = 1$; $k = 2$.

Найти: λ .

Решение.

Длина волны излучения

$$\lambda = \frac{c}{v_{kn}} = \frac{c \cdot 4\pi\hbar^3}{k^2 m_e e^4 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)} =$$

$$= \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (1,05 \cdot 10^{-34})^3}{(9 \cdot 10^9)^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^4 \cdot 0,75} =$$

$$= 121 \text{ нм.}$$

Ответ: 121 нм.

Задача 4. Какая минимальная длина волны наблюдается при излучении серии Бальмера?

Дано: $n = 2$; $k \rightarrow \infty$.

Найти: λ_{\min} .

Решение.

$$\frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{k^2 m_e e^4}{4\pi \hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right), \quad k \rightarrow \infty;$$

$$\lambda_{\min} = \frac{4\pi \hbar^3 c}{k^2 m_e e^4 \left(\frac{1}{2^2} \right)} = 365 \text{ нм.}$$

Электрон переходит с очень удаленной орбиты на вторую орбиту.

Ответ: 365 нм.

Задача 5. Ион Li^{2+} имеет заряд ядра $Z = 3e$. Найдите энергию, необходимую для ионизации оставшегося около ядра электрона, находящегося в основном состоянии. Какая максимальная длина волны излучения требуется для такой ионизации?

Дано: $Z = 3e$; $n = 1$.

Найти: E ; λ_{\max} .

Решение.

Литий с одним электроном является водородоподобным атомом. Переход, по условию зада-

чи, происходит с первой орбиты. Электрон отрывается от атома.

$$E = \frac{k^2 m_e Z^2 e^4}{2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = \frac{k^2 m_e Z^2 e^4 \cdot 2 \pi^2}{h^2 \cdot n^2} =$$
$$= \frac{(9 \cdot 10^9)^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3^2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^4 \cdot 2 \cdot (3,14)^2}{(6,62 \cdot 10^{-34})^2} =$$
$$= 1,96 \cdot 10^{-17} \text{ (Дж)} = 122 \text{ эВ.}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda_{\max}};$$

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{E};$$

$$\lambda_{\max} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{1,96 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}} = 10 \text{ нм.}$$

Ответ: 122 эВ; 10 нм.

Физика высоких энергий

Физика атомного ядра

§ 81. Состав атомного ядра

Задача 1. Сколько протонов и нейтронов содержит изотоп $^{15}_7\text{N}$?

Ответ: изотоп $^{15}_7\text{N}$ содержит 15 нуклонов, из них 7 протонов и 8 нейтронов.

Задача 2. Сколько нейтронов в ядре ^{15}O ?

Ответ: ^{15}O является изотопом кислорода. С учетом порядкового номера можно записать $^{15}_8\text{O}$.
В ядре этого изотопа 8 протонов и 7 нейтронов.

Задача 3. Идентифицируйте следующие изотопы: $^{210}_{87}\text{X}$, $^{202}_{82}\text{Y}$, $^{105}_{47}\text{Z}$.

Ответ: $^{210}_{87}\text{X} \longrightarrow ^{210}_{87}\text{Fr}$ (франций).

$^{202}_{82}\text{Y} \longrightarrow ^{202}_{82}\text{Pb}$ (свинец).

$^{105}_{47}\text{Z} \longrightarrow ^{105}_{47}\text{Ag}$ (серебро).

Задача 4. Рассчитайте радиус ядра атома серебра $^{108}_{47}\text{Ag}$.

Решение.

Радиус ядра атома равен

$$R = r_0 A^{1/3},$$

где $r_0 = 1,2$ фм — радиус нуклона.

$$R = 1,2 \text{ фм} \cdot \sqrt[3]{108} = 5,71 \text{ фм.}$$

Ответ: 5,71 фм.

Задача 5. Во сколько раз ядро атома урана

${}_{92}^{238}\text{U}$ больше ядра атома кислорода ${}_{8}^{16}\text{O}$?

Решение.

Радиус ядра атома равен

$$R = r_0 A^{1/3}.$$

Радиус ядра атома урана

$$R_U = 1,2 \text{ фм} \cdot \sqrt[3]{238} = 7,44 \text{ фм.}$$

Радиус ядра атома кислорода

$$R_O = 1,2 \text{ фм} \cdot \sqrt[3]{16} = 3,024 \text{ фм.}$$

$$\frac{R_U}{R_O} = \frac{7,44}{3,024} = 2,46.$$

Ответ: в 2,46 раза.

§ 82. Энергия связи нуклонов в ядре

Задача 1. Найдите энергию связи последнего

нейтрона в ядре изотопа ${}_{8}^{16}\text{O}$ ($m_1 = 15,994915$ а. е. м.). Масса изотопа ${}_{8}^{15}\text{O}$ $m_2 = 15,003076$ а. е. м.

