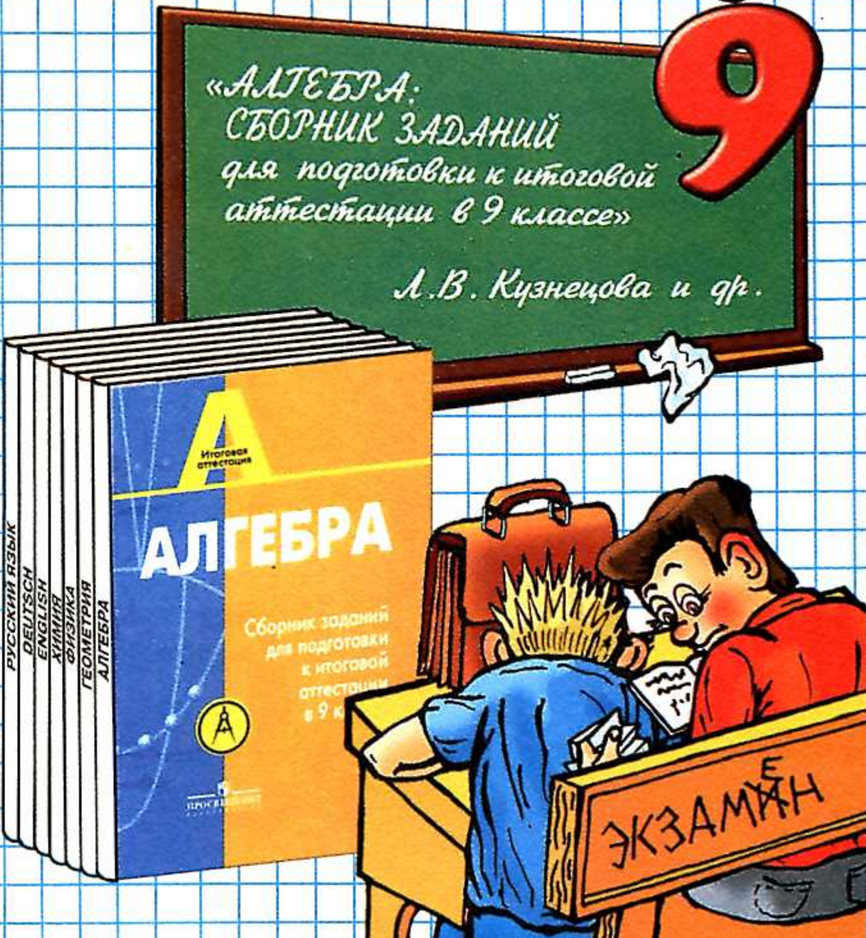
Серия
РЕШЕБНИК

ТОЛЬКО ДЛЯ РОДИТЕЛЕЙ

Решение экзаменационных задач по алгебре



И.Н. Громова

Решение экзаменационных задач по алгебре за 9 класс

к учебному изданию «Алгебра: сб. заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл. / [Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.]. — М.: Просвещение, 2007»

Учебно-методическое пособие

Издание четвертое, стереотипное

Издательство
«ЭКЗАМЕН»

МОСКВА
2008

УДК 372.8:512
ББК 74.262.21я72
Г87

Имена авторов и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 19 п. 2 Закона РФ «Об авторском праве и смежных правах» от 9 июня 1993 г.).

Изображение учебного издания «Алгебра: сб. заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл. / [Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.] — М.: Просвещение, 2007» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 19 п. 2 Закона РФ «Об авторском праве и смежных правах» от 9 июня 1993 г.).

Громова, И.Н.
Г87 Решение экзаменационных задач по алгебре за 9 класс к учебному изданию Л.В. Кузнецовой и др. «Алгебра: сб. заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл.»: учебно-методическое пособие / И.Н. Громова — 4-е изд., стереотип. — М.: Издательство «Экзамен», 2008. — 224 с. (Серия «Решебник»)

ISBN 978-5-377-01769-1

Предлагаемое учебное пособие содержит подробное решение всех задач из учебного издания «Алгебра: сб. заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл. / [Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.] — М.: Просвещение, 2007».

Пособие адресовано родителям для проверки уровня готовности ученика к экзамену.

УДК 372.8:512
ББК 74.262.21я72

Учебно-методическое издание

Громова Ирина Николаевна

Решение экзаменационных задач по алгебре за 9 класс

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат № 77.99.60.953.Д.013269.11.07 от 13.11.2007 г

Подписано в печать 14.02.2008. Формат 84x108/32.
Гарнитура «Таймс». Бумага типографская. Уч. изд. л. 3,57.
Усл. печ. л. 11,76. Тираж 30 000 экз. Заказ № 4381(4)

Редактор *И.М. Бокова*
Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*
Компьютерная верстка *И.Ю. Иванова, О.В. Попова*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1; www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93, том 2;
953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов в ОАО «Владимирская книжная типография»
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7
Качество печати соответствует качеству предоставленных диапозитивов

ISBN 978-5-377-01769-1

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел I. Первая часть экзаменационной работы Тренировочные варианты

Работа № 1

Вариант 1

1. $x=-\frac{4}{9}$; $\sqrt{2\left(-\frac{4}{9}\right)+1}=\sqrt{-\frac{8}{9}+1}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$.

Ответ: В.

2. $N=\frac{A}{t}$; $A=Nt$.

Ответ: Г.

3. $0<a<1$, сравните a^2 и a^3.

Составим разность $a^2-a^3=a^2(1-a)>0$, $a^2>a^3$.

Ответ: Б.

4. $2{,}5\cdot10^{-5}$ см $=2{,}5\cdot10^{-5}\cdot10$ мм $=2{,}5\cdot10^{-4}=25\cdot10^{-5}=0{,}00025$ мм

Ответ: В.

5. Пусть в каждой библиотеке было x книг. Через год в I библиотеке стало $x+0{,}5x=1{,}5x$ (книг). Через год во II библиотеке стало $2x$ (книг). $2x>1{,}5x$

Ответ: Б.

6. $(a-4)^2-2a(3a-4)=a^2-8a+16-6a^2+8a=16-5a^2$.

Ответ: А.

7. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16}\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{5}{48}}$; $\frac{\sqrt{15}}{12}=\sqrt{\frac{15}{144}}=\sqrt{\frac{5}{48}}$;

$\frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{48}}=\sqrt{\frac{5}{48}}$; $\frac{\sqrt{5}}{8}\neq\sqrt{\frac{5}{48}}$

Ответ: Г.

8. $\frac{a^2+3a}{9-a^2}=\frac{a(a+3)}{(3-a)(3+a)}=\frac{a}{3-a}$

Ответ: $\frac{a}{3-a}$.

9. $3x^2+x=0$, $x(3x+1)=0$, $x_1=0$, $x_2=-\frac{1}{3}$.

Ответ: $x_1=0$, $x_2=-\frac{1}{3}$.

10.

$$\begin{cases}2x+3y=-12\\4x-6y=0\end{cases}\Big|\,2;\ \begin{cases}4x+6y=-24\\4x-6y=0\end{cases};\ \begin{cases}8x=-24\\4x-6y=0\end{cases};\ \begin{cases}x=-3\\-12=6y\end{cases};\ \begin{cases}x=-\\y=-\end{cases}$$

Ответ: (–3; –2).

11[1]**.** $\begin{matrix}v_1=15\text{ км/ч}\\v_2=10\text{ км/ч}\end{matrix}\ \Bigg|\ \begin{matrix}t_1=x\text{ ч}\\t_2=(1-x)\text{ ч}\end{matrix}\ \Bigg|\ \begin{matrix}S_1=15x\text{ (км)}\\S_2=10(1-x)\text{ (км)}\end{matrix};$

$S_1 = S_2$; $15x = 10(1-x)$.

Ответ: А.

12. $\begin{cases}3x+6\ge 0\\10-2x\ge 0\end{cases}\ \begin{cases}3x\ge 6\\-2x\ge -10\end{cases}\ \begin{cases}x\ge 2\\x\le 5\end{cases}\ 2\le x\le 5$

Ответ: Б.

13. $y=x^2-x-6$; $x^2-x-6>0$; $x<-2$; $x>3$.

Ответ: $x<-2$; $x>3$.

14. (b_n) – геометрическая прогрессия; $b_1 = 64$; $q=-\frac{1}{2}$; $b_2 = -32$; $b_3 = 16$; $b_4 = -8$; $b_5 = 4$; $b_6 = -2$; $b_7 = 1$.

–32<16 верно; –8>–2 неверно; 16>–8 верно; 4>1 верно.

Ответ: В.

15. 1) $y=-x+1$

x	0	1
y	1	0

График проходит через точки (1; 0) и (0; 1) (рис. б). 1) → б)

2) $y=x-1$

x	0	1
y	–1	0

График проходит через точки (0; –1) и (1; 0) (рис. а). 2) → а)

3) $y=x^2-1$. 3) → в) график функции парабола.

Ответ: 1) → б; 2) → а; 3) → в.

16. $v=\frac{S}{t}$

S км	t ч	v км/ч
$AB=4$	1	4
$BC=3$	1,5	2
$CD=2$	2	1
$DE=3$	1,5	2

Ответ: А.

---

[1] В данном пособии мы не записываем в текстах решений ограничения на значения переменных, следующие из условий задачи.

Вариант 2

1. $\sqrt{1+3\cdot(-0{,}17)}=\sqrt{1-0{,}51}=\sqrt{0{,}49}=0{,}7$.
Ответ: Б.

2. $c=\dfrac{C}{M}$; $M=\dfrac{C}{c}$
Ответ: В.

3. $0<a<1$. Составим разность $a-a^2=a(1-a)>0$, $a>a^2$.
Ответ: А.

4. $2\cdot10^{-4}$ см $=2\cdot10^{-4}\cdot10$ мм $=2\cdot10^{-3}$ мм $=2\cdot0{,}001$ мм $=0{,}002$ мм
Ответ: Б.

5. Пусть в каждой библиотеке было по x книг. Через год в 1-й библиотеке стало $x+\dfrac{x}{2}=1{,}5x$ книг, а во 2-й стало $1{,}5x$ книг.

Книг стало поровну.
Ответ: В.

6. $(c+5)^2-c(10-3c)=c^2+10c+25-10c+3c^2=4c^2+25$.
Ответ: Г.

7. $\dfrac{\sqrt4}{\sqrt9\sqrt5}=\sqrt{\dfrac{4}{45}}$; $\dfrac{2}{3\sqrt5}=\dfrac{\sqrt4}{\sqrt9\sqrt5}=\sqrt{\dfrac{4}{45}}$; $\dfrac{4}{3\sqrt5}=\sqrt{\dfrac{16}{45}}\neq\sqrt{\dfrac{4}{45}}$;
$\dfrac{2\sqrt{15}}{15}=\dfrac{\sqrt{4\cdot15}}{\sqrt{15^2}}=\sqrt{\dfrac{4}{15}}\neq\sqrt{\dfrac{4}{45}}$.
Ответ: В и Г.

8. $\dfrac{3a^2-6a}{a^2-4}=\dfrac{3a(a-2)}{(a-2)(a+2)}=\dfrac{3a}{a+2}$.

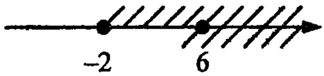
Ответ: $\dfrac{3a}{a+2}$.

9. $3x-x^2=0$, $x(3-x)=0$, $x_1=0$, $x_2=3$.
Ответ: $x_1=0$; $x_2=3$.

10. $\begin{cases}4x-10y=0\\3x+5y=25\end{cases}\Bigg|\begin{matrix}\\2\end{matrix}\quad\begin{cases}4x-10y=0\\6x+10y=50\end{cases}\quad\begin{cases}10x=50\\4x-10y=0\end{cases}\quad\begin{cases}x=5\\y=2\end{cases}$
Ответ: (5; 2).

11. $\begin{matrix}v_1=15\text{ км/ч}\\v_2=12\text{ км/ч}\end{matrix}\;\Bigg|\;\begin{matrix}t_1=(3-x)\text{ ч}\\t_2=x\text{ ч}\end{matrix}\;\Bigg|\;\begin{matrix}S_1=15(3-x)\text{ (км)}\\S_2=12x\text{ (км)}\end{matrix}\quad S_1=S_2$
$15(3-x)=12x$.
Ответ: А.

12. $\begin{cases} 3x+1 \geq -5 \\ 12-2x \leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x \geq -6 \\ -2x \leq -12 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq 6 \end{cases}$ $x \geq 6$.



Ответ: Г.

13. $y = x^2+x-6$; $x^2+x-6<0$; $-3<x<2$.

Ответ: $-3<x<2$.

14. $b_1 = 81$; $q = -\frac{1}{3}$

$b_2 = -27$; $b_3 = 9$; $b_4 = -3$; $b_5 = 1$; $b_6 = -\frac{1}{3}$; $b_7 = \frac{1}{9}$

А. $-27<9$ верно

В. $9>-3$ верно

Б. $-3 > -\frac{1}{3}$ неверно

Г. $1 > \frac{1}{9}$ верно

Ответ: Б.

15. 1) $y = -x^2+2$. График – парабола, ветви вниз (рис. б).

2) $y = x-2$. График – прямая (рис. а).

3) $y = x^2-2$. График – парабола, ветви вверх (рис. в).

Ответ: 1) → б) 2) → а) 3) → в).

16.

S км	t ч	v км/ч
$AB = 3$	2	1,5
$BC = 3$	0,5	6
$CD = 2$	1	2
$DE = 4$	1	4

Ответ: А.

Работа № 2

Вариант 1

1. $\frac{\sqrt{0,04}-1}{\sqrt{0,25}} = \frac{0,2-1}{0,5} = -\frac{0,8}{0,5} = -\frac{8}{5} = -1,6$

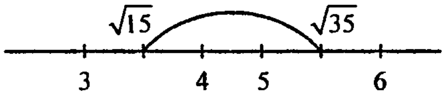
Ответ: –1,6.

2. $Q = cm(t_2-t_1)$; $t_2 - t_1 = \frac{Q}{cm}$; $t_2 = \frac{Q}{cm} + t_1$

Ответ: $t_1 + \frac{Q}{cm}$.

3. Б. $-x>-y$ (верно)
Ответ: Б.

4.
1) $\sqrt{9}<\sqrt{15}<\sqrt{16}$; $3<\sqrt{15}<4$ 2) $\sqrt{25}<\sqrt{35}<\sqrt{36}$; $5<\sqrt{35}<6$



Ответ: Г.

5. 6500 р. – стоимость машины. 5% от 6500 составляет $6500:100\cdot5=325$ р. $6500-325=6175$ р.
Ответ: В.

6. $4x^2-6xy=-2x(-2x+3y)$
Ответ: В.

7. $\left(m^{-6}\right)^{-2}\cdot m^{-14}=m^{12}\cdot m^{-14}=m^{-2}$; $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=4^2=16$.

Ответ: Г.

8. $\frac{15a^2}{3a-2}-5a=\frac{15a^2-15a^2+10a}{3a-2}=\frac{10a}{3a-2}$

Ответ: $\frac{10a}{3a-2}$.

9. $3(2+1{,}5x)=0{,}5x+24$; $6+4{,}5x-0{,}5x=24$; $4x=18$; $x=4{,}5$.
Ответ: Г.

10. Нет решений. $\begin{cases} y=x^2-1 \\ x-y=3 \end{cases}$

Ответ: А.

11.

$v_1=x$ км/ч	$S_1=20$ км	$t_1=\frac{20}{x}$ ч
$v_2=(x-3)$ км/ч	$S_2=20$ км	$t_2=\frac{20}{x-3}$ ч

$t_2>t_1$ на $\frac{1}{3}$ ч. $\frac{20}{x-3}-\frac{20}{x}=\frac{1}{3}$

Ответ: Б.

12.

1) $xy>200$ верно при $x>10$; $y>20$	2) $xy>100$ верно при $x>10$; $y>20$	3) $xy>400$ неверно при $x>10$, $y>20$

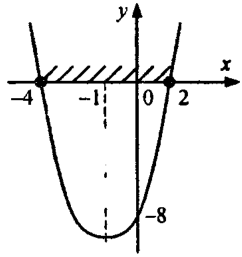
Ответ: А.

13.

$x^2+2x-8\le 0$;

$x_1=-4$; $x_2=2$.

Ответ: $-4\le x\le 2$



14. 3; 6; 9; 12 ...

$d=a_2-a_1$; $d=3$; $a_n=a_1+d(n-1)$

А. $3+3(n-1)=83$; $3(n-1)=80$

$n-1=\dfrac{80}{3}$; $n=1+\dfrac{80}{3}$

Б. $3+3(n-1)=95$; $3(n-1)=92$

$n-1=\dfrac{92}{3}$; $n=\dfrac{92}{3}+1$

В. $3+3(n-1)=100$; $3(n-1)=97$

$n-1=\dfrac{97}{3}$; $n=\dfrac{97}{3}+1$

Г. $3+3(n-1)=102$

$3(n-1)=99$; $n-1=33$; $n=34$.

$34\in N$

Ответ: Г.

15. $y=kx+b$

а) $k>0$, $b>0$; прямая образует острый угол с положительным направлением оси OX. Прямая пересекает OY в точке $(0, b)$. Рис. 3

б) $k>0$, $b<0$

в) $k<0$, $b>0$; прямая образует тупой угол с положительным направлением оси OX.

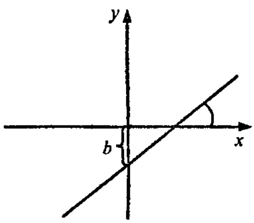


Рис. 1.

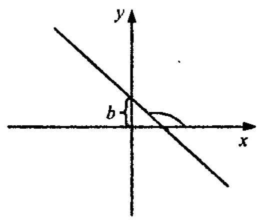


Рис. 2

Ответ: а) $\to$ 3) б) $\to$ 1) в) $\to$ 2).

16. Первому условию задачи соответствует на графике горизонтальный отрезок длиной 2. В совокупности туристы прошли двойное расстояние от базы до озера.

Ответ: В.

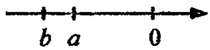
Вариант 2

1. $\dfrac{1}{\sqrt{0,16}}-\sqrt{0,81}=\dfrac{1}{0,4}-0,9=\dfrac{1-0,36}{0,4}=\dfrac{0,64}{0,4}=\dfrac{6,4}{4}=1,6$

Ответ: 1,6.

2. $Q = cm(t_2 - t_1)$; $t_2 - t_1 = \dfrac{Q}{cm}$; $t_1 = t_2 - \dfrac{Q}{cm}$. **Ответ:** $t_1 = t_2 - \dfrac{Q}{cm}$.

3.

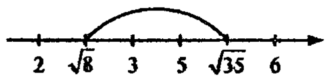


$a > b$ (1), умножим обе части неравенства (1) на -1; $-a < -b$.

Ответ: А.

4. 1) $\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$; $2 < \sqrt{8} < 3$;

2) $\sqrt{25} < \sqrt{35} < \sqrt{36}$; $5 < \sqrt{35} < 6$



Ответ: Б.

5. 800 р. – плата за коммунальные услуги. 6% от 800 р. составляет $800:100\cdot 6 = 48$ (р). $800+48 = 848$ (р) – плата за коммунальные услуги после подорожания.

Ответ: Г.

6. $9xy - 6y^2 = -3y(-3x+2y)$.

Ответ: Б.

7. $\dfrac{x^{-15}}{\left(x^3\right)^{-4}} = \dfrac{x^{-15}}{x^{-12}} = x^{-15+12} = x^{-3}$; $(\dfrac{1}{3})^{-3} = 3^3 = 27$.

Ответ: Б.

8. $\dfrac{2x^2}{x-8} - 2x = \dfrac{2x^2 - 2x^2 + 16x}{x-8} = \dfrac{16x}{x-8}$. **Ответ**: $\dfrac{16x}{x-8}$.

9. $2x - 5{,}5 = 3(2x - 1{,}5)$; $2x - 5{,}5 = 6x - 4{,}5$; $6x - 2x = -5{,}5 + 4{,}5$; $4x = -1$;

$x = -\dfrac{1}{4}$.

Ответ: В.

10. Две точки пересечения имеют парабола $y = 1 - x^2$ и прямая $y + 10 = 0$. $\begin{cases} y = 1 - x^2 \\ y + 10 = 0 \end{cases}$ **Ответ**: В.

11. $\begin{array}{l|l|l|l} v_1 = x \text{ км/ч} & S_1 = 5 \text{ км} & t_1 = \dfrac{5}{x} \text{ ч} & \\ v_2 = (x-1) \text{ км/ч} & S_2 = 5 \text{ км} & t_2 = \dfrac{5}{x-1} \text{ ч} & t_2 > t \text{ на } \dfrac{1}{4} \text{ ч.} \end{array}$

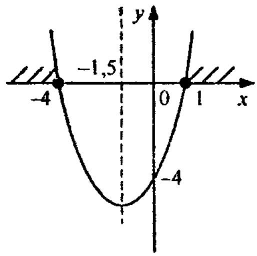
$\dfrac{5}{x-1} - \dfrac{5}{x} = \dfrac{1}{4}$. **Ответ**: А.

12. 1) $x+y<25$ неверно при любых значениях x и y, удовлетворяющих условию $x<10$, $y<20$. 2) $x+y<30$ верно при $x<10$, $y<20$

2) $x+y<40$ верно при $x<10$, $y<20$

Ответ: В.

13. $x^2+3x-4\geq 0$



$$\begin{cases} x_1x_2=-4 \\ x_1+x_2=-3 \end{cases}$$

$x_1=-4$; $x_2=1$

Ответ: $x\leq -4$; $x\geq 1$.

14. $d=12-6=6$; $a_n=a_1+d(n-1)$

А. $6+6(n-1)=303$; $6(n-1)=297$; $n-1=\dfrac{297}{6}$; $n=\dfrac{297}{6}+1$.

Б. $6+6(n-1)=109$; $6(n-1)=103$; $n-1=\dfrac{103}{6}$; $n=\dfrac{103}{6}+1$.

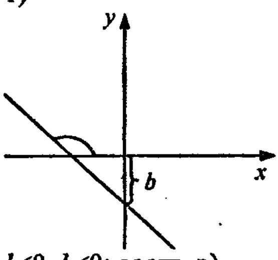
В. $6+6(n-1)=106$; $6(n-1)=100$; $n=\dfrac{50}{3}+1$.

Г. $6+6(n-1)=96$; $1+n-1=16$; $n=16$; $16\in N$.

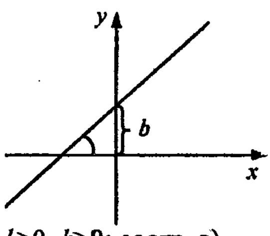
Ответ: Г.

15. $y=kx+b$

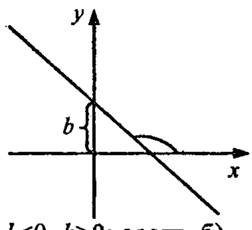
1)



2)



3)



$k<0$, $b<0$; соотв. в)

$k>0$, $b>0$; соотв. а)

$k<0$, $b>0$; соотв. б)

Ответ: а) → 2) б) → 3) в) → 1)

16. Путь, пройденный от турбазы до озера равен обратному пути. В середине была остановка (горизонтальный участок графика).

Ответ: Б.

Работа № 3

Вариант 1

1. 1 т = 1000 кг = 10^3 кг; 1 млн. = 10^6. $7{,}35\cdot 10^{22}$ кг = $7{,}35\cdot 10^{22}:(10^3\cdot 10^6)$ (млн. т) = $7{,}35\cdot 10^{22}:10^9$ (млн. т) = $7{,}35\cdot 10^{13}$ (млн т).

Ответ: Б.

2. $180:100\cdot 120=18\cdot 12=216$ **Ответ**: В.

3.

$\sqrt{25} < \sqrt{27} < \sqrt{36}$ $\quad$ $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$ $\quad$ $\sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{49}$

$5 < \sqrt{27} < 6$; $P\left(\sqrt{27}\right)$ $\quad$ $3 < \sqrt{12} < 4$; $M\left(\sqrt{12}\right)$ $\quad$ $6 < \sqrt{39} < 7$; $Q\left(\sqrt{39}\right)$

Ответ: $P(\sqrt{27})$, $M(\sqrt{12})$, $Q(\sqrt{39})$.

4. $S = vt+5t^2$; $t = 3$ с; $v = 7$ м/с

1) $S_1 = 7\cdot3+5\cdot9 = 66$ (м) $\qquad$ 2) $S_2 = 80-66 = 14$ (м)

Ответ: 14 м.

5. При $x = 2$ и $x = 3$ не имеет смысла выражение $\dfrac{3}{(x-2)(x-3)}$.

Ответ: В.

6. $(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2)\cdot\frac{1}{a-b} = \frac{a^2+b^2-2ab}{ab}\cdot\frac{1}{a-b} = \frac{(a-b)^2}{ab(a-b)} = \frac{a-b}{ab}$

Ответ: $\dfrac{a-b}{ab}$.

7. $\dfrac{4^{-12}}{4^{-8}\cdot4^{-2}} = \dfrac{4^{-12}}{4^{-10}} = 4^{-12+10} = 4^{-2} = \dfrac{1}{16}$. $\qquad$ **Ответ**: А.

8. $(\sqrt{3}-1)^2 = 3+1-2\sqrt{3} = 4-2\sqrt{3}$.

Ответ: А.

9. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{x}{12} = -5$; $\dfrac{5x}{12} = -5$; $\dfrac{x}{12} = -1$; $x = -12$. $\qquad$ **Ответ**: $x = -12$.

10. $\begin{cases} y = x^2-10 \\ y = 4x+11 \end{cases}$. 1) $x^2-10 = 4x+11$; $x^2-4x-21 = 0$; $\begin{cases} x_1x_2 = -21 \\ x_1+x_2 = 4 \end{cases}$;

$\begin{cases} x_1 = 7 \\ y_1 = 39 \end{cases}$; $\begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = -1 \end{cases}$. $x_1 = 7$; $x_2 = -3$; (7; 39); (–3; –1) – координаты точек пересечения параболы и прямой.

Ответ: Г.

11. x км/ч – собственная скорость лодки; 1 км/ч – скорость течения реки; $(x+1)$ км/ч – скорость лодки по течению; $(x-1)$ км/ч – скорость лодки против течения;

$\dfrac{2}{x+1}$ ч – время движения лодки по течению; $\dfrac{2}{x-1}$ ч – время движения лодки против течения. $\dfrac{2}{x+1}+\dfrac{2}{x-1} = \dfrac{11}{30}$.

Ответ: Б.

12. $5x-2(x-4)\le 9x+20$; $5x-2x+8\le 9x+20$; $3x-9x\le 20-8$
$-6x\le 12$; $x\ge -2$.
Ответ: Г.

13. А. $a-b>0$, т.к. $a>b$ В. $a-c>0$, т.к. $a>c$
Б. $b-c>0$, т.к. $b>c$ Г. $c-b<0$, т.к. $c<b$
Ответ: Г.

14. 1) 2; 4; 8; 16, …; $a_2-a_1\ne a_3-a_2$. 2) 7; 14; 21, …;
$14-7=21-14=7=d$ (разность арифметической прогрессии)
3) 1, 4, 9, 16, …; $4-1\ne 9-4$. 4) 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$, … ; $\frac{1}{2}-1\ne\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$
Ответ: Б.

15. 1) $a>0$. Ветви параболы направлены вверх.
2) Квадратный трехчлен имеет 2 корня.
График пересекает OX в 2-х точках.
3) $x_1>0$; $x_2>0$.
Ответ: Г.

16. $s=3$ (км); $t=110-70=40$ (мин) $=\frac{2}{3}$ (ч).

$v=\frac{s}{t}$; $v=3:\frac{2}{3}=\frac{9}{2}=4{,}5$ (км/ч).
Ответ: 4,5 км/ч.

Вариант 2

1. 1 т = 1000 кг = 10^3 кг; 1 млн. = 10^6. $3{,}3\cdot 10^{23}$ кг =
$=3{,}3\cdot 10^{23}:(10^3\cdot 10^6)$ (млн. т) $=3{,}3\cdot 10^{23}:10^9$ (млн. т) $=3{,}3\cdot 10^{14}$ млн. т
Ответ: Г.

2. $5500:100\cdot 130=55\cdot 130=7150$ (р)
Ответ: Б.

3.
$\sqrt{36}<\sqrt{40}<\sqrt{49}$ $\sqrt{9}<\sqrt{15}<\sqrt{16}$ $\sqrt{16}<\sqrt{23}<\sqrt{25}$
$6<\sqrt{40}<7$; $Q(40)$ $3<\sqrt{15}<4$; $M(\sqrt{15})$ $4<\sqrt{23}<5$; $N(\sqrt{23})$

Ответ: $Q(40)$, $M(\sqrt{15})$, $N(\sqrt{23})$.

4. $h=vt-5t^2$. $\left.\begin{matrix} v_1=18 \text{ км/ч} \\ v_2=14 \text{ км/ч}\end{matrix}\right| \; t_1=t_2=1\text{ с} \; \left|\begin{matrix} h_1=18-5=13 \text{ (м)} \\ h_2=14-5=9 \text{ (м)} \\ h_1-h_2=13-9=4 \text{ м}\end{matrix}\right.$

Ответ: на 4 м.

5. При $x = 1$ и $x = 5$ выражение $\dfrac{x}{(x-1)(x-5)}$ не имеет смысла.

Ответ: А.

6. $\left(\dfrac{1}{b^2}-\dfrac{1}{a^2}\right)\cdot\dfrac{ab}{a+b}=\dfrac{a^2-b^2}{a^2b^2}\cdot\dfrac{ab}{a+b}=\dfrac{a-b}{ab}$. **Ответ**: $\dfrac{a-b}{ab}$.

7. $\dfrac{6^{-4}\cdot 6^{-9}}{6^{-12}}=\dfrac{6^{-13}}{6^{-12}}=6^{-13+12}=6^{-1}=\dfrac{1}{6}$.

Ответ: Б.

8. $S=(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)=(\sqrt{5})^2-1=4$.

Ответ: В.

9. $\dfrac{x}{5}-\dfrac{x}{2}=-3$; $2x-5x=-30$; $-3x=-30$; $x=10$.

Ответ: $x = 10$.

10. $\begin{cases} y=x^2-15 \\ y=2x+9 \end{cases}$; 1) $x^2-15=2x+9$; $x^2-2x-24=0$; $\begin{cases} x_1x_2=-24 \\ x_1+x_2=2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x_1=6 \\ y_1=21 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=-4 \\ y_2=1 \end{cases}$. 3) (6; 21); (–4; 1) – координаты точек пересечения параболы и прямой.

Ответ: Г.

11. x км/ч – скорость течения реки; $(18+x)$ км/ч – скорость лодки по течению; $(18-x)$ км/ч – скорость лодки против течения.

$\dfrac{4}{18-x}-\dfrac{4}{18+x}=\dfrac{1}{20}$.

Ответ: А.

12. $2x-3(x+4)<x+12$; $2x-3x-12<x+12$; $-x-x<24$; $-2x<24$; $x>-12$.

Ответ: А.

13. А. $y-z<0$, т.к. $y<z$

Б. $x-z<0$, т.к. $x<z$

В. $x-y<0$, т.к. $x<y$

Г. $z-x>0$, т.к. $z>x$

Ответ: Г.

14. 1) 3, 6, 9, …; $\dfrac{6}{3}\neq\dfrac{9}{6}$

2) 1, 8, 27, …; $\dfrac{8}{1}\neq\dfrac{27}{8}$;

3) 3, 9, 27, …; $\dfrac{9}{3}=\dfrac{27}{9}=3$ $(q=3)$.

4) 1; $\dfrac{1}{2}$; $\dfrac{1}{3}$; …; $\dfrac{1}{2}:1\neq\dfrac{1}{3}:\dfrac{1}{2}$.

Ответ: В.

15. 1) $a<0$. Ветви параболы направлены вниз.

2) Имеет 2 корня: пересекает OX в 2-х точках. 3) $x_1 < 0$; $x_2 > 0$.

Ответ: В.

16. За 15 мин. велосипедист проехал 5 км; скорость в час $5 \cdot 4 = 20$ км/ч. **Ответ:** 20 км/ч.

Работа № 4

Вариант 1

1. $\frac{-(-1)^3}{3}+\frac{(-1)^2}{2}-1=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-1=\frac{5}{6}-1=-\frac{1}{6}$.

Ответ: $-\frac{1}{6}$.

2. $v = v_0+at$; $at = v-v_0$; $t=\frac{v-v_0}{a}$. **Ответ:** А.

3. $0{,}00018 = 1{,}8 \cdot 0{,}0001 = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$.

Ответ: В.

4. $\sqrt{81}<\sqrt{85}<\sqrt{100}$; $9<\sqrt{85}<10$; $N(\sqrt{85})$.

Ответ: Б.

5. 2,4 м – уровень воды в реке. $2{,}4 \cdot 0{,}05$ (м) = 0,12 м. На 0,12 м повысился уровень воды в реке. $2{,}4+0{,}12 = 2{,}52$ м.

Ответ: Б.

6. А. $-\frac{y-x}{2x-y}=\frac{x-y}{2x-y}$. **Ответ:** А.

7. $3(a-1)^2+6a = 3(a^2-2a+1)+6a = 3a^2-6a+3+6a = 3a^2+3$.

Ответ: Г.

8. $2\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}=10\sqrt{6^2}=60$.

Ответ: А.

9. $2x^2+8x = 0$; $x^2+4x = 0$; $x(x+4) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = -4$.

Ответ: $x_1 = 0$; $x_2 = -4$.

10. Точка (4; 0) является точкой пересечения прямых $x - 2y = 4$ и $x + y = 4$.

Ответ: В.

11. x девочек посадили $2x$ деревьев. y мальчиков посадили $3y$ деревьев. $2x + 3y = 63$. В классе $x + y$ учащихся; $x + y = 25$.

$\begin{cases} x+y=25 \\ 2x+3y=63 \end{cases}$. Эта система уравнений соответствует условию задачи.

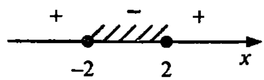
Ответ: Г.

12. А. $a+5>b+5$; верно, т.к. $a>b$. Б. $-5a<-5b$; верно, т.к. $a>b$; $-a<-b$

В. $a-5<b-5$; неверно, т.к. $a>b$. Г. $\frac{a}{2}>\frac{b}{2}$; верно, т.к. $a>b$.

Ответ: В.

13. $x^2 \le 4$; $x^2-4 \le 0$; $(x-2)(x+2) \le 0$.



Ответ: $-2 \le x \le 2$.

14. (a_n) – арифметическая прогрессия

$a_1 = 30$; $d = 4$; $a_n = a_1+d(n-1)$; $a_n = 30+4(n-1)$; $a_n = 26+4n$.

Ответ: Б.

15. а) $y=\frac{2}{x}$. График – гипербола; рис. 3.

б) $y = 2x$. График – прямая, проходящая через (0; 0); (рис. 1).

в) $y = 2-x^2$. График – парабола, ветви вниз; рис. 4.

г) $y = 2x+2$. График – прямая $b = 2$, пересекает OY в точке (0; 2). рис. 2.

Ответ: а) $\to$ 3); б) $\to$ 1; в) $\to$ 4; г) $\to$ 2.

16. А. Неверно, т.к. $f(-1) = 0$; $f(3) = 2$;

Б. Функция убывает на $[1; \infty)$ верно, т.к. график на этом участке идет вниз.

В. Неверно, $f(2) > 0$. Г. Неверно, $y_{\text{наиб.}} = 3$.

Ответ: Б.

Вариант 2

1. $\frac{(-1)^3}{3}-\frac{(-1)^2}{2}+1=-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+1=-\frac{5}{6}+1=\frac{1}{6}$.

Ответ: $\frac{1}{6}$.

2. $s = s_0+vt$; $vt = s-s_0$; $t=\frac{s-s_0}{v}$. **Ответ**. Б

3. $3{,}6\cdot10^{-5} = 3{,}6\cdot0{,}00001 = 0{,}000036$.

Ответ: Б.

4. $\sqrt{64}<\sqrt{68}<\sqrt{81}$; $8<\sqrt{68}<9$; $M(\sqrt{68})$.

Ответ: А.

5. 5 млн. р. – первоначальный вклад. $5\cdot0.08 = 0{,}4$ (млн. р.) составляет 8% годовых. $5+0{,}4 = 5{,}4$ (млн. р.).

Ответ: В.

6. А. $-\dfrac{m-n}{m-2n}=\dfrac{n-m}{m-2n}$; В. $\dfrac{n-m}{m-2n}=\dfrac{m-n}{2n-m}$;

Б. $\dfrac{m-n}{2n-m}=\dfrac{n-m}{m-2n}$; Г. $\dfrac{n-m}{2n-m}=\dfrac{m-n}{m-2n}$

Ответ: Г.

7. $8x+4(1-x)^2 = 8x+4(1-2x+x^2) = 8x+4-8x+4x^2 = 4x^2+4$.

Ответ: А.

8. $3\sqrt{2}\cdot 4\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}=12\sqrt{100}=120$. **Ответ**: В

9. $5x^2 = 25x$; $5x^2-25x = 0$; $x^2-5x = 0$; $x(x-5) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 5$.

Ответ: $x_1 = 0$; $x_2 = 5$.

10. Решение системы – координаты точек пересечения прямых $x + y = 4$ и $7x - 5y = -8$. Это точка (1; 3).

Ответ: (1; 3).

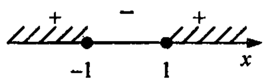
11. x девочек принесли $2x$ ведер воды. y мальчиков принесли $5y$ ведер воды. Всего принесено $2x + 5y$ ведер воды; $2x + 5y = 57$ Всего учащихся 18: $x + y = 18$. **Ответ**: А.

12. А. $x-3>y-3$; $x>y$ В. $x+3>y+3$; $x>y$

Б. $-x<-y$; $x>y$ Г. $\dfrac{x}{3}<\dfrac{y}{3}$; $x<y$ (по условию $x>y$)

Ответ: Г.

13. $x^2\geq 1$ $x^2-1\geq 0$; $x\leq -1$; $x\geq 1$.



Ответ: $x\leq -1$; $x\geq 1$.

14. (a_n) – арифметическая прогрессия

1) $a_1 = 200$ руб; $d = 10$ руб
2) $a_n = a_1+d(n-1)$
3) $a_n = 200+10(n-1)$
4) $a_n = 190+10n$

Ответ: А.

15. а) $y=-\dfrac{1}{x}$. График – гипербола; рис. 3.

б) $y = x^2-1$. График – парабола, ветви вверх; рис. 4.
в) $y=-x$. График – прямая, проходящая через начало координат (рис. 1).
г) $y = 1-x$. График – прямая $b = 1$; $k = -1$, рис. 2.

Ответ: а) → 3) б) → 4) в) → 1) г) → 2).

16. А. Неверно, т.к. $f(-1) = 3$; $f(2) = -1$;

Б. Функция убывает на $(-\infty; 1]$. Верно; график на этом промежутке идет вниз.

В. Неверно, $f(0) = -1$.
Г. Неверно. Наименьшее значение функция принимает при $x = 1$.
Ответ: Б.

Работа № 5

Вариант 1

1. Сравнить дроби $\frac{2}{7}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, \frac{11}{20}$. Приведем дроби к одному числителю. $\frac{2}{7} = \frac{44}{154}$; $\frac{4}{5} = \frac{44}{55}$; $\frac{1}{2} = \frac{44}{88}$; $\frac{11}{20} = \frac{44}{80}$. Наибольшее число $\frac{4}{5}$.
Ответ: Б.

2. x (р) – цена телевизора до уценки. $0{,}8x$ (р) – новая цена телевизора. 0,8 составляет 80%, т.к. $0{,}8 \cdot 100\% = 80\%$.
Ответ: Г.

3. $2(-\frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4} + 3 = 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 3 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 3 = -\frac{1}{8} + 3 = 2\frac{7}{8}$.

Ответ: $2\frac{7}{8}$.

4. $v_M = \frac{a}{3}$ км/ч; $v_B = \frac{a}{6}$ км/ч. $s = \frac{5a}{6}$ км. (путь велосипедиста за 5 ч.)
Ответ: А.

5. a – четное число; b – нечетное число.
А. ab– четное число; Б. $2(a+b)$– четное число;
В. $a+b$– нечетное число; Г. $a+b+1$– четное число.
Ответ: В.

6. $\frac{2x-2y}{y} \cdot \frac{3y^2}{x^2-y^2} = \frac{2(x-y)\cdot 3y^2}{y(x-y)(x+y)} = \frac{6y}{x+y}$. **Ответ**: $\frac{6y}{x+y}$

7. $(1{,}2\cdot 10^{-3})\cdot(3\cdot 10^{-1}) = 3{,}6\cdot 10^{-4} = 3{,}6\cdot 0{,}0001 = 0{,}00036$.
Ответ: Б.

8. $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$; $3 = \sqrt{9}$; $\sqrt{9}; \sqrt{10}; \sqrt{12}$; $3; \sqrt{10}; 2\sqrt{3}$

Ответ: А.

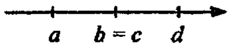
9.

1) $x^2 = x$	2) $x^2 = -x$	3) $x^2 = -1$	4) $x^2 = 1$
$x^2 - x = 0$	$x^2 + x = 0$	уравнение не	$x_1 = 1$
$x(x-1) = 0$	$x(x+1) = 0$	имеет корней	$x_2 = -1$
$x_1 = 0; x_2 = 1$	$x_1 = 0; x_2 = -1$		

1) → б) 2) → в) 4) → а)
Ответ: 1) → б) 2) → в) 4) → а).

10. x лет Борису; $1,5x$ лет Олегу; $(1,5x+4)$ лет Андрею
$x+1,5x+1,5x+4 = 36$; $4x+4 = 36$; $4x = 32$; $x = 8$.
Ответ: В.

11. Решение системы уравнений – координаты точек пересечения изображенных графиков функций. Их точки пересечения $(-2; 5)$; $(2; -3)$.
Ответ: $(-2; 5)$; $(2; -3)$.

12. 

$a<d$

Ответ: В.

13. $3x+5 \le 7x-3$; $3x-7x \le -3-5$; $-4x \le -8$; $x \ge 2$.
Ответ: А.

14. $d = 12-6 = 6$; $a_1 = 6$. $a_n = a_1+d(n-1)$; $6+6(n-1) = 63$; $6(n-1) = 57$.
$n-1 = \frac{57}{6}$; $n = \frac{57}{6}+1$; $n = \frac{19}{2}+1 = \frac{21}{2}$. $\frac{21}{2} \notin N$. **Ответ:** Б.

15. Изображен график функции $y = 2x^2 + 1$. На рисунке парабола; ее вершина $(0; 1)$. Вместо 1 по оси OY должно быть 2, тогда ответ Г.
Ответ: Г.

16. Мяч подбросили с высоты 1 м; $t = 3$ с, $s = 8 - 1 + 2 = 9$ (м).
Ответ: В.

Вариант 2

1. Сравнить дроби $\frac{4}{5}; \frac{5}{4}; \frac{67}{100}; \frac{7}{10}$. Приведем дроби к одному знаменателю: $\frac{4}{5} = \frac{80}{100}$; $\frac{7}{10} = \frac{70}{100}$; $\frac{5}{4} = \frac{125}{100}$.

Наименьшее из чисел $\frac{67}{100}; \frac{70}{100}; \frac{80}{100}$ и $\frac{125}{100}$ есть $\frac{67}{100}$.

Ответ: В.

2. x – число дорожно-транспортных происшествий зимой. $0,7x$ – число дорожно-транспортных происшествий летом. $x-0,7x = 0,3x$; 0,3 составляет 30%. **Ответ:** Б.

3. $2(-\frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4} + 1 = 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 1 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 1 = -\frac{1}{8} + 1 = \frac{7}{8}$.

Ответ: $\frac{7}{8}$.

4. $v_п = \frac{17}{a}$ км/ч; $v_в = \frac{17}{a} \cdot 3 = \frac{51}{a}$ км/ч; $s_в = \frac{51b}{a}$ км (путь велосипедиста за b ч.) **Ответ:** А.

5. a – четное число; b – нечетное число.

А. $a+b$ – нечетное число; В. $(a+1)b$ – нечетное число;

Б. $3(a+b)$ – нечетное число; Г. ab– четное число.

Ответ: Г.

6. $\frac{x^2-y^2}{2xy}\cdot\frac{2y}{3x-3y}=\frac{(x-y)(x+y)2y}{2xy\cdot 3(x-y)}=\frac{x+y}{3x}$. **Ответ**: $\frac{x+y}{3x}$.

7. $(2{,}4\cdot 10^{-3})\cdot(2\cdot 10^{-2}) = 4{,}8\cdot 10^{-5} = 4{,}8\cdot 0{,}00001 = 0{,}000048$.

Ответ: Б.

8. $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$; $4=\sqrt{16}$; $\sqrt{15};\sqrt{16};\sqrt{18}$; $\sqrt{15};4;3\sqrt{2}$.

Ответ: Г.

9.

1) $x^2-1=0$	2) $x^2+1=0$	3) $x=x^2$	4) $x^2=-x$
$x^2=1$	уравнение не	$x-x^2=0$	$x^2+x=0$
$x_1=1; x_2=-1$	имеет реше-	$x(1-x)=0$	$x(x+1)=0$
	ний	$x_1=0; x_2=1$	$x_1=0; x_2=-1$

Ответ: 1) → в) 3) → б) 4) → а)

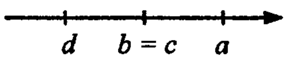
10. x лет дочери; $5x$ лет маме; $(5x+20)$ лет бабушке

$x+5x+5x+20=86$; $11x=66$; $x=6$. **Ответ**: Г.

11. Решением системы уравнений являются координаты точек пересечения изображенных графиков функций. Графики пересекаются в точках: (–2; –5); (2; 3).

Ответ: (–2; –5); (2; 3).

12.



$a>d$

Ответ: Б.

13. $x+4\geq 4x-5$; $x-4x\geq -5-4$; $-3x\geq -9$; $x\leq 3$.

Ответ: Г.

14. 4; 8; 12; 16 ... – арифметическая прогрессия.

$a_1=4$; $d=8-4=4$; $a_n=a_1+d(n-1)$; $4+4(n-1)=66$; $4(n-1)=62$

$n-1=\frac{62}{4}$; $n=\frac{31}{2}+1$; $n=\frac{33}{2}$; $16{,}5\notin N$. **Ответ**: В.

15. На рисунке график $y=2x+2$; прямая проходит через точки (0; 2) и (–1; 0).

x	0	–1
y	2	0

Ответ: Б.

16. Мяч бросали с высоты 1 м: $t=2$ с, $s=7-1+1=7$ м.

Ответ: Б.

Работа № 6

Вариант 1

1. $\sqrt{12^2+(-5)^2}=\sqrt{144+25}=\sqrt{169}=13$.

Ответ: 13.

2. $F=1{,}8C+32$; $1{,}8C=F-32$; $C=\dfrac{F-32}{1{,}8}$.

Ответ: А.

3 $a>0$, $b>0$; $a>b$; $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$.

Ответ: Б.

4. 1) Голоса распределились между кандидатами в количестве $2x$ и $7x$. 2) $2x+7x=252$; $9x=252$; $x=28$.

3) Проигравший кандидат получил 56 голосов.

Ответ: В.

5. $\dfrac{3}{4}\cdot 100\%=75\%$; $\dfrac{1}{2}\cdot 100\%=50\%$; $0{,}08\cdot 100\%=8\%$

$0{,}8\cdot 100\%=80\%$

Ответ: а)→3) б)→1) в)→4) г)→2).

6. $4x^2-6xy=-2x(-2x+3y)$

Ответ: Б.

7. $\dfrac{15a^2}{3a-2}-5a=\dfrac{15a^2-15a^2+10a}{3a-2}=\dfrac{10a}{3a-2}$

Ответ: $\dfrac{10a}{3a-2}$.

