

Решения

Задание 1 № 314292 тип 1

Найдите значение выражения $\left(\frac{7}{22} + \frac{14}{11}\right) : \frac{10}{33}$.

Решение.

Приведём в скобках к общему знаменателю:

$$\left(\frac{7}{22} + \frac{14}{11}\right) : \frac{10}{33} = \frac{7+14 \cdot 2}{22} \cdot \frac{33}{10} = \frac{35 \cdot 33}{22 \cdot 10} = \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 2} = 5,25.$$

Ответ: 5,25.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 5,25

Задание 2 № 349293 тип 2

В таблице даны результаты олимпиад по математике и биологии в 10 «А» классе.

Номер ученика	Балл по математике	Балл по биологии
5005	69	30
5006	72	71
5011	32	95
5015	39	82
5018	58	52
5020	31	65
5025	87	76
5027	87	73
5029	84	32
5032	67	85
5041	72	86
5042	69	83
5043	46	34
5048	71	49
5054	49	51

Похвальные грамоты дают тем школьникам, у кого суммарный балл по двум олимпиадам больше 140 или хотя бы по одному предмету набрано не меньше 75 баллов. Сколько человек из 10 «А», набравших меньше 75 баллов по математике, получают похвальные грамоты?

- 1) 4
- 2) 7
- 3) 5
- 4) 6

Решение.

Среди учеников, кто получил меньше 75 баллов по математике:
5005

5006
5011
5015
5018
5020
5032
5041
5042
5043
5048
5054

Среди выбранных больше 75 баллов по биологии имеют:

5011
5015
5032
5041
5042

Ученик 5006 набрал в сумме больше 140 баллов, поэтому только 6 учеников получают похвальные грамоты.

Ответ: 4

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 4

Задание 3 № 311302 тип 3

Известно, что $0 < a < 1$. Выберите наименьшее из чисел.

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) a^2
- 2) a^3
- 3) $-a$
- 4) $\frac{1}{a}$

Решение.

Заметим, что по условию a положительно и находится в интервале от 0 до 1. Поэтому числа a^2 , a^3 и $\frac{1}{a}$ тоже будут положительными, тогда как число $-a$ будет отрицательным. Таким образом, $-a$ является наименьшим из предложенных в качестве вариантов ответа чисел.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 3

Задание 4 № 287944 тип 4

Расположите в порядке убывания: $3\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13}$, $\frac{5}{21} \cdot \frac{63}{25}$, $\frac{6,5}{4} - 1$.

- 1) $3\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13}$, $\frac{5}{21} \cdot \frac{63}{25}$, $\frac{6,5}{4} - 1$
- 2) $\frac{6,5}{4} - 1$, $3\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13}$, $\frac{5}{21} \cdot \frac{63}{25}$
- 3) $\frac{6,5}{4} - 1$, $\frac{5}{21} \cdot \frac{63}{25}$, $3\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13}$
- 4) $3\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13}$, $\frac{6,5}{4} - 1$, $\frac{5}{21} \cdot \frac{63}{25}$

Решение.

Упростим заданные числовые выражения:

$$3\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13} = \frac{43}{13} - \frac{35}{13} = \frac{8}{13},$$

$$\frac{5}{21} \cdot \frac{63}{25} = \frac{3}{5} = 0,6,$$

$$\frac{6,5}{4} - 1 = 0,625.$$

Сравним полученные дроби, приведя их к наименьшему общему знаменателю:

$$\frac{8}{13} = \frac{40 \cdot 8}{40 \cdot 13} = \frac{320}{520}; \quad \frac{3}{5} = \frac{104 \cdot 3}{104 \cdot 5} = \frac{312}{520}; \quad \frac{5}{8} = \frac{65 \cdot 5}{65 \cdot 8} = \frac{325}{520}.$$