Дано: $m_1 = 15,994915$ а. е. м.; $m_2 = 15,003076$ а. е. м.

Найти: $E_{\text{св}}$.

Решение.

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2;$$

$$\Delta m = m_n - (m_1 - m_2) = 1,008665 - (15,994915 - 15,003076) = 0,016826 \text{ а. е. м.}$$

$$E_{\text{св}} = 0,016826 \text{ а. е. м.} \cdot 1,66057 \times 10^{-27} \frac{\text{кг}}{\text{а. е. м.}} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 = 15,7 \text{ МэВ.}$$

Ответ: 15,7 МэВ.

Задача 2. Рассчитайте энергию связи нуклонов в ядре атома азота ${}^{14}_7\text{N}$ ($m_a = 14,003242$ а. е. м.).

Дано: ${}^{14}_7\text{N}$; $m_a = 14,003242$ а. е. м.

Найти: $E_{\text{св}}$.

Решение.

Ядро атома азота содержит 7 протонов и 7 нейтронов.

$$\Delta m = 7(m_p + m_n) - m_{\text{я}} = 7(m_p + m_n) + 7m_e - m_a = 7 \cdot (1,007276 \text{ а. е. м.} + 1,008665 \text{ а. е. м.} + 0,0005486 \text{ а. е. м.}) - 14,003242 \text{ а. е. м.} = 0,1121852 \text{ а. е. м.}$$

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = 0,112188 \text{ а. е. м.} \cdot 1,66057 \times 10^{-27} \frac{\text{кг}}{\text{а. е. м.}} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 = 104,8 \text{ МэВ.}$$

Ответ: 104,8 МэВ.

Задача 3. Рассчитайте удельную энергию связи ядра атома лития ${}^7_3\text{Li}$ ($m_a = 7,017601$ а. е. м.).

Дано: ${}^7_3\text{Li}$; $m_a = 7,017601$ а. е. м.

Найти: $(E_{\text{св}})_1$.

Решение.

В ядре атома лития 7 нуклонов, из них 3 протона и 4 нейтрона.

$$\begin{aligned}(E_{\text{св}})_1 &= \frac{E_{\text{св}}}{A} = \frac{\Delta m c^2}{A} = \\ &= \frac{[(3m_p + 4m_n) - (m_a - 3m_e)]c^2}{A} = \\ &= \frac{[3(m_p + m_e) + 4m_n - m_a]c^2}{A}; \\ (E_{\text{св}})_1 &= \\ &= \frac{(3 \cdot (1,007276 + 0,0005486) + 4 \cdot 1,008665 - 7,017601) \cdot 931,5}{7} \\ &= 5,4 \left(\frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}} \right).\end{aligned}$$

Ответ: $5,4 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$.

Задача 4. Найдите энергию, выделяющуюся при реакции синтеза

$$\begin{aligned}{}^4_2\text{He}: {}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} &\longrightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0n \\ (m_{{}^2_1\text{H}} &= 2,0141 \text{ а. е. м.}; m_{{}^3_1\text{H}} = 3,01605 \text{ а. е. м.}; \\ m_{{}^4_2\text{He}} &= 4,0026 \text{ а. е. м.}).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Дано: } {}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} &\longrightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0n; \\ m_{{}^2_1\text{H}} &= 2,0141 \text{ а. е. м.}; m_{{}^3_1\text{H}} = 3,01605 \text{ а. е. м.}; \\ m_{{}^4_2\text{He}} &= 4,0026 \text{ а. е. м.}\end{aligned}$$

Найти: $\Delta E_{\text{св}}$.

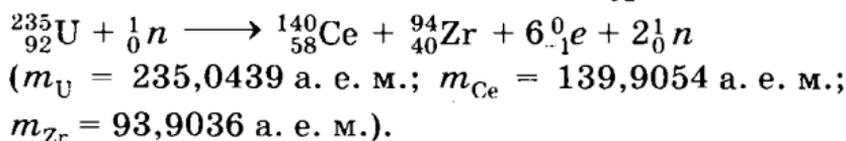
Решение.

Выделяющаяся энергия равна разности энергий связи.

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{св}} &= (m_{2\text{H}} + m_{3\text{H}} - m_{4\text{He}} - m_n)c^2 = \\ &= (2,0141 + 3,01605 - 4,0026 - 1,008665) \text{ а. е. м.} \times \\ &\times 931,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{а. е. м.}} = 17,6 \text{ МэВ.}\end{aligned}$$

Ответ: 17,6 МэВ.