8. $\left(a^{-6}\right)^{-2}\cdot a^{-14}=a^{+12}\cdot a^{-14}=a^{-2}$

Ответ: a^{-2}.

9. $\dfrac{x+9}{3}-\dfrac{x-1}{5}=2$; $5x+45-3x+3=30$; $2x+48=30$; $2x=-18$; $x=-9$.

Ответ: Г.

10. $\begin{cases} y=2x^2-5 \\ y=4x-5 \end{cases}$ 1) $2x^2-5=4x-5$; $2x^2=4x$; $x^2-2x=0$; $x(x-2)=0$;

$x_1=0$; $x_2=2$. (0; –5); (2; 3) – координаты точек пересечения параболы и прямой.

Ответ: Г.

11. 1-й принтер за 10 мин печатает $10x$ страниц; 2-й принтер за 15 мин печатает $15(x - 4)$ стр. Вместе они напечатали $10x + 15(x-4) = 340$ стр.

Ответ: В.

12. $3(3x-1)>10x-14$; $9x-3>10x-14$; $9x-10x>-14+3$; $-x>-11$; $x<11$.

Ответ: А.

13. Решением этого неравенства будут значения x, при которых $y \le 0$. $y < 0$ при $-2 \le x \le 0$.

Ответ: $-2 \le x \le 0$.

14. Дана арифметическая прогрессия. $a_1 = 1$; $d = 2$; $a_{20} = a_1+19d$
$a_{20} = 1+38 = 39$. **Ответ:** Б.

15. График этой функции прямая, в уравнении которой $k > 0$ и $b = 4$. Функция задана аналитически: $y = 2x + 4$.

Ответ: А.

16. А. Неверно, т.к. $f(2) = -1$.
Б. Неверно, на этом промежутке функция убывает.
В. $f(x)<0$ при $-0,5<x<3$ верно. Г. Неверно, $f(-1) > 0$.

Ответ: В.

Вариант 2

1. $\sqrt{10^2-(-6)^2} = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$.

Ответ: 8.

2. $v = 20-2,5t$; $2,5t = 20-v$; $t = \dfrac{20-v}{2,5}$.

Ответ: В.

3. $a<0$; $b<0$; $a>b$. Так как $a>b$, то $-a<-b$. **Ответ:** Б.

4. 1) Голоса распределились между кандидатами: $8x$ и $3x$.
2) $8x+3x = 198$; $11x = 198$; $x = 18$.
3) Победитель получил $18 \cdot 8 = 144$ (голоса).

Ответ: Б.

5. $\dfrac{1}{4} \cdot 100\%=25\%$; $\dfrac{4}{5} \cdot 100\%=80\%$; $0,4 \cdot 100\%=40\%$; $0,04 \cdot 100\%=4\%$.

Ответ: а) → 2) б) → 3) в) → 1) г) → 4)

6. $10ab-6b^2 = -2b(-5a+3b)$

Ответ: Г.

7. $\dfrac{6c^2}{3+2c} - 3c = \dfrac{6c^2-9c-6c^2}{3+2c} = -\dfrac{9c}{3+2c}$. **Ответ:** $-\dfrac{9c}{3+2c}$.

8. $\dfrac{a^{-9}}{(a^2)^{-3}}=\dfrac{a^{-9}}{a^{-6}}=a^{-9+6}=a^{-3}$

Ответ: a^{-3}.

9. $\dfrac{x-4}{2}-\dfrac{x-2}{5}=2$; $5x-20-2x+4=20$; $3x-16=20$; $3x=36$; $x=12$.

Ответ: Г.

10. $\begin{cases} y=3x^2+2 \\ y=-6x+2 \end{cases}$

1) $3x^2+2=-6x+2$; $3x^2=-6x$; $x^2+2x=0$; $x(x+2)=0$; $x_1=0$; $x_2=-2$.

2) $\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=14 \end{cases}$. (0; 2); (–2; 14) – координаты точек пересечения параболы и прямой. **Ответ:** Б.

11. За 10 мин 1-й автомат упаковал $10x$ пачек. За 20 мин 2-й автомат упаковал $20(x-2)$ пачек; вместе $10x+20(x-2)=320$.

Ответ: А.

12. $5x+20<2(4x-5)$; $5x+20<8x-10$; $5x-8x<-10-20$; $-3x<-30$; $x>10$.

Ответ: В.

13. $y=x^2-3x$; $x^2-3x\ge 0$; $x\le 0$; $x\ge 3$. **Ответ:** $x\le 0$; $x\ge 3$.

14. Дана арифметическая прогрессия $a_1=3$; $d=2$; $a_{15}=a_1+14d$; $a_{15}=3+28=31$.

Ответ: В.

15. Так как ветви параболы направлены вниз, то $y=-x^2+4$.

Ответ: Г.

16. А. $f(-1)<f(2)$ верно: $f(-1)=0$; $f(2)>0$.

Б. Неверно, на этом промежутке функция убывает.

В. Неверно, $f(0)=2$.

Г. $y=f(x)$ принимает наибольшее значение при $x=1$. Да.

Ответ: Г и А.

Работа № 7

Вариант 1

1. I результат – 24,3; II результат – 27,3; III результат – 27,8.

Ответ: Б.

2. 48 кг составляет 100%; x кг составляет 120%; x кг – вес Сергея.

$\dfrac{48}{x}=\dfrac{100}{120}$; $\dfrac{48}{x}=\dfrac{5}{6}$ $x=\dfrac{48\cdot 6}{5}=57{,}6$. **Ответ:** Б.

3. $s = 5t^2$; $s = 80$ м; $5t^2 = 80$; $t^2 = 16$; $t_1 = -4$; $t_2 = 4$; t_1 не удовлетворяет условию задачи. **Ответ**: 4 с.

4. $2{,}8^2 = 7{,}84$; $8-7{,}84 = 0{,}16$; $2{,}7^2 = 7{,}29$; $8-7{,}29 = 0{,}71$.

Лучшим приближением числа $\sqrt{8}$ является 2,8. **Ответ**: В.

5. В область определения выражения $\sqrt{4-x}$ не входит число 8.
Ответ: Г.

6. $4c(c-2)-(c-4)^2 = 4c^2-8c-c^2+8c-16 = 3c^2-16$.
Ответ: $3c^2-16$.

7. $(1{,}6\cdot10^{-5})\cdot(4\cdot10^2) = 6{,}4\cdot10^{-3} = 6{,}4\cdot0{,}001 = 0{,}0064$. **Ответ**: В.

8. $\dfrac{x}{x^2-y^2}\left(xy-y^2\right) = \dfrac{xy}{x^2-y^2}(x-y) = \dfrac{xy(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \dfrac{xy}{x+v}$.

Ответ: $\dfrac{xy}{x+y}$.

9. $4x-4{,}5 = 5x-3(2x-1{,}5)$; $4x-4{,}5 = 5x-6x+4{,}5$; $4x+x = 9$; $5x = 9$; $x = 1{,}8$
Ответ: Г.

10. x км – расстояние от города до поселка; $t_1 = 3$ ч – время движения автомобиля от города до поселка; $t_2 = 2$ ч – время движения автомобиля с увеличенной скоростью на 25 км/ч.

$v = \dfrac{s}{t}$; $v_1 = \dfrac{x}{3}$ км/ч; $v_2 = \dfrac{x}{2}$ км/ч. $\dfrac{x}{2} - \dfrac{x}{3} = 25$

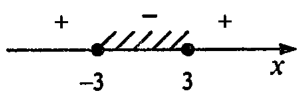
Ответ: А.

11. $\begin{cases} x^2-3y=-9 \\ x+y=3 \end{cases}\Bigg|\,3 \quad \begin{cases} x^2-3y=-9 & (1) \\ 3x+3y=9 & (2) \end{cases}$. Сложим почленно (1) и (2)

1) $x^2+3x = 0$; $x(x+3) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = -3$. 2) $\begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases}$; $\begin{cases} x=-3 \\ y=6 \end{cases}$

3) Решения системы: (0; 3); (–3; 6).
Ответ: В.

12. $x^2-9\le0$; $(x-3)(x+3)\le0$



$-3\le x\le3$
Ответ: А.

13. (b_n) – геометрическая прогрессия. $b_1 = 3$; $b_{n+1} = b_n\cdot2$; $q = 2$; $b_n = b_1\cdot q^{n-1}$; $b_n = 3\cdot2^{n-1}$.
Ответ: В.

14. $f(-1{,}5)>0$; $f(1{,}5)<0$.
Ответ: Б.

15.

А. $y = 2x+3$; $k = 2$

x	0	–1,5
y	3	0

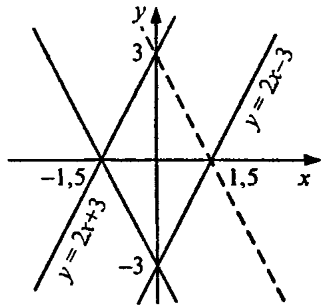
Б. $y = 2x–3$; $k_2 = 2$

В. $y = –2x+3$

x	0	1,5
y	3	0

Нет на рисунке.

Ответ: В.



16. $a = \dfrac{S}{b}$; $S = ab$; b – независимая переменная S – const.

Зависимость длины стороны прямоугольника от длины другой стороны при постоянной площади обратно пропорциональная; графиком этой зависимости является гипербола.

Ответ: В.

Вариант 2

1. Худший результат – 90,30 с. (максимальное время).

Ответ: Г.

2. 36 кг составляют 100%; x кг составляют 110%;
36:100·110 = 39,6 (кг) (вес Маши). **Ответ**: Б.

3. $s = 5t^2$; $s = 45$ м; $5t^2 = 45$; $t^2 = 9$; $t_1 = 3$; $t_2 = –3$; t_2 не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 3 с.

4. $3{,}4^2 = 11{,}56$; $12–11{,}56 = 0{,}44$; $3{,}6^2 = 12{,}96$; $12{,}96–12 = 0{,}96$.

Лучшим приближением числа $\sqrt{12}$ является 3, 4.

Ответ: Б.

5. Число –4 обращает подкоренное выражение в отрицательное.

Ответ: В.

6. $3a(a+2)–(a+3)^2 = 3a^2+6a–a^2–6a–9 = 2a^2–9$. **Ответ**: $2a^2–9$.

7. $(6·10^3)·(1{,}4·10^{-6}) = 8{,}4·10^{-3} = 8{,}4·0{,}001 = 0{,}0084$.

Ответ: В.

8. $\dfrac{x^2-y^2}{y}:\left(xy-y^2\right) = \dfrac{x^2-y^2}{y}:y(x-y) = \dfrac{x^2-y^2}{y^2(x-y)} = \dfrac{x+y}{y^2}$.

Ответ: $\dfrac{x+y}{y^2}$.

9. $3(2+1,5x) = 0,5x+24$; $6+4,5x = 0,5x+24$; $4,5x-0,5x = 24-6$; $4x = 18$; $x = 4,5$.

Ответ: Г.

10. x км – расстояние от дома до школы

$v = 10$ км/ч, $v_2 = 12$ км/ч; $t_1 = \dfrac{x}{10}$ ч; $t_2 = \dfrac{x}{12}$ ч; $\dfrac{x}{10} - \dfrac{x}{12} = \dfrac{1}{4}$.

Ответ: А.

11. $\begin{cases} x^2 - 3y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases} \Bigg| -3 \quad \begin{cases} x^2 - 3y = 9 & (1) \\ -3x + 3y = -9 & (2) \end{cases}$

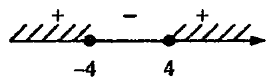
Сложим почленно равенства (1) и (2)

1) $x^2-3x = 0$; $x(x-3) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = 3$

$\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$. (0; –3); (3; 0) – решения данного неравенства.

Ответ: В.

12. $x^2 - 16 \ge 0$; $x-4)(x+4) \ge 0$.



$x \le -4$; $x \ge 4$

Ответ: Г.

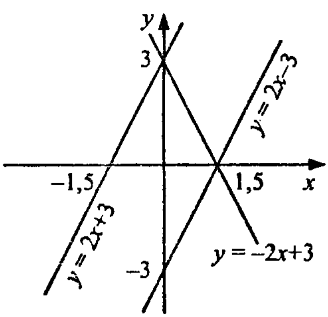
13. (b_n) – геометрическая прогрессия. $b_1 = 2$; $b_{n+1} = b_n \cdot \dfrac{1}{3}$; $q = \dfrac{1}{3}$

$b_n = b_1 q^{n-1}$; $b_n = 2 \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$; $b_n = 2 \cdot \dfrac{1}{3^{n-1}} = \dfrac{2}{3^{n-1}}$.

Ответ: В.

14. $f(-1)<0$; $f(1,5)>0$.

Ответ: А.



15.

А. $y = 2x+3$; $k = 2$; $b = 3$

x	0	–1,5
y	3	0

Б. $y = 2x-3$; $k = 2$; $b = -3$

В. $y = -2x+3$

x	0	1,5
y	3	0

Г. $y = -2x-3$. Нет на рисунке.

Ответ: Г.

16. $y = v \cdot x$; y – расстояние, x – независимая переменная (время), v – *const.* (скорость). Зависимость между временем движения и пройденным расстоянием при постоянной скорости – прямая пропорциональная.

Ответ: А.

Работа № 8

Вариант 1

1. $\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$; $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$; $2 < \sqrt{8} < 3$; $3 < \sqrt{10} < 4$.

$2 \quad \sqrt{8} \quad 3 \quad \sqrt{10} \quad 4$

Ответ: Б.

2. 60 р. – первоначальная цена товара. 10% от 60 р. составляют 6 р. Через 1 неделю товар стал стоить 54 р. На 12-й день товар стоил 54 р (12 дней меньше двух недель).

Ответ: Г.

3. $2m \quad m \quad m^2 \qquad m<0$

На этом рисунке точки с координатами m, $2m$, m^2 расположены на координатной прямой в правильном порядке.

Ответ: А.

4. $s = \dfrac{40v + v^2}{200} = \dfrac{v(40+v)}{200}$; $v_1 = 100$ км/ч; $v_2 = 80$ км/ч

$s_1 = \dfrac{100 \cdot 140}{200} = 70$ (м); $s_2 = \dfrac{80 \cdot 120}{200} = 48$ (м); $s_1 – s_2 = 70–48 = 22$ (м).

Ответ: Б.

5. при $x = 0$ выражения $\dfrac{x-5}{x}$ и $\dfrac{x - \frac{1}{x}}{5}$ не имеют смысла, так как содержат x в зименателе дробей.

Ответ: В.

6. $\dfrac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot \dfrac{a}{ab + b^2} = \dfrac{a(a-b)(a+b)}{a^2 b(a+b)} = \dfrac{a-b}{ab}$

Ответ: $\dfrac{a-b}{ab}$.

7. $\dfrac{a^{-9}}{a^{-2}a^{\,5}} = \dfrac{a^{-9}}{a^{-7}} = a^{-9+7} = a^{-2}$; $(\dfrac{1}{2})^{-2} = 2^2 = 4$

Ответ: Г.

8. $\sqrt{15\cdot32\cdot30}=\sqrt{15\cdot32\cdot2\cdot15}=8\cdot15=120$. **Ответ**: 120.

9. $2x^2-8=0$; $x^2-4=0$; $x^2=4$; $x_1=-2$; $x_2=2$. **Ответ**: $x_1=-2$; $x_2=2$.

10. $\begin{cases} y=2x-2 \\ y=2x+4 \end{cases}$.

Графики этих функций – параллельные прямые. Они образуют с положительным направлением оси Ox острый угол ($k=2$).

Ответ: А.

11. Стороны прямоугольника: $a=4+2x$ (м); $b=5+2x$ (м).
$S=ab$; $S=(4+2x)(5+2x)$ (м^2); $(4+2x)(5+2x)=56$.

Ответ: Г.

12. $6-3x<19-(x-7)$; $6-3x<19-x+7$; $-2x<20$; $x>-10$. **Ответ**: А.

13. $x>0$, $y<0$; А. $xy<0$; Б. $(x-y)x>0$; В. $(x-y)y<0$; Г. $(y-x)x<0$.

Ответ: Б.

14. $c_n=n^2-1$; $c_1=0$; $c_2=3$; $c_3=8$. **Ответ**: В.

15. График функции – парабола. Ветви параболы направлены вниз, а вершина находится в т. (0; 4), следовательно, коэффициент при x^2 отрицателен, а свободный член положителен и равен 4.

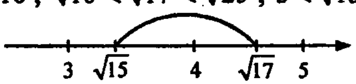
Ответ: Г.

16. 1 мин. 40 с. = 100 с. За 100 с пловец проплыл $2\cdot50+30=130$ м.

Ответ: В.

Вариант 2

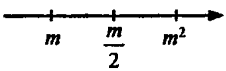
1. $\sqrt{9}<\sqrt{15}<\sqrt{16}$; $\sqrt{16}<\sqrt{17}<\sqrt{25}$; $3<\sqrt{15}<4$; $4<\sqrt{17}<5$.



Ответ: Б.

2. 800 р. – начальная цена; 10% составляют 80 р. Через месяц товар стал стоить $800-80=720$ р. На 50-й день товар будет стоить 720 р.

Ответ: А.

3. 

$m<0$, $m<\frac{m}{2}<m^2$

Ответ: Б.

4. $s=\frac{40v+v^2}{200}=\frac{v(40+v)}{200}$; $v_1=120$ км/ч; $v_2=100$ км/ч

$s_1=\frac{120\cdot160}{200}=6\cdot16=96$ (м); $s_2=\frac{100\cdot140}{200}=70$ (м); $s_1-s_2=26$ (м).

Ответ: В.

5. При $x = 1$ имеем $x - 1 = 0$ и, следовательно, не имеют смысла выражения 1) и 3), т.к. они содержат ноль в знаменателе.

Ответ: Б.

6. $\dfrac{x^2-y^2}{2x}\cdot\dfrac{2xy}{xy-y^2}=\dfrac{(x-y)(x+y)2xy}{2xy(x-y)}=x+y$. **Ответ**: $x+y$

7. $\dfrac{a^{-4}a^{-3}}{a^{-5}}=\dfrac{a^{-7}}{a^{-5}}=a^{-7+5}=a^{-2}$; $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}=3^2=9$

Ответ: Г.

8. $\sqrt{27\cdot6\cdot50}=\sqrt{3\cdot9\cdot3\cdot2\cdot25\cdot2}=9\cdot2\cdot5=90$

Ответ: 90.

9. $3x^2-27=0$; $x^2-9=0$; $x^2=9$; $x_1=-3$; $x_2=3$. **Ответ**: –3; 3.

10. $\begin{cases} y=-2x+4 \\ y=2x+4 \end{cases}$. График каждой из функций проходит через точку (0; 4). **Ответ**: Б.

11. Стороны песочницы, соответственно равны $(12-2x)$ м и $(13-2x)$ м. Площадь песочницы равна $(12-2x)(13-2x)$ м^2.

$S = 12\cdot13 = 156$ (м^2) площадь всей детской площадки. Получаем уравнение $156-(12-2x)(13-2x)=130$. **Ответ**: В

12. $3(1-x)-(2-x)<5$; $3-3x-2+x-5<0$; $-2x<4$; $x>-2$. **Ответ**: А.

13. $x<0$, $y>0$. А. $(x-y)x>0$; Б. $xy<0$; В. $(x-y)y<0$; Г. $(y-x)x<0$

Ответ: А.

14. $c_n=n^2+1$; $c_1=2$; $c_2=5$; $c_3=10$. **Ответ**: В.

15. График функции – парабола, проходящая через точку (0; –4).

Ответ: В.

16. 2 мин. 20 с. = 140 с. $s = 3\cdot50+25 = 175$ м. **Ответ**: Г.

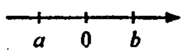
Работа № 9

Вариант 1

1. $1{,}49\cdot10^8$ км $= 1{,}49\cdot10^8:10^6$ млн. км $= 1{,}49\cdot10^2$ млн. км $=$ $= 149$ млн. км.

Ответ: В.

2. $123\cdot70$ делится на 6. т.к. $123:3$; $70:2$. **Ответ**: Б.

3. 

А. $a+b>b$ неверно

Б. $a+b>a$ верно

В. $ab>b$ неверно

Г. $a-b>b$ неверно

Ответ: Б.

4. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$; $a=-\sqrt{2}$. $\frac{(-\sqrt{2})^3\sqrt{2}}{4}=-\frac{(\sqrt{2})^3\sqrt{2}}{4}=-\frac{(\sqrt{2})^4}{4}-1$.

5. x р. – цена товара до уценки.

$\frac{x}{4}$ р. составляет 25% от x р. $(x-\frac{x}{4})$ р. – новая цена.

Ответ: В.

6. $\frac{1}{x^{-1}}\cdot\frac{1}{x^{-4}}=\frac{1}{x^{-5}}=x^5$; $(-2)^5=-32$. **Ответ**: А.

7. Найдем корни квадратного трехчлена $2x^2+5x-3$:

$x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{4}=\frac{-5\pm 7}{4}$. $x_1=-3$; $x_2=\frac{1}{2}$. Следовательно,

$2x^2+5x-3=2(x+3)(x-\frac{1}{2})$. **Ответ**: $x-\frac{1}{2}$.

8. $(\frac{1}{2a}+\frac{1}{6a})\cdot\frac{a^2}{4}=\frac{4a^2}{6a\cdot 4}=\frac{a}{6}$. **Ответ**: $\frac{a}{6}$.

9. $\frac{5}{1-x}=\frac{4}{3-x}$ 1) $x\neq 1; 3$

2) $5(3-x)=4(1-x)$; $15-5x=4-4x$; $-5x+4x=4-15$; $-x=-11$; $x=11$.

Ответ: 11.

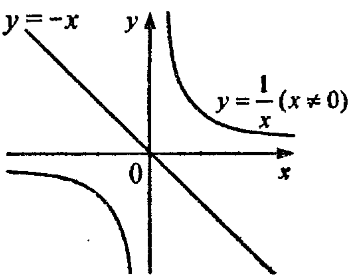
10. Пусть $a=x$ (м) – ширина участка; $b=(x+4)$ (м) – длина участка. $x(x+4)=165$; $x^2+4x-165=0$. $\begin{cases}x_1x_2=-165\\x_1+x_2=-4\end{cases}$ $x_1=-15$; $x_2=11$

11 м – ширина участка, 15 м – длина участка.

Ответ: 15 м.

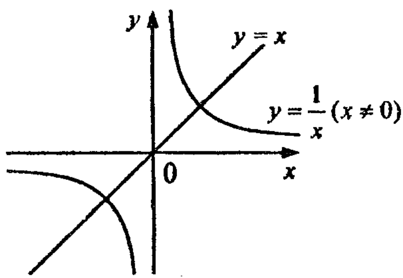
11.

а)



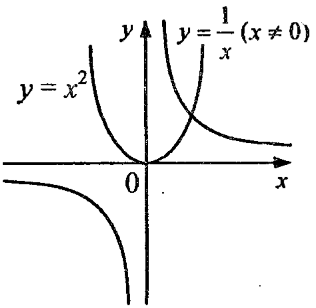
Решений нет.

б)



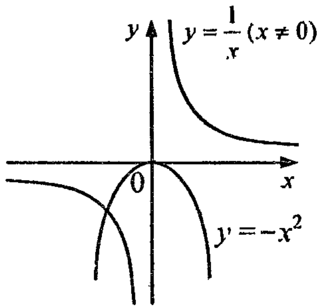
Два решения.

в)



Одно решение.

г)



Одно решение.

Ответ: Б.

12. $\begin{cases}2x+6>0\\3-x>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-3\\x<2\end{cases}\Leftrightarrow -3<x<2\,;\ -2\in(-3;2)$.

Ответ: Б.

13. Известно, что $x>y-z$

А. $x-y>z$; $x>y+z$

Б. $y>x+z$; $x<-z+y$

В. $z-x>y$; $-x>y-z$; $x<z-y$

Г. $z>y-x$; $x>y-z$

Ответ: Г.

14. (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_n=-10$

А. $2n+10=-10$; $2n=-20$; $n=-10$; $-10\notin N$

Б. $-3n=-10$; $n=\frac{10}{3}$; $\frac{10}{3}\notin N$

В. $2-3n=-10$; $n=4$; $4\in N$

Г. $-4n-8=-10$; $n=\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}\notin N$

Ответ: В.

15. а) $y=x$. График – прямая, проходящая через (0; 0). Рис. 3.

б) $x=2$. Графиком уравнения является прямая, параллельная прямой OY и проходящая через точку (2; 0). Рис. 4.

в) $y=2$. Графиком функции является прямая, параллельная прямой OX и проходящая через точку (0; 2). Рис. 2.

г) $y=-2$. Графиком функции является прямая, параллельная прямой OX и проходящая через точку (0; –2). Рис. 1.

Ответ: а) → 3) б) → 4) в) → 2) г) → 1).

16. А и Б не могут быть ответом (0 кг не стоят 20 р.). Г не может быть ответом; по условию сахар продавали по разным ценам. График В, т.к.: за 30 кг получили 600 р. и дальше за 40 кг – 400 р. (по стоимости 10р/кг). **Ответ**: В.

Вариант 2

1. $2{,}27\cdot 10^8$ км $= 2{,}27\cdot 10^8 : 10^6$ млн. км $= 2{,}27\cdot 10^2$ млн. км $=$ $= 227$ млн. км.

Ответ: В.

2. А. $122\cdot 85$ не делится на 4, т.к. 122 не делится на 4 и 85 нечетное число.

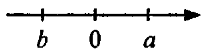
Б. $122\cdot 85$ не делится на 25, т.к. 85 не делится на 25, а 122 не делится на 5.

В. $122\cdot 85$ не делится на 9, т.к. по признаку делимости на 3 ни один из сомножителей не делится на 3, а $9 = 3\cdot 3$.

Г. $122\cdot 85$ делится на 10, т.к. $122 = 61\cdot 2$, а $85 = 17\cdot 5$.

Ответ: Г.

3.



А. $a+b<b$ неверно

Б. $a+b>a$ неверно

В. $ab>a$ неверно

Г. $a-b>b$ верно

Ответ: Г.

4. $-\dfrac{4\sqrt{2}}{(-\sqrt{2})^3} = -\dfrac{4\sqrt{2}}{(-1)^3(\sqrt{2})^3} = \dfrac{4}{(\sqrt{2})^2} = 2$

Ответ: 2.

5. x (р.) – цена бензина в начале года

20% от x р. – $\dfrac{x}{5}$ р. $(x+\dfrac{x}{5})$ р. – новая цена бензина.

Ответ: Б.

6. $\dfrac{1}{x^{-1}} : \dfrac{1}{x^{-4}} = \dfrac{x^{-4}}{x^{-1}} = x^{-4+1} = x^{-3}$; $2^{-3} = \dfrac{1}{8}$

Ответ: В.

7. Разложим на множители $3x^2+5x-2$. Найдем корни этого квадратного трехчлена: $x_{1,2} = \dfrac{-5\pm\sqrt{25+24}}{6} = \dfrac{-5\pm 7}{6}$. $x_1 = -2$; $x_2 = \dfrac{1}{3}$. Тогда $3x^2+5x-2 = 3(x+2)(x-\dfrac{1}{3})$.

Ответ: $x-\dfrac{1}{3}$.

8. $(\dfrac{1}{5c} - \dfrac{1}{10c})\cdot\dfrac{2c^2}{3} = \dfrac{1}{10c}\cdot\dfrac{2c^2}{3} = \dfrac{c}{15}$. **Ответ:** $\dfrac{c}{15}$.

9. $\dfrac{5}{x+2}=\dfrac{3}{x-4}$ 1) $x \neq -2; 4$

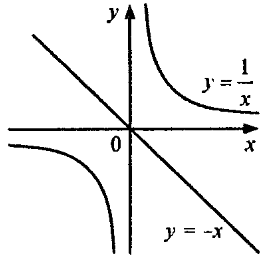
2) $5(x-4) = 3(x+2)$; $5x-20 = 3x+6$; $2x = 26$; $x = 13$.

Ответ: 13.

10. x м – длина участка; $(x-10)$ м – ширина участка; $S = x(x-10)$ м^2; $x(x-10) = 875$; $x^2-10x-875 = 0$;
$x = 5\pm\sqrt{25+875} = 5\pm 30$; $x_1 = 35$; $x_2 = -25$; 35 м – длина участка.

Ответ: 35 м.

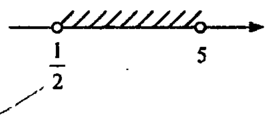
11.



$\begin{cases} y=\dfrac{1}{x} \\ y=-x \end{cases}$ система не имеет решений.

Ответ: А.

12. $\begin{cases} 2x-1>0 \\ 15-3x>0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x>1 \\ -3x>-15 \end{cases}$ $\begin{cases} x>\dfrac{1}{2} \\ x<5 \end{cases}$



4 – наибольшее целое решение системы неравенств.

Ответ: В.

13. $x-y>z$. А. $z-x+y<0$; $z<x-y$; верно Б. $y>x-z$; $z>x-y$; неверно
В. $z+y>x$; $z>x-y$; неверно Г. $x-y-z<0$; $-z<-x+y$; $z>x-y$; неверно

Ответ: А.

14. (a_n) – геометрическая прогрессия; $a_n = 9$

А. $a_n = -3^n$; все члены этой прогрессии отрицательные числа.

Б. $a_n = 3^n$; $a_1 = 3$; $q = 3$ имеем; $a_2 = 9$, $n = 2$.

В. Пусть $3\cdot 2^{n-1} = 9$, тогда $3\cdot 2^n = 18$, $2^n = 6$, $n \notin N$.

Г. Пусть $2\cdot 3^{n-1} = 9n$, все члены прогрессии – четные числа.

Ответ: Б.

15. а) $y = -x$. График функции прямая, является биссектрисой 2-й и 4-й координатных четвертей. Ответ: Рис. 2.

б) $x = -2$. График уравнения прямая, параллельная OY и проходящая через точку $(-2; 0)$. Рис. 4.

в) $y = x$. График функции – прямая, являющаяся биссектрисой 1-й и 3-й координатных четвертей. Рис. 3.

г) $y = -2$. Графиком функции является прямая, параллельная OX и проходящая через точку $(0; -2)$. Рис. 1

Ответ: а) $\to$ 2) б) $\to$ 4) в) $\to$ 3) г) $\to$ 1).

16. Решением не могут быть А и Б (т.к. наполнялся пустой бассейн). Решением не может быть Г (при 2-х открытых кранах (по истечении восьми минут), количество поступающей в бассейн воды в 1 мин уменьшилось по сравнению с первыми 8 минутами при открытом 1-м кране).

Ответ: В.

Работа № 10

Вариант 1

1. А. $5{,}6\cdot10^{-3} = 5{,}6\cdot0{,}001 = 0{,}0056$; Б. $5{,}6\cdot10^{-4} = 5{,}6\cdot0{,}0001 = 0{,}00056$

Ответ: Б.

2. $6x$ – количество девочек; $5x$ – число мальчиков. $6x+5x = 66$; $11x = 66$; $x = 6$. Было 36 девочек и 30 мальчиков. Из этого количества детей можно составить 30 пар.

Ответ: В.

3. $\sqrt{30}$; $\sqrt{27}$; $\sqrt{30{,}25}$ – данные числа; $\sqrt{27} < \sqrt{30} < \sqrt{30{,}25}$; $3\sqrt{3} < \sqrt{30} < 5{,}5$.

Ответ: Г.

4. $1-7(-0{,}1)+30(-1)^2 = 1+0{,}7+30\cdot0{,}01 = 1{,}7+0{,}3 = 2$. **Ответ**: 2.

5. a (р) – первоначальный счет в банке; 20% от a (р) составляет $0{,}2a$ (р); $(a+0{,}2a)$ р – сумма на счету через 1 год. **Ответ**: А.

6. $2x^2+4x-6 = 2(x^2+2x-3)$. 1) разложим на множители; x^2+2x-3.

2) $\begin{cases} x_1x_2 = -3 \\ x_1 + x_2 = -2 \end{cases}$ $x_1 = -3$; $x_2 = 1$.

Ответ: Б.

7. $\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{x-y}{x+y}=\dfrac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}=$

$=\dfrac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{x^2-y^2}=\dfrac{4xy}{x^2-y^2}$. **Ответ**: $\dfrac{4xy}{x^2-y^2}$.

8. $4\cdot2^n = 2^2\cdot2^n = 2^{2+n}$

Ответ: Г.

9. $\dfrac{(x-2)(x+3)}{x-3}=0$ $\begin{cases} (x-2)(x+3)=0 \\ x-3\neq0 \end{cases}$ $x_1 = 2$; $x_2 = -3$. **Ответ**: В.

10. x – количество марок на спортивную тему. $x-20$ – количество марок на тему «Фауна». $3x$ – количество марок на тему «Автомобили»; $x+(x-20)+3x = 85$. **Ответ**: Г.

11. $\begin{cases}2x+y=1\\5x+2y=0\end{cases}\Bigg|(-2)\quad \begin{cases}-4x-2y=-2\\5x+2y=0\end{cases}\quad \begin{cases}x=-2\\y=5\end{cases}$

Ответ: (–2; 5).

12. При любом значении x верно неравенство $x^2+1>0$.
Ответ: Б.

13. $a>0$; $b>0$; $a>b$. А. $-a<-b$; верно   В. $a^2>b^2$; верно

Б. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$; неверно   Г. $\sqrt{a}>\sqrt{b}$; верно

Ответ: Б.

14. Дана арифметическая прогрессия; $a_1=4$; $d=2$; $a_n=a_1+d(n-1)$; $a_{100}=a_1+99d$; $a_{100}=4+2\cdot 99=202$.

Ответ: В.

15. $y=ax^2+c$; при $x=0$, $y=c$; при $a>0$ ветви параболы направлены вверх, при $a<0$ ветви параболы направлены вниз.

Рис. 1. $a<0$; $c<0$; соответств. в);
Рис. 2. $a>0$; $c<0$; соответств. б);
Рис. 3. $a<0$; $c>0$; соответств. а).

Ответ: а) → 3)   б) → 2)   в) → 1.

16. 5 л. воды вытекло в 1 мин; $5x$ л. воды вытекло за x мин. Остаток $y=100-5x$; y – количество воды, остающейся в баке.

Ответ: А.

Вариант 2

1. В. $1{,}9\cdot 10^{-5}=1{,}9\cdot 0{,}00001=0{,}000019$.   **Ответ**: В.

2. $2x$ – число девочек; $5x$ – число мальчиков; $2x+5x=28$; $7x=28$; $x=4$. Было 8 девочек и 20 мальчиков. Могут одновременно выступать 8 девочек и 16 мальчиков, т.е. 8 троек.

Ответ: Б.

3. $\sqrt{49}$; $\sqrt{50}$; $\sqrt{48}$; $\sqrt{48}<\sqrt{49}<\sqrt{50}$; $4\sqrt{3}<\sqrt{49}<5\sqrt{2}$.

Ответ: Г.

4. $1-10(-0{,}2)+5(-0{,}2)^2=1+2+5\cdot 0{,}04=3+0{,}2=3{,}2$.   **Ответ**: 3,2.

5. a р – получает клиент через банкомат; 3% от a р составляет $0{,}03a$ (р); $(a+0{,}03a)$ р будет снято со счета клиента.

Ответ: Б.

6. $3x^2+9x-30=3(x^2+3x-10)$; разложим на множители $x^2+3x-10$.

$\begin{cases}x_1x_2=-10\\x_1+x_2=-3\end{cases}$ $x_1=-5$; $x_2=2$.   **Ответ**: В.

7. $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}-\frac{x-y}{x+y}=\frac{x^2+y^2}{(x-y)(x+y)}-\frac{x-y}{x+y}=\frac{x^2+y^2-(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}=$

$=\frac{x^2+y^2-\left(x^2-2xy+y^2\right)}{(x-y)(x+y)}=\frac{x^2+y^2-x^2+2xy-y^2}{x^2-y^2}=\frac{2xy}{x^2-y^2}$

Ответ: $\frac{2xy}{x^2-y^2}$.

8. $9\cdot 3^k=3^2\cdot 3^k=3^{2+k}$.

Ответ: А.

9. $\frac{(x-3)(x+2)}{x-2}=0$ $\begin{cases}(x-3)(x+2)=0\\x-2\neq 0\end{cases}$ $x_1=3; x_2=-2$.

Ответ: В.

10. x – количество страниц, прочитанных в 1-й день; $2x$ – количество страниц, прочитанных во 2-й день; $2x-4$ – количество страниц, прочитанных в 3-й день; $x+2x+(2x-4)=84$.

Ответ: В.

11. $\begin{cases}2x+y=1\\3x+2y=0\end{cases}\Bigg|-2$ $\begin{cases}-4x-2y=-2\\3x+2y=0\end{cases}$ $\begin{cases}x=2\\y=-3\end{cases}$

Ответ: (2; –3).

12. $x^2+1<0$. Это неравенство не имеет решений

Ответ: Г.

13. $x>0$; $y>0$; $x<y$ А. $-x>-y$; верно В. $x^2<y^2$; верно

Б. $\frac{1}{x}>\frac{1}{y}$; верно Г. $\sqrt{x}>\sqrt{y}$; неверно

Ответ: Г.

14. Дана арифметическая прогрессия; $a_1=5$; $d=2$; $a_{100}=a_1+99d$; $a_{100}=5+2\cdot 99=203$.

Ответ: Г.

15. Рис. 1. $a>0$; $c<0$; соответств. в); Рис. 2. $a>0$; $c>0$; соответств. а); Рис. 3. $a<0$; $c>0$; соответств. б)

Ответ: а) → 2) б) → 3) в) → 1).

16. 40 л. бензина было в баке. На 10 км. пути расход 1 л. бензина: $\frac{x}{10}$ – расход бензина за x км; остаток $40-\frac{x}{10}$ л.

Ответ: А.

Работа № 11

Вариант 1

1. Найдем наименьшее из чисел $\frac{7}{10}; \frac{7}{9}; \frac{4}{5}$. Приведем дроби к одному числителю.

$\frac{7}{10} = \frac{28}{40}$; $\frac{7}{9} = \frac{28}{36}$; $\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$. Наименьшее число $\frac{28}{40} = \frac{7}{10}$.

Ответ: А.

2. 80% составляет 680 р. 680:80·100 = 850 (р.); 850 р. – цена товара до распродажи.

Ответ: Г.

3. $\frac{-0{,}7-0{,}3}{-0{,}7+0{,}3} = \frac{-1}{-0{,}4} = \frac{10}{4} = 2{,}5$

Ответ: 2,5.

4. $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$; $\frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{a}$; $\frac{1}{b} = \frac{a-c}{ac}$; $b = \frac{ac}{a-c}$

Ответ: Г.

5. Выражение $\sqrt{-2x}$ имеет смысл, если $-2x \geq 0$ $x \leq 0$.

Ответ: Б.

6. $(c+2)(c-3)-(c-1)^2 = c^2+2c-3c-6-c^2+2c-1 = c-7$

Ответ: А.

7. $2^{k-3} = \frac{2^k}{2^3}$

Ответ: Б.

8. $\frac{1}{3}x^2 - 12 = 0$; $x^2-36 = 0$; $(x-6)(x+6) = 0$; $x_1 = 6$; $x_2 = -6$.

Ответ: В.

9. x карандашей в маленькой коробке; y карандашей в большой коробке. $\begin{cases} 2y+3x=38 & (1) \\ 3y+2x=42 & (2) \end{cases}$. Сложим почленно (1) и (2); $5y+5x = 80$; $x+y = 16$.

Ответ: 16.

10. Графики функций $y = x^3$ и $y = 2x+4$ пересекаются в точке (2; 8). Решением уравнения $x^3-2x-4 = 0$ является абсцисса точки пересечения. 2 – решение этого уравнения

Ответ: $x = 2$.

11. $10x+1>8x-2$; $10x-8x>-2-1$; $2x>-3$; $x>-1{,}5$ (1).
Решением неравенства (1) являются числа –1; 0; 1; 2; 3.
Ответ: Г.

12. $a>b$. Сравнить $a-b$ и $b-a$.

А. $a-b>b-a$; $2a>2b$; $a>b$	верно	
Б. $a-b<b-a$; $2a<2b$; $a<b$	неверно	
В. $a-b=b-a$	неверно	**Ответ**: А.

13. $c_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$; $\dfrac{(-1)^5}{5}=-\dfrac{1}{5}\neq\dfrac{1}{5}$. **Ответ**: В.

14. $\begin{cases} y=-2x^2+4x+6 \\ y=0 \end{cases}$

1) $-2x^2+4x+6=0$; $x^2-2x-3=0$; $\begin{cases} x_1x_2=-3 \\ x_1+x_2=2 \end{cases}$; $x_1=3$; $x_2=-1$.

Ответ: (3; 0).

15. а) $y=2x$. График функции – прямая, проходящая через точки (0; 0) и (1; 2). Рис. 3.

б) $y=-2x-3$. График функции – прямая, проходящая через точки (0; –3) и (–1,5; 0). Рис. 4.

x	0	–1,5
y	–3	0

в) $y=-2x$. График функции – прямая, проходящая через точки (0; 0) и (–1; 2). Рис. 2.

г) $y=2x-3$. График функции – прямая, проходящая через точки (0; –3) и (1,5; 0). Рис. 1.

x	0	1,5
y	–3	0

Ответ: а) $\to$ 3), б) $\to$ 4), в) $\to$ 2), г) $\to$ 1).

16. 1) $t=1$ с; $h=6$ м. 2) $t=2$ с; $h=6$ м. 3) через $t=1$с и $t=2$с $h=6$ м.
Ответ: В.

Вариант 2

1. Сравните числа $\dfrac{4}{5},\dfrac{8}{9},\dfrac{9}{8},\dfrac{3}{5}$ и укажите наименьшее из них.

Приведем дроби $\dfrac{4}{5},\dfrac{8}{9},\dfrac{3}{5}$ к одному знаменателю.

$\dfrac{36}{45};\dfrac{40}{45};\dfrac{27}{45}$. Наименьшее из них $\dfrac{27}{45}=\dfrac{3}{5}$. **Ответ**: Г

2. 780 р. составляет 130%; $780:130\cdot 100 = 600$ (р).
Ответ: Г.

3. $\frac{-0,4+0,5}{-0,4-0,5}=\frac{0,1}{-0,9}=-\frac{1}{9}$.

Ответ: $-\frac{1}{9}$.

4. $\frac{1}{c}=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$; $\frac{1}{a}=\frac{1}{c}+\frac{1}{b}$; $\frac{1}{a}=\frac{b+c}{bc}$; $a=\frac{bc}{b+c}$.
Ответ: А.

5. Выражение $\sqrt{1-x}$ имеет смысл, если $1-x\geq 0$; $x\leq 1$.
Ответ: Б.
6. $(a-1)^2-(a+1)(a-2)=a^2-2a+1-(a^2+a-2a-2)=a^2-2a+1-a^2+a+2=-a+3$
Ответ: Б.

7. $2^{5-k}=\frac{2^5}{2^k}$.
Ответ: Б.

8. $\frac{1}{4}x^2-16=0$; $x^2-64=0$; $(x-8)(x+8)=0$; $x_1=8$; $x_2=-8$.
Ответ: В.
9. x (р) – цена 1 тюльпана; y (р) – цена 1 нарцисса
$$\begin{cases}3x+2y=80 & (1)\\ 2x+3y=70 & (2)\end{cases}$$
Сложим почленно (1) и (2); $5x+5y=150$; $x+y=30$.
Ответ: 30.
10. $y=x^3$; $y=-x+2$; 1) $x^3=-x+2$; $x=1$. **Ответ**: $x=1$.
11. $3x-1<7x+1$; $3x-7x<2$; $-4x<2$; $x>-\frac{1}{2}$ (1)
Решениями неравенства (1) являются числа: 0; 1; 2; 3.
Ответ: В.
12. Сравните $a-b$ и $b-a$, если $a<b$.
А. $a-b>b-a$; $2a>2b$; $a>b$ неверно
Б. $a-b<b-a$; $2a<2b$; $a<b$ верно
Ответ: Б.
13.
$$c_n=\frac{(-1)^n}{n};\ \frac{(-1)^6}{6}=\frac{1}{6}\neq-\frac{1}{6};\ \frac{(-1)^5}{5}=-\frac{1}{5};\ \frac{(-1)}{3}=-\frac{1}{3};\ \frac{(-1)^1}{1}=-1$$
Ответ: Г.

14. $\begin{cases} y = 2x^2 \cdot 4x - 6 \\ y = 0 \end{cases}$; $2x^2–4x–6 = 0$; $x^2–2x–3 = 0$; $\begin{cases} x_1 x_2 = -3 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$

$x_1 = 3$; $x_2 = -1$; A $(-1; 0)$.

Ответ: $(-1; 0)$.

15. а) $y = 3x$. График – прямая, проходит через начало координат и точку $(1; 3)$. Рис. 3.

б) $y = -3x-2$. График функции проходит через точки $(0; -2)$ и $(-\frac{2}{3}; 0)$. Рис. 1.

x	0	$-\frac{2}{3}$
y	-2	0

в) $y = -3x$. График – прямая, проходит через начало координат и точку $(-1; 3)$. Рис. 2.

г) $y = 3x-2$. График функции проходит через точки $(0; -2)$ и $(\frac{2}{3}; 0)$. Рис. 4.

x	0	$\frac{2}{3}$
y	-2	0

Ответ: а) $\to$ 3), б) $\to$ 1), в) $\to$ 2), г) $\to$ 4).

16. 1) через 1с $h = 12$ м и через 3с $h = 12$ м.

2) $t = 1$ с и $t = 3$ с; $h = 12$ м.

Ответ: В.

Раздел II. Задания для второй части экзаменационной работы

1. Выражения и их преобразования

1.1(1) $a^3–ab–a^2b+a^2 = (a^3+a^2)–(ab+a^2b) = a^2(a+1)–ab(1+a) =$
$= (a+1)(a^2–ab) = a(a+1)(a–b)$.

Ответ: $a(a+1)(a–b)$.

1.1(2) $x^2y+x^3–x^2–xy = (x^2y+x^3)–(x^2+xy) = x^2(x+y)–x(x+y) = (x+y)(x^2–x) =$
$= x(x–1)(x+y)$.

Ответ: $x(x–1)(x+y)$.

1.2(1) $ac^4–c^4–ac^2+c^2 = c^4(a–1)–c^2(a–1) = (a–1)(c^4–c^2) =$
$= c^2(c^2–1)(a–1) = c^2(c–1)(c+1)(a–1)$.

Ответ: $c^2(c–1)(c+1)(a–1)$.

1.2(2) $x^3y-xy-x^3+x = xy(x^2-1)-x(x^2-1) = (x^2-1)(xy-x) =$
$= x(x-1)(x+1)(y-1)$.

Ответ: $x(x-1)(x+1)(y-1)$.

1.3(1) $16x^2-24xy+9y^2-4x+3y = (16x^2-24xy+9y^2)-(4x-3y) =$
$= (4x-3y)^2-(4x-3y) = (4x-3y)(4x-3y-1)$.

Ответ: $(4x-3y)(4x-3y-1)$.

1.3(2) $(4c^2-20ac+25a^2)+5a-2c = (2c-5a)^2-(2c-5a) = (2c-5a)(2c-5a-1)$

Ответ: $(2c-5a)(2c-5a-1)$.

1.4(1) $2x+y+y^2-4x^2 = (2x+y)+(y^2-4x^2) = (2x+y)+(y-2x)(y+2x) =$
$= (2x+y)(1+y-2x)$.

Ответ: $(2x+y)(1+y-2x)$.

1.4(2) $a-3b+9b^2-a^2 = (a-3b)-(a^2-9b^2) = (a-3b)-(a-3b)(a+3b) =$
$= (a-3b)(1-a-3b)$.

Ответ: $(a-3b)(1-a-3b)$.