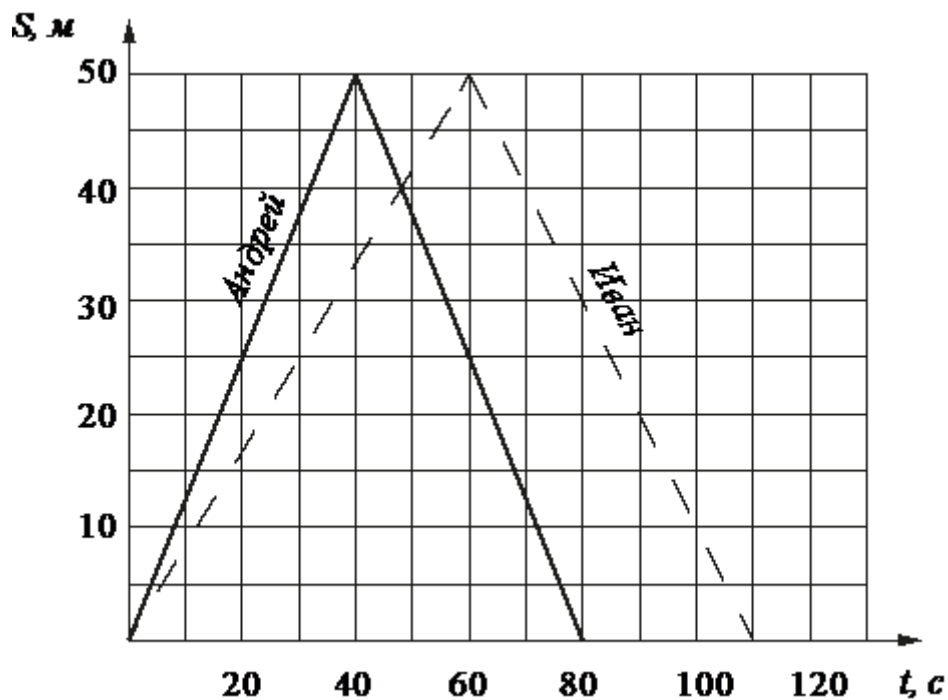
$$\frac{3}{5} < \frac{8}{13} < \frac{5}{8}.$$

Правильный ответ указан под номером 2.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 2

Задание 5 № 322036 тип 5

Андрей и Иван соревновались в 50-метровом бассейне на дистанции 100 м. Графики их заплывов показаны на рисунке. По горизонтальной оси отложено время, а по вертикальной — расстояние пловца от старта. Кто выиграл соревнование? В ответе запишите, на сколько секунд он обогнал соперника.



Решение.

Из графика видно, что Андрей проплыл дистанцию за 80 с, а Иван за 110 с. Таким образом, Андрей обогнал соперника на $110 - 80 = 30$ с.

Ответ: 30.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 30

Задание 6 № 311462 тип 6

Найдите корни уравнения $16x^2 - 1 = 0$.

Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов в порядке возрастания.

Решение.

Последовательно получаем:

$$16x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4}, \\ x = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Ответ: -0,250,25.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: -0,250,25

Задание 7 № 317887 тип 7

Плата за телефон составляет 340 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 2%. Сколько придётся платить ежемесячно за телефон в следующем году?

Решение.

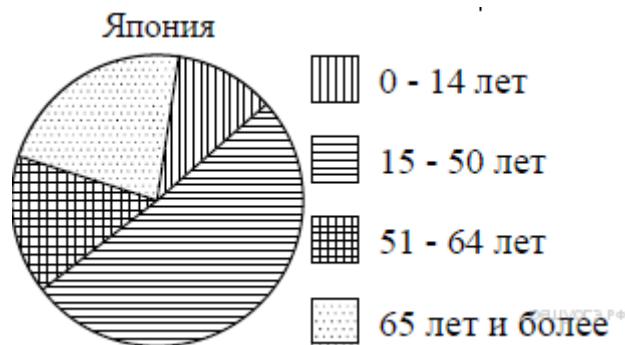
Увеличение платы за телефон составит $340 \cdot 0,02 = 6,8$ руб. Значит, в следующем году ежемесячная плата составит $340 + 6,8 = 346,8$ руб.

Ответ: 346,8.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 346,8

Задание 8 № 340988 тип 8

На диаграмме показан возрастной состав населения Японии. Определите по диаграмме, население какого возраста преобладает.



- 1) 0–14 лет
- 2) 15–50 лет
- 3) 51–64 лет
- 4) 65 лет и более

Решение.

Из диаграммы видно, что преобладает население в возрасте 15–50 лет.

Ответ: 2.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 2

Задание 9 № 325496 тип 9

Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма двух выпавших чисел нечетна.

Решение.

При бросании кубика дважды равновозможны $6 \cdot 6 = 36$ различных исходов. Сумма нечётна, если на первом кубике выпадает нечётное число, а на втором выпадает чётное число, этому соответствует $3 \cdot 3 = 9$ исходов. Либо, если наоборот, на первом кубике выпадает чётное число, а на втором выпадает нечётное число, этому соответствует $3 \cdot 3 = 9$ исходов. Поэтому вероятность того, что сумма двух выпавших чисел нечётна равна $\frac{18}{36} = 0,5$.