Задача 5. Рассчитайте энергию, выделяющуюся при реакции деления ядра $^{235}_{92}\text{U}$:



$$\begin{aligned}\text{Дано: } &^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0n \longrightarrow {}^{140}_{58}\text{Ce} + {}^{94}_{40}\text{Zr} + 6\text{}^0_{-1}e + \\ &+ 2\text{}^1_0n; \quad m_{\text{U}} = 235,0439 \text{ а. е. м.}; \quad m_{\text{Ce}} = \\ &= 139,9054 \text{ а. е. м.}; \quad m_{\text{Zr}} = 93,9036 \text{ а. е. м.}\end{aligned}$$

Найти: $\Delta E_{\text{св}}$.

Решение.

Масса частиц, участвующих в реакции,

$$\begin{aligned}m_{\text{U}} + m_n &= 235,0439 + 1,008665 = \\ &= 236,052565 \text{ (а. е. м.).}\end{aligned}$$

Масса частиц, получившихся в результате реакции,

$$\begin{aligned}m_{\text{Ce}} + m_{\text{Zr}} + 6m_e + 2m_n &= 139,9054 + 93,9036 + \\ &+ 6 \cdot 0,00054 + 2 \cdot 1,008665 = 235,8296 \text{ (а. е. м.).}\end{aligned}$$

Дефект массы

$$\Delta m = -0,222965 \text{ а. е. м.}$$

Энергия, выделяющаяся при реакции,

$$\Delta E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = 0,222965 \text{ а. е. м.} \cdot 931,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{а. е. м.}} = 208 \text{ МэВ.}$$

Ответ: 208 МэВ.

§ 84. Закон радиоактивного распада

Задача 1. Конечным продуктом радиоактивного распада ${}_{92}^{238}\text{U}$ является свинец ${}_{82}^{206}\text{Pb}$. Период полураспада ${}_{92}^{238}\text{U}$ составляет $4,5 \cdot 10^9$ лет. Определите возраст минерала, в котором число атомов урана и свинца одинаково.

Решение.

Распалась половина атомов урана — прошел один период полураспада. Возраст минерала $4,5 \cdot 10^9$ лет.

Ответ: $4,5 \cdot 10^9$ лет.

Задача 2. Изотоп протактиния ${}_{91}^{234}\text{Pa}$ имеет период полураспада $T_{1/2} = 1,18$ мин. Какая часть изотопов останется нераспавшимися через час?

Дано: $T_{1/2} = 1,18$ мин; $t = 1 \text{ ч} = 60$ мин.

Найти: N/N_0 .

Решение.

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

$$\frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 2^{-\frac{60}{1,18}} = 4,97 \cdot 10^{-16}.$$

Ответ: $4,97 \cdot 10^{-16}$.

Задача 3. Радиоактивный фосфор $^{32}_{15}\text{P}$, использующийся для диагностики болезней кровообращения, имеет период полураспада 14,3 дня. Найдите активность образца с числом атомов $N = 5 \cdot 10^{16}$.

Дано: $T_{1/2} = 14,3$ дня; $N = 5 \cdot 10^{16}$.

Найти: A .

Решение.

Активность образца

$$A = \frac{N}{1,44 T_{1/2}};$$

$$A = \frac{5 \cdot 10^{16}}{1,44 \cdot 14,3 \cdot 24 \cdot 3600} = 3 \cdot 10^{10} \text{ (Бк)}.$$

Ответ: $3 \cdot 10^{10}$ Бк.

Задача 4. Период полураспада $^{222}_{88}\text{Ra}$ $T_{1/2} = 3,82$ дня. Найдите среднее время жизни этого изотопа.

Дано: $T_{1/2} = 3,82$ дня.

Найти: t .

Решение.

Среднее время жизни изотопа

$$t = 1,44 \cdot T_{1/2} = 1,44 \cdot 3,82 = 5,5 \text{ (дня)}.$$

Ответ: 5,5 дня.

Задача 5. Сколько альфа- и бета-распадов происходит в серии радиоактивных превращений $^{238}_{92}\text{U}$?

Решение.