1.5(1) $a^2-9b^2+12bc-4c^2 = a^2-(9b^2-12bc+4c^2) = a^2-(3b-2c)^2 =$
$= (a-3b+2c)(a+3b-2c)$.

Ответ: $(a-3b+2c)(a+3b-2c)$.

1.5(2) $1-4x^2-4xy-y^2 = 1-(4x^2+4xy+y^2) = 1-(2x+y)^2 = (1-2x-y)(1+2x+y)$.

Ответ: $(1-2x-y)(1+2x+y)$.

1.6(1) 1) Разложим $3x^2-7x+2$ на множители

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{6} = \frac{7 \pm 5}{6}; x_1 = 2; \ x_2 = \frac{1}{3}$$

$$3x^2-7x+2 = 3(x-2)(x-\frac{1}{3}) = (x-2)(3x-1)$$

2) $$\frac{3x^2-7x+2}{2-6x} = \frac{(x-2)(3x-1)}{2(1-3x)} = -\frac{x-2}{2} = \frac{2-x}{2}$$

Ответ: $\frac{2-x}{2}$.

1.6(2) 1) Разложим $5x^2-12x+4$ на множители

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36-20}}{5} = \frac{6 \pm 4}{5} \ \ x_1 = 2 \ \ x_2 = \frac{2}{5}$$

$$5x^2-12x+4 = 5(x-2)(x-\frac{2}{5}) = (x-2)(5x-2)$$

2) $$\frac{5x^2-12x+4}{6-15x} = \frac{(x-2)(5x-2)}{3(2-5x)} = -\frac{x-2}{3} = \frac{2-x}{3}$$

Ответ: $\frac{2-x}{3}$.

1.7(1) 1) Разложим на множители $3x^2+7x+6$

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{49+72}}{6}=\frac{-7\pm 11}{6};\ x_1=-3;\ x_2=\frac{2}{3}$$

2) $$\frac{2x-3x^2}{3x^2+7x-6}=\frac{x(2-3x)}{3(x+3)\left(x-\frac{2}{3}\right)}=\frac{x(2-3x)}{(x+3)(3x-2)}=-\frac{x}{x+3}$$

Ответ: $-\frac{x}{x+3}$.

1.7(2) 1) Разложим на множители $7x^2+13x-2$

$$x=\frac{-13\pm\sqrt{169+56}}{14}=\frac{-13\pm 15}{14};\ x_1=-2;\ x_2=\frac{1}{7}$$

2) $$\frac{x-7x^2}{7x^2+13x-2}=\frac{x(1-7x)}{7\left(x-\frac{1}{7}\right)(x+2)}=\frac{x(1-7x)}{(7x-1)(x+2)}=-\frac{x}{x+2}$$

Ответ: $-\frac{x}{x+2}$.

1.8(1) $$\frac{16a^2-8a+1}{1-4a+x-4ax}=\frac{(4a-1)^2}{(1+x)-4a(1+x)}=\frac{(4a-1)^2}{(1+x)(1-4a)}=$$

$$=\frac{(1-4a)^2}{(1+x)(1-4a)}=\frac{1-4a}{1+x}$$

Ответ: $\frac{1-4a}{1+x}$.

1.8(2) $$\frac{6c-1-y+6cy}{1-12c+36c^2}=\frac{6c(1+y)-(1+y)}{(1-6c)^2}=\frac{(1+y)(6c-1)}{(6c-1)^2}=\frac{1+y}{6c-1}.$$

Ответ: $\frac{1+y}{6c-1}$.

1.9(1) $$\frac{3x+xy^2-x^2y-3y}{y^2-x^2}=\frac{3(x-y)+xy(y-x)}{(y-x)(y+x)}=\frac{(y-x)(xy-3)}{(y-x)(y+x)}=$$

$$=\frac{xy-3}{y+x}$$

Ответ: $\frac{xy-3}{y+x}$.

1.9(2) $\dfrac{b^2-a^2}{a^2b+2b-ab^2-2a}=\dfrac{(b-a)(b+a)}{2(b-a)+ab(a-b)}=\dfrac{(b-a)(b+a)}{(b-a)(2-ab)}=$

$=\dfrac{b+a}{2-ab}$.

Ответ: $\dfrac{b+a}{2-ab}$.

1.10(1) 1) Разложим на множители $4a^2+7a-2$

$a=\dfrac{-7\pm\sqrt{49+32}}{8}=\dfrac{-7\pm 9}{8}$; $a_1=-2$; $a_2=\dfrac{1}{4}$

2) $\dfrac{4a^2+7a-2}{4ab-b-4a+1}=\dfrac{4(a+2)\left(a-\dfrac{1}{4}\right)}{4a(b-1)-(b-1)}=\dfrac{(a+2)(4a-1)}{(b-1)(4a-1)}=\dfrac{a+2}{b-1}$

Ответ: $\dfrac{a+2}{b-1}$.

1.10(2) 1) Разложим на множители $5c^2-3c-2$;

$c=\dfrac{3\pm\sqrt{9+40}}{10}=\dfrac{3\pm 7}{10}$; $c_1=1$; $c_2=-0,4$; $5c^2-3c-2=5(c-1)(c+0,4)=$
$=(c-1)(5c+2)$.

2) $\dfrac{5ac+2a-10c-4}{5c^2-3c-2}=\dfrac{5c(a-2)+2(a-2)}{(c-1)(5c+2)}=\dfrac{(a-2)(5c+2)}{(c-1)(5c+2)}=\dfrac{a-2}{c-1}$

Ответ: $\dfrac{a-2}{c-1}$.

1.11(1) $\left(\dfrac{2m}{2m+n}-\dfrac{4m^2}{4m^2+4mn+n^2}\right):\left(\dfrac{2m}{4m^2-n^2}+\dfrac{1}{n-2m}\right)=$

$=2m\left(\dfrac{1}{2m+n}-\dfrac{2m}{(2m+n)^2}\right):\left(\dfrac{2m}{(2m-n)(2m+n)}+\dfrac{1}{n-2m}\right)=$

$=2m\left(\dfrac{2m+n-2m}{(2m+n)^2}\right):\left(\dfrac{2m-2m-n}{(2m-n)(2m+n)}\right)=2m\cdot\dfrac{n}{(2m+n)^2}:$

$:\dfrac{-n}{(2m-n)(2m+n)}=-\dfrac{2m(2m-n)(2m+n)}{(2m+n)^2}=$

$=-\dfrac{2m(2m-n)}{2m+n}=\dfrac{2m(n-2m)}{2m+n}$. **Ответ:** $\dfrac{2m(n-2m)}{2m+n}$

1.11(2) $\left(\frac{x^2}{x+y}-\frac{x^3}{x^2+y^2+2xy}\right):\left(\frac{x}{x+y}+\frac{x^2}{y^2-x^2}\right)=$

$=x^2\left(\frac{1}{x+y}-\frac{x}{(x+y)^2}\right):\left(x\left(\frac{1}{x+y}+\frac{x}{(y-x)(y+x)}\right)\right)=$

$=x\left(\frac{x+y-x}{(x+y)^2}\right):\left(\frac{y-x+x}{(y-x)(x+y)}\right)=x\cdot\left(\frac{y}{(x+y)^2}\right):\frac{y}{(y-x)(x+y)}=$

$=\frac{x(y-x)(x+y)}{(x+y)^2}=\frac{x(y-x)}{x+y}$

Ответ: $\frac{x(y-x)}{x+y}$.

1.12(1) $\left(\frac{y}{x^2-xy}-\frac{1}{x-y}\right):\left(\frac{x+y}{x^2-xy}-\frac{y}{xy-y^2}\right)=$

$=\left(\frac{y}{x(x-y)}-\frac{1}{x-y}\right):\left(\frac{x+y}{x(x-y)}-\frac{y}{y(x-y)}\right)=$

$=\left(\frac{y-x}{x(x-y)}\right):\left(\frac{y(x+y)-xy}{xy(x-y)}\right)=-\frac{1}{x}:\left(\frac{xy+y^2-xy}{xy(x-y)}\right)=$

$=-\frac{1}{x}:\frac{y^2}{xy(x-y)}=-\frac{1}{x}:\frac{y^2}{xy(x-y)}=-\frac{1}{x}:\frac{y}{x(x-y)}=-\frac{x-y}{y}=\frac{y-x}{y}$

Ответ: $\frac{y-x}{y}$.

1.12(2) $\left(\frac{1}{a+b}-\frac{a}{b^2+ab}\right)\left(\frac{b^2}{a^3-ab^2}-\frac{b}{a^2-ab}\right)=$

$=\left(\frac{1}{a+b}-\frac{a}{b(a+b)}\right)\left(\frac{b^2}{a\left(a^2-b^2\right)}-\frac{b}{a(a-b)}\right)=$

$=\left(\frac{b-a}{b(a+b)}\right)\cdot b\cdot\left(\frac{b}{a(a-b)(a+b)}-\frac{1}{a(a-b)}\right)=$

$=\frac{b-a}{a+b}\cdot\frac{(b-a-b)}{a(a-b)(a+b)}=\frac{a(a-b)}{a(a-b)(a+b)^2}=\frac{1}{(a+b)^2}$

Ответ: $\frac{1}{(a+b)^2}$.

1.13(1) $\left(\frac{2}{c-2}+\frac{3c-21}{c^2+c-6}+\frac{2c}{c+3}\right)\cdot\frac{c}{2c-5}=$

$$=\left(\frac{2}{c-2}+\frac{3c-21}{(c-2)(c+3)}+\frac{2c}{c+3}\right)\cdot\frac{c}{2c-5}=$$

$$=\frac{2(c+3)+3c-21+2c(c-2)}{(c-2)(c+3)}\cdot\frac{c}{2c-5}=$$

$$=\frac{2c+6+3c-21+2c^2-4c}{(c-2)(c+3)}\cdot\frac{c}{2c-5}=\frac{\left(2c^2+c-15\right)\cdot c}{(c-2)(c+3)\cdot(2c-5)}$$

Разложим на множители $2c^2+c-15$:

$2c^2+c-15=2(c+3)(c-2,5)=(c+3)(2c-5)$

$$c=\frac{-1\pm\sqrt{1+120}}{4}=\frac{-1\pm 11}{4};\ c_1=-3;\ c_2=2,5.$$

Искомое разложение будет: $\frac{(c+3)(2c-5)\cdot c}{(c-2)(c+3)(2c-5)}=\frac{c}{c-2}$

Ответ: $\frac{c}{c-2}$.

1.13(2) $\left(\frac{3}{y-4}+\frac{4y-6}{y^2-3y-4}+\frac{2y}{y+1}\right)\cdot\frac{y}{2y-3}=$

$$=\left(\frac{3}{y-4}+\frac{4y-6}{(y-4)(y+1)}+\frac{2y}{y+1}\right)\cdot\frac{y}{2y-3}=$$

$$=\left(\frac{3(y+1)+4y-6+2y(y-4)}{(y-4)(y+1)}\right)\cdot\frac{y}{2y-3}=$$

$$=\left(\frac{3y+3+4y-6+2y^2-8y}{(y-4)(y+1)}\right)\cdot\frac{y}{2y-3}=\frac{(2y^2-y-3)\cdot y}{(y-4)(y+1)(2y-3)}$$

Разложим на множители $2y^2-y-3$

$$y=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{4}=\frac{1\pm 5}{4};\ y_1=-1;\ y_2=\frac{3}{2}$$

$$2y^2-y-3=2(y+1)(y-\frac{3}{2})=(y+1)(2y-3)$$

Искомое разложение $\frac{y(2y-3)(y+1)}{(y-4)(y+1)(2y-3)}=\frac{y}{y-4}$

Ответ: $\frac{y}{y-4}$.

1.14(1) $\frac{4x^2-1}{x^2-5x+6}\cdot\frac{x-2}{2x+1}-\frac{1+x}{x-3}$

1) Разложим на множители x^2-5x+6; $\begin{cases}x_1x_2=6\\x_1+x_2=5\end{cases}$

$x_1=2$; $x_2=3$; $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

$$\frac{(2x-1)(2x+1)(x-2)}{(x-2)(x-3)(2x+1)}-\frac{1+x}{x-3}=\frac{2x-1}{x-3}-\frac{1+x}{x-3}=\frac{2x-1-1-x}{x-3}=\frac{x-2}{x-3}$$

Ответ: $\frac{x-2}{x-3}$.

1.14(2) $\frac{x-1}{x-2}-\frac{x+1}{3x+1}\cdot\frac{9x^2-1}{x^2-x-2}$

1) Разложим на множители x^2-x-2

$\begin{cases}x_1x_2=-2\\x_1+x_2=1\end{cases}$; $x_1=2$; $x_2=-1$; $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$.

2) $\frac{x-1}{x-2}-\frac{(x+1)(3x-1)(3x+1)}{(3x+1)(x-2)(x+1)}=\frac{x-1}{x-2}-\frac{3x-1}{x-2}=\frac{x-1-3x+1}{x-2}=$

$=\frac{-2x}{x-2}=\frac{2x}{2-x}$.

Ответ: $\frac{2x}{2-x}$.

1.15(1) $\frac{3c-6}{c+2}-\frac{c}{(c+2)^2}:\frac{c}{c^2-4}-\frac{4c}{c+2}=\frac{3c-6}{c+2}-$

$-\frac{c}{(c+2)^2}:\frac{1}{(c-2)(c+2)}-\frac{4c}{c+2}=\frac{3c-6}{c+2}-\frac{1}{c+2}:\frac{1}{c-2}-\frac{4c}{c+2}=$

$=\frac{3c-6}{c+2}-\frac{c-2}{c+2}-\frac{4c}{c+2}=\frac{3c-6-c+2-4c}{c+2}=\frac{-2c-4}{c+2}=\frac{-2(c+2)}{c+2}=-2$

Ответ: –2.

1.15(2) $\frac{6}{a-1}-\frac{10}{(a-1)^2}:\frac{10}{a^2-1}-\frac{2a+2}{a-1}=\frac{6}{a-1}-$

$-\frac{1}{(a-1)^2}:\frac{1}{(a-1)(a+1)}-\frac{2a+2}{a-1}=\frac{6}{a-1}-\frac{1}{a-1}:\frac{1}{a+1}-\frac{2a+2}{a-1}=$

$=\frac{6}{a-1}-\frac{a+1}{a-1}-\frac{2a+2}{a-1}=\frac{6-a-1-2a-2}{a-1}=\frac{3-3a}{a-1}=\frac{3(1-a)}{a-1}=-3$

Ответ: –3.

1.16(1) $\left(a^{-2}-b^{-2}\right)\left(b^{-1}-a^{-1}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)^{-1}=$

$=\frac{b^2-a^2}{a^2b^2}\cdot\left(\frac{a-b}{ab}\right)^{-1}=\frac{\left(b^2-a^2\right)ab}{a^2b^2(a-b)}=\frac{(b-a)(b+a)}{ab(a-b)}=-\frac{b+a}{ab}$

Ответ: $-\frac{b+a}{ab}$.

1.16(2) $\left(y^{-2}-x^{-2}\right)^{-1}\left(x^{-1}-y^{-1}\right)=\left(\frac{1}{y^2}-\frac{1}{x^2}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)=$

$=\left(\frac{x^2-y^2}{x^2y^2}\right)^{-1}\left(\frac{y-x}{xy}\right)=\frac{x^2y^2(y-x)}{\left(x^2-y^2\right)xy}=-\frac{xy}{x+y}$

Ответ: $-\frac{xy}{x+y}$.

1.17(1) $ab(a-b)^{-1}\left(a^{-2}-b^{-2}\right)=\frac{ab}{a-b}\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)=\frac{ab}{a-b}\cdot\frac{b^2-a^2}{a^2b^2}=$

$=\frac{(b-a)(b+a)}{(a-b)ab}=-\frac{a+b}{ab}$

Ответ: $-\frac{a+b}{ab}$.

1.17(2) $a^2b^2\left(a^2-b^2\right)^{-1}\left(a^{-1}-b^{-1}\right)=\frac{a^2b^2}{a^2-b^2}\cdot\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)=$

$=\frac{a^2b^2(b-a)}{\left(a^2-b^2\right)ab}=\frac{ab(b-a)}{(a-b)(a+b)}=-\frac{ab}{a+b}$

Ответ: $-\frac{ab}{a+b}$.

1.18(1) $3(\frac{1-\sqrt{2}}{3})^2-2(\frac{1-\sqrt{2}}{3})-1=\frac{3(1-\sqrt{2})^2}{9}-\frac{2(1-\sqrt{2})}{3}-1=$

$=\frac{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}{3}-\frac{2\left(1-\sqrt{2}\right)}{3}-1=\frac{1-2\sqrt{2}+2-2+2\sqrt{2}-3}{3}=-\frac{2}{3}.$

Ответ: $-\frac{2}{3}$.

1.18(2) $2(\frac{3-\sqrt{5}}{2})^2-6(\frac{3-\sqrt{5}}{2})+3=\frac{(3-\sqrt{5})^2}{2}-\frac{6(3-\sqrt{5})}{2}+3=$

$=\frac{9-6\sqrt{5}+5-18+6\sqrt{5}+6}{2}=\frac{2}{2}=1$.

Ответ: 1.

1.19(1) $\left(\sqrt{5}+4\right)^2-6\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+4\right)-1=5+8\sqrt{5}+16-30-24\sqrt{5}-1=$

$=-10-16\sqrt{5}$.

Ответ: $-10-16\sqrt{5}$.

1.19(2) $\left(\sqrt{2}-3\right)^2-4\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-3\right)+2=2-6\sqrt{2}+9-8+12\sqrt{2}+2=$

$=5+6\sqrt{2}$

Ответ: $5+6\sqrt{2}$.

1.20(1) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}=$

$=\frac{5+3-2\sqrt{15}-5-3-2\sqrt{15}}{5-3}=-\frac{4\sqrt{15}}{2}=-2\sqrt{15}$

Ответ: $-2\sqrt{15}$.

1.20(2) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{\sqrt{10}-\sqrt{6}}-\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{10}+\sqrt{6}}=\frac{\left(\sqrt{10}+\sqrt{6}\right)^2-\left(\sqrt{10}-\sqrt{6}\right)^2}{\left(\sqrt{10}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{10}+\sqrt{6}\right)}=$

$=\frac{10+6+2\sqrt{60}-10-6+2\sqrt{60}}{10-6}=\frac{4\sqrt{60}}{4}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$.

Ответ: $2\sqrt{15}$.

1.21(1) $\frac{\sqrt{\sqrt{10}-2}\cdot\sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}}=\frac{\sqrt{(\sqrt{10}-2)(\sqrt{10}+2)}}{\sqrt{24}}=\frac{\sqrt{10-4}}{2\sqrt{6}}=\frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

1.21(2)

$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15}+3}\cdot\sqrt{\sqrt{15}-3}}=\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{(\sqrt{15}+3)(\sqrt{15}-3)}}=\frac{\sqrt{6\cdot 9}}{\sqrt{(\sqrt{15})^2-9}}=\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=3$

Ответ: 3

1.22(1) Докажите, что $\sqrt{17-12\sqrt{2}}=3-2\sqrt{2}$

$(3-2\sqrt{2})^2=9-12\sqrt{2}+8=17-12\sqrt{2}$

1.22(2) Докажите, что $\sqrt{21-12\sqrt{3}}=2\sqrt{3}-3$

$(2\sqrt{3}-3)^2=12-12\sqrt{3}+9=21-12\sqrt{3}$

1.23(1) $ab^2-b^2y-ax+xy+b^2-x=(ab^2-b^2y+b^2)-(ax-xy+x)=b^2(a-y+1)-$ $-x(a-y+1)=(a-y+1)(b^2-x)$

Ответ: $(a-y+1)(b^2-x)$.

1.23(2) $a^2b-ab^2-ax+ab+bc-c=(a^2b-ab^2+ab)-(ac-bc+c)=$ $=ab(a-b+1)-c(a-b+1)=(a-b+1)(ab-c)$

Ответ: $(a-b+1)(ab-c)$.

1.24(1) $ax^2-2ax-bx^2+2bx-b+a=(ax^2-2ax+a)-(bx^2-2bx+b)=$ $=a(x^2-2x+1)-b(x^2-2x+1)=(x^2-2x+1)(a-b)=(x-1)^2(a-b)$

Ответ: $(x-1)^2(a-b)$.

1.24(2) $by^2+4by-cy^2-4cy-4c+4b=y^2(b-c)+4y(b-c)+4(b-c)=$ $=(b-c)(y^2+4y+4)=(b-c)(y+2)^2$

Ответ: $(b-c)(y+2)^2$.

1.25(1) $x^4-7x^2-18=(x^2-9)(x^2+2)=(x-3)(x+3)(x^2+2)$

пусть $x^2=y$; $y^2-7y-18=(y-9)(y+2)$; $\begin{cases} y_1y_2=-18 \\ y_1+y_2=7 \end{cases}$; $y_1=9, y_2=-2$.

Ответ: $(x-3)(x+3)(x^2+2)$.

1.25(2) $x^4-x^2-12=(x^2-4)(x^2+3)=(x-2)(x+2)(x^2+3)$

$x^2=y$; $y^2-y-12=(y-4)(y+3)$; $\begin{cases} y_1y_2=-12 \\ y_1+y_2=1 \end{cases}$; $y_1=4, y_2=-3$.

Ответ: $(x-2)(x+2)(x^2+3)$.

1.26(1) $4x^4-5x^2+1=(x^2-1)(4x^2-1)$;

$x^2=y$; $4y^2-5y+1=4(y-1)(y-\frac{1}{4})=(y-1)(4y-1)$, поскольку

$$y=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{8}=\frac{5\pm3}{8};\ y_1=1;\ y_2=\frac{1}{4}.$$

Далее $x^2=1$; $x^2=\frac{1}{4}$; $x_{1,2}=\pm1$; $x_{3,4}=\pm\frac{1}{2}$; имеем:

$$4x^4-5x^2+1=4(x-1)(x+1)(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2}).$$

Ответ: $(x-1)(x+1)(2x-1)(2x+1)$.

1.26(2) $9x^4-13x^2+4=(x^2-1)(9x^2-4)=(x-1)(x+1)(3x-2)(3x+2)$

$x^2=y;\ 9y^2-13y+4=9(y-1)(y-\frac{4}{9})=(y-1)(9y-4)$

$y=\frac{13\pm\sqrt{169-144}}{18}=\frac{13\pm5}{18};\ y_1=1;\ y_2=\frac{4}{9};\ x_{1,2}=\pm1;\ x_{3,4}=\pm\frac{2}{3};$

$9x^4-13x^2+4=9(x+1)(x-1)(x+\frac{2}{3})(x-\frac{2}{3})$

Ответ: $(x-1)(x+1)(3x-2)(3x+2)$.

1.27(1) $x^2y^2-5xy^2+6y^2-x^2+5x-6=(x^2y^2-x^2)-(5xy^2-5x)+(6y^2-6)=$
$=x^2(y^2-1)-5x(y^2-1)+6(y^2-1)=(y^2-1)(x^2-5x+6)=(y-1)(y+1)(x-2)(x-3)$

Ответ: $(y-1)(y+1)(x-2)(x-3)$.

1.27(2) $x^2y^2-5x^2y+4x^2-y^2+5y-4=(x^2y^2-y^2)-(5x^2y-5y)+(4x^2-4)=$
$=y^2(x^2-1)-5y(x^2-1)+4(x^2-1)=(x^2-1)(y^2-5y+4)=(x-1)(x+1)(y-4)(y-1)$

Ответ: $(x-1)(x+1)(y-4)(y-1)$.

1.28(1) $\frac{2a^2-2b^2-a+b}{1-2a-2b}=\frac{2\left(a^2-b^2\right)-(a-b)}{1-2a-2b}=$

$=\frac{2(a-b)(a+b)-(a-b)}{1-2a-2b}=\frac{(a-b)(2a+2b-1)}{1-2a-2b}=-(a-b)=b-a.$

Ответ: $b-a$.

1.28(2) $\frac{y-x-3y^2+3x^2}{3x+3y-1}=\frac{(y-x)-3(y^2-x^2)}{3x+3y-1}=$

$=\frac{(y-x)-3(y-x)(y+x)}{3x+3y-1}=\frac{(y-x)(1-3y-3x)}{3x+3y-1}=-(y-x)=x-y.$

Ответ: $x-y$.

1.29(1) $\frac{x^2-10xy+25y^2-1}{(1-x+5y)(x+5y+1)}=\frac{(x-5y)^2-1}{(1-x+5y)(x+5y+1)}=$

$=\frac{(x-5y-1)(x-5y+1)}{(1-x+5y)(x+5y+1)}=-\frac{x-5y+1}{x+5y+1}=\frac{5y-x-1}{x+5y+1}.$

Ответ: $\frac{5y-x-1}{x+5y+1}$.

1.29(2) $\frac{a^2-6ab+9b^2-4}{(2-a+3b)(a+3b+2)}=\frac{(a-3b)^2-4}{(2-a+3b)(a+3b+2)}=$

$=\frac{(a-3b-2)(a-3b+2)}{(2-a+3b)(a+3b+2)}=-\frac{a-3b+2}{a+3b+2}=\frac{3b-a-2}{3b+a+2}.$

Ответ: $\frac{3b-a-2}{3b+a+2}$.

1.30(1) $\frac{6a^2-a-1}{8a+b-2ab-4}=\frac{6\left(a-\frac{1}{2}\right)\left(a+\frac{1}{3}\right)}{2a(4-b)-(4-b)}=\frac{(2a-1)(3a+1)}{(4-b)(2a-1)}=$

$=\frac{3a+1}{4-b}$, т.к. если разложить на множители $6a^2-a-1$, то

$a=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{12}=\frac{1\pm5}{12}$; $a_1=-\frac{1}{3}$; $a_2=\frac{1}{2}$;

$6a^2-a-1=6\left(a-\frac{1}{2}\right)\left(a+\frac{1}{3}\right)=(2a-1)(3a+1)$.

Ответ: $\frac{3a+1}{4-b}$.

1.30(2) $\frac{10a-3b-2ab+15}{4a^2+4a-3}=\frac{2a(5-b)+3(5-b)}{4\left(a+\frac{3}{2}\right)\left(a-\frac{1}{2}\right)}=\frac{(5-b)(2a+3)}{(2a+3)(2a-1)}=$

$=\frac{5-b}{2a-1}$. Если разложить на множители $4a^2+4a-3$, то получим

$a=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{4}=\frac{-2\pm4}{4}$; $a_1=-\frac{3}{2}$; $a_2=\frac{1}{2}$;

$4a^2+4a-3=4\left(a+\frac{3}{2}\right)\left(a-\frac{1}{2}\right)=(2a+3)(2a-1)$.

Ответ: $\frac{5-b}{2a-1}$.

1.31(1) $\frac{(x+1)^2+(x-1)^3}{2x^2+6}=\frac{x^3+3x^2+3x+1+x^3-3x^2+3x-1}{2\left(x^2+3\right)}=$

$=\frac{2x^3+6x}{2\left(x^2+3\right)}=\frac{2x\left(x^2+3\right)}{2\left(x^2+3\right)}=x$.

Ответ: x.

1.31(2) $\frac{6x^2+2}{(x+1)^3-(x-1)^3}=\frac{6x^2+2}{x^3+3x^2+3x+1-x^3+3x^2-3x+1}=$

$=\frac{6x^2+2}{6x^2+2}=1$.

Ответ: 1.

1.32(1) $\dfrac{a-3}{4a^2+24a+36}:\left(\dfrac{a}{3a-9}-\dfrac{3}{a^2+3a}+\dfrac{a^2+9}{27-3a^2}\right)=$

$=\dfrac{a-3}{4\left(a^2+6a+9\right)}:\left(\dfrac{a}{3(a-3)}-\dfrac{3}{a(a+3)}+\dfrac{a^2+9}{3\left(9-a^2\right)}\right)=$

$=\dfrac{a-3}{4(a+3)^2}:\left(\dfrac{a^2(a+3)-9(a-3)-\left(a^2+9\right)a}{3a(a-3)(a+3)}\right)=$

$=\dfrac{a-3}{4(a+3)^2}:\left(\dfrac{a^3+3a^2-9a+27-a^3-9a}{3a(a-3)(a+3)}\right)=$

$=\dfrac{a-3}{4(a+3)^2}:\dfrac{3a^2-18a+27}{3a(a-3)(a+3)}=\dfrac{a-3}{4(a+3)^2}:\dfrac{3\left(a^2-6a+9\right)}{3a(a-3)(a+3)}=$

$=\dfrac{(a-3)\cdot 3a\cdot(a-3)(a+3)}{4(a+3)^2\cdot 3(a-3)^2}=\dfrac{a(a-3)^2(a+3)}{4(a+3)^2(a-3)^2}=\dfrac{a}{4(a+3)}=\dfrac{a}{4a+12}$

Ответ: $\dfrac{a}{4a+12}$.

1.32(2) $\left(\dfrac{x}{4x+16}-\dfrac{x^2+16}{4x^2-64}-\dfrac{4}{x^2-4x}\right)\cdot\dfrac{3x^2-24x+48}{x+4}=$

$=\left(\dfrac{x}{4(x+4)}-\dfrac{x^2+16}{4\left(x^2-16\right)}-\dfrac{4}{x(x-4)}\right)\cdot\dfrac{3\left(x^2-8x+16\right)}{x+4}=$

$=\left(\dfrac{x^2(x-4)-x\left(x^2+16\right)-16(x+4)}{4x(x+4)(x-4)}\right)\cdot\dfrac{3(x-4)^2}{x+4}=$

$=\dfrac{\left(x^3-4x^2-x^3-16x-16x-16x-64\right)\cdot 3\cdot(x-4)^2}{4x(x+4)(x-4)(x+4)}=$

$=\dfrac{\left(-4x^2-32x-64\right)\cdot 3\cdot(x-4)^2}{4x(x+4)^2(x-4)}=\dfrac{-4\left(x^2+8x+16\right)\cdot 3\cdot(x-4)}{4x(x+4)^2}=$

$=\dfrac{-3(x+4)^2(x-4)}{x(x+4)^2}=\dfrac{-3(x-4)}{x}=\dfrac{12-3x}{x}$

Ответ: $\dfrac{12-3x}{x}$.

1.33(1) $\frac{36-y^2}{y-8}\cdot\left(\frac{y}{y-6}-\frac{2y}{y^2-12y+36}\right)+\frac{12y}{y-6}=$

$=\frac{36-y^2}{y-8}\cdot\left(\frac{y}{y-6}-\frac{2y}{(y-6)^2}\right)+\frac{12y}{y-6}=$

$=\frac{36-y^2}{y-8}\cdot\left(\frac{y(y-6)-2y}{(y-6)^2}\right)+\frac{12y}{y-6}=$

$=\frac{36-y^2}{y-8}\cdot\left(\frac{y^2-6y-2y}{(6-y)^2}\right)+\frac{12y}{y-6}=\frac{(6-y)(6+y)\left(y^2-8y\right)}{(y-8)(6-y)^2}+\frac{12y}{y-6}=$

$=\frac{(6+y)\cdot y\cdot(y-8)}{(y-8)(6-y)}+\frac{12y}{y-6}=\frac{y(6+y)}{6-y}+\frac{12y}{y-6}=\frac{6y+y^2-12y}{6-y}=$

$=\frac{y^2-6y}{6-y}=\frac{y(y-6)}{6-y}=-y$

Ответ: $-y$.

1.33(2) $\left(\frac{3x}{x-4}-\frac{6x}{x^2-8x+16}\right):\frac{x-6}{16-x^2}+\frac{24x}{x-4}=$

$=\left(\frac{3x}{x-4}-\frac{6x}{(x-4)^2}\right):\frac{x-6}{16-x^2}+\frac{24x}{x-4}=$

$=\left(\frac{3x(x-4)-6x}{(x-4)^2}\right):\frac{x-6}{16-x^2}+\frac{24x}{x-4}=$

$=\frac{\left(3x^2-12x-6x\right)(4-x)(4+x)}{(x-4)^2(x-6)}+\frac{24x}{x-4}=\frac{\left(3x^2-18x\right)(4+x)}{(4-x)(x-6)}+\frac{24x}{x-4}=$

$=\frac{3x(x-6)(4+x)}{(4-x)(x-6)}+\frac{24x}{x-4}=\frac{3x(4+x)}{4-x}+\frac{24x}{x-4}=\frac{12x+3x^2-24x}{4-x}=$

$=\frac{3x^2-12x}{4-x}=\frac{3x(x-4)}{-(x-4)}=-3x$

Ответ: $-3x$

1.34(1) $\left(\frac{a+b}{b-a}-\frac{b-a}{b+a}-\frac{4a^2}{a^2-b^2}\right):\left(\frac{a^2}{b^3-ab^2}+\frac{a-b}{b^2}-\frac{2}{b}\right)=$

$=\left(\frac{(a+b)^2-(b-a)^2+4a^2}{b^2-a^2}\right)\cdot\left(\frac{a^2}{b^2(b-a)}+\frac{a-b}{b^2}-\frac{2}{b}\right)=$

$$=\left(\frac{a^2+2ab+b^2-b^2+2ab-a^2+4a^2}{b^2-a^2}\right):\left(\frac{a^2+(a-b)(b-a)-2b(b-a)}{b^2(b-a)}\right)=$$

$$=\left(\frac{4ab+4a^2}{b^2-a^2}\right):\left(\frac{a^2-(a-b)^2-2b^2+2ab}{b^2(b-a)}\right)=$$

$$=\frac{4a(a+b)\cdot b^2\cdot(b-a)}{(b^2-a^2)(a^2-a^2+2ab-b^2-2b^2+2ab)}=\frac{4ab^2}{4ab-3b^2}=$$

$$=\frac{4ab^2}{b(4a-3b)}=\frac{4ab}{4a-3b}$$

Ответ: $\frac{4ab}{4a-3b}$.

1.34(2) $\left(\frac{1}{b^3+b^2}-\frac{1-b}{b^2}-1\right):\left(\frac{b+2}{2-b}-\frac{2-b}{2+b}-\frac{4b^2}{b^2-4}\right)=$

$$=\left(\frac{1}{b^2(b+1)}-\frac{1-b}{b^2}-1\right):\left(\frac{(b+2)^2-(2-b)^2+4b^2}{4-b^2}\right)=$$

$$=\left(\frac{1-\left(1-b^2\right)-b^2(b+1)}{b^2(b+1)}\right):\left(\frac{b^2+4b+4-4+4b-b^2+4b^2}{4-b^2}\right)=$$

$$=\left(\frac{1-1+b^2-b^3-b^2}{b^2(b+1)}\right):\left(\frac{8b+4b^2}{4-b^2}\right)=\frac{-b^3(4-b^2)}{b^2(b+1)\cdot 4b(2+b)}=$$

$$=\frac{-b(2-b)(2+b)}{(b+1)\cdot 4b\cdot(2+b)}=\frac{-(2-b)}{4(b+1)}=\frac{b-2}{4b+4}$$

Ответ: $\frac{b-2}{4b+4}$.

1.35(1) $\frac{c+40}{c^3-16c}:\left(\frac{c-4}{3c^2+11c-4}-\frac{16}{16-c^2}\right)$.

Разложим $3c^2+11c-4$ на множители

$$c=\frac{-11\pm\sqrt{121+48}}{6}=\frac{-11\pm\sqrt{169}}{6}=\frac{-11\pm 13}{6};\ c_1=-4;\ c_2=\frac{1}{3}$$

$$3c^2+11c-4=3(c+4)(c-\frac{1}{3})=(c+4)(3c-1)$$

$$\frac{c+40}{c(c^2-16)}:\left(\frac{c-4}{(c+4)(3c-1)}-\frac{16}{16-c^2}\right)=\frac{c+40}{c(c^2-16)}:\left(\frac{-(4-c)^2-16(3c-1)}{(3c-1)(16-c^2)}\right)=$$

$$=\frac{(c+40)(3c-1)\left(16-c^2\right)}{c\left(c^2-16\right)\left(-16+8c-c^2-48c+16\right)}=\frac{-(c+40)(3c-1)}{c\left(-c^2-40c\right)}=$$

$$=\frac{(c+40)(3c-1)}{c^2(c+40)}=\frac{3c-1}{c^2}.$$

Ответ: $\frac{3c-1}{c^2}$.

1.35(2) $\frac{a-4}{a^3-a}:(\frac{a-1}{2a^2+3a+1}-\frac{1}{a^2-1})$; разложим на множители $2a^2+3a+1$; $a=\frac{-3\pm\sqrt{9-8}}{4}=\frac{-3\pm1}{4}$ $a_1=-1$; $a_2=-\frac{1}{2}$

$$\frac{a-4}{a\left(a^2-1\right)}:\left(\frac{a-1}{2(a+1)(a+\frac{1}{2})}-\frac{1}{a^2-1}\right)=\frac{a-4}{a\left(a^2-1\right)}:$$

$$:(\frac{a-1}{(a+1)(2a+1)}-\frac{1}{(a-1)(a+1)})=\frac{a-4}{a(a^2-1)}\cdot(\frac{\left(a^2-1\right)(2a+1)}{(a-1)^2-(2a+1)})=$$

$$=\frac{(a-4)(2a+1)}{a\left(a^2-2a+1-2a-1\right)}=\frac{(a-4)(2a+1)}{a\left(a^2-4a\right)}=\frac{(a-4)(2a+1)}{a^2(a-4)}=\frac{2a+1}{a^2}$$

Ответ: $\frac{2a+1}{a^2}$.

1.36(1) $(\frac{m}{m^2-2m+1}-\frac{m+2}{m^2+m-2}):\frac{1}{(2m-2)^2}$

Разложм m^2+m-2 на множители $\begin{cases} m_1m_2=-2 \\ m_1+m_2=-1 \end{cases}$

$m_1=-2$; $m_2=1$; $m^2+m-2=(m+2)(m-1)$

$$(\frac{m}{(m-1)^2}-\frac{m+2}{(m+2)(m-1)}):\frac{1}{\left(2(m-1)\right)^2}=$$

$$=(\frac{m}{(m-1)^2}-\frac{1}{m-1}):\frac{1}{4(m-1)^2}=(\frac{m-(m-1)}{(m-1)^2}):\frac{1}{4(m-1)^2}=$$

$$=\frac{m-m+1}{(m-1)^2}:\frac{1}{4(m-1)^2}=4.$$

Ответ: 4.

1.36(2) $\left(\dfrac{n+2}{n^2-n-6}-\dfrac{n}{n^2-6n+9}\right)\cdot(2n-6)^2$

Разложим на множители $n^2–n–6$; $\begin{cases} n_1n_2=-6 \\ n_1+n_2=1 \end{cases}$

$n_1 = 3$; $n_2 = -2$; $n^2–n–6 = (n–3)(n+2)$

$$\left(\frac{n+2}{(n-3)(n+2)}-\frac{n}{(n-3)^2}\right)\cdot\left(2(n-3)\right)^2=$$

$$=\left(\frac{1}{n-3}-\frac{n}{(n-3)^2}\right)\cdot 4(n-3)^2=\frac{n-3-n}{(n-3)^2}\cdot 4(n-3)^2=-12$$

Ответ: –12.

1.37(1) Докажите тождество.

$$\frac{1}{(x-y)(y-z)}-\frac{1}{(y-z)(x-z)}-\frac{1}{(z-x)(y-x)}=0$$

Пусть $x–y = a$; $y–z = b$; $x–z = c$. Тогда $y–x = –a$; $z–y = –b$; $z–x = –c$.

$$\frac{1}{ab}-\frac{1}{bc}-\frac{1}{(-c)(-a)}=\frac{1}{ab}-\frac{1}{bc}-\frac{1}{ac}=\frac{c-a-b}{abc};$$

$$\frac{x-z-x+y-y+z}{(z-y)(y-z)(x-z)}=\frac{0}{(x-y)(y-z)(x-z)}=0$$

1.37(2) Докажите тождество.

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=0$$

Пусть $a–b = k$; $a–c = n$; $b–c = m$. Тогда $b–a = –k$; $c–a = –n$; $c–b = –m$.

$$\frac{1}{kn}+\frac{1}{(-k)\cdot m}+\frac{1}{(-n)\cdot(-m)}=\frac{m-n+k}{kmn};\ \frac{b-c+c-a+a-b}{(a-b)(a-c)(b-c)}=0$$

1.38(1) Докажите тождество.

$$\frac{a^6-b^6}{(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}-\left(a^2-b^2\right)=0$$

$$\frac{(a^2)^3-(b^2)^3}{((a^2+b^2)+ab)((a^2+b^2)-ab)}-\left(a^2-b^2\right)=\frac{(a^2-b^2)(a^4+a^2b^2+b^4)}{(a^2+b^2)^2-a^2b^2}-$$

$$-\left(a^2-b^2\right)==\frac{\left(a^2-b^2\right)\left(a^4+a^2b^2+b^4\right)}{a^4+2a^2b^2+b^4-a^2b^2}-\left(a^2-b^2\right)=$$

$$=\frac{\left(a^2-b^2\right)\left(a^4+a^2b^2+b^4\right)}{a^4+a^2b^2+b^4}-\left(a^2-b^2\right)=0.$$

1.38(2) Докажите тождество.

$$\frac{1}{1-x^2}+\frac{\left(x^2+x+1\right)\left(x^2-x+1\right)}{x^6-1}=0$$

$$\frac{1}{1-x^2}+\frac{\left(\left(x^2+1\right)+x\right)\left(\left(x^2+1\right)-x\right)}{x^6-1}=\frac{1}{1-x^2}+\frac{\left(x^2+1\right)^2-x^2}{x^6-1}=$$

$$=\frac{1}{1-x^2}+\frac{x^4+2x^2+1-x^2}{x^6-1}=\frac{1}{1-x^2}+\frac{x^4+x^2+1}{\left(x^2\right)^3-1^3}=$$

$$=\frac{1}{1-x^2}+\frac{x^4+x^2+1}{\left(x^2-1\right)\left(x^4+x^2+1\right)}=\frac{1}{1-x^2}+\frac{1}{x^2-1}=\frac{1}{1-x^2}-\frac{1}{1-x^2}=0$$

1.39(1) Докажите тождество.

$$\frac{x}{x^2+y^2}-\frac{y(x-y)^2}{x^4-y^4}=\frac{1}{x+y};\ \frac{x}{x^2+y^2}-\frac{y(x-y)^2}{\left(x^2+y^2\right)\left(x^2-y^2\right)}=$$

$$=\frac{x\left(x^2-y^2\right)-y(x-y)^2}{\left(x^2+y^2\right)\left(x^2-y^2\right)}=\frac{x(x-y)(x+y)-y(x-y)^2}{\left(x^2+y^2\right)\left(x^2-y^2\right)}=$$

$$=\frac{(x-y)\left(x^2+xy-xy+y^2\right)}{\left(x^2+y^2\right)\left(x^2-y^2\right)}=\frac{(x-y)\left(x^2+y^2\right)}{\left(x^2+y^2\right)\left(x^2-y^2\right)}=\frac{1}{x+y}.$$

1.39(2) Докажите тождество.

$$\frac{b(a+b)^2}{a^4-b^4}+\frac{a}{a^2+b^2}=\frac{1}{a-b}$$

$$\frac{b(a+b)^2}{\left(a^2+b^2\right)\left(a^2-b^2\right)}+\frac{a}{a^2+b^2}=\frac{b(a+b)^2+a(a-b)(a+b)}{\left(a^2+b^2\right)\left(a^2-b^2\right)}=$$

$$=\frac{(a+b)\left(ab+b^2+a^2-ab\right)}{\left(a^2+b^2\right)\left(a^2-b^2\right)}=\frac{(a+b)\left(a^2+b^2\right)}{\left(a^2+b^2\right)\left(a^2-b^2\right)}=\frac{1}{a-b}.$$

1.40(1) Выражение $1-\cfrac{1}{1-\cfrac{a}{1-\cfrac{1}{a+1}}}$ не имеет смысла, если

1) $1-\cfrac{a}{1-\cfrac{1}{a+1}}=0$; $a\neq-1$; $1-\cfrac{a(a+1)}{a+1-1}=0$; $a+1-1\neq 0$; $a\neq 0$;

$1-\frac{a(a+1)}{a}=1-a-1\neq 0$; $a\neq 0$. При $a=-1$ и $a=0$ выражение не имеет смысла.

Ответ: $a=-1$ и $a=0$.

1.40(2) Выражение $1+\dfrac{x}{1-\dfrac{x}{x+\dfrac{x}{x-1}}}$ не имеет смысла, если

1) $1-\dfrac{x}{x+\dfrac{x}{x-1}}=0$; $x\neq 1$; $1-\dfrac{x(x-1)}{x^2-x+x}=0$; $x\neq 0$; $1-\dfrac{x-1}{x}=0$;

$\dfrac{x-x+}{x}=0$; $\dfrac{1}{x}=0$. При $x=1$ и $x=0$ выражение не имеет смысла.

Ответ: $x=1$ и $x=0$.

1.41(1) $\dfrac{8\cdot 100^n}{2^{2n+1}\cdot 5^{2n-2}}=\dfrac{2^3\cdot(25\cdot 4)^n}{2^{2n+1}\cdot 5^{2n-2}}=\dfrac{2^3\cdot 5^{2n}\cdot 2^{2n}}{2^{2n+1}\cdot 5^{2n-2}}=$

$=2^{3+2n-2n-1}\cdot 5^{2n-2n+2}=2^2\cdot 5^2=10^2=100$.

Ответ: 100.

1.41(2) $\dfrac{4\cdot 36^n}{3^{2n-3}\cdot 2^{2n+2}}=\dfrac{4\cdot(9\cdot 4)^n}{3^{2n-3}\cdot 2^{2n+2}}=\dfrac{2^2\cdot 3^{2n}\cdot 2^{2n}}{3^{2n-3}\cdot 2^{2n+2}}=$

$=2^{2+2n-2n-2}\cdot 3^{2n-2n+3}=2^0\cdot 3^3=27$.

Ответ: 27.

1.42(1) $\dfrac{5^{n+1}-5^{n-1}}{2\cdot 5^n}=\dfrac{5^{n-1}\left(5^{n+1-n+1}-1\right)}{2\cdot 5^n}=\dfrac{5^{n-1}\cdot\left(5^2-1\right)}{2\cdot 5^n}=$

$=\dfrac{5^{n-1}\cdot 24}{2\cdot 5^n}=\dfrac{5^n\cdot 24}{5\cdot 2\cdot 5^n}=\dfrac{12}{5}=2{,}4$.

Ответ: 2,4.

1.42(2) $\dfrac{10\cdot 2^n}{2^{n+1}+2^{n-1}}=\dfrac{10\cdot 2^n}{2^{n-1}\left(2^{n+1-n+1}+1\right)}=\dfrac{10\cdot 2^n}{2^{n-1}\cdot\left(2^2+1\right)}=\dfrac{10\cdot 2^n\cdot 2}{2^n\cdot 5}=4$

Ответ: 4.

1.43(1) $\dfrac{a-\sqrt{a}-2}{2-\sqrt{a}}$

1) Разложим на множители $a-\sqrt{a}-2$; пусть $\sqrt{a}=x$; $a=x^2$.

2) Разложим на множители x^2-x-2; $\begin{cases} x_1x_2 = -2 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$ $x_1 = 2; x_2 = -1$

$x^2-x-2 = (x-2)(x+1)$; $a - \sqrt{a} - 2 = (\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 1)$.

3) $\dfrac{a-\sqrt{a}-2}{2-\sqrt{a}} = \dfrac{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+1)}{2-\sqrt{a}} = -(\sqrt{a}+1) = -\sqrt{a}-1$

Ответ: $-\sqrt{a}-1$.

1.43(2) $\dfrac{b-2\sqrt{b}-3}{3-\sqrt{b}}$

1) Разложим на множители $b-2\sqrt{b}-3$; пусть $\sqrt{b} = x$; $b = x^2$.