Ответ: 0,5.

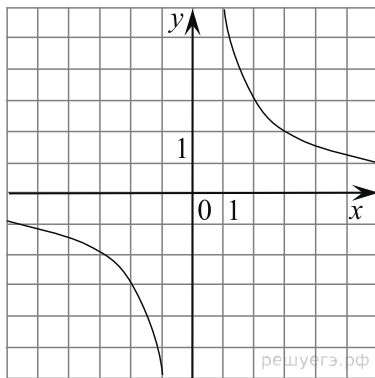
Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 0,5

Задание 10 № 341351 тип 10

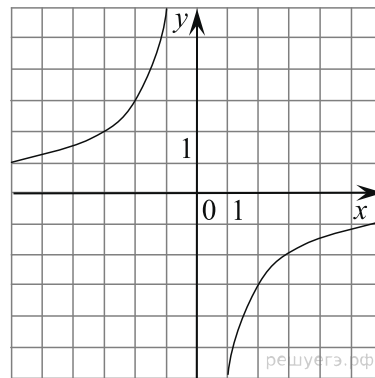
Установите соответствие между функциями и их графиками.

Графики

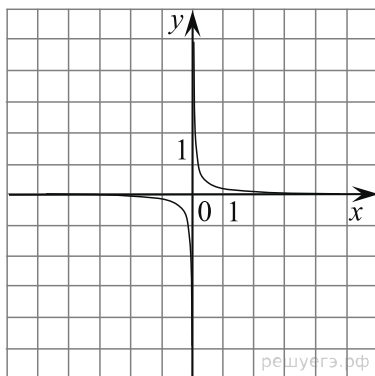
1)



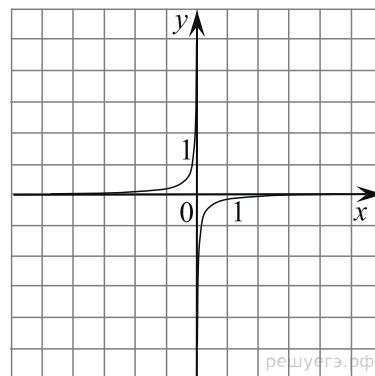
2)



3)



4)

**Функции**

А) $y = -\frac{1}{6x}$

Б) $y = -\frac{6}{x}$

В) $y = \frac{6}{x}$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

--	--	--	--

А	Б	В

Решение.

Все представленные здесь функции — гиперболы. Общая формула для уравнения гиперболы: $y = \frac{a}{x}$, если $a > 0$, то ветви гиперболы располагаются в первой и третьей четвертях, в противном случае — во второй и четвёртой четвертях.

Для того, чтобы отличить гиперболы лежащие в одинаковых четвертях нужно подставить какое-нибудь значение x в формулу и проверить, какому графику будет соответствовать полученное значение.

Таким образом, установим соответствие: А — 4, Б — 2, В — 1.

Ответ: 421.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 421

Задание 11 № 341404 тип 11

Арифметическая прогрессия задана условием $a_n = 8,2 - 9,3n$. Найдите a_6 .

Решение.

Подставим 6 вместо индекса n :

$$a_6 = 8,2 - 9,3 \cdot 6 = 8,2 - 55,8 = -47,6$$

Ответ: -47,6.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: -47,6

Задание 12 № 311472 тип 12

Упростите выражение $(b - 2)^2 - 4b(2b - 1)$ и найдите его значение при $b = \sqrt{0,3}$.

Решение.

Упростим выражение:

$$(b - 2)^2 - 4b(2b - 1) = b^2 - 4b + 4 - 8b^2 + 4b = 4 - 7b^2.$$

Найдем значение выражения при $b = \sqrt{0,3} = 4 - 7 \cdot 0,3 = 1,9$.

Ответ: 1,9.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 1,9

Задание 13 № 311824 тип 13

Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t^\circ\text{C}$) в шкалу Фаренгейта ($t^\circ\text{F}$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 6° по шкале Фаренгейта? Ответ округлите до десятых.

Решение.

Подставим в формулу значение переменной F :

$$6 = 1,8 \cdot C + 32 \Leftrightarrow C = \frac{6 - 32}{1,8} = -14, (4) \approx -14,4.$$

Ответ: -14,4.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: -14,4

Задание 14 № 341494 тип 14

При каких значениях a выражение $2a + 7$ принимает отрицательные значения?