Поскольку конечным продуктом радиоактивного распада ${}_{92}^{238}\text{U}$ является свинец ${}_{82}^{206}\text{Pb}$, то

$$\Delta Z = 92 - 82 = 10, \Delta A = 238 - 206 = 32.$$

$$\text{Число альфа-распадов: } \frac{\Delta A}{4} = \frac{32}{4} = 8.$$

$$\text{Число бета-распадов: } 8 \cdot 2 - \Delta Z = 16 - 10 = 6.$$

Ответ: 8; 6.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Постоянный электрический ток

§ 2. Сила тока	3
§ 5. Закон Ома для однородного проводника (участка цепи)	6
§ 6. Сопротивление проводника	9
§ 7. Зависимость удельного сопротивления от температуры	12
§ 9. Соединения проводников	16
§ 10. Расчет сопротивления электрических цепей	19
§ 11. Закон Ома для замкнутой цепи	24
§ 12. Расчет силы тока и напряжения в электрических цепях	28
§ 13. Измерение силы тока и напряжения	34
§ 14. Тепловое действие электрического тока. Закон Джоуля—Ленца	37
§ 15. Передача мощности электрического тока и источника к потребителю	40
§ 16. Электрический ток в растворах и расплавах электролитов	44

Магнитное поле

§ 20. Действие магнитного поля на проводник с током	46
§ 21. Рамка с током в однородном магнитном поле	50
§ 22. Действие магнитного поля на движущиеся заряженные частицы	54

§ 27. Магнитный поток	58
§ 28. Энергия магнитного поля тока	63

Электромагнетизм

§ 31. ЭДС в проводнике, движущемся в магнитном поле	65
§ 32. Электромагнитная индукция	69
§ 36. Генерирование переменного электрического тока	73
§ 38. Векторные диаграммы для описания переменных токов и напряжений	77
§ 40. Конденсатор в цепи переменного тока	79
§ 41. Катушка индуктивности в цепи переменного тока	82
§ 42. Свободные гармонические электромагнитные колебания в колебательном контуре	85
§ 43. Колебательный контур в цепи переменного тока	88

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Излучение и прием электромагнитных волн радио- и СВЧ-диапазона

§ 48. Распространение электромагнитных волн	92
--	----

Геометрическая оптика

§ 55. Отражение волн	95
§ 56. Преломление волн	99
§ 58. Построение изображений и хода лучей при преломлении света	101
§ 60. Собирающие линзы	107
§ 61. Изображение предмета в собирающей линзе	110

§ 62. Формула тонкой собирающей линзы	114
§ 63. Рассеивающие линзы	117
§ 64. Изображение предмета в рассеивающей линзе	120
§ 65. Фокусное расстояние и оптическая сила системы из двух линз.	123
§ 66. Человеческий глаз как оптическая система.	127
§ 67. Оптические приборы, увеличивающие угол зрения	130

Волновая оптика

§ 69. Взаимное усиление и ослабление волн в пространстве	133
§ 72. Дифракционная решетка	136

Квантовая теория электромагнитного излучения вещества

§ 74. Фотоэффект	139
§ 79. Поглощение и излучение света атомов	142

ФИЗИКА ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Физика атомного ядра

§ 81. Состав атомного ядра	146
§ 82. Энергия связи нуклонов в ядре	147
§ 84. Закон радиоактивного распада	151

**Касьянов Валерий Алексеевич
Атаманская Марина Сергеевна
Богатин Александр Соломонович**

**ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ
К ЗАДАЧАМ УЧЕБНИКА
В. А. КАСЬЯНОВА
«ФИЗИКА. 11 КЛАСС»**

Зав. редакцией *Е. Н. Тихонова*
Ответственный редактор *И. Г. Власова*
Оформление *М. В. Мандрыкина*
Технический редактор *С. А. Толмачева*
Компьютерная верстка *А. В. Маркин*
Компьютерная графика *В. А. Антипин*
Корректор *Г. И. Мосякина*

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.03.953.Д.004992.08.05 от 16.08.2005.

Подписано к печати 06.12.05. Формат 70×90^{1/32}.
Бумага типографская. Гарнитура «Школьная». Печать
офсетная. Усл. печ. л. 7,6. Тираж 20 000 экз. Заказ №66.

ООО «Дрофа». 127018, Москва, Суцевский вал, 49.

**Предложения и замечания по содержанию и оформлению
книги просим направлять в редакцию общего образования
издательства «Дрофа»: 127018, Москва, 3/я 79.
Тел.: (095) 795-05-41. E-mail: chief@drofa.ru**

**По вопросам приобретения продукции
издательства «Дрофа» обращаться по адресу:
127018, Москва, Суцевский вал, 49.
Тел.: (095) 795-05-50, 795-05-51. Факс: (095) 795-05-52.**

Торговый дом «Школьник».
109172, Москва, ул. Малые Каменщики, д. 6, стр. 1А.
Тел.: (095) 911-70-24, 912-15-16, 912-45-76.

Сеть магазинов «Переплетные птицы».
Тел.: (095) 912-45-76.

Отпечатано в ОАО ордена Трудового Красного Знамени
«Чеховский полиграфический комбинат»
142300 г. Чехов Московской области
Т/ф (501) 443-92-17, т/ф (272) 6-25-36
E-mail: chpk_marketing@chehov.ru