2) Разложим на множители x^2-2x-3; $\begin{cases} x_1x_2 = -3 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$ $x_1 = 3; x_2 = -1$

3) $x^2-2x-3 = (x-3)(x+1)$

4) $b-2\sqrt{b}-3 = (\sqrt{b}-3)(\sqrt{b}+1)$

5) $\dfrac{b-2\sqrt{b}-3}{3-\sqrt{b}} = \dfrac{(\sqrt{b}-3)(\sqrt{b}+1)}{3-\sqrt{b}} = -\left(\sqrt{b}+1\right) = -\sqrt{b}-1$

Ответ: $-\sqrt{b}-1$.

1.44(1)

$$\frac{\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2}+\sqrt{(4-2\sqrt{3})^2}}{\sqrt{\sqrt{3}-1}\cdot\sqrt{\sqrt{3}+1}} = \frac{2\sqrt{3}-3+4-2\sqrt{3}}{\sqrt{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Ответ: $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

1.44(2) $\dfrac{\sqrt{(3\sqrt{2}-4)^2}+\sqrt{(3\sqrt{2}-5)^2}}{\sqrt{\sqrt{2}+1}\cdot\sqrt{\sqrt{2}-1}} = \dfrac{3\sqrt{2}-4+5-3\sqrt{2}}{\sqrt{(\sqrt{2})^2-1^2}} = 1$

Ответ: 1.

1.45(1) $\dfrac{\left(\sqrt{\sqrt{20}-4}+\sqrt{\sqrt{20}+4}\right)^2}{\sqrt{\left(4-\sqrt{20}\right)^2}} =$

$$\frac{\sqrt{20}-4+2\sqrt{\left(\sqrt{20}-4\right)\left(\sqrt{20}+4\right)}+\sqrt{20}+4}{\sqrt{20}-4} =$$

$$=\frac{\sqrt{20}-4+2\sqrt{\left(\sqrt{20}-4\right)\left(\sqrt{20}+4\right)}+\sqrt{20}+4}{\sqrt{20}-4}=\frac{2\sqrt{20}+2\sqrt{20-16}}{\sqrt{20}-4}=$$

$$=\frac{2\sqrt{20}+4}{\sqrt{20}-4}=\frac{4\sqrt{5}+4}{\sqrt{20}-4}=\frac{2\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}=\frac{\left(2\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)}{\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)}=$$

$$=10+2\sqrt{5}+4\sqrt{5}+4=6\sqrt{5}+14=3\sqrt{20}+14=6\sqrt{5}+14.$$

Ответ: $6\sqrt{5}+14$.

1.45(2) $\dfrac{\left(\sqrt{\sqrt{8}+2}+\sqrt{\sqrt{8}-2}\right)^2}{\sqrt{\left(2-\sqrt{8}\right)^2}}=$

$$=\frac{\sqrt{8}+2+\sqrt{8}-2+2\sqrt{\left(\sqrt{8}+2\right)\left(\sqrt{8}-2\right)}}{\sqrt{8}-2}=\frac{2\sqrt{8}+4}{\sqrt{8}-2}=$$

$$=\frac{\left(2\sqrt{8}+4\right)\left(\sqrt{8}+2\right)}{\left(\sqrt{8}-2\right)\left(\sqrt{8}+2\right)}=\frac{16+4\sqrt{8}+8+4\sqrt{8}}{4}=\frac{24+8\sqrt{8}}{4}=6+2\sqrt{8}=6+4\sqrt{2}.$$

Ответ: $6+4\sqrt{2}$.

1.46(1)

$$A=\frac{x-y}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}=\frac{x-y}{\sqrt{xy}\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{xy}\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}=$$

$$=\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{xy}};\ B=\frac{\sqrt{y}}{y}+\frac{\sqrt{x}}{x}=\frac{1}{\sqrt{y}}+\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{xy}};\ A=B.$$

1.46(2) $A=\dfrac{b-a}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}=\dfrac{\left(\sqrt{b}-\sqrt{a}\right)\left(\sqrt{b}+\sqrt{a}\right)}{\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}=\dfrac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$

$$B=\frac{\sqrt{a}}{a}-\frac{\sqrt{b}}{b}=\frac{1}{\sqrt{a}}-\frac{1}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{\sqrt{ab}};\ A=B.$$

1.47(1) $x(x+1)(x+2)(x+3)-15=\left(x(x+3)\right)\left((x+1)(x+2)\right)-15=$

$=\left(x^2+3x\right)\left(x^2+3x+2\right)-15$

1) Пусть $x^2+3x=y$.
2) Тогда $y(y+2)-15=y^2+2y-15$.

3) Разложим $y^2+2y-15$ на множители $\begin{cases} y_1y_2 = -15 \\ y_1 + y_2 = -2 \end{cases}$; $y_1 = -5$; $y_2 = 3$

4) $y^2+2y-15 = (y+5)(y-3)$

5) Заменим y ($y = x^2+3x$); $x(x+1)(x+2)(x+3)-15 = (x^2+3x+5)(x^2+3x-3)$

Ответ: $(x^2+3x+5)(x^2+3x-3)$.

1.47(2) $(x+3)(x-2)(x+1)x+8 = \big((x+3)(x-2)\big)\big(x(x+1)\big)+8 =$
$= (x^2+x-6)(x^2+x)+8$

1) Пусть $x^2+x = y$.

2) Тогда $(y-6)y+8 = y^2-6y+8$.

3) Разложим на множители y^2-6y+8; $\begin{cases} y_1y_2 = 8 \\ y_1 + y_2 = 6 \end{cases}$

$y_1 = 4$; $y_2 = 2$. $y^2-6y+8 = (y-4)(y-2)$

4) Сделаем замену $x(x+1)(x+3)(x-2)+8 = (x^2+x-4)(x^2+x-2)$

Ответ: $(x^2+x-4)(x^2+x-2)$.

1.48(1) $2a^2-x^2-ax-a+x = a^2+a^2-x^2-ax-a+x = (a^2-x^2)+(a^2-ax)-(a-x) =$
$= (a-x)(a+x)+a(a-x)-(a-x) = (a-x)(a+x+a-1) = (a-x)(2a+x-1)$

Ответ: $(a-x)(2a+x-1)$.

1.48(2) $x^2-2y^2-xy-x-y = x^2-y^2-y^2-xy-x-y = (x^2-y^2)-(y^2+xy)-(x+y) =$
$= (x+y)(x-y)-y(x+y)-(x+y) = (x+y)(x-y-y-1) = (x+y)(x-2y-1)$

Ответ: $(x+y)(x-2y-1)$.

1.49(1) $x^4+3x^2-x+3 = x^4+2x^2+\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{4}+3 =$

$= x^4+2x^2+\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+2,75>0$

1.49(2) $x^4+2x^2-x+5 = x^4+x^2+\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{4}+5 =$

$= x^4+x^2+\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+4,75>0$.

1.50(1) $6y-4x-x^2-y^2 = -(x^2+y^2-6y+4x) = -(x^2+4x+4+y^2-6y+9-13) =$
$= -\left((x+2)^2+(y-3)^2-13\right) = -(x+2)^2-(y-3)^2+13$. Данное выражение принимает наибольшее значение при $x = -2$; $y = 3$.

Ответ: $x = -2$; $y = 3$.

1.50(2) $x^2+y^2-10x+2y = x^2-10x+25+y^2+2y+1-26 = (x-5)^2+(y+1)^2-26$. Данное выражение принимает наименьшее значение при $x = 5$; $y = -1$.

Ответ: $x = 5$; $y = -1$.

1.51(1) $\dfrac{10}{x^2+y^2+4x-6y+14}=\dfrac{10}{\left(x^2+4x+4\right)+\left(y^2-6y+9\right)+1}=$

$=\dfrac{10}{(x+2)^2+(y-3)^2+1}.$

При $x=-2$; $y=3$ наибольшее значения выражения равно 10.

Ответ: Наибольшее значение выражения, равное 10, достигается при $x=-2$; $y=3$.

1.51(2) $\dfrac{8}{x^2+y^2-2x-10y+30}=\dfrac{8}{x^2-2x+1+y^2-10y+25+4}=$

$=\dfrac{8}{(x-1)^2+(y-5)^2+4}$. Наибольшее значение выражения достигается при $x-1=0$; $y-5=0$ ($x=1$; $y=5$).

Ответ: Наибольшее значение выражения, равное 2, достигается при $x=1$; $y=5$.

1.52(1) $x+y=1$; $x=1-y$; $4x^2+2xy-y^2$ при $x=1-y$ примет вид: $4(1-y)^2+2y(1-y)-y^2=4(1-2y+y^2)+2y-2y^2-y^2=4-8y+4y^2+2y-2y^2-y^2=$ $=y^2-6y+4=y^2-6y+9-9+4=(y-3)^2-5$. Наименьшее значение выражение $(y-3)^2-5$ принимает при $y-3=0$, т.е. при $y=3$. Данное выражение принимает наименьшее значение при $x=-2$ и оно равно -5.

Ответ: Наименьшее значение выражения, равное -5, достигается при $x=-2$; $y=3$.

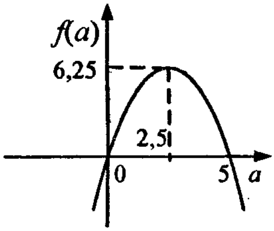
1.52(2) $x-y=1$; $x=1+y$. При $x=1+y$ выражение $x^2+2xy-4y^2$ примет вид: $(1+y)^2+2y(1+y)-4y^2=1+2y+y^2+2y+2y^2-4y^2=-y^2+4y+1=$ $=-(y^2-4y-1)=-(y^2-4y+4-4-1)=-\left(\left(y^2-4y+4\right)-5\right)=-\left((y-2)^2-5\right)=$ $=-(y-2)^2+5$. Наибольшее значение выражение $-(y-2)^2+5$ принимает при $y-2=0$, т.е. при $y=2$. Данное выражение принимает наибольшее значение, равное 5. при $x=3$, $y=2$.

Ответ: Выражение принимает наибольшее значение, равное 5, при $x=3$; $y=2$.

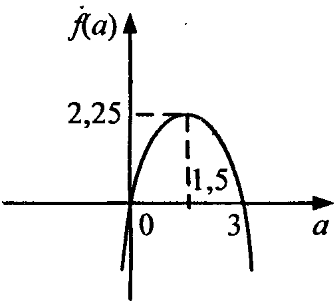
1.53(1) $1\le a\le 3$ и $b=5-a$; $ab=a(5-a)=5a-a^2$.

Рассмотрим функцию $f(a)=5a-a^2$. Ее график – парабола, ветви которой направлены вниз. Абсцисса вершины параболы: $x_0=-\dfrac{b}{2a}$ для функции $f(x)=ax^2+bx+c$. В данном случае $a_0=-\dfrac{5}{-2}=2{,}5$; $f(2{,}5)=5\cdot 2{,}5-(2{,}5)^2=12{,}5-6{,}25.$

Наибольшее значение функции достигается при $a = 2{,}5$, и оно равно 6,25.



Ответ: 6,25.



1.53(2) $b = 3-a$; $1 \le a \le 2$;
$ab = a(3-a) = 3a-a^2$.
Рассмотрим функцию $f(a) = 3a-a^2$. Ее график – парабола, ветви которой направлены вниз. Абсцисса вершины параболы $a_0 = \dfrac{-3}{-2} = \dfrac{3}{2}$;
следовательно наибольшее значение функции достигается при $a_0 = 1{,}5$; $f(1{,}5) = 3 \cdot 1{,}5 - 2{,}25 = 2{,}25$.
Ответ: 2,25.

1.54(1) 1) $3a^2-2b^2 = 5ab$; $3a^2-5ab-2b^2 = 0$.

$$a = \frac{5b \pm \sqrt{25b^2+24b^2}}{6} = \frac{5b \pm 7b}{6};\ a_1 = 2b;\ a_2 = -\frac{1}{3}b.$$

По условию $a>0$, $b>0$. Условию удовлетворяет только a_1.

2) При $a = 2b$ выражение $\dfrac{2b-a}{a+3b}$ примет вид: $\dfrac{2b-2b}{2b+3b} = 0$.

Ответ: 0.

1.54(2) 1) $5a^2-2b^2 = 3ab$; $5a^2-3ab-2b^2 = 0$

$$a = \frac{3b \pm \sqrt{9b^2+40b^2}}{10} = \frac{3b \pm 7b}{10};\ a_1 = b;\ a_2 = -0{,}4b.$$

По условию $a<0$, $b<0$. Условию удовлетворяет a_1.

2) При $a = b$ выражение $\dfrac{3a(a+b)}{b(2a-b)}$ примет вид: $\dfrac{3b \cdot 2b}{b(2b-b)} = 6$.

Ответ: 6.

1.55(1) $\dfrac{2x^2+5xy-3y^2}{2x^2-xy}$. 1) Разложим на множители $2x^2+5xy-3y^2$

$$x=\frac{-5y\pm\sqrt{25y^2+24y^2}}{4}=\frac{-5y\pm 7y}{4};\ x_1=-3y;\ x_2=\frac{1}{2}y.$$

2) $$\frac{2(x+3y)\left(x-\frac{1}{2}y\right)}{x(2x-y)}=\frac{(x+3y)(2x-y)}{x(2x-y)}=\frac{x+3y}{x}.$$

Ответ: $\frac{x+3y}{x}$.

1.55(2) 1) Разложим на множители $2y^2-3xy-9x^2$

$$y=\frac{3x\pm\sqrt{9x^2+72x^2}}{4}=\frac{3x\pm 9x}{4};\ y_1=3x;\ y_2=-\frac{3}{2}x.$$

2) $$\frac{2y^2-3xy-9x^2}{y^2-3xy}=\frac{2(y-3x)\left(y+\frac{3}{2}x\right)}{y(y-3x)}=\frac{2y-3x}{y}$$

Ответ: $\frac{2y+3x}{y}$.

1.56(1) $$\frac{2\sqrt{x}+x-x\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}\left(2+\sqrt{x}-x\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{x-\sqrt{x}-2}{2-\sqrt{x}}$$

Разложим на множители $x-\sqrt{x}-2$; пусть $\sqrt{x}=y$.

Тогда $x-\sqrt{x}-2$ примет вид: y^2-y-2; $\begin{cases}y_1y_2=-2\\ y_1+y_2=1\end{cases}$

$y_1=2;\ y_2=-1;\ y^2-y-2=(y-2)(y+1);\ x-\sqrt{x}-2=\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)$

$$\frac{x-\sqrt{x}-2}{2-\sqrt{x}}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{2-\sqrt{x}}=-\sqrt{x}-1$$

Ответ: $-\sqrt{x}-1$.

1.56(2) $$\frac{3\sqrt{x}-2x-x\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}\left(3-2\sqrt{x}-x\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}=-\frac{x+2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$$

Разложим на множители $x+2\sqrt{x}-3$; пусть $\sqrt{x}=y$. Тогда $x+2\sqrt{x}-3$ примет вид: y^2+2y-3. $\begin{cases}y_1y_2=-3\\ y_1+y_2=-2\end{cases}$.

$y_1 = -3;\ y_2 = 1;\ y^2+2y-3 = (y+3)(y-1);\ x+2\sqrt{x}-3 = (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)$

$$-\frac{x+2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} = \frac{-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+3} = 1-\sqrt{x}$$

Ответ: $1-\sqrt{x}$

1.57(1) $1-\dfrac{a\sqrt{a}+1}{a\left(\sqrt{a}+1\right)}-\dfrac{1}{\sqrt{a}} = 1-\dfrac{\sqrt{a^3}+1}{a\left(\sqrt{a}+1\right)}-\dfrac{1}{\sqrt{a}} =$

$$=1-\frac{\left(\sqrt{a}+1\right)\left(a-\sqrt{a}+1\right)}{a\left(\sqrt{a}+1\right)}\cdot\frac{1}{\sqrt{a}} = 1-\frac{a-\sqrt{a}+1}{a}-\frac{1}{\sqrt{a}} =$$

$=\dfrac{a-a+\sqrt{a}-1-\sqrt{a}}{a} = -\dfrac{1}{a}$; при $a = 0{,}9$ выражение $-\dfrac{1}{a}$ равно

$$-\frac{1}{0{,}9} = -\frac{10}{9} = -1\frac{1}{9}$$

Ответ: $-1\frac{1}{9}$.

1.57(2) $\dfrac{1}{\sqrt{a}}-\dfrac{1-a\sqrt{a}}{a\left(1-\sqrt{a}\right)}+1 = \dfrac{1}{\sqrt{a}}-\dfrac{1-\sqrt{a^3}}{a\left(1-\sqrt{a}\right)}+1 = \dfrac{1}{\sqrt{a}}$ -

$$-\frac{\left(1-\sqrt{a}\right)\left(1+\sqrt{a}+a\right)}{a\left(1-\sqrt{a}\right)}+1 = \frac{1}{\sqrt{a}}-\frac{1+\sqrt{a}+a}{a}+1 = \frac{\sqrt{a}-1-\sqrt{a}-a+a}{a} =$$

$= -\dfrac{1}{a}$. При $a = 0{,}4$ выражение $-\dfrac{1}{a}$ равно $-\dfrac{1}{0{,}4} = -2{,}5$

Ответ: -2,5.

1.58(1) $A = \sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}$

1) $(1-\sqrt{3})^2 = 1-2\sqrt{3}+3 = 4-2\sqrt{3} = 2(2-\sqrt{3})$

$\sqrt{3}-1 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}$; $\sqrt{2-\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$

2) $\sqrt{3}+1 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}$; $\sqrt{2+\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$

3) $\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{6}$

4) проверим, является ли $\sqrt{6}$ корнем уравнения

$x^2 - 3\sqrt{6}x + 12 = 0$; $\left(\sqrt{6}\right)^2 - 3\sqrt{6}\cdot\sqrt{6} + 12 = 18 - 18 = 0$.

Ответ: является.

1.58(2) $B = \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$;

1) $(1-\sqrt{5})^2 = 1 - 2\sqrt{5} + 5 = 6 - 2\sqrt{5} = 2(3-\sqrt{5})$;

$\sqrt{5} - 1 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{3-\sqrt{5}}$; $\sqrt{3-\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}$;

2) $\left(1+\sqrt{5}\right)^2 = 2\left(3+\sqrt{5}\right)$; $\sqrt{5}+1 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{3+\sqrt{5}}$; $\sqrt{3+\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}}$;

3) $\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} - \dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

4) проверим, является ли $\sqrt{2}$ корнем уравнения

$x^2 + 5\sqrt{2}x - 12 = 0$; $(\sqrt{2})^2 + 5\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} - 12 = 2 + 10 - 12 = 0$.

Ответ: является.

1.59(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+1} + \dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt{21}+\sqrt{19}} =$

$$= \frac{\sqrt{3}-1}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{\sqrt{21}-\sqrt{19}}{\left(\sqrt{21}+\sqrt{19}\right)\left(\sqrt{21}-\sqrt{19}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{5}+\ldots+\sqrt{21}-\sqrt{19}}{2} = \frac{\sqrt{21}-1}{2}$$

$\sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25}$; $4 < \sqrt{21} < 5$; $4 - 1 < \sqrt{21} - 1 < 5 - 1$;

$3 < \sqrt{21} - 1 < 4$; $1{,}5 < \dfrac{\sqrt{21}-1}{2} < 2$.

Ответ: между 1 и 2.

1.59(2) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt{20}+\sqrt{19}} =$

$$= \frac{\sqrt{2}-1}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\left(\sqrt{4}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{4}-\sqrt{3}\right)} + \ldots$$

$$\ldots+\frac{\sqrt{20}-\sqrt{19}}{\left(\sqrt{20}+\sqrt{19}\right)\left(\sqrt{20}-\sqrt{19}\right)}=$$

$$=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\ldots+\sqrt{20}-\sqrt{19}=\sqrt{20}-1$$

$\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$; $4<\sqrt{20}<5$; $4-1<\sqrt{20}-1<5-1$; $3<\sqrt{20}-1<4$.

Ответ: между 3 и 4.

1.60(1) Наименьшее значение данного выражения равно 0; оно достигается при $2x-2y+10=0$; $x+3y-3=0$

$$\begin{cases}2x-2y=-10\\ x+3y=3\end{cases}\Big|\cdot(-2)\quad \begin{cases}2x-2y=-10\\ -2x-6y=-6\end{cases}\quad \begin{cases}-8y=-16\\ x+3y=3\end{cases}\quad \begin{cases}y=2\\ x=3-3y\end{cases}\quad \begin{cases}x=-3\\ y=2\end{cases}$$

Ответ: при $x=-3$; $y=2$ наименьшее значение выражения равно 0

1.60(2) Наименьшее значение данного выражения равно 0; оно достигается при $3x-2y-7=0$; $x-y-3=0$

$$\begin{cases}3x-2y-7=0\\ x-y-3=0\end{cases}\quad \begin{cases}3x-2y=7\\ x-y=3\end{cases}\Big|\cdot(-3)\quad \begin{cases}3x-2y=7\\ -3x+3y=-9\end{cases}\quad \begin{cases}y=-2\\ x=3+y\end{cases}\quad \begin{cases}x=1\\ y=-2\end{cases}$$

Ответ: наименьшее значение равно 0; оно достигается при $x=1$; $y=-2$.

2. Уравнения и системы уравнений

2.1(1) $(3-2x)(6x-1)=(2x-3)^2$; $(3-2x)(6x-1)=(3-2x)^2$

1) $3-2x=0$; $-2x=-3$; $x=1{,}5$. 2) $6x-1=3-2x$; $8x=4$; $x=\frac{1}{2}$

Ответ: 0,5; 1,5.

2.1(2) $(5+4x)^2=(9-21x)(4x+5)$

1) $5+4x=0$; $4x=-5$; $x=-1{,}25$

2) $5+4x=9-21x$; $4x+21x=9-5$; $25x=4$; $x=\frac{4}{25}$; $x=0{,}16$.

Ответ: –1,25; 0,16.

2.2(1) $(1-2x)(4x^2+2x+1)=8(1-x^2)(x+2)$

$4x^2+2x+1-8x^3-4x^2-2x=8(x+2-x^3-2x^2)$

$1-8x^3=-8x^3-16x^2+8x+16$; $16x^2-8x-15=0$;

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16+240}}{16}=\frac{4\pm16}{16};\ x_1=\frac{5}{4};\ x_2=-\frac{3}{4}.$$

Ответ: $-\frac{3}{4};\frac{5}{4}$.

2.2(2) $8(x-2)(x^2-1)=(4x^2-2x+1)(2x+1)$; $8(x^3-2x^2-x+2)=(2x)^3+1^3$;
$8x^3-16x^2-8x+16=8x^3+1$; $-16x^2-8x+16-1=0$; $16x^2+8x-15=0$;

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{16+240}}{16}=\frac{-4\pm16}{16};\ x_1=-\frac{5}{4},\ x_2=\frac{3}{4}$$

Ответ: $-\frac{5}{4};\frac{3}{4}$

2.3(1) $x^3+3x^2-2x-6=0$; $x^2(x+3)-2(x+3)=0$; $(x+3)(x^2-2)=0$;
$x+3=0$; $x^2-2=0$; $x^2=2$; $x_1=-3$; $x_2=-\sqrt{2}$; $x_3=\sqrt{2}$

Ответ: -3: $-\sqrt{2};\sqrt{2}$.

2.3(2) $x^3-3x^2-3x+9=0$; $x^2(x-3)-3(x-3)=0$; $(x-3)(x^2-3)=0$
$x-3=0$; $x^2-3=0$; $x_1=3$; $x^2=3$; $x_2=-\sqrt{3}$; $x_3=\sqrt{3}$

Ответ: $3;-\sqrt{3};\sqrt{3}$.

2.4(1) $2x^3-5x^2-2x+5=0$; $2x(x^2-1)-5(x^2-1)=0$; $(x^2-1)(2x-5)=0$;
$x^2-1=0$; $2x-5=0$; $x^2=1$; $x_1=-1$; $x_2=1$; $x_3=2{,}5$
Ответ: -1; 1; $2{,}5$.
2.4(2) $2x^3-x^2-8x+4=0$; $(2x^3-8x)-(x^2-4)=0$; $2x(x^2-4)-(x^2-4)=0$;

$(x^2-4)(2x-1)=0$; $x^2-4=0$; $2x-1=0$; $x^2=4$; $x_3=\frac{1}{2}$, $x_1=-2$; $x_2=2$.

Ответ: -2; 2; $\frac{1}{2}$.

2.5(1) $3x^2(2x-1)+x(2x-1)+2(1-2x)=0$; $(2x-1)(3x^2+x-2)=0$; $2x-1=0$;

$$x_1=\frac{1}{2};\ 3x^2+2x-2=0;\ x_{2,3}=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{6}=\frac{-1\pm5}{6},\ x_2=-1;\ x_3=\frac{2}{3}$$

Ответ: $\frac{1}{2};\frac{2}{3};-1$

2.5(2) $2x^2(2x-5)+x(2x-5)+(5-2x)=0$; $(2x-5)(2x^2+x-1)=0$; $2x-5=0$;

$$2x^2+x-1=0;\ x_1=2{,}5;\ x_{2,3}=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\frac{-1\pm3}{4};\ x_2=-1;\ x_3=\frac{1}{2}.$$

Ответ: -1; $0{,}5$; $2{,}5$.
2.6(1) $x^4+2x^2-8=0$; $x^2=y$; $y>0$; $y^2+2y-8=0$

$\begin{cases} y_1y_2=-8 \\ y_1+y_2=-2 \end{cases}$ по теореме, обратной теореме Виета

$y_1=-4$; $y_2=2$; $x^2=-4(1)$. Уравнение (1) не имеет корней.
$x^2=2$; $x_1=-\sqrt{2}$; $x_2=\sqrt{2}$

Ответ: $-\sqrt{2};\sqrt{2}$.

2.6(2) $x^4-7x^2+12=0$; $x^2=y$; $y>0$; $y^2-7y+12=0$; $\begin{cases} y_1y_2=12 \\ y_1+y_2=7 \end{cases}$.

$y_1=3$; $y_2=4$, $x^2=3$, $x_1=\sqrt{3}$, $x_2=-\sqrt{3}$; $x^2=4$; $x=2$; $x=-2$

Ответ: -2; 2; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$.

2.7(1) $2x^4-19x^2+9=0$; $x^2=y$; $y>0$; $2y^2-19y+9=0$;

$y=\dfrac{19\pm\sqrt{361-72}}{4}=\dfrac{19\pm17}{4}$, $y_1=9$; $y_2=\dfrac{1}{2}$

1) $x^2=9$; $x_1=3$; $x_2=-3$. 2) $x^2=\dfrac{1}{2}$; $x_3=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. $x_4=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Ответ: -3; 3; $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

2.7(2) $3x^4-13x^2+4=0$; $x^2=y$; $y>0$; $3y^2-13y+4=0$;

$y=\dfrac{13\pm\sqrt{169-48}}{6}=\dfrac{13\pm11}{6}$; $y_1=4$; $y_2=\dfrac{1}{3}$.

1) $x^2=4$; $x_1=-2$; $x_2=2$. 2) $x^2=\dfrac{1}{3}$; $x_3=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$; $x_4=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Ответ: -2; 2; $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$; $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

2.8.(1) $\dfrac{6-x}{3(x^2-4)}-\dfrac{2}{x-2}=1$; $\dfrac{6-x}{3(x-2)(x+2)}-\dfrac{2}{x-2}=1$. $x\neq\pm2$

$6-x-6(x+2)=3(x^2-4)$; $6-x-6x-12-3x^2+12=0$;

$3x^2-7x+6=0$; $3x^2+7x-6=0$;

$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{49+72}}{6}=\dfrac{-7\pm11}{6}$; $x_1=-3$; $x_2=\dfrac{2}{3}$.

Ответ: -3; $\dfrac{2}{3}$.

2.8(2) $\dfrac{x+8}{2\left(x^2-9\right)}-\dfrac{2}{x-3}=1$

1) $x^2-9\neq0$; $x\neq\pm3$; $x+8-4(x+3)=2x^2-18$; $x+8-4x-12=2x^2-18$;

$2x^2+3x-14=0$; $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+112}}{4}=\dfrac{-3\pm11}{4}$; $x_1=-3{,}5$; $x_2=2$.

Ответ: $-3{,}5$; 2.

2.9(1) $\frac{x+5}{x-5}+\frac{x}{x+5}=\frac{50}{x^2-25}$

1) $x \neq \pm 5$

2) $(x+5)^2+x(x-5)=50$; $x^2+10x+25+x^2-5x-50=0$; $2x^2+5x-25=0$;

$x=\frac{-5\pm\sqrt{25+200}}{4}=\frac{-5\pm 15}{4}$; $x_1=-5$; $x_2=\frac{5}{2}$.

Ответ: 2,5.

2.9(2) $\frac{x}{x+2}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{8}{x^2-4}$

1) $x \neq \pm 2$; $x(x-2)+(x+2)^2=8$; $x^2-2x+x^2+4x+4-8=0$; $2x^2+2x-4=0$;

$x^2+x-2=0$; $\begin{cases} x_1x_2=-2 \\ x_1+x_2=-1 \end{cases}$ $x_1=-2$; $x_2=1$.

Ответ: 1.

2.10(1) $\frac{2x}{2x-3}-\frac{3x}{2x+3}=\frac{15-32x^2}{4x^2-9}$. 1) $x \neq \pm 1{,}5$

2) $2x(2x+3)-3x(2x-3)=15-32x^2$; $4x^2+6x-6x^2+9x=15-32x^2$;
$-2x^2+15x+32x^2-15=0$; $30x^2+15x-15=0$;

$2x^2+x-1=0$; $x=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\frac{-1\pm 3}{4}$. $x_1=-1$; $x_2=\frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$; -1.

2.10(2) $\frac{2x}{3x-1}-\frac{x}{3x+1}=\frac{9-3x^2}{9x^2-1}$. 1) $x \neq \pm\frac{1}{3}$

2) $2x(3x+1)-x(3x-1)=9-3x^2$; $6x^2+2x-3x^2+x-9+3x^2=0$; $6x^2+3x-9=0$;

$2x^2+x-3=0$; $x=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{4}=\frac{-1\pm 5}{4}$; $x_1=-1{,}5$; $x_2=1$.

Ответ: $-1{,}5$; 1.

2.11(1) $\frac{2}{3x+1}-\frac{x}{1-3x}=\frac{2x}{9x^2-1}$

1) $x \neq \pm\frac{1}{3}$

2) $2(3x-1)+x(3x+1)=2x$; $6x-2+3x^2+x-2x=0$; $3x^2+5x-2=0$;

$x=\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{6}=\frac{-5\pm 7}{6}$; $x_1=-2$; $x_2=\frac{1}{3}$.

Ответ: -2.

2.11(2) $\frac{6}{1-2x}+\frac{9}{2x+1}=\frac{12x^2-15}{4x^2-1}$

1) $x\neq\pm0,5$; $\frac{6}{1-2x}+\frac{9}{1+2x}=\frac{15-12x^2}{1-4x^2}$; $6(1+2x)+9(1-2x)=$
$=15-12x^2$; $6+12x+9-18x=15-12x^2$; $12x^2-6x=0$; $2x^2-x=0$;

$x(2x-1)=0$; $x_1=0$; $x_2=\frac{1}{2}$.

Ответ: 0.

2.12(1) $\frac{16}{x(x+1)}-\frac{6}{x(x-1)}=\frac{1}{x}$. 1) $x\neq0;\pm1$

2) $16(x-1)-6(x+1)=x^2-1$; $16x-16-6x-6=x^2-1$; $x^2-10x+21=0$;

$\begin{cases}x_1x_2=21\\x_1+x_2=10\end{cases}$ $x_1=7$; $x_2=3$.

Ответ: 7; 3.

2.12(2) $\frac{3}{x(x+4)}-\frac{15}{x(x-4)}=\frac{4}{x}$. 1) $x\neq0;\pm4$

2) $3(x-4)-15(x+4)=4(x^2-16)$; $3x-12-15x-60-4x^2+64=0$;

$-4x^2-12x-8=0$; $x^2+3x+2=0$; $\begin{cases}x_1x_2=2\\x_1+x_2=-3\end{cases}$ $x_1=-2$; $x_2=-1$

Ответ: –2; –1.

2.13(1) $\frac{1}{x+6}+\frac{2}{x-2}=\frac{2}{x-6}$. 1) $x\neq\pm6;2$

2) $\frac{1}{x+6}-\frac{2}{x-6}=\frac{-2}{x-2}$; $\frac{x-6-2x-12}{(x+6)(x-6)}=\frac{-2}{x-2}$

$(-x-18)(x-2)=-2(x^2-36)$; $-x^2-18x+2x+36=-2x^2+72$; $x^2-16x-36=0$

$\begin{cases}x_1x_2=-36\\x_1+x_2=16\end{cases}$ $x_1=18$; $x_2=-2$

Ответ: 18; –2.

2.13(2) $\frac{7}{x-3}+\frac{1}{x+6}=\frac{5}{x-6}$. 1) $x\neq\pm6;3$

2) $\frac{7}{x-3}=\frac{5}{x-6}-\frac{1}{x+6}$; $\frac{7}{x-3}=\frac{5(x+6)-(x-6)}{x^2-36}$,

$7(x^2-36)=(x-3)(5x+30-x+6)$; $7(x^2-36)=(x-3)(4x+36)$;
$7x^2-252=-12x+4x^2+36x-108$; $3x^2-24x-144=0$; $x^2-8x-48=0$;

$$\begin{cases} x_1 x_2 = -48 \\ x_1 + x_2 = 8 \end{cases} \quad x_1 = 12;\ x_2 = -4$$

Ответ: 12; –4

2.14(1) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} - \dfrac{y-2x}{5} = \dfrac{4}{3} \\ \dfrac{y}{2} + \dfrac{5}{6} = \dfrac{x+y}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} 5x - 3y + 6x = 20 \\ 3y + 5 = 2x + 2y \end{cases}$

$$\begin{cases} 11x - 3y = 20 \\ 2x - y = 5 \end{cases} \Bigg| -3 \quad \begin{cases} 11x - 3y = 20 \\ -6x + 3y = -15 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x = 5 \\ y = 2x - 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$$

Ответ: (1; –3).

2.14(2) $\begin{cases} \dfrac{3x}{4} - \dfrac{y-3x}{2} = -6 \\ \dfrac{y-x}{3} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{y}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - 2y + 6x = -24 \\ 2y - 2x - 1 = 3y \end{cases}$

$$\begin{cases} 9x - 2y = -24 \\ -2x - y = 1 \end{cases} \Bigg| -2 \quad \begin{cases} 9x - 2y = -24 \\ 4x + 2y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} 13x = -26 \\ y = -2x - 1 \end{cases},\ x = -2,\ y = 3$$

Ответ: (–2; 3).

2.15(1) $\begin{cases} 3(x-y) - 2(x+y) = 2(x-y) \\ \dfrac{x+y}{5} - \dfrac{x-y}{3} = 1 - \dfrac{y}{15} \end{cases}$ $\begin{cases} (x-y) - 2(x+y) = 0 \\ 3x + 3y - 5x + 5y = 15 - y \end{cases}$

$$\begin{cases} x - y - 2x - 2y = 0 \\ -2x + 9y = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} -x - 3y = 0 \\ -2x + 9y = 15 \end{cases} \Bigg| -2 \quad \begin{cases} 2x + 6y = 0 \\ -2x + 9y = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 6y = 0 \\ -2x + 9y = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} 15y = 15 \\ x = -3y \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Ответ: (–3; 1)

2.15(2)

$$\begin{cases} 5(x+y) - 4(x \quad y) = 8y - 3x \\ \dfrac{x-y}{2} - \dfrac{x+y}{6} = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 5y - 4x + 4y - 8y + 3x = 0 \\ 3x - 3y - x - y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + y = 0 \\ 2x - 4y = 18 \end{cases} \quad \begin{cases} 16x + 4y = 0 \\ 2x - 4y = 18 \end{cases} \quad \begin{cases} 18x = 18 \\ y = -4x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$$

Ответ: (1; –4)

2.16(1) $\begin{cases}4x^2-y=2\\3x-2y=-1\end{cases}\Bigg|-2$ $\begin{cases}-8x^2+2y=-4\\3x-2y=-1\end{cases}$ $\begin{cases}-8x^2+3x=-5\\y=4x^2-2\end{cases}$

$\begin{cases}8x^2-3x-5=0\\y=4x^2-2\end{cases}$; $8x^2-3x-5=0$

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+160}}{16}=\dfrac{3\pm13}{16}$, $x_1=-\dfrac{5}{8}$; $x_2=1$

$\begin{cases}x_1=-\dfrac{5}{8}\\y=4x^2-2\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=1\\y=4x^2-2\end{cases}$; $\begin{cases}x_1=-\dfrac{5}{8}\\y_1=-\dfrac{7}{16}\end{cases}$; $\begin{cases}x_2=1\\y_2=2\end{cases}$

Ответ: $\left(-\dfrac{5}{8},-\dfrac{7}{16}\right)$; (1; 2).

2.16(2) $\begin{cases}4x+3y=-1\\2x^2-y=11\end{cases}\Bigg|3$ $\begin{cases}4x+3y=-1\\6x^2-3y=33\end{cases}$ $\begin{cases}6x^2+4x-32=0\\y=2x^2-11\end{cases}$

$\begin{cases}3x^2+2x-16=0\\y=2x^2-11\end{cases}$; $3x^2+2x-16=0$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+48}}{3}=\dfrac{-1\pm7}{3}$; $x_1=-\dfrac{8}{3}$; $x_2=2$

$\begin{cases}x_1=-\dfrac{8}{3}\\y=2x^2-11\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=2\\y=2x^2-11\end{cases}$; $\begin{cases}x_1=-\dfrac{8}{3}\\y_1=3\dfrac{2}{9}\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=2\\y=-3\end{cases}$

Ответ: $\left(-2\dfrac{2}{3};3\dfrac{2}{9}\right)$;(2;–3).

2.17(1) $\begin{cases}x-y=5\\x^2+2xy-y^2=-7\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+2x(x-5)-(x-5)^2=-7\\y=x-5\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+2x^2-10-x^2+10x-25=-7\\y=x-5\end{cases}$ $\begin{cases}2x^2=18\\y=x-5\end{cases}$ $\begin{cases}x^2=9\\y=x-5\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=3\\y=x-5\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=-3\\y=x-5\end{cases}$; $\begin{cases}x_1=3\\y_1=-2\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=-3\\y_2=-8\end{cases}$

Ответ: (3; –2); (–3; –8).

2.17(2) $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x^2+xy+y^2=8 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2-x \\ 2x^2+x(2-x)+(2-x)^2=8 \end{cases}$

$\begin{cases} y=2-x \\ 2x^2+2x-x^2+4-4x+x^2=8 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2-x \\ 2x^2-2x-4=0 \end{cases}$

$\begin{cases} y=2-x \\ x^2-x-2=0 \end{cases}$ $x_1=2; x_2=-1;$ $\begin{cases} x_1=2 \\ y=2-x \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-1 \\ y=2-x \end{cases}$

Ответ: (2; 0); (–1; 3).

2.18(1) $\begin{cases} x-y=7 \\ x^2+y^2=9-2xy \end{cases}$ $\begin{cases} x=7+y \\ (7+y)^2+y^2=9-2y(7+y) \end{cases}$

$\begin{cases} x=7+y \\ 49+14y+y^2+y^2=9-14y-2y^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=7+y \\ 4y^2+28y+40=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=7+y \\ y^2+7y+10=0 \end{cases}$ $(y_1=-2; y_2=-5)$

$\begin{cases} x=7+y \\ y_1=-2 \end{cases}$ или $\begin{cases} x=7+y \\ y_2=-5 \end{cases}$; $\begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=2 \\ y_2=-5 \end{cases}$

Ответ: (5; –2); (2; –5).

2.18(2) $\begin{cases} x+y=8 \\ x^2+y^2=16+2xy \end{cases}$ $\begin{cases} x=8-y \\ (8-y)^2+y^2=16+2y(8-y) \end{cases}$

$\begin{cases} x=8-y \\ 64-16y+y^2+y^2=16+16y-2y^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=8-y \\ 4y^2-32y+48=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=8-y \\ y^2-8y+12=0 \end{cases}$ $(y_1=2; y_2=6);$ $\begin{cases} x=8-y \\ y_1=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=8-y \\ y_2=6 \end{cases}$

Ответ: (6; 2); (2; 6).

2.19(1) $\begin{cases} x^2-xy=12-y^2 \\ x-2y=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x=6+2y \\ (6+2y)^2-y(6+2y)=12-y^2 \end{cases}$

$\begin{cases} x=6+2y \\ 36+24y+4y^2-6y-2y^2=12-y^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=6+2y \\ 3y^2+18y+24=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=6+2y \\ 3y^2+18y+24=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=6+2y \\ y^2+6y+8=0 \end{cases}$ $; y_1=-2; y_2=-4$

Ответ: (2; –2); (–2; –4).

2.19(2) $\begin{cases} 3x-y=10 \\ x^2-y^2=20-xy \end{cases}$ $\begin{cases} y=3x-10 \\ x^2-(3x-10)^2=20-x(3x-10) \end{cases}$

$\begin{cases} y=3x-10 \\ x^2-9x^2+60x-100=20-3x^2+10x \end{cases}$ $\begin{cases} y=3x-10 \\ -5x^2+50x-120=0 \end{cases}$

$\begin{cases} y=3x-10 \\ x^2-10x+24=0 \end{cases}$ $(x_1=6;\, x_2=4)$; $\begin{cases} y=3x-10 \\ x_1=6 \end{cases}$ или $\begin{cases} y=3x-10 \\ x_2=4 \end{cases}$

Ответ: (6; 8); (4; 2).

2.20(1) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{1}{3};\, y\neq 0 \\ x^2+y^2=50 \end{cases}$ $\begin{cases} y=3x \\ x^2+(3x)^2=50 \end{cases}$ $\begin{cases} y=3x \\ x^2+9x^2=50 \end{cases}$ $\begin{cases} y=3x \\ x^2=5 \end{cases}$

$\begin{cases} y=3x \\ x_1=-\sqrt{5} \end{cases}$ $\begin{cases} y=3x \\ x_2=\sqrt{5} \end{cases}$

Ответ: $(-\sqrt{5};-3\sqrt{5});(\sqrt{5};3\sqrt{5})$.

2.20(2)

$\begin{cases} \dfrac{y}{x}=\dfrac{1}{2} \\ x^2-y^2=21 \end{cases}$ $\begin{cases} x=2y \\ 4y^2-y^2=21 \end{cases}$ $\begin{cases} x=2y \\ y^2=7 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=2\sqrt{7} \\ y_1=\sqrt{7} \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-2\sqrt{7} \\ y_2=-\sqrt{7} \end{cases}$

Ответ: $(2\sqrt{7};\sqrt{7});(-2\sqrt{7};-\sqrt{7})$.

2.21(1) $\begin{cases} y=3x^2-8x-2 \\ y=x^2-4 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x^2-8x-2=x^2-4 \\ y=x^2-4 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2-8x+2=0 \\ y=x^2-4 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-4x+1=0 \\ y=x^2-4 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=2+\sqrt{3} \\ y=x^2-4 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=2-\sqrt{3} \\ y=x^2-4 \end{cases}$

$\begin{cases} y_1=4+4\sqrt{3}+3-4 \\ x_1=2+\sqrt{3} \end{cases}$ $\begin{cases} y_2=4-4\sqrt{3}+3-4 \\ x_2=2-\sqrt{3} \end{cases}$

Ответ: $(2+\sqrt{3};3+4\sqrt{3});(2-\sqrt{3};3-4\sqrt{3})$.

2.21(2) $y=2x^2-6x-1$; $y=x^2-2x$; $2x^2-6x-1=x^2-2x$;
$x^2-4x-1=0$, $x=2\pm\sqrt{5}$.

1) $\begin{cases} x=2+\sqrt{5} \\ y=(2+\sqrt{5})^2-2(2+\sqrt{5}) \end{cases}$; $\begin{cases} x=2+\sqrt{5} \\ y=4+4\sqrt{5}+5-4-2\sqrt{5} \end{cases}$; $\begin{cases} x=2+\sqrt{5} \\ y=5+2\sqrt{5} \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = 2-\sqrt{5} \\ y = (2-\sqrt{5})^2 - 2(2-\sqrt{5}) \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2-\sqrt{5} \\ y = 4-4\sqrt{5}+5-4+2\sqrt{5} \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2-\sqrt{5} \\ y = 5-2\sqrt{5} \end{cases}$

Ответ: $(2+\sqrt{5},\ 5+2\sqrt{5})$; $(2-\sqrt{5},\ 5-2\sqrt{5})$.

2.22(1) $x^4-25x^2+60x-36=0$; $x^4-(25x^2-60x+36)=0$, $x^4=(5x-6)^2$;
$x^2=5x-6$ или $x^2=6-5x$;
1) $x^2-5x+6=0$; $x_1=2$; $x_2=3$; $x^2+5x-6=0$; $x_3=-6$; $x_4=1$.
Ответ: -6; 1. 2; 3.

2.22(2) $x^4-16x^2-24x-9=0$; $x^4-(16x^2-24x+9)=0$; $x^4-(4x-3)^2=0$;
$x^4=(4x-3)^2$; $x^2=4x-3$ или $x^2=3-4x$; $x^2-4x+3=0$; $x_1=3$, $x_2=1$;
$x^2+4x-3=0$; $x_3=-2-\sqrt{7}$; $x_4=-2+\sqrt{7}$

Ответ: $-2-\sqrt{7}; -2+\sqrt{7}; 1; 3$

2.23(1) $x^5-9x^3+20x=0$; $x(x^4-9x^2+20)=0$; $x_1=0$ или $x^4-9x^2+20=0$;
$x^2=y>0$; $y^2-9y+20=0$; $y_1=5$; $y_2=4$; $x^2=5$ или $x^2=4$
$x_1=-\sqrt{5}$; $x_3=2$; $x_2=\sqrt{5}$; $x_4=-2$.

Ответ: $-\sqrt{5}; -2; 0; 2; \sqrt{5}$.

2.23(2) $x^5-7x^3+12x=0$; $x(x^4-7x^2+12)=0$; $x_1=0$ или $x^4-7x^2+12=0$;
$x^2=y$; $y>0$; $y^2-7y+12=0$; $y_1=3$; $y_2=4$; $x^4=4$ или $x^2=3$;
$x_1=-2$; $x_3=\sqrt{3}$; $x_2=2$; $x_4=-\sqrt{3}$

Ответ: $0; -2; 2; -\sqrt{3}; \sqrt{3}$.

2.24(1) $(x^2+4x)(x^2+4x-17)=-60$. 1) $x^2+4x=y$
2) $y(y-17)+60=0$; $y^2-17y+60=0$
$y_1=12$; $y_2=5$ (по теореме, обратной т. Виета).
3) $x^2+4x=12$ или $x^2+4x=5$; $x^2+4x-12=0$; $x^2+4x-5=0$;
$x_1=-6$; $x_2=2$; $x_3=-5$; $x_4=1$
Ответ: -6; -5; 1; 2.

2.24(2) $(x^2-5x)(x^2-5x+10)+24=0$. 1) $x^2-5x=y$
2) $y(y+10)+24=0$; $y^2+10y+24=0$; $y_1=-6$; $y_2=-4$; $x^2-5x=-6$ или $x^2-5x=-4$; $x^2-5x+6=0$; $x^2-5x+4=0$; $x_1=2$; $x_2=3$; $x_3=1$; $x_4=4$
Ответ: 1; 2; 3; 4.

2.25(1) $\left(\frac{x^2-3x}{2}+3\right)\left(\frac{x^2-3x}{2}-4\right)+10=0$; $\frac{x^2-3x}{2}=y$;
$(y+3)(y-4)+10=0$; $y^2-y-2=0$; $y_1=2$; $y_2=-1$;
$\frac{x^2-3x}{2}=2$ или $\frac{x^2-3x}{2}=-1$; $x^2-3x-4=0$; $x^2-3x+2=0$;
$x_1=4$; $x_2=-1$; $x_3=2$; $x_4=1$.
Ответ: -1; 1; 2; 4.