- 1) $a > -\frac{7}{2}$
- 2) $a < -\frac{2}{7}$
- 3) $a > -\frac{2}{7}$
- 4) $a < -\frac{7}{2}$

Решение.

Решим неравенство $2a + 7 < 0$:

$$2a + 7 < 0 \Leftrightarrow 2a < -7 \Leftrightarrow a < -\frac{7}{2}.$$

Ответ: 4.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 4

Задание 15 № 341714 тип 15

Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 7:00?

Решение.

Часовыми делениями циферблат разбит на 12 круговых секторов. Угол каждого из них равен $360^\circ : 12 = 30^\circ$. Между минутной и часовой стрелкой пять часовых делений. Они образуют угол 150° .



Ответ: 150.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 150

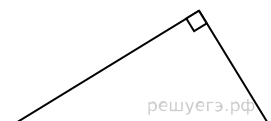
Задание 16 № 349799 тип 16

В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 5 и 13 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.

Решение.

По теореме Пифагора в прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов ($a^2 + b^2$) равна квадрату гипотенузы c^2 . Таким образом,

$$b^2 = c^2 - a^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 = 12^2 \Leftrightarrow b = 12$$

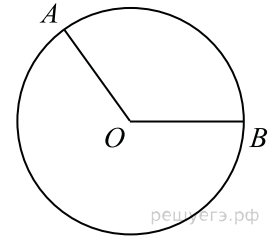


Ответ: 12

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 12

Задание 17 № 349689 тип 17

На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 120^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 67. Найдите длину большей дуги.



Решение.

Пусть длина большей дуги AB равна x . Длина дуги прямо пропорциональна её градусной мере, поэтому имеет место отношение:

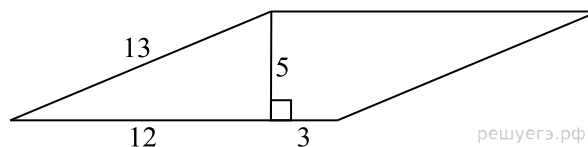
$$\frac{120^\circ}{360^\circ - 120^\circ} = \frac{67}{x} \Leftrightarrow x = \frac{67 \cdot 240}{120} = 134.$$

Ответ: 134.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 134

Задание 18 № 91 тип 18

Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Решение.

Площадь параллелограмма равна произведению длины основания на высоту:

$$S = (12 + 3) \cdot 5 = 75.$$

Ответ: 75.

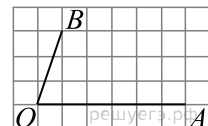
Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 75

Задание 19 № 349593 тип 19

Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.

Решение.

Опустим перпендикуляр из точки B на прямую AO для получения прямоугольного треугольника. Тангенс угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему: $\operatorname{tg} AOB = \frac{3}{1} = 3$.



Ответ: 3.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 3

Задание 20 № 315114 тип 20

Укажите номера верных утверждений.

- 1) Центр вписанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника.
- 2) Ромб не является параллелограммом.
- 3) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Центр вписанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника» — *верно*, центр вписанной окружности — точка пересечения биссектрис, а высота, проведённая к основанию равнобедренного треугольника как раз является биссектрисой.
- 2) «Ромб не является параллелограммом» — *неверно*, ромб — частный случай параллелограмма.
- 3) «Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° » — *верно*, поскольку сумма углов в любом треугольнике 180° , а в прямоугольном треугольнике один угол равен 90° .

Ответ: 13.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 13

Задание С1 № 353431

Найдите значение выражения $\frac{p(a)}{p(10-a)}$, если $p(a) = \frac{a(10-a)}{a-5}$.

Решение.

Найдём значение выражения:

$$\frac{p(a)}{p(10-a)} = \frac{a(10-a)}{a-5} \cdot \frac{10-a-5}{(10-a)(10-(10-a))} = \frac{a(10-a)}{a-5} \cdot \frac{-a+5}{(10-a)a} = -1.$$

Ответ: -1.

Задание С2 № 311564

Расстояние между пристанями А и В равно 80 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 2 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 22 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Обозначим искомую скорость (в км/ч) за v . Плот прошёл 22 км, значит, он плыл 11 часов, а яхта 9 часов. Таким образом, имеем:

$$\frac{80}{v+2} + \frac{80}{v-2} = 9; \quad 80v - 160 + 80v + 160 = 9v^2 - 36; \quad 9v^2 - 160v - 36 = 0,$$

откуда находим $v = 18$.

Ответ: 18 км/ч.

Задание С3 № 353515**Задание С3**

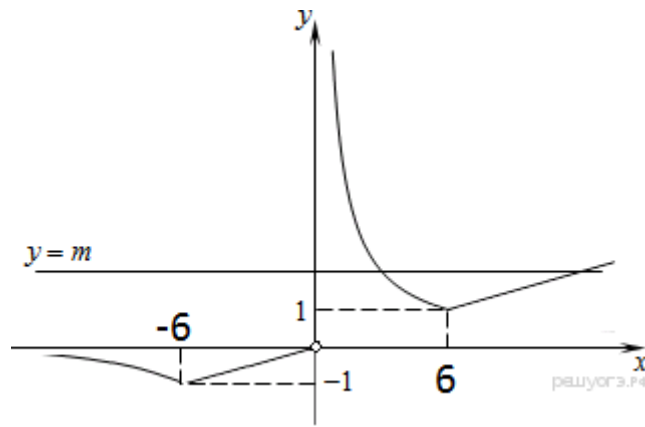
Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{6} - \frac{6}{x} \right| + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right)$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Раскрывая модуль, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = \begin{cases} \frac{6}{x}, & \text{при } x \leq -6 \text{ и } 0 < x < 6, \\ \frac{x}{6}, & \text{при } -6 < x < 0 \text{ и } x \geq 6. \end{cases}$$

Этот график изображён на рисунке:



Из графика видно, что прямая $y = m$ имеет с графиком функции ровно одну общую точку при $m = -1$ и $m = 1$.

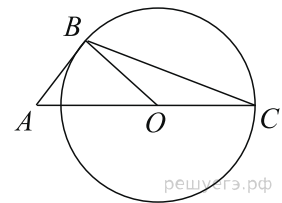
Ответ: $-1; 1$.

Задание С4 № 340164

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите диаметр окружности, если $AB = 2$, $AC = 8$.

Решение.

Проведём радиус OB . Пусть R — длина радиуса окружности. Заметим, что $AO = AC - OC = AC - R$. Поскольку OB — радиус, проведённый в точку касания $OB \perp AB$. Рассмотрим прямоугольный треугольник AOB , по теореме Пифагора:



$$\begin{aligned} AO^2 = AB^2 + OB^2 &\Leftrightarrow AC^2 - 2AC \cdot R + R^2 = AB^2 + R^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow R = \frac{AC^2 - AB^2}{2AC} &\Leftrightarrow R = \frac{64 - 4}{2 \cdot 8} \Leftrightarrow R = 3,75. \end{aligned}$$

Таким образом, диаметр окружности равен $7,5$.

Ответ: $7,5$.

Задание С5 № 353001

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что углы CC_1B_1 и CBV_1 равны.

Решение.

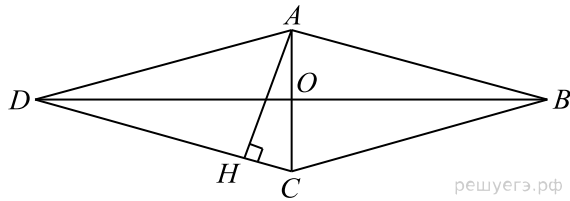
Треугольники CBV_1 и CC_1B_1 имеют общую гипотенузу BC . Поэтому точки C, B, C_1, B_1 лежат на одной окружности. Углы CC_1B_1 и CBV_1 опираются на одну дугу, и поэтому равны.

Задание С6 № 339388

Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 21$ и $CH = 8$. Найдите высоту ромба.

Решение.

Введём обозначения как показано на рисунке. Угол ODC и CAH равны как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Рассмотрим треугольники COD и CAH , они прямоугольные, углы ODC и CAH равны, следовательно, эти треугольники подобны, откуда $\frac{OD}{AH} = \frac{OC}{CH} = \frac{CD}{AC}$. Диагонали ромба делятся точкой пересечения пополам: $OC = \frac{1}{2}AC$. Получаем:



$$\frac{\frac{1}{2}AC}{CH} = \frac{CD}{AC} \Leftrightarrow AC = \sqrt{2CH \cdot CD} \Leftrightarrow AC = 4\sqrt{29}.$$

Из прямоугольного треугольника ACH , используя теорему Пифагора найдём AH :

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{464 - 64} = \sqrt{400} = 20.$$

Ответ: 20.

Приведем другое решение:

$$DC = 21 + 8 = 29$$

$$AD = DC = 29$$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \sqrt{29^2 - 21^2} = \sqrt{8 \cdot 50} = 20$$