2.25(2) $(2-\frac{x^2+2x}{3})(4-\frac{x^2+2x}{3})=3$; $\frac{x^2+2x}{3}=y$; $(2-y)(4-y)-3=0$;

$y^2-6y+5=0$; $y_1=5$; $v_2=1$. $\frac{x^2+2x}{3}=5$ или $\frac{x^2+2x}{3}=1$

$x^2+2x-15=0$; $x^2+2x-3=0$; $x_1=-5$; $x_2=3$, $x_3=-3$, $x_4=1$

Ответ: –5; -3, 1, 3

2.26(1) $(x-5)^4-3(x-5)^2-4=0$; $(x-5)^2=y$; $y>0$; $y^2-3y-4=0$; $y_1=4$. $y_2=-1$; $(x-5)^2=4$ или $(x-5)^2=-1$ (1). Уравнение (1) решений не имеет. $x-5=2$ или $x-5=-2$; $x_1=7$; $x_2=3$.

Ответ: 3; 7.

2.26(2) $(x+2)^4+5(x+2)^2-36=0$; $(x+2)^2=y$; $y>0$; $y^2+5y-36=0$

$y_1=-9$; $y_2=4$

1) $(x+2)^2=4$; $x+2=2$ или $x+2=-2$; $x_1=0$; $x_2=-4$.

2) $(x+2)^2=-9$ (1). Уравнение (1) не имеет корней.

Ответ: –4; 0.

2.27(1) $x+\sqrt{x}-20=0$; 1) $x>0$

2) $\sqrt{x}=y$; $y>0$; $y^2+y-20=0$; $y_1=-5$; $y_2=4$; $\sqrt{x}=4$, $x=16$

Ответ: 16

2.27(2) $x-6\sqrt{x}-27=0$; 1) $x>0$

2) $\sqrt{x}=y$; $y>0$; $y^2-6y-27=0$; $y_1=9$; $y_2=-3$; $\sqrt{x}=9$; $x=81$

Ответ: 81.

2.28(1) $x^2+2x\sqrt{3}+14+4x=0$; $x^2+2x(\sqrt{3}+2)+14=0$;

$D=b^2-4ac=4(\sqrt{3}+2)^2-56=4(7+4\sqrt{3})-56=16\sqrt{3}-28$;

$(16\sqrt{3})^2=768$; $28^2=784$; $(16\sqrt{3})^2<28^2$, значит $16\sqrt{3}<28$.

$D<0$, уравнение не имеет корней.

2.28(2) $x^2+2x\sqrt{5}+18+4x=0$; $x^2+2x(\sqrt{5}+2)+18=0$;

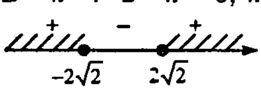
$D=b^2-4ac=4(\sqrt{5}+2)^2-72=4(9+4\sqrt{5})-72=16\sqrt{5}-36$;

$(16\sqrt{5})^2=1280$; $36^2=1296$; $(16\sqrt{5})^2<36^2$; $16\sqrt{5}<36$.

$D<0$, корней нет.

2.29(1) $x^2+kx+2=0$. Урвнение имеет корни, если $D\geq 0$.

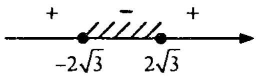
$D=k^2-4\cdot 2=k^2-8$; $k^2-8\geq 0$, $(k-2\sqrt{2})(k+2\sqrt{2})\geq 0$.



$|k|\geq 2\sqrt{2}$

Ответ: $|k|\geq 2\sqrt{2}$.

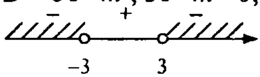
2.29(2) $3x^2+kx+1=0$. Уравнение не имеет корней, если $D<0$;
$D=k^2-3\cdot 4=k^2-12$; $k^2-12<0$; $\left(k-2\sqrt{3}\right)\left(k+2\sqrt{3}\right)<0$



$|k|<2\sqrt{3}$

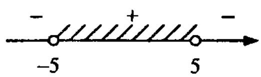
Ответ: $|k|<2\sqrt{3}$.

2.30(1) $kx^2-6x+k=0$. Уравнение имеет 2 корня, если $D>0$; $k\neq 0$.
$D=36-4k^2$; $36-4k^2>0$; $9-k^2>0$; $(3-k)(3+k)>0$.



Ответ: –2; –1; 1; 2.

2.30(2) $mx^2-5x+\frac{1}{4}m=0$. Уравнение имеет 2 корня, если $m\neq 0$; $D>0$. $D=25-m^2$; $25-m^2>0$; $(5-m)(5+m)>0$.



Ответ: ± 1; ± 2; ± 3; ± 4.

2.31(1) $x^3+6x^2+mx=0$; $x(x^2+6x+m)=0$, откуда $x=0$ – корень.
Уравнение имеет 2 корня, если $D=0$ в уравнении $x^2+6x+m=0$:
$D=36-4m$; $m=9$; при $m=9$ получим: $x^2+6x+9=(x+3)^2=0$ и, следовательно, $x=-3$.

Ответ: при $m=9$; $x_1=0$; $x_2=-3$.

2.31(2) $4x^3+4x^2+kx=0$; $x(4x^2+4x+k)=0$; $x=0$; $4x^2+4x+k=0$.
Уравнение имеет 2 корня, если $D=0$ в уравнении $4x^2+4x+k=0$:
$D=16-16k=0$, $k=1$. При $k=1$ уравнение $4x^2+4x+1=0$ имеет вид $4x^2+4x+1=(2x+1)^2=0$; $x=-0{,}5$.

Ответ: при $k=1$; $x_1=0$; $x_2=-0{,}5$.

2.32(1) $x^2-18x+100=c$; $x^2-18x+81+19=c$; $(x-9)^2=c-19$
$(x-9)^2\geq 0$, следовательно, $c-19\geq 0$; $c\geq 19$.

Ответ: при $c\geq 19$.

2.32(2) $-x^2+12x-21=c$; $x^2-12x+21=-c$; $x^2-12x+36-15=-c$
$(x-6)^2=15-c$; $(x-6)^2\geq 0$ при любых значениях x.
Следовательно, $15-c\geq 0$; $c\leq 15$.

Ответ: при $c\leq 15$.

2.33(1) $\frac{4x+8}{x^2-4}+2x+5=0$; 1) $x\neq\pm 2$; $4x+8+(x^2-4)(2x+5)=0$;
$4x+8+2x^3-8x+5x^2-20=0$; $2x^3+5x^2-4x-12=0$; $2x^3+4x^2+x^2-4x-12=0$;

$2x^2(x+2)+(x-6)(x+2)=0$; $(x+2)(2x^2+x-6)=0$; $x+2=0$ или $2x^2+x-6=0$;

$x_1=-2;\ x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+48}}{4}=\dfrac{-1\pm 7}{4}$; $x_2=-2;\ x_3=\dfrac{3}{2}$.

Ответ: 1,5.

2.33(2) $\dfrac{6x-18}{x^2-9}+2x-7=0$; 1) $x\neq\pm 3$; $6x-18+(x^2-9)(2x-7)=0$,
$6x-18+2x^3-18x-7x^2+63=0$; $2x^3-7x^2-12x+45=0$; $2x^3-6x^2-x^2-12x+45=0$,
$2x^2(x-3)-(x^2+12x-45)=0$; $2x^2(x-3)-(x+15)(x-3)=0$; $(x-3)(2x^2-x-15)=0$,

$x-3=0$; $2x^2-x-15=0$; $x_1=3$; $x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+120}}{4}=\dfrac{1\pm 11}{4}$; $x_2=3$; $x_3=-2{,}5$

Ответ: –2,5.

2.34(1) $\dfrac{36}{4-x^2}+2=\dfrac{1-x}{x+2}-\dfrac{9}{x-2}$; 1) $x\neq\pm 2$

2) $36+2(4-x^2)=(1-x)(2-x)+9(x+2)$; $36+8-2x^2=2-2x-x+x^2+9x+18$,
$44-2x^2=x^2+6x+20$; $3x^2+6x-24=0$; $x^2+2x-8=0$; $x_1=-4$; $x_2=2$.
Ответ: –4.

2.34(2) $\dfrac{3x}{x+3}-\dfrac{42}{x^2-9}=1+\dfrac{7}{3-x}$. 1) $x\neq\pm 3$

2) $3x(x-3)-42=x^2-9-7(x+3)$; $3x^2-9x-42=x^2-9-7x-21$;
$3x^2-9x-42=x^2-7x-30$; $2x^2-2x-12=0$; $x^2-x-6=0$; $x_1=3$; $x_2=\ \ 2$
Ответ: –2.

2.35(1) $\dfrac{2-x}{x^2+3x}+\dfrac{6}{x^2-9}=\dfrac{1}{x-3}$; $\dfrac{2-x}{x(x+3)}+\dfrac{6}{(x-3)(x+3)}=\dfrac{1}{x-3}$,

1) $x\neq 0;\pm 3$;

2) $(2-x)(x-3)+6x=x(x+3)$; $-x^2+5x-6+6x=x^2+3x$; $2x^2-8x+6=0$;
$x^2-4x+3=0$; $x_1=3$; $x_2=1$.
Ответ: 1.

2.35(2) $\dfrac{4}{4x^2-1}-\dfrac{x-1}{2x^2+x}=\dfrac{2}{2x-1}$;

1) $x\neq 0;\pm\dfrac{1}{2}$; $\dfrac{4}{(2x-1)(2x+1)}-\dfrac{x-1}{x(2x+1)}=\dfrac{2}{2x-1}$;

$4x-(x-1)(2x-1)=2x(2x+1)$; $4x-2x^2+3x-1=4x^2+2x$; $6x^2-5x+1=0$

$x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-24}}{12}=\dfrac{5\pm 1}{12}$; $x_1=\dfrac{1}{2}$; $x_2=\dfrac{1}{3}$.

Ответ: $\dfrac{1}{3}$.

2.36(1) $\frac{2}{x^2+10x+25}-\frac{10}{25-x^2}=\frac{1}{x-5}$;

1) $x \neq \pm 5$; $\frac{2}{(x+5)^2}-\frac{10}{(5-x)(5+x)}=\frac{1}{x-5}$;

$2(5-x)-10(x+5)=-(x+5)^2$; $10-2x-10x-50=-x^2-10x-25$;
$x^2-2x-15=0$; $x_1=5$; $x_2=-3$.

Ответ: -3.

2.36(2)

$\frac{1}{x^2-12x+36}+\frac{12}{36-x^2}=\frac{1}{x+6}$, $\frac{1}{(x-6)^2}+\frac{12}{(6-x)(6+x)}=\frac{1}{x+6}$;

$6+x+12(6-x)=(6-x)^2$; $6+x+72-12x=36-12x+x^2$
$x^2-x-42=0$; $x_1=7$; $x_2=-6$.

Ответ: 7.

2.37(1) $y=x^2+3x-1$; $y=\frac{3}{x}$; $x^2+3x-1=\frac{3}{x}$, $x\neq 0$.

$x^3+3x^2-x-3=0$; $(x^3-x)+3(x^2-1)=0$; $x(x^2-1)+3(x^2-1)=0$;
$(x^2-1)(x+3)=0$; $x^2-1=0$; $x+3=0$;

$\begin{cases}x_1=-1;\\ y_1=-3;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=1;\\ y_2=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x_3=-3;\\ y_3=-1.\end{cases}$

Ответ: $(-1; -3)$; $(1; 3)$; $(-3; -1)$.

2.37(2) $y=x^2-x-4$; $y=-\frac{4}{x}$; $x^2-x-4=-\frac{4}{x}$, $x\neq 0$;

$x^3-x^2-4x+4=0$; $x^2(x-1)-4(x-1)=0$; $(x-1)(x^2-4)=0$;

$\begin{cases}x-1=0\\ y=-\frac{4}{x}\end{cases}$ $\begin{cases}x-2=0\\ y=-\frac{4}{x}\end{cases}$ $\begin{cases}x+2=0\\ y=-\frac{4}{x}\end{cases}$ $\begin{cases}x=1\\ y=-4\end{cases}$ $\begin{cases}x=2\\ y=-2\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2\\ y=2\end{cases}$

Ответ: $(1; -4)$; $(2; -2)$; $(-2; 2)$.

2.38(1) $\begin{cases}(x-1)(y+4)=0\\ y^2+xy-2=0\end{cases}$

1) $\begin{cases}y^2+xy-2=0\\ x-1=0\end{cases}$ или $\begin{cases}y+4=0\\ y^2+xy-2=0\end{cases}$; $\begin{cases}y^2+y-2=0\\ x_1=1\end{cases}$ или

$\begin{cases}y_2=-4\\ 16-4x-2=0\end{cases}$; $\begin{cases}x_1=1\\ y_1=-2\end{cases}$; $\begin{cases}x_2=1\\ y_2=1\end{cases}$; $\begin{cases}x_2=3,5\\ y_2=-4\end{cases}$

Ответ: $(1; -2)$; $(1; 1)$; $(3,5; -4)$.

2.38(2) $\begin{cases}(x+2)(y-1)=0\\x^2-xy-12=0\end{cases}$; $\begin{cases}x+2=0\\x^2-xy-12=0\end{cases}$ или $\begin{cases}y=1\\x^2-xy-12=0\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=-2\\4+2y-12=0\end{cases}$; $\begin{cases}y=1\\x^2-x-12=0\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-2\\y_1=4\end{cases}$; $\begin{cases}x_2=4\\y_2=1\end{cases}$; $\begin{cases}x_3=-3\\y_3=1\end{cases}$

Ответ: (–2; 4); (4; 1); (–3; 1).

2.39(1) $\begin{cases}xy=-8\\(x-4)(y-2)=-12\end{cases}$, 1) $x\neq 0; y\neq 0$

$\begin{cases}xy=-8\\xy-4y-2x+8=-12\end{cases}$; $\begin{cases}-8-4y-2x+8=-12\\xy=-8\end{cases}$; $\begin{cases}x+2y=6\\xy=-8\end{cases}$

$\begin{cases}x=-\dfrac{8}{y}\\-\dfrac{8}{y}+2y-6=0\end{cases}$; $\begin{cases}x=-\dfrac{8}{y}\\-\dfrac{4}{y}+y-3=0\end{cases}$; $\begin{cases}x=-\dfrac{8}{y}\\y^2-3y-4=0\end{cases}$, $\begin{cases}y_1=4\\x_1=-2\end{cases}$; $\begin{cases}y_2=-1\\x_2=8\end{cases}$

Ответ: (–2; 4)(8; –1).

2.39(2) $\begin{cases}xy=24\\(x+1)(y-2)=20\end{cases}$; 1) $x\neq 0; y\neq 0$; $\begin{cases}xy=24\\xy+y-2x-2=20\end{cases}$,

$\begin{cases}x=24\\24+y-2x-2=20\end{cases}$; $\begin{cases}xy=24\\y-2x=-2\end{cases}$; $y=\dfrac{24}{x}\,(x\neq 0)$; $\begin{cases}\dfrac{24}{x}-2x+2=0\\y=\dfrac{24}{x}\end{cases}$

$(x\neq 0)$; $\begin{cases}-2x^2+2x+24=0\\y=\dfrac{24}{x}\end{cases}$; $\begin{cases}x^2-x-12=0\\y=\dfrac{24}{x}\end{cases}$; $\begin{cases}x_1=4\\y_1=6\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=-3\\y_2=-8\end{cases}$

Ответ: (4; 6); (–3; –8).

2.40(1) $\begin{cases}xy=4\\y^2-x^2=6\end{cases}$

1) $xy\neq 0\,(x\neq 0; y\neq 0)$

$\begin{cases}y=\dfrac{4}{x}\\y^2-x^2=6\end{cases}$; $\begin{cases}\dfrac{16}{x^2}-x^2=6\\y=\dfrac{4}{x}\end{cases}$; $\begin{cases}16-x^4-6x^2=0\ (x\neq 0)\\y=\dfrac{4}{x}\end{cases}$

$x^2=a$; $a>0$; $a^2+6a-16=0$; $a_1=-8$; $a_2=2$

$\begin{cases} x^2 = 2 \\ y = \dfrac{4}{x} \end{cases}$; $\begin{cases} x_1 = -\sqrt{2} \\ y_1 = -2\sqrt{2} \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2 = \sqrt{2} \\ y_2 = 2\sqrt{2} \end{cases}$

Ответ: $\left(-\sqrt{2}; -2\sqrt{2}\right); \left(\sqrt{2}; 2\sqrt{2}\right)$.

2.40(2)

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \\ xy = 18 \end{cases}$ 1) $x \neq 0; y \neq 0$. 2) $\begin{cases} x = \dfrac{18}{y} \\ x^2 - y^2 = 15 \end{cases}$. 3) $\begin{cases} \dfrac{324}{y^2} - y^2 = 15 \\ x = \dfrac{18}{y} \end{cases}$

4) $y^2 = a$; $a > 0$; $\dfrac{324}{a} - a = 15$; $-a^2 - 15a + 324 = 0$; $a^2 + 15a - 324 = 0$;

$a = \dfrac{-15 \pm \sqrt{225 + 1296}}{2} = \dfrac{-15 \pm 39}{2}$; $a_1 = -27$; $a_2 = 12$.

5) $\begin{cases} y^2 = 12 \\ x = \dfrac{18}{y} \end{cases}$ 6) $\begin{cases} y_1 = -2\sqrt{3} \\ x_1 = -3\sqrt{3} \end{cases}$; $\begin{cases} y_2 = 2\sqrt{3} \\ x_2 = 3\sqrt{3} \end{cases}$

Ответ: $\left(-3\sqrt{3}; -2\sqrt{3}\right); \left(3\sqrt{3}; 2\sqrt{3}\right)$.

2.41(1) $\left.\begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ xy = -12 \end{cases}\right| 2$; $\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 40 - 24 \\ xy = -12 \end{cases}$ $\begin{cases} (x + y)^2 = 16 \\ xy = -12 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = -12 \end{cases}$ или $\begin{cases} x + y = -4 \\ xy = -12 \end{cases}$; $\begin{cases} x = -2 \\ y = 6 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 6 \\ y = -2 \end{cases}$ или $\begin{cases} x = -6 \\ y = 2 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 2 \\ y = -6 \end{cases}$

Ответ: (6; –2); (–6; 2); (–2; 6); (2; –6).

2.41(2) $\left.\begin{cases} xy = 8 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}\right| 2$; $\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 20 + 16 \\ xy = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} (x + y)^2 = 36 \\ xy = 8 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 8 \end{cases}$ или $\begin{cases} x + y = -6 \\ xy = 8 \end{cases}$

Ответ: (2; 4); (–2; –4); (4; 2); (–4; –2).

2.42(1) $\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = 4 \\ \dfrac{1}{x} - \dfrac{3}{y} = 9 \end{cases}$ 1) $x \neq 0; y \neq 0$; 2) $\dfrac{1}{x} = a; \dfrac{1}{y} = b$;

3) $\begin{cases} 2a+b=4 \\ a-3b=9 \end{cases} \Big| \cdot (-2)$; $\begin{cases} 2a+b=4 \\ -2a+6b=-18 \end{cases}$, $\begin{cases} 7b=-14 \\ a=9-3b \end{cases}$

$\begin{cases} b=-2 \\ a=3 \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{1}{x}=3 \\ \frac{1}{y}=-2 \end{cases}$; $\begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$

Ответ: $(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2})$.

2.42(2) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{4}{y}=4 \\ \frac{1}{y}-\frac{2}{x}=10 \end{cases}$ 1) $x \neq 0; y \neq 0$; 2) $\frac{1}{x}=a; \frac{1}{y}=b$;

$\begin{cases} a+4b=4 \\ -2a+b=10 \end{cases} \Big| 2$; $\begin{cases} 2a+8b=8 \\ -2a+b=10 \end{cases}$; $\begin{cases} 9b=18 \\ a=4-4b \end{cases}$; $\begin{cases} b=2 \\ a=-4 \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{1}{x}=-4 \\ \frac{1}{y}=2 \end{cases}$; $\begin{cases} x=-\frac{1}{4} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$

Ответ: $(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2})$.

2.43(1) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{6} \\ xy=-18 \end{cases}$; $x \neq 0; y \neq 0$

$\begin{cases} \frac{x+y}{xy}=\frac{1}{6} \\ xy=-18 \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{x+y}{-18}=\frac{1}{6} \\ xy=-18 \end{cases}$; $\begin{cases} x+y=-3 \\ xy=-18 \end{cases}$; $\begin{cases} x_1=-6 \\ y_1=3 \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=3 \\ y_2=-6 \end{cases}$

Ответ: (–6; 3); (3; –6).

2.43(2) $\begin{cases} x-y=2 \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-\frac{2}{3} \end{cases}$; $x \neq 0; y \neq 0$; $\begin{cases} x-y=2 \\ \frac{y-x}{xy}=-\frac{2}{3} \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2 \\ \frac{x-y}{xy}=\frac{2}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{2}{xy}=\frac{2}{3} \\ x-y=2 \end{cases}$; $\begin{cases} xy=3 \\ x-y=2 \end{cases}$; $\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=1 \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=-3 \end{cases}$

Ответ: (3; 1); (–1; –3).

2.44(1) $\begin{cases} \dfrac{6}{x-y}-\dfrac{8}{x+v}=-2 \\ \dfrac{9}{x \cdot y}+\dfrac{10}{x+y}=8 \end{cases}$; $x \neq y$; $x \neq -y$

1) $\dfrac{1}{x-y}=a$; $\dfrac{1}{x+y}=b$, $\begin{cases} 6a-8b=-2 \\ 9a+10b=8 \end{cases}\left|\begin{matrix} 3 \\ -2 \end{matrix}\right.$; $\begin{cases} 18a-24b=-6 \\ -18a-20b=-16 \end{cases}$,

$\begin{cases} -44b=-22 \\ 6a-8b=-2 \end{cases}$; $\begin{cases} b=\dfrac{1}{2} \\ 6a-4=-2 \end{cases}$; $\begin{cases} a=\dfrac{1}{3} \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{1}{x-y}=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{x+y}=\dfrac{1}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=3 \\ x+y=2 \end{cases}$; $\begin{cases} x=2,5 \\ y=-0,5 \end{cases}$

Ответ: (2,5; –0,5).

2.44(2) $\begin{cases} \dfrac{4}{x-y}+\dfrac{12}{x+y}=3 \\ \dfrac{8}{x-y}-\dfrac{18}{x+y}=-1 \end{cases}$; $x \neq y$; $x \neq -y$

1) $\dfrac{1}{x-y}=a$; $\dfrac{1}{x+y}=b$

$\begin{cases} 4a+12b=3 \\ 8a-18b=-1 \end{cases}\left|\begin{matrix} -2 \\ \end{matrix}\right.$; $\begin{cases} -8a-24b=-6 \\ 8a-18b=-1 \end{cases}$; $\begin{cases} -42b=-7 \\ 4a+12b=3 \end{cases}$

$\begin{cases} b=\dfrac{1}{6} \\ 4a+2=3 \end{cases}$; $\begin{cases} b=\dfrac{1}{6} \\ a=\dfrac{1}{4} \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{1}{x-y}=\dfrac{1}{4} \\ \dfrac{1}{x+y}=\dfrac{1}{6} \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=4 \\ x+y=6 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x=10 \\ y=6-x \end{cases}$; $\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$

Ответ: (5; 1).

2.45(1) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=5 \\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=13 \end{cases}$; $x \neq 0$; $y \neq 0$

1) $\dfrac{1}{x}=a$; $\dfrac{1}{y}=b$; $\begin{cases} a+b=5 \\ a^2+b^2=13 \end{cases}$, $\begin{cases} a+b=5 \\ a^2+b^2+2ab-2ab=13 \end{cases}$

$\begin{cases} a+b=5 \\ (a+b)^2-2ab=13 \end{cases}$, $\begin{cases} a+b=5 \\ 2ab=25-13 \end{cases}$, $\begin{cases} a+b=5 \\ ab=6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}=2 \\ \dfrac{1}{y}=3 \end{cases}$ или $\begin{cases} \dfrac{1}{x}=3 \\ \dfrac{1}{y}=2 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1=\dfrac{1}{2} \\ y_1=\dfrac{1}{3} \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=\dfrac{1}{3} \\ y_2=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Ответ: $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)$; $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right)$.

2.45(2) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2 \\ \dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}=12 \end{cases}$; $x \neq 0$; $y \neq 0$; 1) $\dfrac{1}{x}=a$; $\dfrac{1}{y}=b$ $\begin{cases} a+b=2 \\ a^2-b^2=12 \end{cases}$,

$\begin{cases} a+b=2 \\ (a-b)(a+b)=12 \end{cases}$; $\begin{cases} a+b=2 \\ a-b=6 \end{cases}$; $\begin{cases} a=4 \\ b=-2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}=4 \\ \dfrac{1}{y}=-2 \end{cases}$; $\begin{cases} x=\dfrac{1}{4} \\ y=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Ответ: $\left(\dfrac{1}{4};-\dfrac{1}{2}\right)$.

2.46(1) $\begin{cases} x+y-xy=-14 \\ x+y+xy=2 \end{cases}$; 1) $x+y=a$; $xy=b$; $\begin{cases} a-b=-14 \\ a+b=2 \end{cases}$; $\begin{cases} a=-6 \\ b=8 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y=-6 \\ xy=8 \end{cases}$; $\begin{cases} x_1=-4 \\ y_1=-2 \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=-4 \end{cases}$

Ответ: $(-4; -2)$; $(-2; -4)$.

2.46(2) $\begin{cases}2(x+y)-xy=4\\2xy+(x+y)=-18\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=a\\xy=b\end{cases}$; $\begin{cases}2a-b=4\\2b+a=-18\end{cases}$;

$\left.\begin{cases}2a-b=4\\a+2b=-18\end{cases}\right|2$ $\begin{cases}4a-2b=8\\a+2b=-18\end{cases}$ $\begin{cases}5a=-10\\b=2a-4\end{cases}$ $\begin{cases}a=-2\\b=2a-4\end{cases}$;

$\begin{cases}a=-2\\b=-8\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=-2\\xy=-8\end{cases}$

Ответ: (2; –4); (–4; 2).

2.47(1) $\begin{cases}xy-x^2=-18\\xy+x^2=14\end{cases}$; $\begin{cases}2xy=-4\\2x^2=32\end{cases}$; $\begin{cases}xy=-2\\x^2=16\end{cases}$

$\begin{cases}x=-4\\xy=-2\end{cases}$ или $\begin{cases}x=4\\xy=-2\end{cases}$; $\begin{cases}x_1=-4\\y_1=\dfrac{1}{2}\end{cases}$; $\begin{cases}x_2=4\\y_2=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$

Ответ: $(-4;\frac{1}{2});(4;-\frac{1}{2})$.

2.47(2) $\begin{cases}y^2+xy=3\\y^2-xy=5\end{cases}$; $\begin{cases}2y^2=8\\2xy=-2\end{cases}$; $\begin{cases}y^2=4\\xy=-1\end{cases}$; $\begin{cases}y_1=-2\\xy=-1\end{cases}$

или $\begin{cases}y_2=2\\xy=-1\end{cases}$; $\begin{cases}x_1=\dfrac{1}{2}\\y_1=-2\end{cases}$; $\begin{cases}y_2=2\\x_2=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$ **Ответ:** $\left(\frac{1}{2};-2\right);\left(-\frac{1}{2};2\right)$

2.48(1) $\begin{cases}x^2+y^2=5\\x^4-y^4=15\end{cases}$; $\begin{cases}x^2+y^2=5\\\left(x^2+y^2\right)\left(x^2-y^2\right)=15\end{cases}$; $\begin{cases}x^2+y^2=5\\x^2-y^2=3\end{cases}$

$\begin{cases}2x^2=8\\x^2+y^2=5\end{cases}$; $\begin{cases}x^2=4\\x^2+y^2=5\end{cases}$; $\begin{cases}x_1=2\\y^2=1\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=-2\\y^2=1\end{cases}$

Ответ: (2; –1); (2; 1); (–2; –1); (–2; 1).

2.48(2) $\begin{cases}x^4-y^4=5\\x^2-y^2=2\end{cases}$; $\begin{cases}\left(x^2-y^2\right)\left(x^2+y^2\right)=5\\x^2-y^2=2\end{cases}$; $\begin{cases}x^2+y^2=2{,}5\\x^2-y^2=2\end{cases}$

$\begin{cases}2x^2=4{,}5\\x^2-y^2=2\end{cases}$; $\begin{cases}x^2=\dfrac{9}{4}\\y^2=\dfrac{9}{4}-2\end{cases}$; $\begin{cases}x^2=\dfrac{9}{4}\\y^2=\dfrac{1}{4}\end{cases}$; $\begin{cases}x_1=\dfrac{3}{2}\\y^2=\dfrac{1}{4}\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=-\dfrac{3}{2}\\y^2=\dfrac{1}{4}\end{cases}$

Ответ: $(\frac{3}{2};\frac{1}{2});(\frac{3}{2};-\frac{1}{2});(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2});(-\frac{3}{2};\frac{1}{2})$.

2.49(1) $\begin{cases} x+y=7 \\ \left(x^2-y^2\right)(x-y)=175 \end{cases}$; $\begin{cases} x+y=7 \\ (x-y)(x+y)(x-y)=175 \end{cases}$

$\begin{cases} x+y=7 \\ (x-y)^2=25 \end{cases}$; $\begin{cases} x+y=7 \\ x-y=5 \end{cases}$ или $\begin{cases} x+y=7 \\ x-y=-5 \end{cases}$; $\begin{cases} x_1=6 \\ y_1=1 \end{cases}$; $\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=6 \end{cases}$

Ответ: (6; 1); (1; 6).

2.49(2) $\begin{cases} x-y=5 \\ (x+y)\left(x^2-y^2\right)=245 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=5 \\ (x+y)(x-y)(x+y)=245 \end{cases}$

$\begin{cases} x-y=5 \\ x+y)^2=49 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=5 \\ x+y=7 \end{cases}$ или $\begin{cases} x-y=5 \\ x+y=-7 \end{cases}$; $\begin{cases} x_1=6 \\ y_1=1 \end{cases}$; $\begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=-6 \end{cases}$

Ответ: (6; 1); (–1; –6).

2.50(1)

$\left.\begin{cases} 3x-4y=11 \\ 5x+2y=1 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}\right| 2$; $\begin{cases} 3x-4y=11 \\ 10x+4y=2 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x-4y=11 \\ 13x=13 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$; $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$

$1^2+(-2)^2=5\neq 4$

Ответ: решений нет.

2.50(2) $\left.\begin{cases} 5x-2y=18 \\ 7x+6y=-10 \\ 2x^2-y=12 \end{cases}\right| 3$; $\begin{cases} 15x-6y=54 \\ 7x+6y=-10 \\ 2x^2-y=12 \end{cases}$; $\begin{cases} 7x+6y=-10 \\ 22x=44 \\ 2x^2-y=12 \end{cases}$;

$\begin{cases} x=2 \\ 6y=-24 \\ 2x^2-y=12 \end{cases}$; $\begin{cases} y=-4 \\ x=2 \\ 2x^2-y=12 \end{cases}$; $2\cdot(2^2)-(-4)=12$.

Ответ: (2; –4).

2.51(1) $\left.\begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-y=-3 \\ x+2y=p \end{cases}\right| 3$; $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ 3x-3y=-9 \\ x+2y=p \end{cases}$; $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ x+2y=p \end{cases}$; –1 + 4=p; p=3.

Ответ: при p = 3.

2.51(2) $\left.\begin{cases} 3x-2y=7 \\ x+y=4 \\ 2x-y=p \end{cases}\right| 2$; $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ 2x+2y=8 \\ 2x-y=p \end{cases}$; $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ 2x-y=p \end{cases}$; p = 6–1 = 5.

Ответ: при p = 5.

2.52(1) $\begin{cases}\dfrac{x+2}{y-1}=3\\ x^2+y^2=5\end{cases}$; 1) $y\neq 1$; $\begin{cases}x+2=3y-3\\ x^2+y^2=5\end{cases}$; $\begin{cases}x=3y-5\\ (3y-5)^2+y^2=5\end{cases}$,

$\begin{cases}x=3y-5\\ 10y^2-30y+20=0\end{cases}$; $\begin{cases}x=3y-5\\ y^2-3y+2=0\end{cases}$; $\begin{cases}x_1=3y-5\\ y_1=2\end{cases}$

или $\begin{cases}x_2=3y-5\\ y_2=1\end{cases}$; $\begin{cases}x_1=1\\ y_1=2\end{cases}$; $\begin{cases}x_2=-2\\ y_2=1\end{cases}$ – не подходит; (–2; 1) не является решением системы.

Ответ: (1; 2).

2.52(2) $\begin{cases}\dfrac{y+3}{x+1}=2\\ y^2-x^2=8\end{cases}$; 1) $x\neq -1$; $\begin{cases}y+3=2x+2\\ y^2-x^2=8\end{cases}$; $\begin{cases}y=2x-1\\ (2x-1)-x^2=8\end{cases}$,

$\begin{cases}y=2x-1\\ 4x^2-4x+1-x^2=8\end{cases}$; $\begin{cases}y=2x-1\\ 3x^2-4x-7=0\end{cases}$; $x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+21}}{3}=\dfrac{2\pm 5}{3}$.

$\begin{cases}y=2x-1\\ x_1=-1\end{cases}$ или $\begin{cases}y=2x-1\\ x=\dfrac{7}{3}\end{cases}$; $x\neq -1$ – по условию. $\begin{cases}x=\dfrac{7}{3}\\ y=\dfrac{11}{3}\end{cases}$

Ответ: $\left(2\dfrac{1}{3}; 3\dfrac{2}{3}\right)$.

2.53(1) $\begin{cases}2x+3y=10\\ \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=2\end{cases}$; $x\neq 0; y\neq 0$. $\begin{cases}2x+3y=10\\ x^2+y^2-2xy=0\end{cases}$;

$\begin{cases}2x+3y=10\\ (x-y)^2=0\end{cases}$; $\begin{cases}2x+3y=10\\ x=y\end{cases}$; $\begin{cases}2x+3x=10\\ x=y\end{cases}$; $\begin{cases}x=2\\ y=2\end{cases}$

Ответ: (2; 2).

2.53(2) $\begin{cases}3x-2y=15\\ \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}+2=0\end{cases}$; $x\neq 0; y\neq 0$; $\begin{cases}3x-2y=15\\ x^2+2xy+y^2=0\end{cases}$;

$\begin{cases}3x-2y=15\\ (x+y)^2=0\end{cases}$; $\begin{cases}3x-2y=15\\ x=-y\end{cases}$; $\begin{cases}-3y-2y=15\\ x=-y\end{cases}$; $\begin{cases}y=-3\\ x=3\end{cases}$

Ответ: (3; –3).

2.54(1) $(2x^2-x+1)^2+6x=1+9x^2$; $(2x^2-x+1)^2=1-6x+9x^2$.
1) $2x^2-x+1=1-3x$; $2x^2+2x=0$; $x(x+1)=0$; $x_1=0$; $x_2=-1$.
2) $2x^2-x+1=3x-1$; $2x^2-4x+2=0$; $x^2-2x+1=0$; $(x-1)^2=0$; $x_3=1$.
Ответ: -1; 0; 1.

2.54(2) $x^2+1=2x+(3x^2-x-2)^2$; $x^2-2x+1=(3x^2-x-2)^2$
$(x-1)^2=(3x^2-x-2)^2$. 1) $x-1=3x^2-x-2$; $3x^2-2x-1=0$;

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+3}}{3}=\frac{1\pm 2}{3};\ x_1=1;\ x_2=-\frac{1}{3}.$$

2) $1-x=3x^2-x-2$; $3x^2-3=0$; $x^2=1$; $x_3=-1$; $x_4=1$.

Ответ: -1; $-\frac{1}{3}$; 1.

2.55(1) $(x-2)^2(x^2-4x+3)=12$, $(x^2-4x+4)(x^2-4x+3)=12$; $x^2-4x+3=y$.
$y(y+1)-12=0$; $y^2+y-12=0$. $\begin{cases} y_1y_2=-12 \\ y_1+y_2=-1 \end{cases}$; $y_1=-4$; $y_2=3$
1) $x^2-4x+3=-4$; $x^2-4x+7=0$; $D<0$. Корней нет.
2) $x^2-4x+3=3$; $x^2-4x=0$; $x(x-4)=0$; $x_1=0$; $x_2=4$.
Ответ: 0; 4.

2.55(2) $(x^2+6x)^2-2(x+3)^2-17=0$; $(x^2+6x)^2-2(x^2+6x+9)-17=0$ пусть $x^2+6x=y$; $y^2-2(y+9)-17=0$; $y^2-2y-18-17=0$; $y^2-2y-35=0$

$\begin{cases} y_1y_2=-35 \\ y_1+y_2=2 \end{cases}$; $y_1=7$; $y_2=-5$

1) $x^2+6x=7$; $x^2+6x-7=0$; $\begin{cases} x_1x_2=-7 \\ x_1+x_2=-6 \end{cases}$, $x_1=-7$; $x_2=1$

2) $x^2+6x=-5$; $x^2+6x+5=0$; $\begin{cases} x_3x_4=5 \\ x_3+x_4=-6 \end{cases}$, $x_3=-5$; $x_4=-1$

Ответ: -7; -5; -1; 1.

2.56(1) $(x^2-7x+13)^2-(x-3)(x-4)=1$; $(x^2-7x+13)^2-(x^2-7x+12)-1=0$, пусть $x^2-7x+13=y$: $y^2-(y-1)-1=0$; $y^2-y=0$; $y(y-1)=0$; $y_1=0$; $y_2=1$
1) $x^2-7x+13=0$; $D<0$; уравнение не имеет корней.

2) $x^2-7x+13=1$; $x^2-7x+12=0$. $\begin{cases} x_1x_2=12 \\ x_1+x_2=7 \end{cases}$, $x_1=3$; $x_2=4$.

Ответ: 3; 4.

2.56(2) $(x^2-5x+7)^2-(x-3)(x-2)=1$
$(x^2-5x+7)^2-(x^2-5x+6)-1=0$ пусть $x^2-5x+7=y$
$y^2-(y-1)-1=0$; $y^2-y=0$; $y(y-1)=0$; $y_1=0$; $y_2=1$

1) $x^2-5x+7=0$; $D<0$; уравнение не имеет корней.

2) $x^2-5x+7=1$; $x^2-5x+6=0$; $\begin{cases} x_1x_2=6 \\ x_1+x_2=5 \end{cases}$; $x_1=2$; $x_2=3$

Ответ: 2; 3.

2.57(1) $(x-2)(x-1)(x+2)(x+3)=60$

$\big((x-2)(x+3)\big)\big((x-1)(x+2)\big)-60=0$

$(x^2+x-6)(x^2+x-2)-60=0$; пусть $x^2+x-2=y$; $y(y-4)-60=0$

$y^2-4y-60=0$; $\begin{cases} y_1y_2=-60 \\ y_1+y_2=4 \end{cases}$; $y_1=10$; $y_2=-6$

1) $x^2+x-12=0$; $\begin{cases} x_1x_2=-12 \\ x_1+x_2=-1 \end{cases}$; $x_1=-4$; $x_2=3$

2) $x^2+x-2=-6$; $x^2+x+4=0$; $D<0$; уравнение корней не имеет.

Ответ: -4; 3.

2.57(2) $x(x+1)(x+2)(x+3)=120$; $\big(x(x+3)\big)\big((x+1)(x+2)\big)-120=0$

$(x^2+3x)(x^2+3x+2)-120=0$; пусть $x^2+3x=y$; $y(y+2)-120=0$

$y^2+2y-120=0$; $\begin{cases} y_1y_2=-120 \\ y_1+y_2=-2 \end{cases}$; $y_1=-12$; $y_2=10$

1) $x^2+3x=-12$; $x^2+3x+12=0$; $D<0$; уравнение не имеет корней.

2) $x^2+3x=10$; $x^2+3x-10=0$; $\begin{cases} x_1x_2=-10 \\ x_1+x_2=-3 \end{cases}$; $x_1=-5$; $x_2=2$.

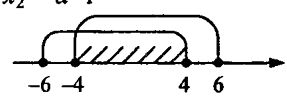
Ответ: -5; 2.

2.58(1) $x^2-2ax+(a+1)(a-1)=0$

1) $x^2-2ax+a^2-1=0$

2) $x=a\pm\sqrt{a^2-a^2+1}=a\pm1$; $x_1=a+1$; $x_2=a-1$

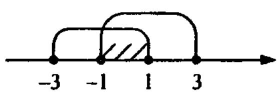
$\begin{cases} -5\le a+1\le 5 \\ -5\le a-1\le 5 \end{cases}$; $\begin{cases} -6\le a\le 4 \\ -4\le a\le 6 \end{cases}$.



Ответ: при $-4\le a\le 4$.

2.58(2) $x^2-2(p+1)x+p(p+2)=0$; $x=p+1\pm\sqrt{p^2+2p+1-p^2-2p}$;
$x=p+1\pm1$. $x_1=p+2$; $x_2=p$

$\begin{cases} -1\le p+2\le 3 \\ -1\le p\le 3 \end{cases}$; $\begin{cases} -3\le p\le 1 \\ -1\le p\le 3 \end{cases}$



Ответ: при $-1\le p\le 1$.

2.59(1) $x^2-(a+1)x+2a^2 = 0$

1) $\frac{1}{2}$ будет находиться между корнями x_1 и x_2, если $f\left(\frac{1}{2}\right)<0$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}-(a+1)\frac{1}{2}+2a^2;\ \frac{1}{4}-(a+1)\frac{1}{2}+2a^2<0;$$

$1-2(a+1)+8a^2<0$; $8a^2-2(a+1)+1<0$; $8a^2-2a-2+1<0$

$8a^2-2a-1<0$; $8a^2-2a-1=0$, тогда $a=\frac{1\pm\sqrt{9}}{8}=\frac{1\pm 3}{8}$;

$a_1=\frac{1}{2}$; $a_2=-\frac{1}{4}$; $8a^2-2a-1<0$ при $-\frac{1}{4}<a<\frac{1}{2}$

Ответ: $-\frac{1}{4}<a<\frac{1}{2}$.

2.59(2) $y=x^2+(a+1)x-a^2$; $x_1<1<x_2$

1) 1 будет находиться между корнями x_1 и x_2, если $f(1)<0$.

$f(1)=1+a+1-a^2=-a^2+a+2$; $-a^2+a+2<0$; $a^2-a-2>0$; $a^2-a-2=0$: тогда $a_1=2$; $a_2=-1$ и $a^2-a-2>0$ при $a<-1$ и $a>2$.

Ответ: $a<-1$; $a>2$.

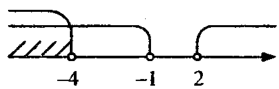
2.60(1) $x^2+2(b+1)x+9 = 0$

1) $x_1>0$; $x_2>0$; $D>0$; $D=4(b+1)^2-36>0$; $(b+1)^2-9>0$;

$(b+1)^2>9$; $b+1>3$ или $b+1<-3$; $b>2$ или $b<-4$.

1) $\begin{cases} b<-4 \\ 2(b+1)<0 \end{cases}$; $\begin{cases} b<-4 \\ b<-1 \end{cases}$; $b<-4$.

2) $\begin{cases} b>2 \\ 2(b+1)<0 \end{cases}$ решений нет.



Ответ: при $b<-4$.

2.60(2) $x^2-4x+(4-k^2)=0$. 1) Уравнение имеет различные корни, если $D>0$. Т.к. корни разных знаков, то $4-k^2<0$.

2) $D=16-4(4-k^2)>0$; $16-16+4k^2>0$; $k^2>0$.

Дискриминант этого уравнения положителен при любом k.

3) $k_1>0$; $k_2<0$; $4-k^2<0$; $k^2>4$; $k<-2$; $k>2$. При $k<-2$ или $k>2$ корни будут иметь разные знаки. **Ответ:** $k<-2$; $k>2$.

2.61(1) $x^2+(2-m)x-m-3=0$. По теореме, обратной теореме Виета:

$$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(m-2)^2-2(-m-3)=$$

$=m^2-4m+4+2m+6=m^2-2m+10=m^2-2m+1+9=(m-1)^2+9$

Наименьшее значение трехчлен $m^2-2m+10$ достигает при $m=1$.

Ответ: $m=1$.

2.61(2) $x^2+2mx+m-1=0$. По теореме, обратной теореме Виета:

$$x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=4m^2-2(m-1)=4m^2\quad 2m+2=$$

$$=4(m^2-\frac{m}{2}+(\frac{1}{4})^2-(\frac{1}{4})^2+\frac{1}{2})=4((m-\frac{1}{4})^2+\frac{7}{16})$$ Трехчлен $4m^2-2m+2$

достигает минимального значения при $m=\frac{1}{4}$ **Ответ:** $m=\frac{1}{4}$.

2.62(1) $(x^2+2x+2)(x^2-4x+5)=1$; $(x^2+2x+1+1)(x^2-4x+4+1)=1$: $((x+1)^2+1)((x-2)^2+1)=1$. Наименьшее значение трехчлена x^2+2x+2 равно 1 и достигается при $x=-1$.

Наименьшее значение трехчлена x^2-4x+5 равно 1 при $x=2$.

Поэтому данное уравнение не имеет корней.

2.62(2) $(x^2-2x+3)(x^2-6x+10)=2$; $(x^2-2x+1+2)(x^2-6x+9+1)=2$; $((x-1)^2+2)((x-3)^2+1)=2$. Наименьшее значение трехчлена x^2-2x+3 равно 2 при $x=1$. Наименьшее значение трехчлена $x^2-6x+10$ равно 1 при $x=3$. Поэтому уравнение не имеет корней.

2.63(1) I. $(2x^2-4x+3)(x^2-2x+2)=1$

$(2(x^2-2x+1)+1)((x^2-2x+1)+1)=1$; $(2(x-1)^2+1)((x-1)^2+1)=1$.

Наименьшее значение трехчлена $2x^2-4x+3$ равно 1 при $x=1$.

Наименьшее значение трехчлена x^2-2x+2 равно 1 при $x=1$.

Следовательно, 1 является корнем уравнения.

При $x\neq 1$ значения обоих трехчленов будут больше 1. следовательно, других корней уравнение не имеет.

2.63(2) $(x^2-4x+5)(2x^2-8x+9)=1$; $(x^2-4x+4+1)(2(x^2-4x+4)+1)=1$; $((x-2)^2+1)(2(x-2)^2+1)=1$.

Наименьшее значение трехчлена x^2-4x+5 равно 1 при $x=2$. Наименьшее значение трехчлена $2x^2-8x+9$ равно 1 при $x=2$. 2 – корень уравнения. Других корней нет.

2.64(1) $\dfrac{x^2+x-5}{x}+\dfrac{3x}{x^2+x-5}+4=0$; пусть $\dfrac{x^2+x-5}{x}=y$;

$x\neq 0;\ x^2+x-5\neq 0$

1) $y+\dfrac{3}{y}+4=0$; $\dfrac{y^2+4y+3}{y}=0$; $\begin{cases}y^2+4y+3=0\\ y\neq 0\end{cases}$ $\begin{cases}y_1y_2=3\\ y_1+y_2=-4\end{cases}$

$y_1=-3;\ y_2=-1$

2) $\dfrac{x^2+x-5}{x}=-3$; $\begin{cases}x^2+x-5+3x=0\\ x\neq 0\end{cases}$; $\begin{cases}x^2+4x-5=0\\ x\neq 0\end{cases}$

$x_1=-5;\ x_2=1$

3) $\frac{x^2+x-5}{x}=-1$; $\frac{x^2+x-5+x}{x}=0$; $\begin{cases} x^2+2x-5=0 \\ x\neq 0 \end{cases}$ $x=-1\pm\sqrt{6}$

Ответ: $-5; -1-\sqrt{6}; -1+\sqrt{6}; 1$.

2.64(2) $\frac{x^2-14}{x}-\frac{10x}{x^2-14}=3$. $x\neq 0$; $x^2-14\neq 0$

1) $\frac{x^2-14}{x}=y$; $y-\frac{10}{y}-3=0$: $y\neq 0$; $y^2-3y-10=0$; $y_1=5$; $y_2=-2$

2) $\frac{x^2-14}{x}=5$; $x^2-5x-14=0$; $x_1=7$; $x_2=-2$

3) $\frac{x^2-14}{x}=-2$; $x^2+2x-14=0$, $x_3=-1+\sqrt{15}$; $x_4=-1-\sqrt{15}$.

Ответ: $-2; 7; -1+\sqrt{15}; -1-\sqrt{15}$

2.65(1) $(\frac{x^2+12}{9-x^2})^2-(\frac{7x}{x^2-9})^2=0$

$(\frac{x^2+12}{9-x^2})^2-(\frac{7x}{9-x^2})^2=0$; $x\neq\pm 3$; $(\frac{x^2+12}{9-x^2})^2=(\frac{7x}{9-x^2})^2$

1) $\frac{x^2+12}{9-x^2}=\frac{7x}{9-x^2}$; $\begin{cases} x^2+12=7x \\ 9-x^2\neq 0 \end{cases}$, $x^2-7x+12=0$; $x_1=3$; $x_2=4$

3 не является корнем данного уравнения; $x=4$.

2) $\frac{x^2+12}{9-x^2}=\frac{-7x}{9-x^2}$; $x^2+12=-7x$, $9-x^2\neq 0$. $\begin{cases} x^2+7x+12=0 \\ 9-x^2\neq 0 \end{cases}$

$x_2=-3$; $x_3=-4$; -3 не является корнем уравнения; $x=-4$.
Ответ: $-4; 4$.

2.65(2) $\left(\frac{x^2+10}{4-x^2}\right)^2-\left(\frac{7x}{x^2-4}\right)^2=0$; $\left(\frac{x^2+10}{4-x^2}\right)^2=\left(\frac{7x}{4-x^2}\right)^2$; $x\neq\pm 2$

1) $\frac{x^2+10}{4-x^2}=\frac{7x}{4-x^2}$; $\begin{cases} x^2-7x+10=0 \\ 4-x^2\neq 0 \end{cases}$

$x_1=2$; $x_2=5$; 2 не является корнем уравнения.

2) $\frac{x^2+10}{4-x^2}=-\frac{7x}{4-x^2}$; $\begin{cases} x^2+10+7x=0 \\ 4-x^2\neq 0 \end{cases}$

$x_3=-2$; $x_4=-5$; -2 не является корнем уравнения. **Ответ:** $-5; 5$.

2.66(1) $\frac{1}{x(x+2)}-\frac{1}{(x+1)^2}=\frac{1}{12}$; $x\neq 0$; –1; –2.

$\frac{1}{x^2+2x}-\frac{1}{x^2+2x+1}=\frac{1}{12}$; $x^2+2x=y$

1) $\frac{1}{y}-\frac{1}{y+1}=\frac{1}{12}$; $\begin{cases}12(y+1)-12y-y(y+1)=0\\ y(y+1)\neq 0\end{cases}$; $y\neq 0; y\neq -1$

$12y+12-12y-y^2-y=0$; $-y^2-y+12=0$; $y^2+y-12=0$; $y_1=-4$; $y_2=3$

2) $x^2+2x=-4$; $x^2+2x+4=0$; $D<0$; уравнение не имеет корней

3) $x^2+2x=3$; $x^2+2x-3=0$; $x_1=-3$; $x_2=1$.

Ответ: –3; 1.

2.66(2) $\frac{1}{(x-2)^2}-\frac{1}{x(x-4)}=\frac{4}{3}$; $x\neq 0$; 4; 2

$\frac{1}{x^2-4x+4}-\frac{1}{x^2-4x}=\frac{4}{3}$; $x^2-4x=y$

1) $\frac{1}{y+4}-\frac{1}{y}=\frac{4}{3}$; $\begin{cases}3y-3(y+4)-4y(y+4)=0\\ y(y+4)\neq 0\end{cases}$

$3y-3y-12-4y^2-16y=0$; $-4y^2-16y-12=0$; $y^2+4y+3=0$; $y_1=-3$; $y_2=-1$

2) $x^2-4x=-3$; $x^2-4x+3=0$; $x_1=3$; $x_2=1$.

3) $x^2-4x=-1$; $x^2-4x+1=0$; $x_{3,4}=2\pm\sqrt{3}$.

Ответ: $1; 3; 2\pm\sqrt{3}$.

2.67(1) $(x-\frac{2x}{x+2})^2+\frac{4x^2}{x+2}=5$; $(\frac{x^2+2x-2x}{x+2})^2+\frac{4x^2}{x+2}=5$

$(\frac{x^2}{x+2})^2+\frac{4x^2}{x+2}=5$; $x\neq -2$

1) $\frac{x^2}{x+2}=y$; $y^2+4y-5=0$; $y_1=-5$; $y_2=1$.

2) $\frac{x^2}{x+2}=1$; $\begin{cases}x^2-x-2=0\\ x+2\neq 0\end{cases}$; $x_1=2$; $x_2=-1$.

3) $\frac{x^2}{x+2}=-5$; $\begin{cases}x^2+5x+10=0\\ x+2\neq 0\end{cases}$; $x\neq -2$.

Уравнение $x^2+5x+10=0$ не имеет корней, т.к. $D<0$. **Ответ:** –1; 2.

2.67(2) $\left(x+\frac{3x}{x-3}\right)^2=4-\frac{3x^2}{x-3}$; $\left(\frac{x^2-3x+3x}{x-3}\right)^2=4-\frac{3x^2}{x-3}$;

$(\frac{x^2}{x-3})^2-4+\frac{3x^2}{x-3}=0$; $x\neq 3$. 1) $\frac{x^2}{x-3}=y$; $y^2+3y-4=0$; $y_1=-4$; $y_2=1$.

2) $\frac{x^2}{x-3}=-4$; $\begin{cases} x-3\neq 0 \\ x^2+4x-12=0 \end{cases}$; $x_1=-6$; $x_2=2$.

3) $\frac{x^2}{x-3}=1$; $\begin{cases} x^2-x+3=0 \ (1) \\ x-3\neq 0 \end{cases}$

Уравнение (1) корней не имеет, т.к. $D<0$. **Ответ:** –6; 2.

2.68(1) $7(x+\frac{1}{x})-2(x^2+\frac{1}{x^2})^2=9$; $x\neq 0$.

1) $x+\frac{1}{x}=y$; $x^2+2x\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=x^2+2+\frac{1}{x^2}=y^2$. $x^2+\frac{1}{x^2}=y^2-2$.

2) $7y-2(y^2-2)=9$; $7y-2y^2+4-9=0$; $-2y^2+7y-5=0$; $2y^2-7y+5=0$;

$y=\frac{7\pm\sqrt{49-40}}{4}=\frac{7\pm 3}{4}$; $y_1=\frac{5}{2}$; $y_2=1$.

3) $x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2}$; $\begin{cases} 2x^2-5x+2=0 \\ x\neq 0 \end{cases}$; $x=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4}=\frac{5\pm 3}{4}$;

$x_1=2$; $x_2=0{,}5$.

4) $x+\frac{1}{x}=1$; $x^2-x+1=0$ (1); $D<0$. Уравнение (1) не имеет корней.

Ответ: 0,5; 2.

2.68(2) $2(x^2+\frac{1}{x^2})-11(x-\frac{1}{x})+8=0$; $x\neq 0$

1) $x-\frac{1}{x}=y$; $x^2+\frac{1}{x^2}=y^2+2$; $2(y^2+2)-11y+8=0$; $2y^2+4-11y+8=0$;

$2y^2-11y+12=0$; $y=\frac{11\pm\sqrt{121-96}}{4}=\frac{11\pm 5}{4}$; $y_1=4$; $y_2=1{,}5$.

2) $x-\frac{1}{x}=4$; $\begin{cases} x^2-4x-1=0 \\ x\neq 0 \end{cases}$; $x_{1,2}=2\pm\sqrt{5}$.

3) $x-\frac{1}{x}=1{,}5$; $\begin{cases} x^2-1{,}5x-1=0 \\ x\neq 0 \end{cases}$; $2x^2-3x-2=0$;

$x=\frac{3\pm\sqrt{9+16}}{4}=\frac{3\pm 5}{4}$; $x_3=2$; $x_4=-\frac{1}{2}$.

Ответ: $-\frac{1}{2}$; 2; $2-\sqrt{5}$; $2+\sqrt{5}$.

2.69(1) $\dfrac{12}{(x+1)(x+5)}+\dfrac{15}{(x+2)(x+4)}-2=0$

$\dfrac{12}{x^2+6x+5}+\dfrac{15}{x^2+6x+8}-2=0$; $x\neq-1$; -5; -2; -4

1) $x^2+6x+5=y$; $\dfrac{12}{y}+\dfrac{15}{y+3}-2=0$, $\begin{cases}12(y+3)+15y-2y(y+3)=0\\ y(y+3)\neq0\end{cases}$

$12y+36+15y-2y^2-6y=0$; $-2y^2+21y+36=0$; $2y^2-21y-36=0$;

$y=\dfrac{21\pm\sqrt{441+288}}{4}=\dfrac{21\pm27}{4}$; $y_1=12$; $y_2=-\dfrac{3}{2}$.

2) $x^2+6x+5=12$; $x^2+6x-7=0$; $x_1=-7$; $x_2=1$.

3) $x^2+6x+5=-1{,}5$; $x^2+6x+6{,}5=0$; $2x^2+12x+13=0$

$x=\dfrac{-6\pm\sqrt{36-26}}{2}=\dfrac{-6\pm\sqrt{10}}{2}$. **Ответ:** -7; 1; $\dfrac{-6-\sqrt{10}}{2}$; $\dfrac{-6+\sqrt{10}}{2}$

2.69(2) $\dfrac{1}{(x+1)(x+3)}+\dfrac{9}{(x-1)(x+5)}=-1$

$\dfrac{1}{x^2+4x+3}+\dfrac{9}{x^2+4x-5}=-1$; $x\neq-1$; -3; 1; -5

1) $x^2+4x+3=y$; $\dfrac{1}{y}+\dfrac{9}{y-8}+1=0$; $\begin{cases}y-8+9y+y(y-8)=0\\ y(y-8)\neq0\end{cases}$

$y-8+9y+y^2-8y=0$; $y^2+2y-8=0$; $y_1=-4$; $y_2=2$.

2) $x^2+4x+3=-4$; $x^2+4x+7=0$ (1). Уравнение (1) не имеет корней, т.к. $D<0$.

3) $x^2+4x+3=2$; $x^2+4x+1=0$; $x=-2\pm\sqrt{3}$.

Ответ: $-2+\sqrt{3}$; $-2-\sqrt{3}$.

2.70(1) $\begin{cases}x^4+y^4=82\\ xy=3\end{cases}$; 1) $x\neq0, y\neq0$

2) $\begin{cases}x^4+y^4=82\\ x=\dfrac{3}{y}\end{cases}$ $\begin{cases}\dfrac{81}{y^4}+y^4=82\\ x=\dfrac{3}{y}\end{cases}$ $y^4=a$, $a>0$

$\begin{cases}\dfrac{81}{a}+a=82\\ a=y^4\end{cases}$ $\begin{cases}a^2-82a+81=0\\ a=y^4\end{cases}$; $\begin{cases}a_1=81\\ a=y^4\end{cases}$ или $\begin{cases}a_2=1\\ a=y^4\end{cases}$

$\begin{cases} y_1 = -3 \\ x_1 = -1 \end{cases}$ или $\begin{cases} y_2 = 3 \\ x_2 = 1 \end{cases}$ или $\begin{cases} y_3 = 1 \\ x_3 = 3 \end{cases}$ или $\begin{cases} y_4 = -1 \\ x_4 = 3 \end{cases}$

Ответ: (–1; –3); (1; 3); (3; 1); (–3; –1).

2.70(2) $\begin{cases} x^4 + y^4 = 32 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} \left(x^2 + y^2\right)^2 - 2x^2y^2 = 32 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} 64 - 2x^2y^2 = 32 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2y^2 = 16 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} xy = -4 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$ или $\begin{cases} xy = 4 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$

1) $\begin{cases} xy = -4 \\ (x+y)^2 - 2xy = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} xy = -4 \\ (x+y)^2 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} xy = -4 \\ x = -y \end{cases}$ $\begin{cases} y^2 = 4 \\ x = -y \end{cases}$

2) $\begin{cases} xy = 4 \\ (x+y)^2 - 2xy = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} xy = 4 \\ (x+y)^2 = 16 \end{cases}$ $\begin{cases} xy = 4 \\ x + y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} xy = 4 \\ x + y = -4 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = -2 \end{cases}$ или $\begin{cases} x_3 = 2 \\ y_3 = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x_4 = -2 \\ y_4 = -2 \end{cases}$

Ответ: (–2; 2); (2; –2); (–2; –2); (2; 2).

2.71(1) $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ x + y + xy = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} (x+y)^2 - xy = 7 \\ x + y + xy = 5 \end{cases}$ $x+y = a; xy = b$

$\begin{cases} a^2 - b = 7 \\ a + b = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2 + a - 12 = 0 \\ b = 5 - a \end{cases}$; $\begin{cases} a_1 = -4 \\ b = 5 - a \end{cases}$ или $\begin{cases} a_2 = 3 \\ b = 5 - a \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 = -4 \\ b_1 = 9 \end{cases}$ $\begin{cases} a_2 = 3 \\ b_2 = 2 \end{cases}$; $\begin{cases} x + y = -4 \\ xy = 9 \end{cases}$ или $\begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$.

Составим квадратные уравнения с предполагаемыми корнями x и y: $c^2+4c+9 = 0$ (1); $t^2 - 3t + 2 = 0$(2). Уравнение (I) не имеет корней, т.к. его $D < 0$; уравнение (2) имеет 2 корня $t_1 = 2$, $t_2 = 1$.

Получаем: $\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 2 \end{cases}$

Ответ: (2; 1); (1; 2).

2.71(2) $\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 3 \\ x + y - xy = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} (x+y)^2 - 3xy = 3 \\ x + y - xy = 1 \end{cases}$ $x+y = a; xy = b$

$\begin{cases} a^2 - 3b = 3 \\ a - b = 1 \end{cases} \Big| -3$ $\begin{cases} a^2 - 3b = 3 \\ -3a + 3b = -3 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2 - 3a = 0 \\ b = a - 1 \end{cases}$ $\begin{cases} a(a-3) = 0 \\ b = a - 1 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 = 0 \\ b_1 = -1 \end{cases}$ или $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$. 1) $\begin{cases} x + y = 0 \\ xy = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -y \\ -y^2 = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \mp 1 \\ y = \pm 1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 - y \\ (3 - y)y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 - y \\ y^2 - 3y + 2 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ или $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Ответ: (1; –1); (–1; 1); (1; 2); (2; 1).

2.72(1)

$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{2}x - 5y = 8 \\ y^2 + x + 2x^2 = 40 \end{cases} \Bigg| -2$ $\begin{cases} -2x^2 - x + 10y = -16 \\ y^2 + x + 2x^2 = 40 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2 + 10y - 24 = 0 \\ y^2 + x + 2x^2 = 40 \end{cases}$

$y_1 = 2;\ y_2 = -12$

1) $\begin{cases} y_1 = 2 \\ 4 + x + 2x^2 - 40 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y_1 = 2 \\ 2x^2 + x - 36 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y_1 = 2 \\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 + 288}}{4} = \dfrac{-1 \pm 17}{4} \end{cases}$; $\begin{cases} y_1 = 2 \\ x_1 = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} y_2 = 2 \\ x_2 = -4{,}5 \end{cases}$ или

$\begin{cases} y_3 = -12 \\ 144 + x + 2x^2 - 40 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 + x + 104 = 0 \text{ (I)} \\ y_3 = -12 \end{cases}$

$D<0$; уравнение I не имеет корней.

Ответ: (4; 2); (–4,5; 2).

2.72(2) $\begin{cases} x^2 - y + 2y^2 = 29 \\ y^2 - 0{,}5y + x = 15 \end{cases} \Bigg| -2$ $\begin{cases} x^2 - y + 2y^2 = 29 \\ -2y^2 + y - 2x = -30 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 0 \\ x^2 - y + 2y^2 = 29 \end{cases}$; $\begin{cases} (x - 1)^2 = 0 \\ x^2 - y + 2y^2 - 29 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 \\ 2y^2 - y - 28 = 0 \end{cases}$

$x = 1;\ y = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 224}}{4} = \dfrac{1 \pm 15}{4}$; $\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 4 \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -3{,}5 \end{cases}$.

Ответ: (1; 4); (1; –3,5).

2.73(1) $\begin{cases} (x - 1)(2y + 1) = 0 \\ 2y^2 + x - y = 7 \end{cases}$; $\begin{cases} x - 1 = 0 \\ 2y^2 + x - y = 7 \end{cases}$ или $\begin{cases} 2y + 1 = 0 \\ 2y^2 + x - y = 7 \end{cases}$

1) $\begin{cases} x = 1, \\ 2y^2 - y - 6 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{4} = \dfrac{1 \pm 7}{4}, \\ x = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = -1{,}5; \end{cases}$

2) $\begin{cases} y=-\dfrac{1}{2}, \\ 0,5+x+0,5=7; \end{cases}$ $\begin{cases} x_3=6, \\ y_3=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Ответ: (1; 2); (1; –1,5); (6; –0,5).

2.73(2) $\begin{cases} (2x-1)(y+2)=0 \\ x^2-4x+y=-5 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x-1=0 \\ x^2-4x+y=-5 \end{cases}$; или $\begin{cases} y+2=0 \\ x^2-4x+y=-5 \end{cases}$

1) $\begin{cases} x=0,5, \\ 0,25-2+y=-5; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=0,5, \\ y_1=-3,25; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y=-2, \\ x^2-4x+3=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=3, \\ y_2=-2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_3=1. \\ y_3=-2. \end{cases}$

Ответ: (0,5; –3,25); (3; –2); (1; –2).

2.74(1) $\begin{cases} x^2+y^2=9, \\ x+y=b; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2=9, \\ x=b-y; \end{cases}$

$(b-y)^2+y^2-9=0$; $b^2-2by+y^2+y^2-9=0$; $2y^2-2by+b^2-9=0$ (I).

Уравнение (I) имеет единственное решение, если

$D=4b^2-8(b^2-9)=0$. $b^2-2(b^2-9)=0$; $b^2-2b^2+18=0$; $b^2=18$; $b=\pm 3\sqrt{2}$

Ответ: при $b=\pm 3\sqrt{2}$.

2.74(2) $\begin{cases} y=p-x, \\ 4y=x^2; \end{cases}$ $\begin{cases} 4(p-x)=x^2, \\ y=p-x; \end{cases}$ $x^2+4x-4p=0$ (I).

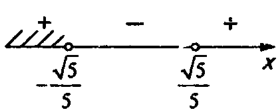
Уравнение (I) не имеет решений, если $D=4^2-4(-4p)<0$;
$16+16p<0$; $1+p<0$; $p<-1$.

Ответ: при $p<-1$.

2.75(1) $\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ 2x+y=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ y=1-2x; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+(1-2x)^2=a^2, \\ y=1-2x; \end{cases}$

1) $x^2+1-4x+4x^2-a^2=0$, $5x^2-4x+1-a^2=0$ (I). Уравнение (I) имеет 2 решения, если $16-20(1-a^2)>0$; $4-5(1-a^2)>0$,

$4-5+5a^2>0$, $5a^2-1>0$, $a^2-\dfrac{1}{5}>0$, $\left(a-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)\left(a+\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)>0$; $a<0$.



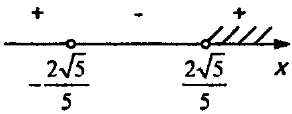
Ответ: $a<-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

2.75(2) $\begin{cases} 2x-y=2, \\ x^2+y^2=a^2; \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x-2, \\ x^2+(2x-2)^2=a^2; \end{cases}$

1) $x^2+(2x-2)^2-a^2=0$, $x^2+4x^2-8x+4-a^2=0$, $5x^2-8x+4-a^2=0$ (I)

Уравнение (I) имеет 2 решения, если $64-20(4-a^2)>0$,

$16-5(4-a^2)>0$; $16>5(4-a^2)$, $-a^2+4<3{,}2$; $a^2>\frac{4}{5}$, $(a-\frac{2}{\sqrt5})(a+\frac{2}{\sqrt5})>0$



$a>\frac{2\sqrt5}{5}$ **Ответ:** $a>\frac{2\sqrt5}{5}$.

2.76(1) $\begin{cases}\frac{x}{3}-\frac{7}{4}+\frac{y}{12}=1 & \Big|\ 12\\ \frac{y}{5}+\frac{x}{10}+\frac{z}{3}=1 & \Big|\ 30\end{cases}$; $\begin{cases}4x+y-3z=12 & (1)\\ 3z+6y+10z=30 & (2)\end{cases}$

Сложим почленно (1) и (2); $7x+7y+7z=42$; $x+y+z=6$.
Ответ: $x+y+z=6$.

2.76(2)

$\begin{cases}\frac{y}{6}-\frac{x}{12}-\frac{z}{4}=5 & \Big|\ 12\\ \frac{z}{3}+\frac{y}{8}+\frac{x}{4}=10 & \Big|\ 24\end{cases}$; $\begin{cases}2y-x-3z=60\\ 8z+3y+6x=240\end{cases}$; $\begin{cases}-x+2y-3z=60 & (1)\\ 6x+3y+8z=240 & (2)\end{cases}$

Сложим почленно (1) и (2); $5x+5y+5z=300$; $x+y+z=60$.
Ответ: $x+y+z=60$.

2.77(1) $\begin{cases}a+b+c=2 & (1)\\ b+c+d=0 & (2)\\ a+b+d=1 & (3)\\ a+c+d=3 & (4)\end{cases}$

Сложим почленно все уравнения системы $3a+3b+3c+3d=6$
$a+b+c+d=2$ (5). Сравнивая (1) и (5); (2) и (5); (3) и (5); (4) и (5), получим $a=2$; $b=-1$; $c=1$; $d=0$.
Ответ: $a=2$; $b=-1$; $c=1$; $d=0$.

2.77(2) $\begin{cases}a+b+c+2d=1 & (1)\\ a+b+2c+d=3 & (2)\\ a+2b+c+d=5 & (3)\\ 2a+b+c+d=6 & (4)\end{cases}$

Сложим почленно все уравнения системы; $5a+5b+5c+5d=15$
$a+b+c+d=3$ (5). Сравнивая (1) и (5); (2) и (5); (3) и (5); (4) и (5), получим $a=3$; $b=2$; $c=0$; $d=-2$. (То есть (1) $\underbrace{a+b+c+d}_{3}+d=1$)

Ответ: $a=3$; $b=2$; $c=0$; $d=-2$.

2.78(1) $\begin{cases}5(x+y)+2xy=-19\\x+3xy+y=-35\end{cases}$ пусть $\begin{cases}x+y=a\\xy=b\end{cases}$

$\begin{cases}5a+2b=-19\\a+3b=-35\end{cases}\Bigg|\,-5$; $\begin{cases}5a+2b=-19\\-5a-15b=175\end{cases}$; $\begin{cases}-13b=156\\a+3b=-35\end{cases}$; $\begin{cases}b=-12\\a+3b=-35\end{cases}$,

$\begin{cases}b=-12\\a-36=-35\end{cases}$; $\begin{cases}a=1\\b=-12\end{cases}$; $\begin{cases}x+y=1\\xy=-12\end{cases}$; $\begin{cases}x=4\\y=-3\end{cases}$; $\begin{cases}x=-3\\y=4\end{cases}$

Ответ: (4; –3); (–3; 4).

2.78(2) $\begin{cases}4(x-y)-3xy=-14\\7x+4xy-7y=31\end{cases}$; $\begin{cases}4(x-y)-3xy=-14\\7(x-y)+4xy=31\end{cases}$; $\begin{cases}x-y=a,\\xy=b.\end{cases}$

1) $\begin{cases}4a-3b=-14\\7a+4b=31\end{cases}\Bigg|\begin{matrix}4\\3\end{matrix}$; $\begin{cases}16a-12b=-56\\21a+12b=93\end{cases}$; $\begin{cases}37a=37\\7a+4b=31\end{cases}$; $\begin{cases}a=1\\b=6\end{cases}$

2) $\begin{cases}x-y=1\\xy=6\end{cases}$ $\begin{cases}x=1+y\\y(1+y)=6\end{cases}$. $y^2+y-6=0$; $y_1+y_2=-1$; $y_1y_2=-6$.

$y_1=-3$; $y_2=2$. $\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$; $\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$. **Ответ:** (3; 2); (–2; –3)

3. Неравенства

3.1(1) $\frac{2x-7}{6}+\frac{7x-2}{3}\le 3-\frac{1-x}{2}$; $2x-7+2(7x-2)\le 18-3(1-x)$;

$2x-7+14x-4\le 18-3+3x$; $16x-11\le 15+3x$; $13x\le 26$; $x\le 2$.

Ответ: $x\le 2$.

3.1(2)

$\frac{4x+13}{10}-\frac{5+2x}{4}\ge\frac{6-7x}{20}-1$ $2(4x+13)-5(5+2x)\ge 6-7x-20$;

$8x+26-25-10x\ge -14-7x$; $-2x+1\ge -14-7x$; $5x\ge -15$; $x\ge -3$.

Ответ: $x\ge -3$.

3.2(1) $\frac{16-3a}{3}-\frac{3a+7}{4}<0$; $4(16-3a)-3(3a+7)<0$; $64-12a-9a-21<0$;

$-21a<-43$, $a>\frac{43}{21}$; $a>2\frac{1}{21}$. **Ответ:** 3.

3.2(2) $\frac{11-2x}{5}+\frac{3-2x}{2}>0$; $2(11-2x)+5(3-2x)>0$; $22-4x+15-10x>0$;

$-14x>-37$; $x<\frac{37}{14}$; $x<2\frac{9}{14}$. **Ответ:** $x=2$.

3.3(1) $a+\frac{8-11a}{12}>\frac{7+a}{4}-\frac{5-a}{3}$; $12a+8-11a>21+3a-20+4a$;

$a+8>7a+1$; $a-7a>1-8$; $-6a>-7$; $a<\frac{7}{6}$; $a<1\frac{1}{6}$.

Ответ: $a=1$.

3.3(2) $\frac{13x-1}{15}-\frac{2x-1}{5}<x-\frac{x-2}{3}$; $13x-1-3(2x-1)<15x-5x+10$;

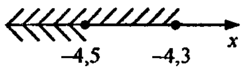
$13x-1-6x+3<10x+10$; $7x+2<10x+10$; $-3x<8$; $x>-\frac{8}{3}$; $x>-2\frac{2}{3}$

Ответ: $x=-1$; $x=-2$.

3.4(1) $\begin{cases}\frac{3}{5}-\frac{2-4x}{3}\le\frac{2x-3}{2},\\ \frac{2x-27}{2}\ge 4x;\end{cases}$ $\begin{cases}18-10(2-4x)\le 15(2x-3),\\ 2x-27\ge 8x;\end{cases}$

$\begin{cases}18-20+40x\le 30x-45,\\ 2x-8x\ge 27;\end{cases}$ $\begin{cases}10x\le -45-18+20,\\ -6x\ge 27;\end{cases}$ $\begin{cases}10x\le -43,\\ -2x\ge 9;\end{cases}$

$\begin{cases}x\le -4{,}3,\\ x\le -4{,}5.\end{cases}$

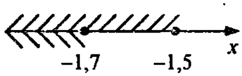


Ответ: $x\le -4{,}5$.

3.4(2)

$\begin{cases}\frac{1+2x}{4}\le\frac{5+4x}{10}-\frac{2}{5},\\ 2x\ge\frac{14x+17}{2};\end{cases}$ $\begin{cases}5(1+2x)\le 2(5+4x)-8,\\ 4x\ge 14x+17;\end{cases}$ $\begin{cases}5+10x\le 10+8x-8,\\ 4x-14x\ge 17;\end{cases}$

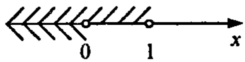
$\begin{cases}2x\le -3,\\ -10x\ge 17;\end{cases}$ $\begin{cases}x\le -1{,}5,\\ x\le -1{,}7.\end{cases}$



Ответ: $x\le -1{,}7$.

3.5(1) $\begin{cases}1-\frac{1-x}{2}<4-\frac{5+4x}{3},\\ 2-\frac{x+8}{4}>0;\end{cases}$ $\begin{cases}6-3(1-x)<24-2(5+4x),\\ 8-x-8>0;\end{cases}$

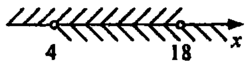
$\begin{cases}6-3+3x<24-10-8x,\\ -x>0;\end{cases}$ $\begin{cases}11x<14-3,\\ x<0;\end{cases}$ $\begin{cases}x<1,\\ x<0.\end{cases}$



Ответ: $x<0$.

3.5(2) $\begin{cases} 2-\dfrac{3+2x}{3}>1-\dfrac{x+6}{2}, \\ 3+\dfrac{x}{4}<x; \end{cases}$ $\begin{cases} 12-2(3+2x)>6-3(x+6), \\ 12+x<4x; \end{cases}$

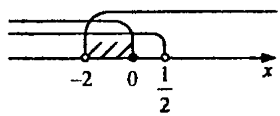
$\begin{cases} 12-6-4x>6-3x-18, \\ x-4x<-12; \end{cases}$ $\begin{cases} -x>-18, \\ -3x<-12; \end{cases}$ $\begin{cases} x<18, \\ x>4. \end{cases}$



$4<x<18$

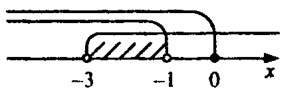
Ответ: $4<x<18$.

3.6(1) $\begin{cases} 3x-4<x-3 \\ 5x\le 0 \\ \dfrac{x}{2}>-1 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x<1 \\ x\le 0 \\ x>-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x<\dfrac{1}{2} \\ x\le 0 \\ x>-2 \end{cases}$



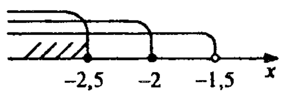
Ответ: $-2<x\le 0$.

3.6(2) $\begin{cases} 3x\le 0 \\ \dfrac{x}{3}>-1 \\ -4x>1-3x \end{cases}$ $\begin{cases} x\le 0 \\ x>-3 \\ -x>1 \end{cases}$ $\begin{cases} x\le 0 \\ x>-3 \\ x<-1 \end{cases}$



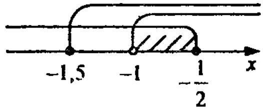
Ответ: $-3<x<-1$.

3.7(1) $\begin{cases} 3x\le x-5 \\ 4x+6<0 \\ x+1\ge 3x+5 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x\le -5 \\ 4x<-6 \\ -2x\ge 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x\le -2,5 \\ x<-1,5 \\ x\le -2 \end{cases}$



Ответ: $x\le -2,5$.

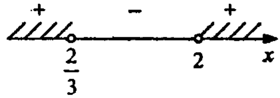
3.7(2) $\begin{cases} x\ge 3x+1 \\ 6x+1\ge 4x-2 \\ 5x+5>0 \end{cases}$ $\begin{cases} -2x\ge 1 \\ 2x\ge -3 \\ 5x>-5 \end{cases}$ $\begin{cases} x\le -\dfrac{1}{2} \\ x\ge -\dfrac{3}{2} \\ x>-1 \end{cases}$



Ответ: $-1<x\le -\dfrac{1}{2}$.

3.8(1) $(5-3x)(x-1)<-1$; $5x-3x^2-5+3x+1<0$; $-3x^2+8x-4<0$; $3x^2-8x+4>0$;

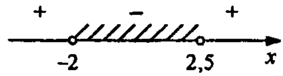
$x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-12}}{3}=\dfrac{4\pm2}{3}$; $x_1=2$; $x_2=\dfrac{2}{3}$.



Ответ: $x<\dfrac{2}{3}$; $x>2$.

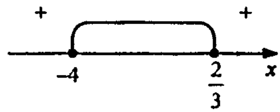
3.8(2) $(1-x)(2x+1)>-9$; $2x+1-2x^2-x+9>0$; $-2x^2+x+10>0$; $2x^2-x-10<0$;

$x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+80}}{4}=\dfrac{1\pm9}{4}$; $x_1=2{,}5$; $x_2=-2$.

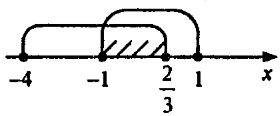


Ответ: $-2<x<2{,}5$.

3.9(1) $\dfrac{3x^2}{4}\le\dfrac{4-5x}{2}$; $3x^2+10x-8\le0$;



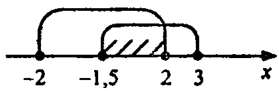
$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{25+24}}{3}=\dfrac{-5\pm7}{3}$; $x_1=-4$; $x_2=\dfrac{2}{3}$.



Ответ: $-1\le x\le\dfrac{2}{3}$.

3.9(2) $\dfrac{2x^2}{9}\le\dfrac{x+3}{3}$; $2x^2\le3x+9$, $2x^2-3x-9\le0$,

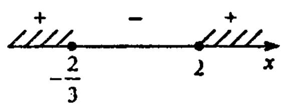
$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+72}}{4}=\dfrac{3\pm9}{4}$; $x_1=3$; $x_2=-1{,}5$.



Ответ: $-1{,}5\le x\le2$.

3.10(1) $\dfrac{x^2}{2}\ge\dfrac{2x+2}{3}$; $3x^2\ge4x+4$; $3x^2-4x-4\ge0$;

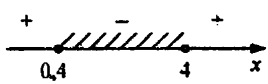
$x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+12}}{3}=\dfrac{2\pm4}{3}$; $x_1=2$; $x_2=-\dfrac{2}{3}$.



Ответ: $x\le-\dfrac{2}{3}$; $x\ge2$.

3.10(2) $\dfrac{11x-4}{5}\ge\dfrac{x^2}{2}$; $22x-8\ge5x^2$; $5x^2-22x+8\le0$;

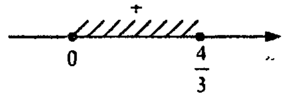
$x=\dfrac{11\pm\sqrt{121-40}}{5}=\dfrac{11\pm9}{5}$; $x_1=4$; $x_2=0{,}4$.



Ответ: $0{,}4\le x\le4$.

3.11(1)

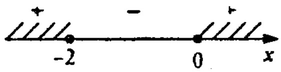
$x-\frac{3}{4}x^2 \geq 0$; $x\left(1-\frac{3}{4}x\right) \geq 0$; $x_1=0$; $x_2=\frac{4}{3}$.



Ответ: $0 \leq x \leq \frac{4}{3}$.

3.11(2)

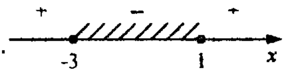
$\frac{1}{2}x^2+x \geq 0$; $x\left(\frac{1}{2}x+1\right) \geq 0$; $x_1=0$; $x_2=-2$.



Ответ: $x \leq -2$; $x \geq 0$

3.12(1)

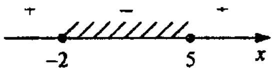
$3-2x-x^2 \geq 0$; $x^2+2x-3 \leq 0$; $x_1=-3$; $x_2=1$.



Ответ: $-3 \leq x \leq 1$.

3.12(2)

$10+3x-x^2 \geq 0$; $x^2-3x-10 \leq 0$; $x_1=5$; $x_2=-2$.



Ответ: $-2 \leq x \leq 5$.

3.13(1) $\sqrt{101}+\sqrt{102}>0$; $\sqrt{99}+\sqrt{104}>0$

$$\left(\sqrt{101}+\sqrt{102}\right)^2=101+102+2\sqrt{101\cdot 102}=203+2\sqrt{101\cdot 102}$$

$$\left(\sqrt{99}+\sqrt{104}\right)^2=99+104+2\sqrt{99\cdot 104}=203+2\sqrt{99\cdot 104}=$$

$=203+2\sqrt{(101-2)(102+2)}$; далее $(101-2)(102+2)=101\cdot 102-$
$-204+202-4=101\cdot 102-6$, значит $\sqrt{101\cdot 102}>\sqrt{101\cdot 102-6}$,
т.е. $\sqrt{101\cdot 102}>\sqrt{99\cdot 104}$; $(\sqrt{101}+\sqrt{102})^2>(\sqrt{99}+\sqrt{104})^2$;
$\sqrt{101}+\sqrt{102}>\sqrt{99}+\sqrt{104}$ (см. условие).

Ответ: $\sqrt{101}+\sqrt{102}>\sqrt{99}+\sqrt{104}$

3.13(2) $\sqrt{99}+\sqrt{108}>0$; $\sqrt{103}+\sqrt{104}>0$

$$\left(\sqrt{99}+\sqrt{108}\right)^2=99+108+2\sqrt{99\cdot 108}=207+2\sqrt{99\cdot 108}$$

$$\left(\sqrt{103}+\sqrt{104}\right)^2=103+104+2\sqrt{103\cdot 104}=207+2\sqrt{(99+4)(108-4)};$$

$$\sqrt{(99+4)(108-4)}=\sqrt{99\cdot 108+20};$$

далее $\sqrt{99\ 108} < \sqrt{99\ 108+20}$, т.е. $\sqrt{99\cdot108} < \sqrt{103\cdot104}$
и $(\sqrt{99}+\sqrt{108})^2 < (\sqrt{103}+\sqrt{104})^2$ отсюда $\sqrt{99}+\sqrt{108} < \sqrt{103}+\sqrt{104}$
(см условие).

Ответ: $\sqrt{99}+\sqrt{108} < \sqrt{103}+\sqrt{104}$

3.14(1) 1) $3+\sqrt{5}>0$; $\sqrt{8}+\sqrt{6}>0$

$\left(3+\sqrt{5}\right)^2 = 9+5+6\sqrt{5} = 14+\sqrt{36\cdot5} = 14+\sqrt{180}$

$\left(\sqrt{8}+\sqrt{6}\right)^2 = 8+6+2\sqrt{48} = 14+\sqrt{4\cdot48} = 14+\sqrt{192}$; $\sqrt{192} > \sqrt{180}$

Ответ: $3+\sqrt{5} < \sqrt{8}+\sqrt{6}$

3.14(2)

$\sqrt{5}+\sqrt{6}>0$; $2+\sqrt{7}>0$; $\left(\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)^2 = 11+2\sqrt{30} = 11+\sqrt{120}$

$\left(2+\sqrt{7}\right)^2 = 11+4\sqrt{7} = 11+\sqrt{112}$; $\sqrt{120} > \sqrt{112}$.

Ответ: $\sqrt{5}+\sqrt{6} > 2+\sqrt{7}$

3.15(1) Сравните числа $\sqrt{37}+\sqrt{35}$ и 12.

1) $\sqrt{37}+\sqrt{35}>0$; $\left(\sqrt{37}+\sqrt{35}\right)^2 = 72+2\sqrt{37\cdot35} = 72+2\sqrt{1295}$;

$12^2 = 144 = 72+72 = 72+2\cdot36$.

2) Надо сравнить $\sqrt{1295}$ и 36; $36=\sqrt{1296}$; $\sqrt{1295}<\sqrt{1296}$.

Следовательно, $12 > \sqrt{37}+\sqrt{35}$.

Ответ: $\sqrt{37}+\sqrt{35} < 12$.

3.15(2) Сравните числа $\sqrt{15}+\sqrt{17}$ и 8.

1) $\sqrt{15}+\sqrt{17}>0$; $\left(\sqrt{15}+\sqrt{17}\right)^2 = 32+2\sqrt{15\cdot17} = 32+2\sqrt{255}$

2) $8^2 = 64 = 32+2\cdot16 = 32+2\sqrt{256}$

$8^2 > 32+2\sqrt{255}$ Следовательно, $\sqrt{15}+\sqrt{17} < 8$.

Ответ: $\sqrt{15}+\sqrt{17} < 8$.

3.16(1) $3x+2y=6$; $|x|\le 8$

1) $-8\le x\le 8$; $3x=6-2y$; $x = 2-\frac{2}{3}y$;

2) $-8 \le 2-\frac{2}{3}y \le 8$; $-10 \le -\frac{2}{3}y \le 6$; $-9\le y\le 15$.

Ответ: $-9\le y\le 15$.

3.16(2) $4a+3b=8$; $|b|\le 12$; 1) $-12\le b\le 12$, $3b=8-4a$; $b=\frac{8}{3}-\frac{4}{3}a$

2) $-12\le\frac{8}{3}-\frac{4}{3}a\le 12$; $-36\le 8-4a\le 36$; $-44\le -4a\le 28$; $-7\le a\le 11$

Ответ: $-7\le a\le 11$.

3.17(1) $\left(\frac{\sqrt{15}+\sqrt{17}}{8}-1\right)(4x-13)<0$ (I)

1) Сравним $\frac{\sqrt{15}+\sqrt{17}}{8}$ с 1; $\sqrt{15}+\sqrt{17}>0$

$\left(\frac{\sqrt{15}+\sqrt{17}}{8}\right)^2=\frac{32+2\sqrt{15\cdot 17}}{64}=\frac{1}{2}+\frac{1}{32}\sqrt{15\cdot 17}$;

$\sqrt{15\cdot 17}=\sqrt{255}<\sqrt{256}$; $\sqrt{256}=16$; $\frac{\sqrt{15\cdot 17}}{32}<\frac{1}{2}$

$\frac{\sqrt{15}+\sqrt{17}}{8}<1$, т.е. $\frac{\sqrt{15}+\sqrt{17}}{8}-1<0$.

2) Неравенство (I) равносильно неравенству $4x-13>0$.

$x>\frac{13}{4}$; $x>3\frac{1}{4}$. **Ответ:** $x>3\frac{1}{4}$

3.17(2) $(\frac{\sqrt{35}+\sqrt{37}}{6}-2)(10+3x)<0$ (I)

1) Сравним $\frac{\sqrt{35}+\sqrt{37}}{6}$ с 2; $\sqrt{35}+\sqrt{37}>0$;

$(\frac{\sqrt{35}+\sqrt{37}}{6})^2=\frac{72+2\sqrt{35\cdot 37}}{36}=2+\frac{1}{18}\sqrt{35\cdot 37}$;

$\sqrt{35\cdot 37}=\sqrt{1295}$; $\sqrt{1295}<\sqrt{1296}$; $\sqrt{1296}=36$; $\frac{1}{18}\sqrt{35\cdot 37}<2$

$2+\frac{1}{18}\sqrt{35\cdot 37}<4$, т.е. $\frac{\sqrt{35}+\sqrt{37}}{6}-2<0$

2) Неравенство (I) равносильно неравенству $10+3x>0$

$x>-\frac{10}{3}$; $x>-3\frac{1}{3}$

Ответ: $x>-3\frac{1}{3}$.

3.18(1) $3\sqrt{11}(6-3x)>10(6-3x)$; $(6-3x)\left(3\sqrt{11}-10\right)>0$ (I)

Сравним $3\sqrt{11}$ и 10: $\left(3\sqrt{11}\right)^2$ и 10^2; $9\cdot 11<100$; $3\sqrt{11}<10$;

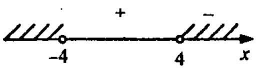
$3\sqrt{11}-10<0$. Неравснство (I) равносильно неравенству
$6-3x<0$; $-3x<-6$; $x>2$
Ответ: $x>2$.

3.18(2) $9(6+2x)<4\sqrt{5}(6+2x)$; $(6+2x)\left(9-4\sqrt{5}\right)<0$ (I)

Сравним 9 и $4\sqrt{5}$; 9^2 и $\left(4\sqrt{5}\right)^2$; $9^2>16\cdot 5$; $9-4\sqrt{5}>0$.

Неравенство (I) равносильно неравенству $6+2x<0$; $2x<-6$; $x<-3$.
Ответ: $x<-3$.

3.19(1) $\left(\frac{3}{2}-\sqrt{3}\right)\left(16-x^2\right)>0$ (I)

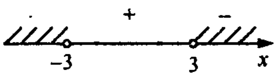


1) $\sqrt{3}\approx 1{,}7$; $1{,}5-\sqrt{3}<0$

2) Неравенство (I) равносильно неравенству $16-x^2<0$; $(4-x)(4+x)<0$.

Ответ: $x<-4$; $x>4$.

3.19(2) $\left(\sqrt{6}-2{,}5\right)\left(9-x^2\right)>0$ (I)

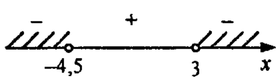


1) $2{,}5^2=6{,}25$: $\sqrt{6}<2{,}5$; $\sqrt{6}-2{,}5<0$.

2) Неравенство (I) равносильно неравенству $9-x^2<0$; $(3-x)(3+x)<0$

Ответ: $x<-3$; $x>3$.

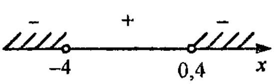
3.20(1) $\frac{-6}{(3-x)(9+2x)}>0$ (I)



Неравенство (I) равносильно неравенству $(3-x)(9+2x)<0$.

Ответ: $x<-4{,}5$; $x>3$.

3.20(2) $\frac{15}{(4+x)(2-5x)}<0$ (I)



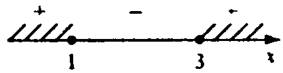
Неравенство (I) равносильно неравенству $(4+x)(2-5x)<0$

Ответ: $x<-4$; $x>0{,}4$.

3.21(1) $x^2-x+1>0$ при любом значении x, т.к. $D<0$: $(-1)^2-4\cdot 1=$
$=1-4<0$. $\frac{5}{x^2-x+1}>0$ при любых значениях x.

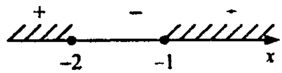
3.21(2) 1) $x^2-x+2>0$ при любых значениях x, т.к. $D<0$: $(-1)^2-4\ \ 2=$ $=1-8<0$. $\dfrac{8}{x^2-x+2}>0$ при любых значениях x

3.22(1) $4x-x^2\le 3$; $-x^2+4x-3\le 0$,
$x^2-4x+3\ge 0$; $x^2-4x+3=0$; $x_1=3$; $x_2=1$,



Ответ: $0<x\le 1$; $x\ge 3$.

3.22(2) 1) $x^2+3x\ge -2$, $x^2+3x+2\ge 0$,
$x^2+3x+2=0$; $x_1=-2$; $x_2=-1$



Ответ: $x\le -2$; $-1\le x<0$.

3.23(1) $\begin{cases}18-x\sqrt{3}\ge 0\\ 20-x\sqrt{5}\le 0\end{cases}$ $\begin{cases}-x\sqrt{3}\ge -18\\ -x\sqrt{5}\le -20\end{cases}$ $\begin{cases}x\le\dfrac{18}{\sqrt{3}}\\ x\ge\dfrac{20}{\sqrt{5}}\end{cases}$ $\begin{cases}x\le 6\sqrt{3}\\ x\ge 4\sqrt{5}\end{cases}$

$\sqrt{3}\approx 1{,}7$; $\sqrt{5}\approx 2{,}2$, $\begin{cases}x\le 10{,}2\\ x\ge 8{,}8\end{cases}$; $8{,}8\le x\le 10{,}2$.

Ответ: 9; 10.

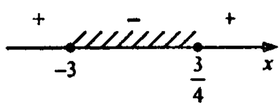
3.23(2) $\begin{cases}12-x\sqrt{3}\le 0\\ x\sqrt{2}-10\le 0\end{cases}$ $\begin{cases}x\sqrt{3}\ge 12\\ x\sqrt{2}\le 10\end{cases}$,

$\sqrt{3}\approx 1{,}7$; $\sqrt{2}\approx 1{,}4$;

$\begin{cases}x\ge 4\sqrt{3}\\ x\le 5\sqrt{2}\end{cases}$ $\begin{cases}x\ge 6{,}8\\ x\le 7{,}0\end{cases}$; $6{,}8\le x\le 7$

Ответ: 7.

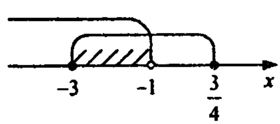
3.24(1) $\begin{cases}4x^2+9x-9\le 0\\ \dfrac{x+1}{2}<0\end{cases}$



1) $4x^2+9x-9=0$;

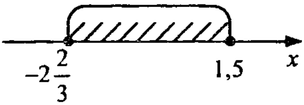
$x=\dfrac{-9\pm\sqrt{81+144}}{8}=\dfrac{-9\pm 15}{8}$; $x_1=-3$; $x_2=\dfrac{3}{4}$.

2) $\dfrac{x+1}{2}<0$; $x<-1$; $\begin{cases}-3\le x\le\dfrac{3}{4}\ \text{(I)}\\ x<-1\end{cases}$



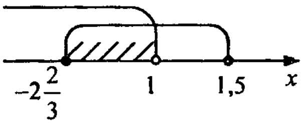
Ответ: −3; −2.

3.24(2) $\begin{cases} 6x^2+7x-24\le 0 \\ \dfrac{1-x}{2}>0 \end{cases}$



1) $6x^2+7x-24=0$

$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{49+576}}{12}=\dfrac{-7\pm 25}{12}$;



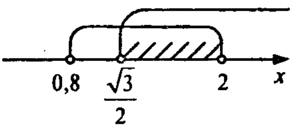
$x_1=\dfrac{3}{2}$; $x_2=-\dfrac{32}{12}=-2\dfrac{2}{3}$.

3) $1-x>0$; $x<1$

Ответ: -2; -1; 0.

3.25(1) $\begin{cases} 5x^2-14x+8<0 \\ 2x-\sqrt{3}>0 \end{cases}$

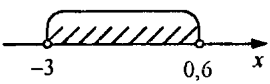
1) $x=\dfrac{7\pm\sqrt{49-40}}{5}=\dfrac{7\pm 3}{5}$; $x_1=2$; $x_2=\dfrac{4}{5}$



2) $x>\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $\sqrt{3}\approx 1{,}7$; $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\approx 0{,}85$

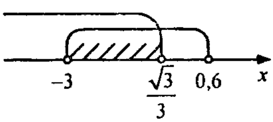
Ответ: $\dfrac{\sqrt{3}}{2}<x<2$.

3.25(2) $\begin{cases} 5x^2+12x-9<0 \\ 3x-\sqrt{3}<0 \end{cases}$



1) $5x^2+12x-9<0$;

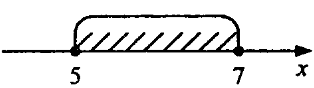
$x=\dfrac{-6\pm\sqrt{36+45}}{5}=\dfrac{-6\pm 9}{5}$, $x_1=-3$; $x_2=0{,}6$.



2) $x<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$; $\dfrac{\sqrt{3}}{3}<0{,}6$.

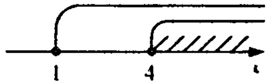
Ответ: $-3<x<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

3.26(1) $\dfrac{x-3}{2}\ge\left(\sqrt{x-5}\right)^2$; $\begin{cases} \dfrac{x-3}{2}\ge x-5 \\ x-5\ge 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x-3\ge 2x-10 \\ x\ge 5 \end{cases}$ $\begin{cases} x\le 7, \\ x\ge 5; \end{cases}$



Ответ: $5\le x\le 7$.

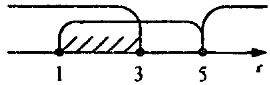
3.26(2) $\frac{2x-11}{3} \le \left(\sqrt{x-4}\right)^2$



$\begin{cases} \frac{2x-11}{3} \le x-4 \\ x-4 \ge 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-11 \le 3x-12 \\ x \ge 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x \ge 1 \\ x \ge 4 \end{cases}$

Ответ: $x \ge 4$.

3.27(1) $\begin{cases} x^2-6x+5 \le 0 \\ x^2-8x+15 \ge 0 \end{cases}$

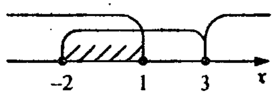


1) $x^2-6x+5 \le 0$; $x^2-6x+5=0$; $x_1=5$; $x_2=1$; $1 \le x \le 5$.

2) $x^2-8x+15 \ge 0$; $x^2-8x+15=0$; $x_1=3$; $x_2=5$; $x \le 3$; $x \ge 5$.

Ответ: 1; 2; 3; 5.

3.27(2) $\begin{cases} x^2-4x+3 \ge 0 \\ x^2-x-6 \le 0 \end{cases}$



1) $x^2-4x+3 \ge 0$; $x^2-4x+3=0$; $x_1=3$; $x_2=1$; $x \le 1$; $x \ge 3$.

2) $x^2-x-6 \le 0$; $x^2-x-6=0$; $x_1=3$; $x_2=-2$; $-2 \le x \le 3$.

Ответ: –2; –1; 0; 1; 3.

3.28(1) Данное выражение имеет смысл при условии

$\begin{cases} 2a^2+11a+12 \ge 0 \\ 10-3a-a^2 \ge 0 \end{cases}$

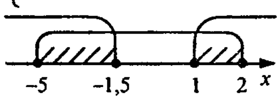
1) $2a^2+11a+12=0$; $a=\frac{-11\pm\sqrt{121-96}}{4}=\frac{-1\pm5}{4}$; $a_1=-1{,}5$; $a_2=1$;

2) $a^2+3a-10=0$; $a_1=-5$; $a_2=2$;

3) $2a^2+11a+12 \ge 0$ при $a \le -1{,}5$; $a \ge 1$

4) $10-3a-a^2 \ge 0$, $a^2-3a-10 \le 0$ при $-5 \le a \le 2$.

5) $\begin{cases} a \le -1{,}5; \quad a \ge 1 \\ -5 \le a \le 2 \end{cases}$

6) 

Ответ: $a=-5$.

3.28(2) Данное выражение имеет смысл при условии

$\begin{cases} 24+5a-a^2 \ge 0 \\ 2a^2-19a+35 \ge 0 \end{cases}$

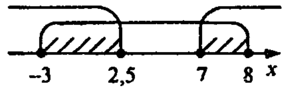
1) $a^2-5a-24=0$; $a_1=8$; $a_2=-3$.

2) $2a^2-19a+35=0$; $a=\frac{19\pm\sqrt{361-280}}{4}=\frac{19\pm9}{4}$; $a_1=7$; $a_2=2{,}5$

3) $a^2-5a-24\le0$ при $-3\le a\le8$;

4) $2a^2-19a+35\ge0$ при $a\le2{,}5$; $a\ge7$.

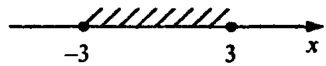
5) $\begin{cases}-3\le a\le8\\ a\le2{,}5; \quad a\ge7\end{cases}$



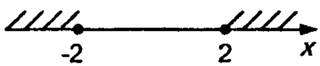
Ответ: $a=8$.

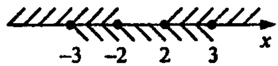
3.29(1) Данное выражение имеет смысл при: $\begin{cases}1-\frac{1}{9}x^2\ge0\\ x^2-4\ge0\end{cases}$

1) $9-x^2\ge0$: $x^2\le9$; $-3\le x\le3$



2) $x^2-4\ge0$; $x^2\ge4$; $x\le-2$; $x\ge2$.



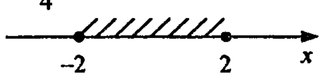


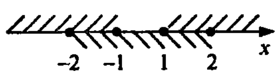
Ответ: $-3\le x\le-2$; $2\le x\le3$.

3.29(2) Данное выражение имеет смысл при: $\begin{cases}x^2-1\ge0\\ 1-\frac{1}{4}x^2\ge0\end{cases}$

1) $x^2\ge1$; $x\le-1$; $x\ge1$

2) $\frac{1}{4}x^2\le1$; $x^2\le4$; $-2\le x\le2$.





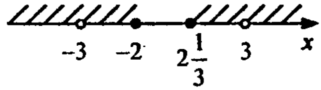
Ответ: $-2\le x\le-1$; $1\le x\le2$.

3.30(1)

Данное выражение $\frac{\sqrt{3x^2-x-14}}{x^2-9}$ имеет смысл при $\begin{cases}3x^2-x-14\ge0\\ x^2-9\ne0\end{cases}$

1) $3x^2-x-14=0$; $x=\frac{1\pm\sqrt{1+168}}{6}=\frac{1\pm13}{6}$; $x_1=-2$; $x_2=\frac{7}{3}$.

$3x^2-x-14\ge0$ при $x\le-2$; $x\ge\frac{7}{3}$



2) $x^2 \neq 9$; $x \neq \pm 3$

Ответ: $x \leq -2$ и $x \neq -3$; $x \geq 2\frac{1}{3}$ и $x \neq 3$

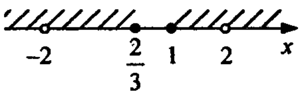
3.30(2)

Данное выражение $\dfrac{\sqrt{3x^2-5x+2}}{x^2-4}$ имеет смысл при $\begin{cases} 3x^2-5x+2 \geq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases}$

1) $3x^2 - 5x + 2 = 0$, $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25-24}}{6} = \dfrac{5 \pm 1}{6}$;

$x_1 = 1$; $x_2 = \dfrac{2}{3}$; $3x^2-5x+2 \geq 0$ при $x \leq \dfrac{2}{3}$; $x \geq 1$

2) $x^2 - 4 \neq 0$; $x \neq \pm 2$



Ответ: $x \leq \dfrac{2}{3}$ и $x \neq -2$; $x \geq 1$ и $x \neq 2$.

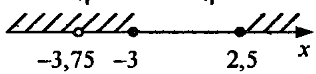
3.31(1)

Данное выражение $\dfrac{\sqrt{2x^2+x-15}}{4x+15}$ имеет смысл при $\begin{cases} 2x^2+x-15 \geq 0 \\ 4x+15 \neq 0 \end{cases}$

1) $2x^2 + x - 15 = 0$, $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+120}}{4} = \dfrac{-1 \pm 11}{4}$; $x_1 = -3$; $x_2 = \dfrac{5}{2}$

$2x^2 + x - 15 \geq 0$ при $x \leq -3$, $x \geq \dfrac{5}{2}$

2) $x \neq -\dfrac{15}{4}$; $x \neq -3\dfrac{3}{4}$

3) 

Ответ: $x < -3,75$; $-3,75 < x \leq -3$; $x \geq 2,5$.

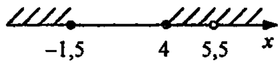
3.31(2) Данное выражение $\dfrac{\sqrt{2x^2-5x-12}}{11-2x}$ имеет смысл при

$\begin{cases} 2x^2-5x-12 \geq 0 \\ 11-2x \neq 0 \end{cases}$

1) $2x^2 - 5x - 12 = 0$; $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25+96}}{4} = \dfrac{5 \pm 11}{4}$;

$x_1 = 4$; $x_2 = -1,5$; $2x^2 - 5x - 12 \geq 0$ при $x \leq -1,5$; $x \geq 4$.

2) $11-2x\neq 0$; $x\neq 5{,}5$



Ответ: $x\leq -1{,}5;\ 4\leq x<5{,}5;\ x>5{,}5$

3.32(1)

Данное выражение $\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x^2-x-2}$ имеет смысл при $\begin{cases} x^2+x+1\geq 0 \\ x^2-x-2\neq 0 \end{cases}$

1) $x^2+x+1>0$ при любом значении x, т.к. $D<0$: $(-1)^2-4\cdot 1<0$.

2) $x^2-x-2\neq 0$; $x\neq 2;\ x\neq -1$ (корни найдены по теореме, обратной теореме Виета).

Ответ: $x\neq -1;\ x\neq 2$.

3.32(2)

Данное выражение $\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}}{x^2+x-2}$ имеет смысл при $\begin{cases} x^2+x+2\geq 0 \\ x^2+x-2\neq 0 \end{cases}$

1) $x^2+x+2>0$ при любом значении x, т.к. $D<0$: $(-1)^2-4\cdot 2<0$.

2) $x^2+x-2\neq 0$; $x\neq -2;\ x\neq 1$

(корни найдены по теореме, обратной теореме Виета).

Ответ: $x\neq -2;\ x\neq 1$.

3.33(1) Запишем сравниваемые числа в виде:

$$\sqrt{7}-\sqrt{5}=\frac{\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}};$$

$$\sqrt{13}-\sqrt{11}=\frac{\left(\sqrt{13}-\sqrt{11}\right)\left(\sqrt{13}+\sqrt{11}\right)}{\sqrt{13}+\sqrt{11}}=\frac{2}{\sqrt{13}+\sqrt{11}}.$$

Далее: $\sqrt{7}<\sqrt{13}$; $\sqrt{5}<\sqrt{11}$; $\sqrt{7}+\sqrt{5}<\sqrt{13}+\sqrt{11}$ и

$\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}>\dfrac{2}{\sqrt{13}+\sqrt{11}}$. Окончательно получим $\sqrt{7}-\sqrt{5}>\sqrt{13}-\sqrt{11}$

Ответ: $\sqrt{7}-\sqrt{5}>\sqrt{13}-\sqrt{11}$

3.33(2) Запишем эти числа в виде:

$$\sqrt{14}-\sqrt{11}=\frac{\left(\sqrt{14}-\sqrt{11}\right)\left(\sqrt{14}+\sqrt{11}\right)}{\sqrt{14}+\sqrt{11}}=\frac{3}{\sqrt{14}+\sqrt{11}},$$

$$\sqrt{10}-\sqrt{7}=\frac{\left(\sqrt{10}-\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{10}+\sqrt{7}\right)}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}=\frac{3}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}.$$

Далее: $\sqrt{10}<\sqrt{14}$, $\sqrt{7}<\sqrt{11}$; $\sqrt{10}+\sqrt{7}<\sqrt{14}+\sqrt{11}$ и

$\frac{3}{\sqrt{14}+\sqrt{11}} < \frac{3}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}$. Окончательно получим: $\sqrt{14}-\sqrt{11} < \sqrt{10}+\sqrt{7}$.

Ответ: $\sqrt{14}-\sqrt{11} < \sqrt{10}+\sqrt{7}$.

3.34(1) Домножим обе части неравенства на положительное число $\sqrt{2}+2$. Получим: $\left(\sqrt{2}-2\right)\left(\sqrt{2}+2\right)x > (\sqrt{2}+2)^2$;

$(2-4)x > 6+4\sqrt{2}$; $-2x > 6+4\sqrt{2}; -x > 3+2\sqrt{2}$. $x < -3-2\sqrt{2}$; x – наибольшее целое, меньшее $-3-2\sqrt{2}$. Оценим число $-3-2\sqrt{2}$: $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$; $-2{,}84 < -2\sqrt{2} < -2{,}82$; $-5{,}84 < -3-2\sqrt{2} < -5{,}82$. Наибольшее целое число, меньшее $-3-2\sqrt{2}$ есть -6.

Ответ: Наибольшее целое решение неравенства $x = -6$.

3.34(2) $\left(2-\sqrt{5}\right)x < 2+\sqrt{5}$. Домножим обе части неравенства на положительное число $2+\sqrt{5}$. Получим: $(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})x<(2+\sqrt{5})^2$.
$-x < 4+5+4\sqrt{5}$: $x > -9-4\sqrt{5}$. Далее: $2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$;
$-9{,}2 < -4\sqrt{5} < -8{,}8$; $-18{,}2 < -9-4\sqrt{5} < -17{,}8$. Поскольку надо найти наименьшее целое $x > -9-4\sqrt{5}$, то это будет число -17.

Ответ: $x = -17$.

3.35(1) $(x+1-\sqrt{3})(x-\sqrt{6}+2) > 0$. Запишем неравенство в виде:

$(x-(\sqrt{3}-1))(x-(\sqrt{6}-2)) > 0$. Тогда $(\sqrt{3}-1)$ и $(\sqrt{6}-2)$ – корни квадратного трехчлена, ветви графика которого направлены вверх, следовательно, нужные нам значения x располагаются слева от меньшего корня и справа от большего. Выясним, что больше $\sqrt{3}-1$ или $\sqrt{6}-2$. $\sqrt{3}-1 > 0$; $\sqrt{6}-2 > 0$,

$(\sqrt{3}-1)^2 = 4-2\sqrt{3} = 2(2-\sqrt{3})$, $(\sqrt{6}-2)^2 = 10-4\sqrt{6} = 2(5-2\sqrt{6})$.

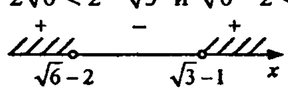
Сравним $2-\sqrt{3}$ и $5-2\sqrt{6}$;

1) $1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8; -1{,}8 < -\sqrt{3} < -1{,}7; 0{,}2 < 2-\sqrt{3} < 0{,}3$;

2) $2{,}4 < \sqrt{6} < 2{,}5; 4{,}8 < 2\sqrt{6} < 5; -5 < -2\sqrt{6} < -4{,}8$.

$0 < 5-2\sqrt{6} < 0{,}2$. Таким образом, $5-2\sqrt{6} < 0{,}2 < 2-\sqrt{3}$.

Следовательно $5-2\sqrt{6} < 2-\sqrt{3}$ и $\sqrt{6}-2 < \sqrt{3}-1$.

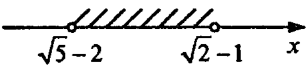


Ответ: $x < \sqrt{6}-2; x > \sqrt{3}-1$.

3.35(2) $(x-\sqrt{5}+2)(x+1-\sqrt{2})<0$

Запишем неравенство в виде: $(x-(\sqrt{5}-2))(x-(\sqrt{2}-1))<0$ Тогда $(\sqrt{5}-2)$ и $(\sqrt{2}-1)$ – корни квадратного трехчлена, ветви графика которого направлены вверх, следовательно нужные нам значения x расположены между его корнями.

Выясним, как расположены корни этого трехчлена. Сравним, что больше $\sqrt{5}-2$ или $\sqrt{2}-1$. Имеем: $0,23<\sqrt{5}-2<0,24$; $0,41<\sqrt{2}-1<0,42$.



Следовательно $\sqrt{2}-1>\sqrt{5}-2$.
$\sqrt{5}-2<x<\sqrt{2}-1$

Ответ: $\sqrt{5}-2<x<\sqrt{2}-1$.

3.36(1) Данное выражение имеет смысл при

$\left(12-x\sqrt{3}\right)\left(x\sqrt{2}-10\right)\geq 0$; $12x\sqrt{2}-x^2\sqrt{6}-120+10x\sqrt{3}\geq 0$;

$-x^2\sqrt{6}+2x\left(6\sqrt{2}+5\sqrt{3}\right)-120\geq 0$; $x^2\sqrt{6}-2x\left(6\sqrt{2}+5\sqrt{3}\right)+120\leq 0$.

Найдем корни этого трехчлена:

$$x_{1,2}=\frac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}\pm\sqrt{(6\sqrt{2}+5\sqrt{3})^2-120\sqrt{6}}}{\sqrt{6}}$$

$$x_{1,2}=\frac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}\pm\sqrt{\left(6\sqrt{2}+5\sqrt{3}\right)^2-120\sqrt{6}}}{\sqrt{6}}=$$

$$=\frac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}\pm\sqrt{\left(6\sqrt{2}\right)^2+60\sqrt{6}+\left(5\sqrt{3}\right)^2-120\sqrt{6}}}{\sqrt{6}}=$$

$$=\frac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}\pm\sqrt{\left(6\sqrt{2}-5\sqrt{3}\right)^2}}{\sqrt{6}};$$

$$x_1=\frac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}+5\sqrt{3}-6\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=5\sqrt{2};\ 7{,}07<5\sqrt{2}<7{,}08$$

$$x_2=\frac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}-5\sqrt{3}+6\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3};\ 6{,}92<4\sqrt{3}<6{,}93 \text{ и}$$

$x_1>x_2$. Данное выражение имеет смысл при $x_2\leq x\leq x_1$, т.е. при $4\sqrt{3}\leq x\leq 5\sqrt{2}$. Но $4\sqrt{3}<7$, а $5\sqrt{2}>7$.

Ответ: 7.

3.36(2) Данное выражение не имеет смысла при

$\left(18-x\sqrt{3}\right)\left(20-x\sqrt{5}\right)<0$, $360-20x\sqrt{3}-18x\sqrt{5}+x^2\sqrt{15}<0$.

$x^2\sqrt{15}-2x\left(10\sqrt{3}+9\sqrt{5}\right)+360<0$.

Найдем корни этого трехчлена

$$x_{1,2}=\frac{10\sqrt{3}+9\sqrt{5}\pm\sqrt{\left(10\sqrt{3}\right)^2+\left(9\sqrt{5}\right)^2+180\sqrt{15}-360\sqrt{15}}}{\sqrt{15}}=$$

$$=\frac{10\sqrt{3}+9\sqrt{5}\pm\sqrt{\left(10\sqrt{3}-9\sqrt{5}\right)^2}}{\sqrt{15}}=\frac{10\sqrt{3}+9\sqrt{5}\pm(9\sqrt{5}-10\sqrt{3})}{\sqrt{15}}$$

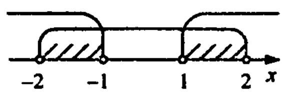
$$x_1=\frac{10\sqrt{3}+9\sqrt{5}+9\sqrt{5}-10\sqrt{3}}{\sqrt{15}}=\frac{18\sqrt{5}}{\sqrt{15}}=\frac{18}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3};$$

$10,3<6\sqrt{3}<10,4$; $x_2=\dfrac{10\sqrt{3}+9\sqrt{5}-9\sqrt{5}+10\sqrt{3}}{\sqrt{15}}=\dfrac{20\sqrt{3}}{\sqrt{15}}=\dfrac{20}{\sqrt{5}}=4\sqrt{5}$.

$8,9<4\sqrt{5}<9$; $x_1>x_2$

Трехчлен отрицателен, если $x_2<x<x_1$, т.е. $4\sqrt{5}<x<6\sqrt{3}$; но $4\sqrt{5}<9$, а $6\sqrt{3}>10$.

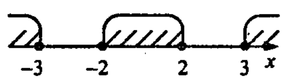
Ответ: 9; 10.



3.37(1) $x^4-5x^2+4<0$. Сделаем замену переменной $x^2=y$; $y>0$. Тогда $y^2-5y+4<0$. Найдем корни этого трехчлена: $y_1=4$; $y_2=1$. Неравенство $y^2-5y+4<0$ выполняется при $1<y<4$. Возвращаясь к переменной x, получим: $1<x^2<4$ или

$$\begin{cases}x^2<4,\\x^2>1;\end{cases}\text{ откуда }\begin{cases}-2<x<2\\x<-1\end{cases}\text{ или }\begin{cases}-2<x<2\\x>1\end{cases}$$

Ответ: $-2<x<-1$; $1<x<2$.

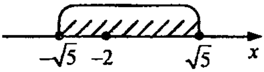


3.37(2) $x^4-13x^2+36\ge 0$. Сделаем замену переменной $x^2=y$, $y>0$ и найдем корни полученного трехчлена: $y^2-13y+36=0$;

$y_1=9$; $y_2=4$. Неравенство $y^2-13y+36\ge 0$ выполняется при $y\le 4$; $y\ge 9$. Возвращаясь к переменной x, получим $x^2\le 4$; $x^2\ge 9$. Отсюда исходное неравенство выполняется при $-2\le x\le 2$ и $x\le -3$; $x\ge 3$.

Ответ: $x\le -3$; $-2\le x\le 2$; $x\ge 3$.

3.38(1) $x^4+4x^2-45\le 0$. Сделаем замену переменной

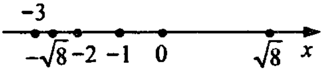


$x^2=y$, $y\ge 0$ и найдем корни полученного трехчлена: $y^2+4y-45=0$;

$y_1=-9$; $y_2=5$. Трехчлен $y^2+4y-45\le 0$ при $-9\le y\le 5$, т.к. $y\ge 0$, то $0\le y\le 5$. Вернемся к x: $0\le x^2\le 5$, $-\sqrt{5}\le x\le\sqrt{5}$; $\sqrt{5}>2$; $-\sqrt{5}<-2$.

Ответ: –2.

3.38(2) $x^4-2x^2-48\le 0$. Сделаем замену переменной x, положим $x^2=y$; $y\ge 0$ и найдем корни квадратного трехчлена



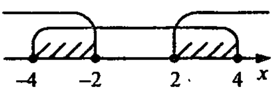
$y^2-2y-48\le 0$: $y_1=8$; $y_2=-6$. Тогда $-6\le y\le 8$. Возвращаясь к переменной x и учитывая, что $y\ge 0$, получим: $0\le x^2\le 8$, или $-\sqrt{8}\le x\le\sqrt{8}$.

Ответ: $x=-2$.

3.39(1) $(x^2+1)^2-12(x^2+1)+20\ge 0$. Сделаем замену переменной

x; положим, $x^2+1=y$; $y>0$ и найдем корни трехчлена $y^2-12y+20\ge 0$: $y_1=10$; $y_2=2$. Трехчлен принимает положительные значения при $y\le 2; y\ge 10$. Возвращаясь к x, получим: $x^2+1\le 2$; $x^2+1\ge 10$ или $x^2\le 1$; $x^2\ge 9$, то есть $-1\le x\le 1$ и $x\le -3$; $x\ge 3$.

Ответ: $x\le -3; -1\le x\le 1; x\ge 3$.



3.39(2) $(x^2-5)^2-10(x^2-5)-11\le 0$.

Пусть $x^2-5=y$; найдем корни уравнения $y^2-10y-11=0$: $y_1=11$; $y_2=-1$.

Неравенство $y^2-10y-11\le 0$ выполняется при $-1\le y\le 11$. Возвращаясь к переменной x, получим

$$\begin{cases}x^2-5\le 11\\ x^2-5\ge -1\end{cases};\ \begin{cases}x^2\le 16\\ x^2\ge 4\end{cases};\ \begin{cases}-4\le x\le 4\\ x\le -2\end{cases}\ \text{или}\ \begin{cases}-4\le x\le 4\\ x\ge 2\end{cases}$$

Ответ: $-4\le x\le -2; 2\le x\le 4$.

3.40(1) $(x^2+2x)^2+3(x+1)^2>3$; $(x^2+2x)^2+3(x^2+2x+1)-3>0$.

1) Положим $x^2+2x=y$, тогда неравенство примет вид:
$y^2+3(y+1)-3>0$; $y^2+3y>0$; $y(y+3)>0$.

$y<-3$; $y>0$

2) $x^2+2x<-3$; $x^2+2x+3<0$ (I) Неравенство (I) не имеет решений, т.к. $x^2+2x+3>0$ при любых значениях x ($D<0$).

3) $x^2+2x>0$; $x(x+2)>0$.

Ответ: $x<-2$; $x>0$.

3.40(2) $(x^2-4x)^2+5(x-2)^2>20$;

$(x^2-4x)^2+5(x^2-4x+4)-20>0$. Произведем замену переменной:

$x^2-4x=y$; тогда $y^2+5(y+4)-20>0$; $y^2+5y>0$; $y(y+5)>0$

$y<-5$; $y>0$. Вернемся к переменной x: $x^2-4x<-5$; $x^2-4x+5<0$ (I).

Неравенство (I) не имеет решений, т.к. $x^2-4x+5>0$ при любом значении x ($D<0$). Далее: $x^2-4x>0$; $x(x-4)>0$. Решениями этого неравенства являются промежутки $x<0$ и $x>4$.

Ответ: $x<0$; $x>4$.

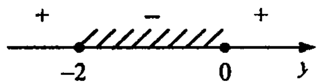
3.41(1) $(x^2+3x+12)(x^2+3x-10)<-120$

1) $x^2+3x=y$;

2) $(y+12)(y-10)+120<0$;

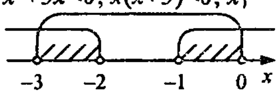
$y^2+2y-120+120<0$; $y^2+2y<0$; $y(y+2)<0$.

$-2<y<0$



3) $x^2+3x>-2$; $x^2+3x+2>0$; $x_1=-2$; $x_2=-1$; $x<-2$; $x>-1$.

4) $x^2+3x<0$; $x(x+3)<0$; $x_1=0$; $x_2=-3$; $-3<x<0$.

5) 

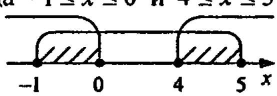
Ответ: $-3<x<-2$; $-1<x<0$.

3.41(2) $(x^2-4x-15)(x^2-4x+10)\le -150$. Сделаем замену переменной x: $x^2-4x=y$. Тогда $(y-15)(y+10)+150\le 0$,

$y^2-5y-150+150\le 0$

$y^2-5y\le 0$; $y(y-5)\le 0$. Решением последнего неравенства является интервал $0\le y\le 5$. Возвращаясь к переменной x, получим: $0\le x^2-4x\le 5$. Далее

$\begin{cases} x^2-4x\le 5 \\ x^2-4x\ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2-4x-5\le 0 \\ x^2-4x\ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} -1\le x\le 5 \\ x\le 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} -1\le x\le 5 \\ x\ge 4 \end{cases}$. Отсюда $-1\le x\le 0$ и $4\le x\le 5$.



Ответ: $-1\le x\le 0$; $4\le x\le 5$

3.42(1) $x-9\sqrt{x}+14\le 0$; $x>0$. Сделаем замену $\sqrt{x}=y$; $y>0$. Тогда $y^2-9y+14\le 0$. Найдем корни уравнения $y^2-9y+14=0$: $y_1=2$; $y_2=7$, $y^2-9y+14\le 0$ при $2\le y\le 7$. Возвращаясь к переменной x, получим: $2\le\sqrt{x}\le 7$ или $4\le x\le 49$.

Ответ: $4\le x\le 49$.

3.42(2) $x-8\sqrt{x}+15\ge 0$, $x>0$. Сделаем замену переменной x: $\sqrt{x}=y$; $y>0$, тогда $y^2-8y+15\ge 0$; $y_1=5$; $y_2=3$ и $y^2-8y+15\ge 0$ при $y\le 3$ и $y\ge 5$. Возвращаясь к переменной x, получим $\sqrt{x}\le 3$; $0\le x\le 9$ и $\sqrt{x}\ge 5$; $x\ge 25$.

Ответ: $0\le x\le 9$; $x\ge 25$.

3.43(1) $x^2+(2a+4)x+8a+1>0$. Это неравенство выполяется при всех значениях x, если $(2a+4)^2-4(8a+1)<0$, $4a^2+16a+16-32a-4<0$, $4a^2-16a+12<0$, $a^2-4a+3<0$; $a_1=3$; $a_2=1$; $1<a<3$.

Ответ: $1<a<3$.

3.43(2) $x^2-(2p+2)x+3p+7\le 0$. Это неравенство выполяется при всех значениях x, если $(2p+2)^2-4(3p+7)<0$; $4p^2+8p+4-12p-28<0$; $4p^2-4p-24<0$; $p^2-p-6<0$; $p_1=3$; $p_2=-2$; $-2<p<3$.

Ответ: $-2<p<3$.

3.44(1) $\begin{cases} x<\sqrt{3}-\sqrt{7} \\ x<\sqrt{2}-\sqrt{6} \end{cases}$

1) Выясним, что больше $\sqrt{3}-\sqrt{7}$ или $\sqrt{2}-\sqrt{6}$:

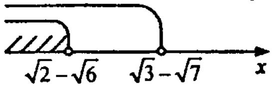
2) $\sqrt{3}-\sqrt{7}=\dfrac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}=\dfrac{-4}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}$

3) $\sqrt{2}-\sqrt{6}=\dfrac{\left(\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}=\dfrac{-4}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$. Очевидно, что

$\sqrt{2}+\sqrt{6}<\sqrt{3}+\sqrt{7}$, поэтому $\dfrac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}>\dfrac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}$ и

$-\dfrac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}<\dfrac{-4}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}$, т.е. $\sqrt{2}-\sqrt{6}<\sqrt{3}-\sqrt{7}$.

Решением системы будет $x<\sqrt{2}-\sqrt{6}$.



Ответ: $x<\sqrt{2}-\sqrt{6}$.

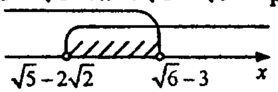
3.44(2) $\begin{cases} x > \sqrt{5}-2\sqrt{2} \\ x < \sqrt{6}-3 \end{cases}$ $\begin{cases} x > \sqrt{5}-\sqrt{8} \\ x < \sqrt{6}-\sqrt{9} \end{cases}$. 1) Выясним, что больше $\sqrt{5}-\sqrt{8}$ или $\sqrt{6}-\sqrt{9}\cdot$ $\sqrt{5}-\sqrt{8}=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{8})(\sqrt{5}+\sqrt{8})}{\sqrt{5}+\sqrt{8}}=\dfrac{-3}{\sqrt{5}+\sqrt{8}}$;

$\sqrt{6}-\sqrt{9}=\dfrac{(\sqrt{6}-\sqrt{9})(\sqrt{6}+\sqrt{9})}{\sqrt{6}+\sqrt{9}}=\dfrac{-3}{\sqrt{6}+\sqrt{9}}$. Очевидно, что

$\sqrt{5}+\sqrt{8}<\sqrt{6}+\sqrt{9}$, поэтому $\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{8}}>\dfrac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{9}}$

и $\dfrac{-3}{\sqrt{5}+\sqrt{8}}<\dfrac{-3}{\sqrt{6}+\sqrt{9}}$, следовательно, $\sqrt{5}-\sqrt{8}<\sqrt{6}-\sqrt{9}$

и $\sqrt{5}-\sqrt{8}<x<\sqrt{6}-\sqrt{9}$ – решение неравенства.



Ответ: $\sqrt{5}-2\sqrt{2}<x<\sqrt{6}-3$.

3.45(1) $\begin{cases} 5x+2\ge 17+2x \\ p+2x\le 3+x \end{cases}$; $\begin{cases} 3x\ge 15 \\ x\le 3-p \end{cases}$; $\begin{cases} x\ge 5 \\ x\le 3-p \end{cases}$;

$3-p\ge 5$; $-p\ge 2$; $p\le -2$

Ответ: $p\le -2$.

3.45(2) $\begin{cases} 5-3x<4x-2 \\ 2+3x<2a+2x \end{cases}$; $\begin{cases} -4x-3x<-2-5 \\ 3x-2x<2a-2 \end{cases}$; $\begin{cases} x>1 \\ x<2a-2 \end{cases}$;

$2a-2\le 1$; $2a\le 3$; $a\le 1{,}5$.

Ответ: $a\le 1{,}5$.

3.46(1) $\begin{cases} 5-x<2 \\ x+6<m+1 \end{cases}$ $\begin{cases} x>3 \\ x<m-5 \end{cases}$, $3<x<m-5$. Поскольку $x > 3$, то меньшим из трех целых решений системы является число $x = 4$, а затем $x = 5$ и $x = 6$ – тоже решения. Поэтому $m - 5 > 6$. По условию решений три, следовательно $x < 7$ и $m - 5 \le 7$.

Окончательно имеем $6 < m - 5 \le 7$, $11<m\le 12$.

Ответ: $11<m\le 12$.

3.46(2) $\begin{cases} 4+x>1 \\ x-5<m-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x>-3 \\ x<m+3 \end{cases}$, $-3<x<m+3$.

Поскольку $x > -3$, то целыми решениями системы являются числа -2; -1; 0. Поэтому $m + 3 > 0$. По условию других решений нет, следовательно $m + 3 \le 1$. Окончательно имеем $0 < m + 3 \le 1$; $-3 < m \le -2$. **Ответ:** $-3 < m \le -2$

3.47(1) $\begin{cases}(x^2-7x+12)^2 \le 0\\(x^2+2x-1)^2 \ge 400\end{cases}$. 1) $x^2-7x+12 = 0$; $x_1 = 3$; $x_2 = 4$.

2) При $x = 3$; $(3^2+6-1)^2 = 14^2 = 196 < 400$.

3) $x = 4$, $(4^2+8-1)^2 = 23^2 = 529 > 400$.

Ответ: 4.

3.47(2) $\begin{cases}(x^2-2x-15)^2 \le 0\\(x^2+x+1)^2 \le 900\end{cases}$. 1) $x^2-2x-15 = 0$; $x_1 = 5$; $x_2 = -3$.

2) $x = 5$; $(5^2+5+1)^2 = 961 > 900$

$x = 5$ не решение второго неравенства.

3) $x = -3$; $(9 - 3 + 1)^2 = 49 < 900$.

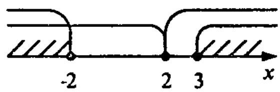
Ответ: $x = -3$.

3.48(1) $\sqrt{x^2-4}+\sqrt{x^2-5x+6}$

Найдем область определения выражения: $\begin{cases}x^2-4 \ge 0 & \text{(I)}\\x^2-5x+6 \ge 0 & \text{(II)}\end{cases}$

1) $x \le -2$; $x \ge 2$ решение неравенства (I)

2) $x \le 2$; $x \ge 3$ решение неравенства (II)

3) 

Область определения выражения: $x \le -2$; $x = 2$; $x \ge 3$.

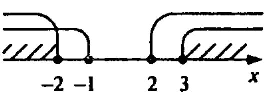
4) Области определения не принадлежат: -1; 0; 1.

Ответ: -1; 0; 1.

3.48(2) $\sqrt{x^2-2x-3}+\sqrt{x^2-4}$

1) Найдем область определения выражения $\begin{cases}x^2-2x-3 \ge 0\\x^2-4 \ge 0\end{cases}$

2) $x^2-2x-3 = 0$; $x_1 = 3$; $x_2 = -1$; $x^2-2x-3 \ge 0$; $x \le -1$; $x \ge 3$.



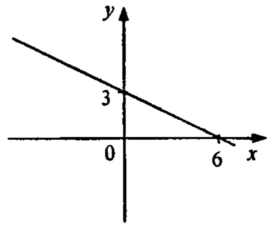
3) $x^2-4 \ge 0$; $x \le -2$; $x \ge 2$. Область определения выражения: $x \le -2$; $x \ge 3$

6) Области определения выражения не принадлежат -1; 0; 1; 2.

Ответ: -1; 0; 1; 2.

4.1(1) График функции прямая

$y=-\frac{1}{2}x+3$

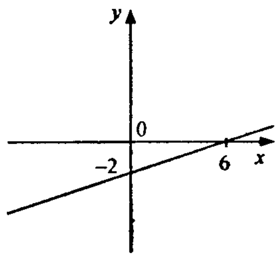


x	0	6
y	3	0

x	0	8
y	3	–1

Ответ: если $0\le x\le 8$, то $-1\le y\le 3$

4.1(2) $y=\frac{1}{3}x-2$



1)

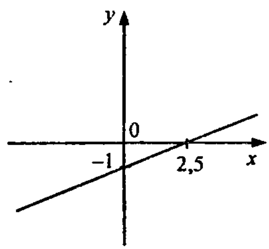
x	0	6
y	–2	0

2)

x	0	9
y	–2	1

Ответ: если $0\le x\le 9$, то $-2\le y\le 1$.

4.2(1) $y = 0{,}4x-1$



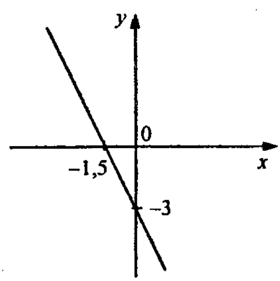
1)

x	0	2,5
y	–1	0

2) $0{,}4x-1<0$; $0{,}4x<1$; $x<2{,}5$.

Ответ: $y<0$ при $x<2{,}5$

4.2(2) $y = -2x-3$

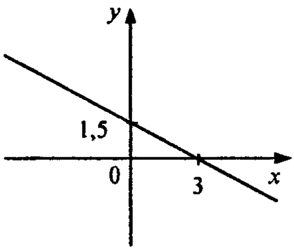


1)

x	0	–1,5
y	–3	0

2) $y>0$ при $x<-1{,}5$.

Ответ: $y>0$ при $x<-1{,}5$.

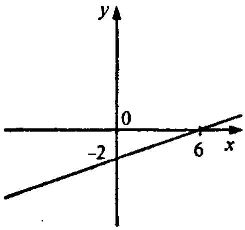


4.3(1) $y = \dfrac{3 - x}{2}$

x	0	3
y	1,5	0

если $0 \le y \le 1,5$, то $0 \le x \le 3$.

Ответ: если $0 \le y \le 1,5$, то $0 \le x \le 3$



4.3(2) $y = \dfrac{x-6}{3}$

x	0	6
y	−2	0

2) если $-2 \le y \le 0$, то $0 \le x \le 6$.

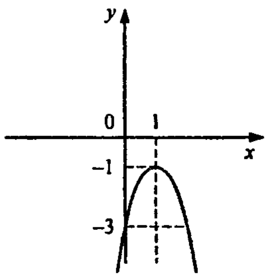
Ответ: если $-2 \le y \le 0$, то $0 \le x \le 6$.

4.4(1) $y = -2x^2+4x-3$

График функции – парабола, ветви которой направлены вниз.

1) $x = 0$; $y = -3$.

2) $y = 0$; $-2x^2+4x-3 = 0$; $2x^2-4x+3 = 0$; $D<0$.



Парабола не пересекает ось OX.

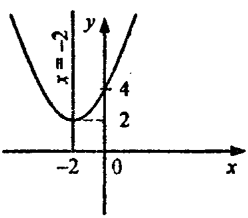
3) Координаты вершины параболы:

$$\begin{cases} x_0 = -\dfrac{b}{2a} \\ y_0 = f(x_0) \end{cases} \quad \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = -1 \end{cases}$$

График симметричен относительно прямой $x = 1$.

x	0	1	2
y	−3	−1	−3

Ответ: $y_{наиб} = -1$.



4.4(2) $y = \dfrac{1}{2}x^2 + 2x + 4$. График – парабола, ветви вверх.

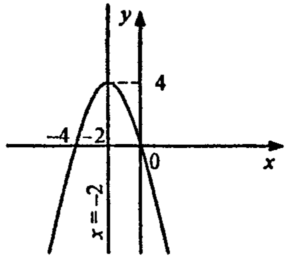
$$\begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 2 \end{cases}$$

x	−2	0	1	2
y	2	4	6,5	10

График симметричен относительно прямой $x = -2$.

Ответ: $y_{наим.} = 2$.

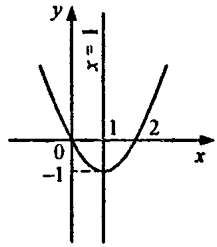
4.5(1) $y=-x^2-4x$. График – парабола, ветви вниз. $\begin{cases} x_0=-2 \\ y_0=4 \end{cases}$. График симметричен относительно прямой $x=-2$.



x	–5	–4	–2	0
y	–5	0	4	0

Ответ: $y<0$, если $x<-4$; $x>0$.

4.5(2) $y=x^2-2x$. График – парабола, ветви вверх. $\begin{cases} x_0=1 \\ y_0=-1 \end{cases}$



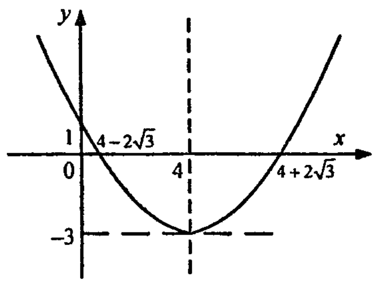
x	0	1	2	3
y	0	–1	0	3

График симметричен относительно прямой $x=1$.

Ответ: $y>0$, если $x<0$; $x>2$.

4.6(1) $y=\frac{1}{4}x^2-2x+1$; $y=0$ при $x=4\pm2\sqrt{3}$.

График – парабола, ветви вверх. $\begin{cases} x_0=4 \\ y_0=-3 \end{cases}$;



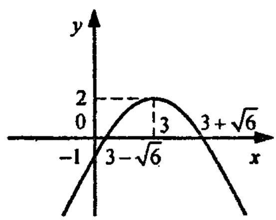
x	0	2	4
y	1	–2	–3

График симметричен относительно прямой $x=4$.

Ответ: область значений $[-3;+\infty)$.

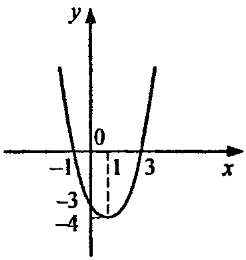
4.6(2) $y=-\frac{1}{3}x^2+2x-1$; $y=0$ при $x=3\pm\sqrt{6}$.

График – парабола, ветви вниз. $\begin{cases} x_0=3 \\ y_0=2 \end{cases}$ График симметричен относительно прямой $x=3$.



x	0	1	3
y	–1	$\frac{2}{3}$	2

Ответ: область значений функции $(-\infty;2]$.



4.7(1) $y = x^2-2x-3$. График – парабола, ветви вверх. 1) $y = 0$; $x_1 = 3$; $x_2 = -1$

2) $x = 0$; $y = -3$

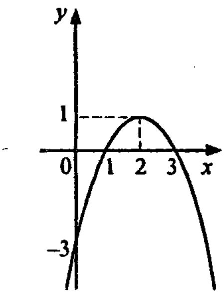
3) $\begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = -4 \end{cases}$

4)

x	-1	0	1	3	4
y	0	-3	-4	0	5

Ответ: если $0 \le x \le 4$, то $-4 \le y \le 5$.

4.7(2) $y = -x^2+4x-3$. График – парабола, ветви вниз.



1) $x = 0, y = -3$.

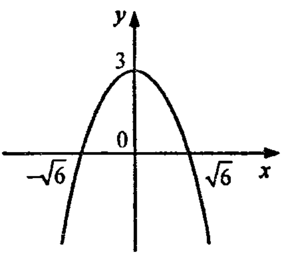
2) $y = 0$; $x^2-4x+3 = 0$; $x_1 = 3$; $x_2 = 1$

3) $\begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 1 \end{cases}$

4)

x	0	1	2	3
y	-3	0	1	0

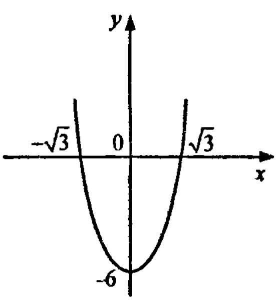
Ответ: если $0 \le x \le 3$, то $-3 \le y \le 1$.



4.8(1) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$. График – парабола, ветви вниз. Координаты вершины параболы: (0; 3).

x	$-\sqrt{6}$	0	1	$\sqrt{6}$
y	0	3	$2{,}5$	0

Ответ: $\left(-\sqrt{6}; 0\right); \left(\sqrt{6}; 0\right)$.



4.8(2) $y = 2x^2-6$. График – парабола, ветви вверх. (0; –6) – координаты вершины параболы.

x	0	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1
y	-6	0	0	-4

График симметричен относительно прямой OY.

Ответ: $\left(-\sqrt{3}; 0\right); \left(\sqrt{3}; 0\right)$.

4.9(1) $y = -x^2-6x-5$. График – парабола, ветви вниз.

1) $x = 0$; $y = -5$.

2) $y = 0$; $x^2+6x+5 = 0$; $x_1 = -5$; $x_2 = -1$.

3) $x_0 = -3$; $y_0 = 4$.

x	-5	-3	-1	0
y	0	4	0	-5

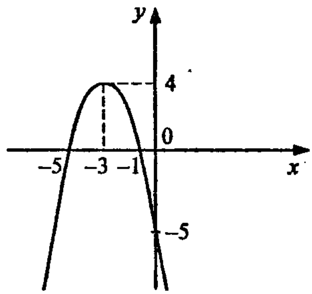


График симметричен относительно прямой $x = -3$.

Ответ: функция возрастает на промежутке $(-\infty; -3]$; функция убывает на промежутке $[-3; +\infty)$.

4.9(2) $y = x^2-4x+3$. График – парабола, ветви вверх. 1) $x = 0$; $y = 3$

2) $y = 0$; $x^2-4x+3 = 0$; $x_1 = 3$; $x_2 = 1$

3) $x_0 = 2$; $y_0 = -1$

x	0	1	2	3
y	3	0	-1	0

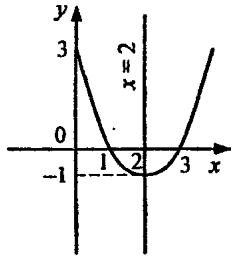


График симметричен относительно прямой $x = 2$.

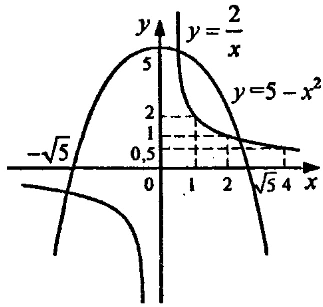
Ответ: функция убывает на промежутке $(-\infty; 2]$; возрастает на промежутке $[2; +\infty)$.

4.10(1) $\begin{cases} xy = 2 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} y = \dfrac{2}{x}\ (x \neq 0) \\ y = 5 - x^2 \end{cases}$; $y = \dfrac{2}{x}$. График – гипербола,

график которой симметричен относительно начала координат.

$y = 5-x^2$. График парабола, ветви вниз. $y = \dfrac{2}{x}\ (x \neq 0)$

x	1	2	4
y	2	1	$\dfrac{1}{2}$

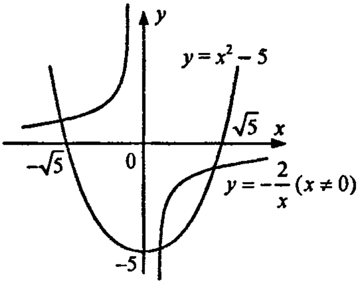


$y = 5-x^2$. График парабола – ветви вниз.

x	$-\sqrt{5}$	-1	0	1	$\sqrt{5}$
y	0	4	5	4	0

Ответ: 3 решения.

4.10(2) $\begin{cases} xy = -2 \\ x^2 - y = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} y = -\dfrac{2}{x}\ (x \neq 0) \\ y = x^2 - 5 \end{cases}$



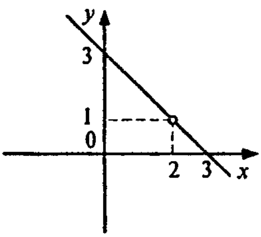
$y = -\dfrac{2}{x}$. График – гипербола, график которой симметричен относительно начала координат. $y = x^2 - 5$. График – парабола, ветви вверх. $y = -\dfrac{2}{x}\ (x \neq 0)$

x	1	2	4
y	-2	-1	$-\dfrac{1}{2}$

$y = x^2 - 5$

x	$-\sqrt{5}$	-1	0	1	$\sqrt{5}$
y	0	-4	5	-4	0

Ответ: 3 решения.



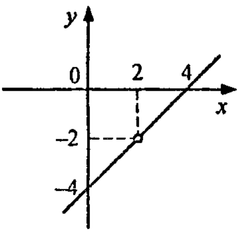
4.11(1) $y = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{2 - x}$; $x \neq 2$.

1) Найдем корни квадратного трехчлена $x^2 - 5x + 6$. $x_1 = 2$; $x_2 = 3$.

2) $y = \dfrac{(x-2)(x-3)}{2-x}$; $y = -x + 3\ (x \neq 2)$

x	0	3
y	3	0

Ответ: График – прямая $y = -x + 3$ без точки (2; 1); $y > 0$, если $x < 3$; $x \neq 2$.



4.11(2) $y = \dfrac{-x^2 + 6x - 8}{2 - x}$; $x \neq 2$.

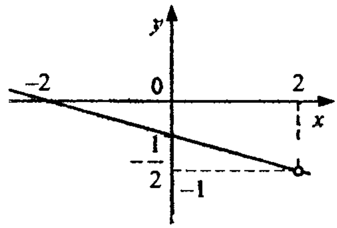
1) Найдем корни квадратного трехчлена $-x^2 + 6x - 8$: $x^2 - 6x + 8 = 0$; $x_1 = 4$; $x_2 = 2$;

$y = \dfrac{-(x-4)(x-2)}{2-x}$; $y = x - 4\ (x \neq 2)$.

x	0	4
y	-4	0

Ответ: График – прямая $y = x - 4$ без точки (2; –2); $y < 0$, если $x < 4$; $x \neq 2$

4.12(1) $y=\frac{x^2-4}{8-4x}$; $x\neq 2$;



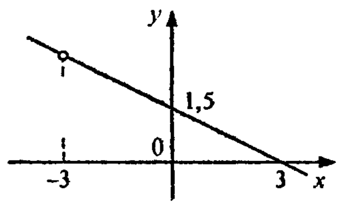
$y=\frac{(x-2)(x+2)}{4(2-x)}$ $(x\neq 2)$;

$y=-\frac{x+2}{4}$

x	0	–2
y	$-\frac{1}{2}$	0

Ответ: График – прямая $y=-\frac{x+2}{4}$ без точки (2; –1); область значений $-\infty<y<-1$; $-1<y<+\infty$.

4.12(2) $y=\frac{9-x^2}{6+2x}$,



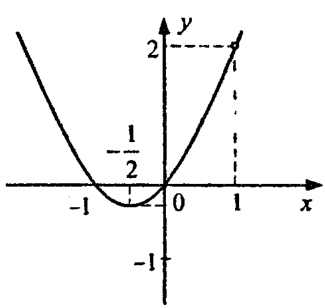
$y=\frac{(3-x)(3+x)}{2(3+x)}$; $x\neq -3$; $y=\frac{3-x}{2}$.

x	0	3
y	1,5	0

Ответ: График – прямая $y=-\frac{x-3}{2}$ без точки (–3; 3); область значений – множество всех чисел, кроме 3

4.13(1) $y=\frac{x^3-x}{x-1}$; $y=\frac{x\left(x^2-1\right)}{x-1}$; $x\neq 1$; $y=\frac{x(x-1)(x+1)}{x-1}$;

$y=x(x+1)$; (I) $y=x^2+x$. График функции (I) – парабола, ветви вверх.

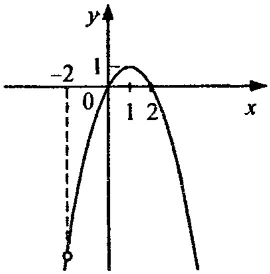


x	–1	$-\frac{1}{2}$	0
y	0	$-\frac{1}{4}$	0

Ветви параболы симметричны относительно прямой $x=-\frac{1}{2}$.

График функции – парабола $y=x^2+x$ $(x\neq 1)$

Ответ: $y>0$ на каждом из промежутков $(-\infty; -1)$; $(0; 1)$; $(1, \infty)$



4.13(2) $y=\dfrac{4x-x^3}{x+2}$; $x\neq-2$;

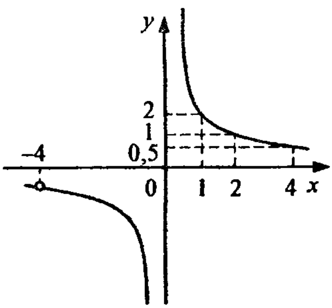
$y=\dfrac{x\left(4-x^2\right)}{x+2}$; $y=\dfrac{x(2-x)(2+x)}{x+2}$;

$y=x(2-x)$; $y=-x^2+2x$ (I). График функции (I) – парабола, ветви вниз.

x	0	1	2
y	0	1	0

(1; 1) – координаты вершины параболы.

Ответ: $y<0$ на каждом из промежутков $(-\infty;-2)$; $(-2;\ 0)$; $(2;+\infty)$.



4.14(1) $y=\dfrac{2x+8}{x^2+4x}$; $y=\dfrac{2(x+4)}{x(x+4)}$;

$x\neq-4$; $x\neq0$; $y=\dfrac{2}{x}$ (I)

График функции (I) – гипербола, ветви которой симметричны относительно начала координат.

x	1	2	4
y	2	1	$\dfrac{1}{2}$

Ответ: График – гипербола $y=\dfrac{2}{x}$ без точки $\left(-4;-\dfrac{1}{2}\right)$; $y<2$ при $x<-4$; $-4<x<0$; $x>1$.

4.14(2) $y=\dfrac{12-6x}{x^2-2x}$; $y=\dfrac{6(2-x)}{x(x-2)}$; $x\neq2$; $x\neq0$; $y=-\dfrac{6}{x}$ (I)

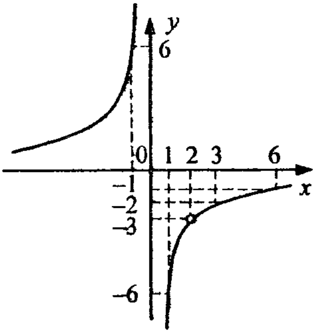


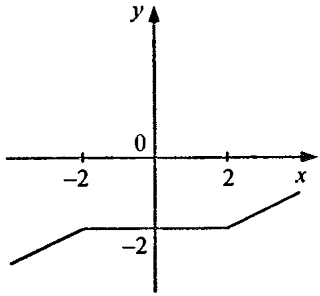
График функции (I) – гипербола.

x	1	3	6	−1
y	−6	−2	−1	6

Ветви симметричны относительно начала координат.

Ответ: График – гипербола $y=-\dfrac{6}{x}$ без точки (2; −3); $y<6$ при $x<-1$; $0<x<2$; $x>2$.

4.15(1) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{2}, \text{ если } x\le -2\\ -2, \text{ если } -2\le x<2\\ \dfrac{x-6}{2}, \text{ если } x\ge 2\end{cases}$



1) $y=\dfrac{x-2}{2}, x\le -2$

x	–4	–2
y	–3	–2

2) $y=\dfrac{x-6}{2}$, если $x\ge 2$;

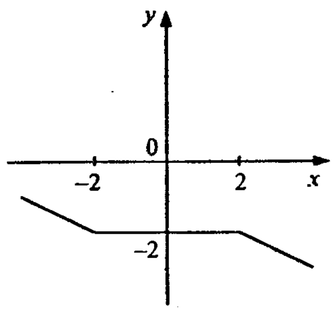
x	2	4
y	–2	–1

3) $f(-10)=-6$

Ответ: $f(-10)=-6$.

4.15(2)

$f(x)=\begin{cases}-\dfrac{x+6}{2}, \text{ если } x\le -2\\ -2, \text{ если } -2< x<2\\ -\dfrac{x+2}{2}, \text{ если } x\ge 2\end{cases}$



1) $y=-\dfrac{x+6}{2}, x\le -2$

x	–2	–4
y	–2	-1

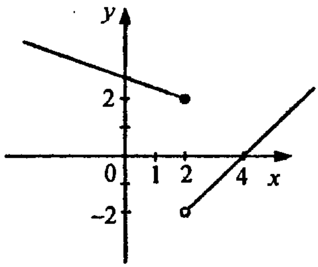
2) $y=-\dfrac{x+2}{2}$, если $x\ge 2$;

x	2	4
y	–2	–3

3) $f(-20)=-\dfrac{-20+6}{2}=7$

Ответ: $f(-20)=7$.

4.16(1) $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{1}{2}x+3, \text{ если } x\le 2\\ x-4, \text{ если } x>2\end{cases}$



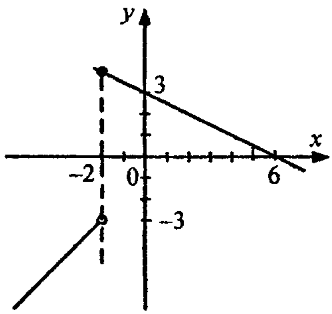
1) $y=-\frac{1}{2}x+3$; $x\le 2$

x	0	2
y	3	2

2) $y=x-4$, $x>2$

x	3	4
y	−1	0

Ответ: функция убывает на промежутке $(-\infty;2]$.



4.16(2) $f(x)=\begin{cases} x-1, \text{ если } x<-2 \\ -\frac{1}{2}x+3, \text{ если } x\ge -2 \end{cases}$

1) $y=x-1$; $x<-2$

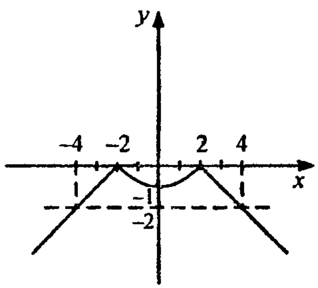
x	−3	−4
y	−4	−5

2) $y=-\frac{1}{2}x+3$; $x\ge -2$

x	0	6
y	3	0

Ответ: функция убывает на промежутке $[-2;+\infty)$.

4.17(1) $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{4}x^2-1, \text{ если } -2\le x\le 2 \\ 2-x, \text{ если } x>2 \\ x+2, \text{ если } x<-2 \end{cases}$



1) $y=\frac{1}{4}x^2-1$; $-2\le x\le 2$

x	−2	0	2
y	0	−1	0

2) $y=2-x$; $x>2$

x	3	4
y	−1	−2

3) $y=x+2$, $x<-2$

x	−3	−4
y	−1	−2

Ответ: функция возрастает на каждом из промежутков $(-\infty;-2]$ и $[0;2]$.

4.17(2) $f(x)=\begin{cases}2-2x^2, \text{ если } -1\le x\le 1\\ x-1, \text{ если } x>1\\ -x-1, \text{ если } x<-1\end{cases}$

1) $y=2-2x^2$; $-1\le x\le 1$

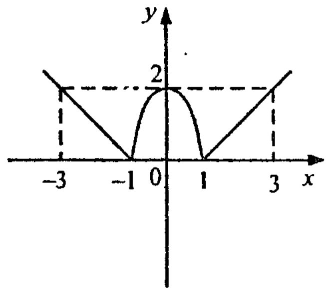
x	-1	0	1
y	0	2	0

2) $y=x-1$; $x>1$

x	2	3
y	1	2

3) $y=-x-1$, $x<-1$.

x	-3	-2
y	2	1



Ответ: функция возрастает на каждом из промежутков $[-1; 0]$ и $[1; +\infty)$.

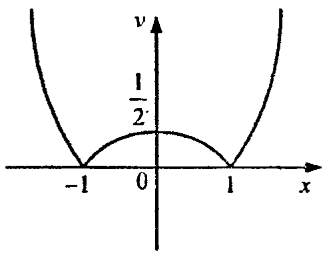
4.18(1) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2, \text{ если } -1\le x\le 1\\ x^2-1, \text{ если } x<-1; x>1\end{cases}$

1) $y=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2$, если $-1\le x\le 1$.

x	-1	0	1
y	0	$\frac{1}{2}$	0

2) $y=x^2-1$; $x<-1$; $x>1$

x	-3	-2	2	3
y	8	3	3	8



Ответ: функция возрастает на каждом из промежутков $[-1; 0]$ и $[1; +\infty)$.

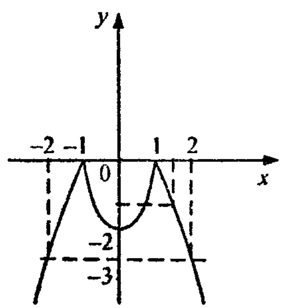
4.18(2) $f(x)=\begin{cases}2x^2-2, \text{ если } -1\le x\le 1\\ 1-x^2, \text{ если } x<-1; x>1\end{cases}$

1) $y=2x^2-2$, если $-1\le x\le 1$.

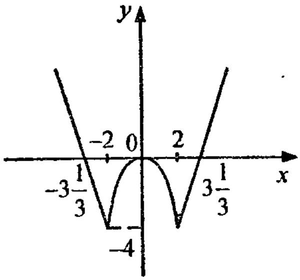
x	-1	0	1
y	0	-2	0

2) $y=1-x^2$; $x<-1$; $x>1$

x	-2	2	$1{,}5$
y	-3	-3	$-1{,}25$



Ответ: функция возрастает на каждом из промежутков $(-\infty; -1]$ и $[0; 1]$.



4.19(1) $f(x)=\begin{cases}-x^2, \text{ если } -2\le x\le 2\\ 3x-10, \text{ если } x>2\\ -3x-10, \text{ если } x<-2\end{cases}$

1) $y=-x^2;\ -2\le x\le 2$

x	−2	−1	0	1	2
y	−4	−1	0	−1	−4

2) $y=3x-10;\ x>2$

x	$\frac{10}{3}$	3
y	0	−1

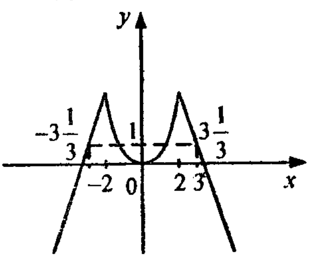
3) $y=-3x-10;\ x<-2$

x	$-3\frac{1}{3}$	−3
y	0	−1

Ответ: $f(x)\ge 0$ если $x - 0$; $|x|\ge 3\frac{1}{3}$.

4.19(2) $f(x)=\begin{cases}x^2, \text{ если } -2\le x\le 2\\ 10-3x, \text{ если } x>2\\ 10+3x, \text{ если } x<-2\end{cases}$

1) $y=x^2;\ -2\le x\le 2$



x	−2	−1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

2) $y=10-3x;\ x>2$

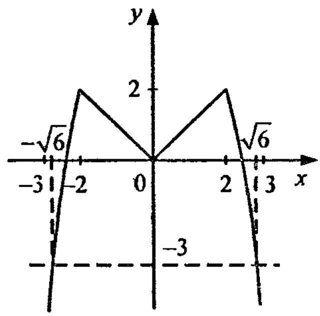
x	3	$\frac{10}{3}$
y	1	0

3) $y=10+3x;\ x<-2$

x	$-\frac{10}{3}$	−3
y	0	1

Ответ: $f(x)>0$, если $|x|<3\frac{1}{3}$; $x\ne 0$

4.20(1) $f(x)=\begin{cases}|x|, \text{ если } -2\le x\le 2\\ 6-x^2, \text{ если } |x|>2\end{cases}$



1) $y=|x|$; $-2\le x\le 2$

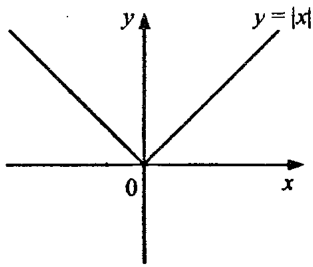
x	-2	0	2
y	2	0	2

2) $y=6-x^2$; $x<-2$; $x>2$

x	$-\sqrt{6}$	-3	$\sqrt{6}$	3
y	0	-3	0	-3

Ответ: $f(x)>0$, если $|x|<\sqrt{6}$; $x\ne 0$.

4.20(2) $f(x)=\begin{cases}-|x|, \text{ если } |x|\le 2\\ x^2-6, \text{ если } |x|>2\end{cases}$

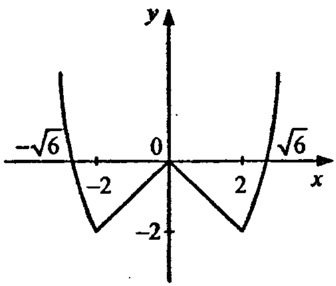


Построим график сразу, помня о том, что $f(x)$ задана по-разному при различных x. График $y=|x|$.

Общая таблица:

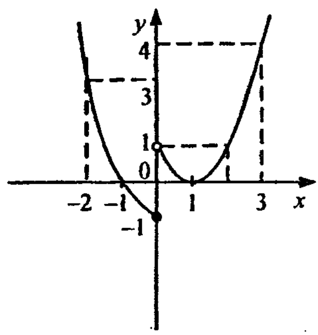
x	$-\sqrt{6}$	-2	0	2	$\sqrt{6}$
y	0	-2	0	-2	0

В т. 0 $f(x)=0$ и при $-2\le x\le 2$ график функции – два отрезка (график $y=|x|$). Слева от $x=-2$ и справа от $x=2$ график функции – часть параболы $y=x^2-6$, проходящей через точки $(-\sqrt{6};0)$ и $(\sqrt{6};0)$.



Ответ: $f(x)\ge 0$, если $|x|\ge\sqrt{6}$; $x=0$.

4.21(1) $f(x)=\begin{cases}x^2-1, \text{ если } x\le 0\\ (x-1)^2, \text{ если } x>0\end{cases}$



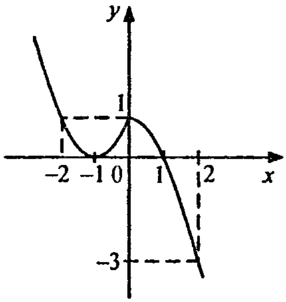
1) $y=x^2-1$; $x\le 0$

x	-2	-1	0
y	3	0	-1

2) $y=(x-1)^2$, $x>0$

x	1	2	3
y	0	1	4

Ответ: $y\ge 0$, если $x\le -1$; $x>0$



4.21(2) $f(x)=\begin{cases}(x+1)^2, \text{ если } x<0\\ 1-x^2, \text{ если } x\ge 0\end{cases}$

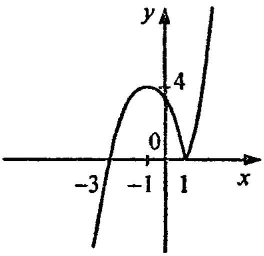
1) $y=(x+1)^2$; $x<0$

x	–3	–2	–1	0
y	4	1	0	1

$y=1-x^2$, $x\ge 0$

x	0	1	2
y	1	0	–3

Ответ: $y>0$, если $x<-1$· $-1<x<1$.



4.22(1) $f(x)=\begin{cases}(1-x)(x+3);\ x\le 1\\ (x-1)(x+3);\ x>1\end{cases}$;

$f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+3;\ x\le 1\\ x^2+2x-3;\ x>1\end{cases}$

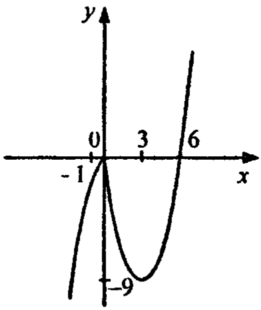
1) $y=-x^2-2x+3$; $x\le 1$. График этой функции – парабола, ветви вниз. Координаты вершины $x_0=-1$; $y_0=4$.

x	0	–3	1
y	3	0	0

2) $y=x^2+2x-3$, $x>1$. Это часть параболы с вершиной в т. (–1; –4).

x	1	2
y	0	5

Ответ: прямая $y=m$ имеет с графиком функции 2 общие точки при $m=0$; $m=4$.



4.22(2) $f(x)=\begin{cases}x(6-x);\ x\le 0\\ x(x-6);\ x>0\end{cases}$

1) $y=x^2-6x$; $x>0$

x	0	6	3
y	0	0	–9

2) $y=-x^2+6x$; $x\le 0$

x	0	–1
y	0	–7

Ответ: при $-9<m<0$.

4.23(1) $\frac{6}{x} > 5+2x-x^2$. 1) $y=\frac{6}{x}$

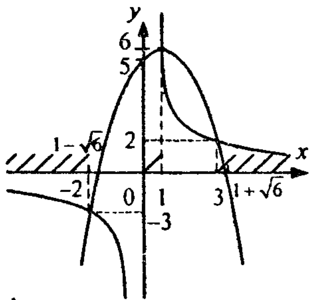


график – гипербола, ветви симметричны относительно начала координат.

x	1	−2	3	6
y	6	−3	2	1

2) $y=-x^2+2x+5$; $x^2-2x-5=0$;

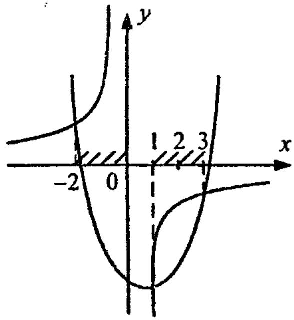
$x_{1,2}=1\pm\sqrt{6}$

x	$1-\sqrt{6}$	0	1	$1+\sqrt{6}$	3	−2
y	0	5	6	0	2	-3

Из таблицы и графиков видно, что графики пересекаются в точках (−2; −3); (1; 6) и (3; 2).

Ответ: $x<-2$; $0<x<1$; $x>3$.

4.23(2) $x^2-2x-5<-\frac{6}{x}$



1) $y = x^2-2x-5$ График – парабола, ветви вверх. $x_{1,2}=1\pm\sqrt{6}$

x	$1-\sqrt{6}$	−2	0	1	$1+\sqrt{6}$	3
y	0	3	−5	−6	0	−2

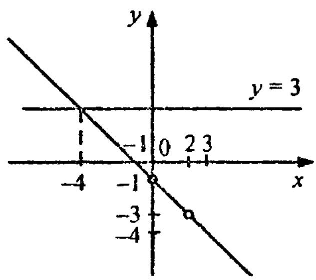
II. $y=-\frac{6}{x}$ График – гипербола.

x	−3	−2	−1	1	2	3
y	2	3	6	−6	−3	−2

Графики пересекаются в точках: (−2; 3); (1; −6); (3; −2).

Ответ: при $-2<x<0$; $1<x<3$.

4.24(1) $y=\frac{x^3-x^2-2x}{2x-x^2}$;



$y=\frac{x\left(x^2-x-2\right)}{x(2-x)}$. 1) $y=\frac{x(x-2)(x+1)}{x(2-x)}$;

$y=-x-1$; $x\neq 0; x\neq 2$.

2) $y=-x-1$

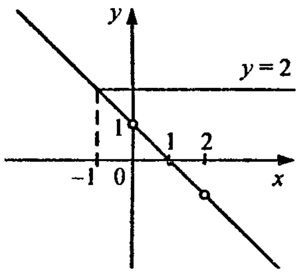
x	−1	−4
y	0	3

3) $y\leq 3$ при $x>-4$; $x\neq 0$; $x\neq 2$.

Ответ: $-4\leq x<0$; $0<x<2$; $x>2$.

4.24(2) $y=\dfrac{-x^3+3x^2-2x}{x^2-2x}$; $y=\dfrac{-x\left(x^2-3x+2\right)}{x(x-2)}$; $x\neq 0$; $x\neq 2$.

$y=\dfrac{-x(x-2)(x-1)}{x(x-2)}$; $y=-x+1$ ($x\neq 0; x\neq 2$)



x	1	–1
y	0	2

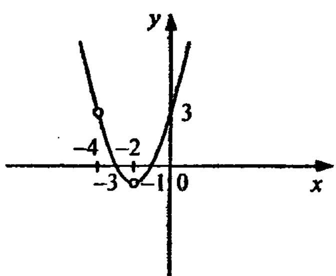
$y\le 2$ при $x\ge -1$; $x\neq 0$; $x\neq 2$.

Ответ: $-1\le x<0$; $0<x<2$; $x>2$.

4.25(1) $y=\dfrac{\left(x^2+7x+12\right)\left(x^2+3x+2\right)}{x^2+6x+8}$;

$y=\dfrac{(x+4)(x+3)(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+4)}$; $x\neq -2$; $x\neq -4$. $y=(x+3)(x+1)$;

1) $y=x^2+4x+3$ (I) График функции (I) – парабола, ветви вверх. $x_0=-2$; $y_0=-1$.

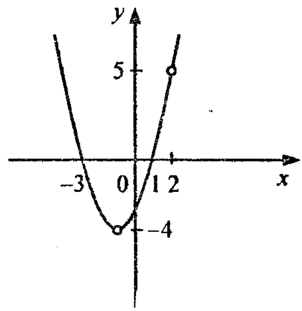


2)

x	–3	–1	0
y	0	0	3

Ответ: Парабола $y=x^2+4x+3$ с выколотыми точками (–2; –1); (–4; 3).

4.25(2) $y = \dfrac{(x^2+4x+3)(x^2-3x+2)}{x^2-x-2}$;



$y = \dfrac{(x+3)(x+1)(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+1)}$; $x \neq 2$;

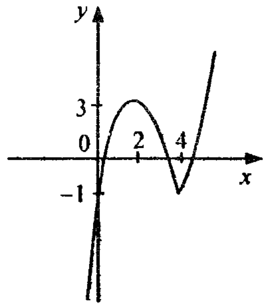
$x \neq -1$. $y = (x+3)(x-1)$;

$y = x^2+2x-3$ (I) График функции (I) – парабола, ветви вверх.

x	-3	1	0	–1	2
y	0	0	–3	–4	5

Ответ: Парабола $y = x^2+2x-3$ с выколотыми точками (2; 5) и (–1; –4).

4.26(1) $f(x) = \begin{cases} x^2-4x-1, \text{ если } x \geq 4 \\ -x^2+4x-1, \text{ если } x < 4 \end{cases}$



1) $y = (x^2-4x+4)-5$; $y = (x-2)^2-5$, $x \geq 4$.

x	4	5	6
y	–1	4	11

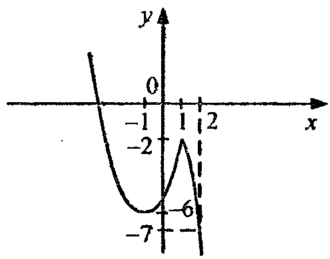
2) $y = -x^2+4x-1$; $y = -(x^2-4x+1)$;
$y = -(x-2)^2+3$, $x < 4$. $x_0 = 2$; $y_0 = 3$.

x	–1	0	1	2	4
y	-6	–1	2	3	–1

Ответ: прямая $y = m$ имеет с графиком 2 общие точки при $m = 3$ и $m = -1$.

4.26(2)

$f(x) = \begin{cases} -x^2-2x+1, \text{ если } x \geq 1 \\ x^2+2x-5, \text{ если } x < 1 \end{cases}$



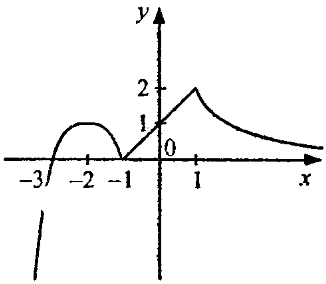
1) $y = -(x^2+2x-1+1-1)$;
$y = -(x+1)^2+2$, $x \geq 1$

x	1	2
y	–2	–7

2) $y = x^2+2x+1-1-5$; $y = (x+1)^2-6$, $x < 1$.

x	-4	–3	–1	0	1
y	3	–2	–6	-5	-2

Ответ: прямая $y = m$ имеет с графиком 3 общие точки при $-6<m<-2$.



4.27(1) $y=\begin{cases}-x^2-4x-3, \ x\le -1\\ x+1, \ -1\le x\le 1\\ \dfrac{2}{x}, \ x>1\end{cases}$

1) $y=-(x^2+4x+4-4+3)$;

$y=-(x+2)^2+1, \ x\le -1$.

x	-4	-3	-2	-1
y	-3	0	1	0

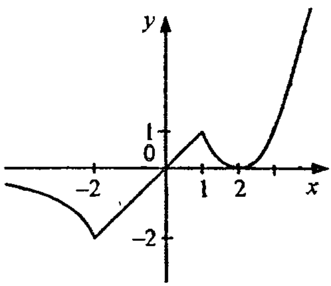
2) $y=x+1, \ -1<x<1$.

x	-1	1
y	0	2

3) $y=\dfrac{2}{x}$, $x>1$

x	2	4	6
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Ответ: прямая $y=m$ имеет с графиком 2 общие точки при $m=0$; $<m<2$



4.27(2)

$f(x)=\begin{cases}\dfrac{4}{x}, \text{ если } x\le -2\\ x, \text{ если } -2<x\le 1\\ x^2-4x+4, \text{ если } x>1\end{cases}$

1) $y=\dfrac{4}{x}$, $x\le -2$

x	-8	-4	-2
y	$-\frac{1}{2}$	-1	-2

2) $y=x^2-4x+4$, $x>1$; $y=(x-2)^2$

x	2	3	4
y	0	1	4

Ответ: прямая $y=m$ имеет с графиком одну общую точку при $m=-2$, $m>1$

4.28(1) 1-й прямой принадлежат точки (0; 2); (–3; 0). $y = kx+b$; $b = 2$; $-3k+2 = 0$; $k = \frac{2}{3}$; $y = \frac{2}{3}x + 2$. 2-й прямой принадлежат точки (5; 0); (4; 2). $\begin{cases} 5k+b=0 \\ 4k+b=2 \end{cases}$; $k = -2$; $b = 10$; $y = -2x+10$.

Ответ: $y = \begin{cases} \frac{2}{3}x+2, \text{ если } x \le 3 \\ -2x+10, \text{ если } x > 3 \end{cases}$.

4.28(2) 1) 1-й прямой принадлежат точки (-2; 0); (0; –3).
2) уравнение прямой $y = kx+b$
$\begin{cases} -2k+b=0 \\ b=-3 \end{cases}$; $k = -1{,}5$; $b = -3$; $y = -1{,}5x-3$.
3) 2-я прямая проходит через точки (4; 0); (5; 3).
$\begin{cases} 4k+b=0 \\ 5k+b=3 \end{cases}$ $\begin{cases} b=-4k \\ 5k-4k=3 \end{cases}$; $k = 3$; $b = -12$; $y = 3x-12$
4) $y = \begin{cases} -1{,}5x-3, x \le 2 \\ 3x-12, x > 2 \end{cases}$

Ответ: $y = \begin{cases} -1{,}5x-3, \text{ если } x \le 2 \\ 3x-12, \text{ если } x > 2 \end{cases}$

4.29(1) 1) Прямая (слева) проходит через точки (–4; 0); (–2; 2)
$\begin{cases} -4k+b=0 \\ -2k+b=2 \end{cases}$ $\begin{cases} b=4k \\ -2k+4k=2 \end{cases}$; $k = 1$; $b = 4$; $y = x+4$.

Ответ: $y = \begin{cases} x+4, \text{ если } x \le -2 \\ |x|, \text{ если } -2 < x \le 3 \\ 3, \text{ если } x > 3 \end{cases}$.

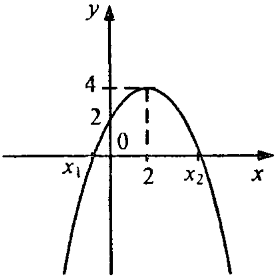
4.29(2) 1) Прямая (слева) проходит через точки (–4; 0); (–2, –2)
$\begin{cases} -4k+b=0 \\ -2k+b=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} b=4k \\ -2k+4k=-2 \end{cases}$; $k = -1$; $b = -4$; $y = -x-4$

Ответ: $y = \begin{cases} -x-4, \text{ если } x \le -2 \\ -|x|, \text{ если } -2 < x \le 3 \\ -3, \text{ если } x > 3 \end{cases}$

4.30(1) $y = ax^2+bx+2$
1) Точке $K(-2; -4)$ относительно прямой $x = 2$ будет симметрична точка $N(6; -4)$.

2) Точки (–2; –4) и (6; –4) принадлежат параболе.

3) $\begin{cases} 4a-2b+2=-4 \\ 36a+6b+2=-4 \end{cases}$ $\begin{cases} 4a-2b=-6 \\ 36a+6b=-6 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a-b=-3 \\ 6a+b=-1 \end{cases}$; $a=-\dfrac{1}{2}$, b=2.



Функция задается формулой $y=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+2$.

График – парабола, ветви вниз.

4) $\begin{cases} x_0=-\dfrac{b}{2a}, \\ y_0=f(x_0), \end{cases}$ $\begin{cases} x_0=2, \\ y_0=4, \end{cases}$ $-x^2+4x+4=0$;

$x^2-4x-4=0$; $x=2\pm\sqrt{8}$;

$x_1\approx 4,8$; $x_2\approx -0,8$

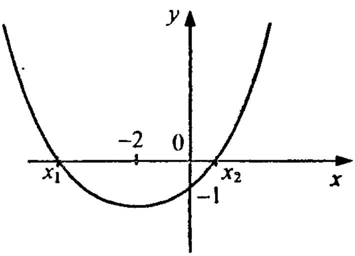
x	–2	0	2	4
y	–4	2	4	2

Ответ: функция задана формулой $y=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+2$.

4.30(2) $y=ax^2+bx-1$

1) Точке $M(4;\ 7)$ относительно прямой $x=-2$ будет симметрична точка $N(-8;\ 7)$.

2) Парабола $y=ax^2+bx-1$ проходит через точки M и N, следовательно



$\begin{cases} 64a-8b-1=7 \\ 16a+4b-1=7 \end{cases}$ $\begin{cases} 64a-8b=8 \\ 16a+4b=8 \end{cases}$

$\begin{cases} 8a-b=1 \\ 4a+b=2 \end{cases}$; $a=\dfrac{1}{4}$; $b=1$

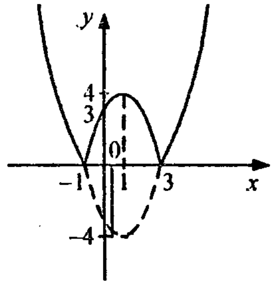
Функция задается формулой $y=\dfrac{1}{4}x^2+x-1$.

График – парабола, ветви вверх. $x_0=-2$; $y_0=-2$; $\dfrac{1}{4}x^2+x-1=0$,

$x^2+4x-4=0$; $x=-2\pm\sqrt{8}=-2\pm2\sqrt{2}$; $x_1\approx-4,8$; $x_2\approx0,8$

Ответ: функция задана формулой $y=\dfrac{1}{4}x^2+x-1$

4.31(1) $y=\left|x^2-2x-3\right|$; $y\geq 0$ при любом значении x.



1) $x_1=3$; $x_2=-1$; $x_0=1$; $y_0=-4$ (для $y=x^2-2x-3$).

Для построения данного графика, построим график функции $y=x^2-2x-3$ и отобразим часть параболы, находящуюся ниже оси $0x$, симметрично относительно этой оси.

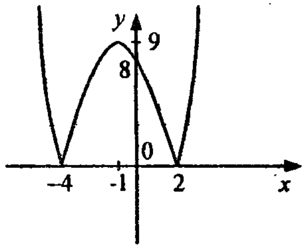
x	-2	-1	0	1	3	4
y	5	0	3	4	0	5

Ответ: Прямая $y=m$ может иметь с графиком:

1) 2 общие точки (при $m=0$ и $m>4$);
2) 3 общие точки (при $m=4$);
3) 4 общие точки (при $0<m<4$).

4.31(2)

$y=\left|-x^2-2x+8\right|=\left|x^2+2x-8\right|$; $y\geq 0$ при любом значении x;



1) $y=0$ при $x=-4$; $x=2$;

x	-3	-4	-1	0	2	3
y	5	0	9	8	0	7

Ответ: прямая $y=m$ может иметь с графиком 2 общие точки при $m=0$ и $m>9$; 3 общие точки при $m=9$; 4 общие точки при $0<m<9$.

4.32(1) $y=x^2-4|x|$; $x^2-4|x|=x^2-4|-x|$

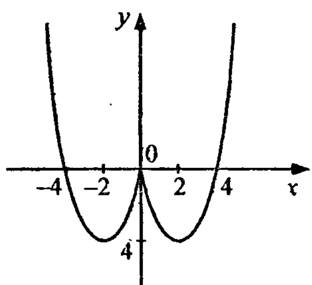
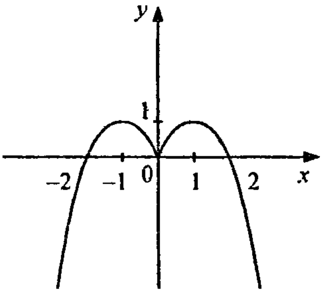


График симметричен относительно OY. При $x\geq 0$ $y=x^2-4x$; $y=x(x-4)$; $y=0$ при $x_1=0$; $x_2=4$, а также ввиду симметрии графика при $x_3=-4$.

x	-5	-4	-2	0	2	4	5
y	5	0	-4	0	-4	0	5

Ответ: прямая $y=m$ может иметь с графиком 2 общие точки (при $m=-4$ и $m>0$); 3 общие точки (при $m=0$); 4 общие точки при $-4<m<0$.



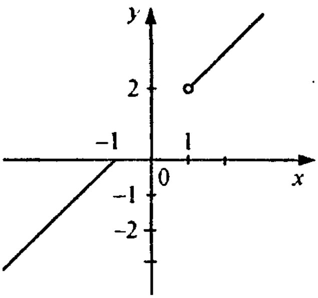
4.32(2) $y = -x^2+2|x|$; $-x^2+2|x| = -(-x)^2+2|-x|$

График симметричен относительно OY. При $x \geq 0$ $y = -x^2 + 2x$; $y = x(-x+2)$; $y = 0$ при $x_1 = 0$; $x_2 = 2$, а также при $x_3 = -2$.

1) $y = -x^2+2x$; $y = -x(x-2)$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	0	1	0	1	0	-3

Ответ: прямая $y = m$ может иметь с графиком 2 общие точки при $m = 1$ и $m<0$); 3 общие точки (при $m = 0$); 4 общие точки при $0<m<1$



4.33(1) $y = \dfrac{(\sqrt{x^2-1})^2}{x-1} = \dfrac{x^2-1}{x-1}$,

$x^2-1 \geq 0$, т.к. x^2-1 стоит под знаком радикала, $x \neq 1$ Далее: $\dfrac{x^2-1}{x-1} = x+1$;

$x^2 \geq 1$; $x \neq 1$; $x>1$; $x \leq -1$.

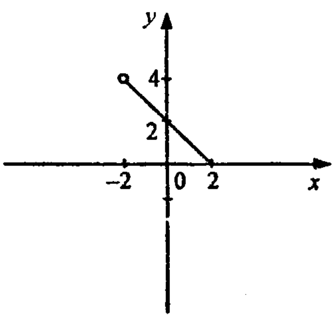
График функции $y = x+1$ – две части прямой линии:

x	-3	-1	2	3
y	2	0	3	4

$x \leq -1$ $\qquad$ $x > 1$

4.33(2) $y = \dfrac{(\sqrt{4-x^2})^2}{x+2}$: $4-x^2 \geq 0$, $x \neq -2$; $y = \dfrac{4-x^2}{x+2} = 2-x$,

$x^2 \leq 4$, $-2 < x \leq 2$



4.34(1) $y = x^2 + 2x$; $x^2 + 2x \geq 0$

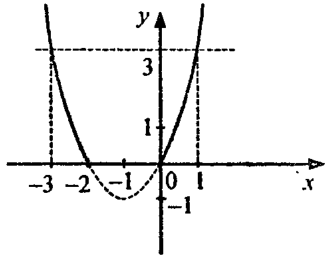


График функции – верхняя часть ($y \geq 0$) параболы. Ветви направлены вверх; $x^2 + 2x = x(x + 2)$; точки пересечения параболы с осью $0x$: $x = 0$ и $x = -2$, координаты вершины: $x = -1$; $y = -1$. График симметричен относительно прямой $x = -1$.

4.34(2) $y = 3x - x^2$; $3x - x^2 \geq 0$.

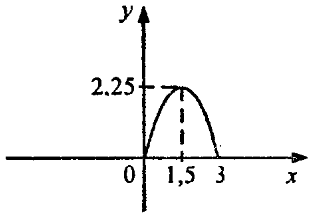


График – часть параболы ($y \geq 0$), ветви которой направлены вниз; $3x - x^2 = 0$, $x(3 - x) = 0$; $x = 0$; $x = 3$ – точки пересечения с осью $0x$, координаты вершины: $x = 1{,}5$; $y = 2{,}25$.

4.35(1) $y = -x + 4\sqrt{x} + 1$; $x \geq 0$.

1) $-x + 4\sqrt{x} + 1 = -(x - 4\sqrt{x} - 1) = -(x - 4\sqrt{x} + 4 - 4 - 1) =$
$= -(\sqrt{x} - 2)^2 + 5$

2) $y = -\left(\sqrt{x} - 2\right)^2 + 5$. Наибольшее значение этой функции достигается при равенстве нулю отрицательного слагаемого $-(\sqrt{x} - 2)^2 = 0$; $\sqrt{x} - 2 = 0$; $\sqrt{x} = 2$; $x = 4$.

Ответ: наибольшее значение функции 5; оно достигается при $x = 4$

4.35(2) $y = x - 6\sqrt{x}$; $x \geq 0$.

1) $x - 6\sqrt{x} = x - 6\sqrt{x} + 9 - 9 = \left(\sqrt{x} - 3\right)^2 - 9$.

2) $y = \left(\sqrt{x} - 3\right)^2 - 9$. Наименьшее значение достигается при $(\sqrt{x} - 3)^2 = 0$; $\sqrt{x} - 3 = 0$; $\sqrt{x} = 3$; $x = 9$.

Ответ: наименьшее значение функции –9; оно достигается при $x = 9$.

4.36(1) $y = \dfrac{x^2 + 10}{x^2 + 5}$. 1) $y = \dfrac{x^2 + 5 + 5}{x^2 + 5}$; $y = 1 + \dfrac{5}{x^2 + 5}$. Наибольшее значение достигается при наименьшем значении знаменателя второго слагаемого, т.е. при $x^2 + 5 = 5$, $x = 0$.

2) при $x = 0$; $y = 2$.

Ответ: $y_{наиб} = 2$.

4.36(2) $y=\frac{x^2+6}{x^2+8}$; $y=\frac{x^2+8-2}{x^2+8}$; $y=1-\frac{2}{x^2+8}$. Наименьшее значение достигается при наибольшем значении дроби $\frac{2}{x^2+8}$, т.е. при $x=0$. Тогда $y_{наим}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ при $x=0$.

Ответ: $y_{наим}=\frac{3}{4}$.

5. Координаты и графики

5.1(1) $y=kx+b$

1) $A(2{,}5;\ 1)$; $k=-0{,}4$

$-0{,}4\cdot 2{,}5+b=1$; $b=1+1$; $b=2$; $y=-0{,}4x+2$

2) $y=0$; $-0{,}4x+2=0$; $-0{,}4x=-2$; $x=5$.

Ответ: $y=-0{,}4x+2$; $(5;\ 0)$.

5.1(2) $y=kx+b$; $A(1{,}6;\ -2{,}2)$; $k=0{,}5$

1) $0{,}5\cdot 1{,}6+b=-2{,}2$; $b=-2{,}2-0{,}8=-3$; $y=0{,}5x-3$

2) $y=0$; $0{,}5x-3=0$; $x=6$.

Ответ: $y=0{,}5x-3$; $(6;\ 0)$.

5.2(1) $y=-1{,}5x+4$; $C(7;\ -2{,}5)$

$k=-1{,}5$; $-1{,}5\cdot 7+b=-2{,}5$; $b=-2{,}5+10{,}5=8$; $y=-1{,}5x+8$.

Ответ: $y=-1{,}5x+8$.

5.2(2) $y=3{,}6x-1$; $D(-0{,}5;\ 8{,}2)$

$k=3{,}6$; $-0{,}5\cdot 3{,}6+b=8{,}2$; $b=8{,}2+1{,}8=10$; $y=3{,}6x+10$.

Ответ: $y=3{,}6x+10$.

5.3(1) $y=kx+b$; $A(18;\ 0)$; $B(0;\ 9)$.

1) $\begin{cases}18k+b=0\\ b=9\end{cases}$; $k=-0{,}5$; $b=9$; $y=-0{,}5x+9$

2) $(-42;\ -12)$. $-0{,}5\cdot(-42)+9\neq -12$; $30\neq -12$

Ответ: $y=-0{,}5x+9$; не проходит.

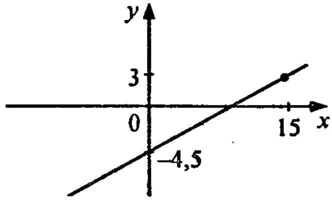
5.3(2) $y=kx+b$; $A(21;\ 0)$; $B(0;7)$

1) $\begin{cases}21k+b=0\\ b=7\end{cases}$; $k=-\frac{1}{3}$; $y=-\frac{1}{3}x+7$

2) $(-27;\ -2)$; $-\frac{1}{3}\cdot(-27)+7\neq -2$; $16\neq -2$.

Ответ: $y=-\frac{1}{3}x+7$; не проходит.

5.4(1) $y = kx+b$. Точки с координатами $(0; -4,5)$ и $(15; 3)$ принадлежат данной прямой.

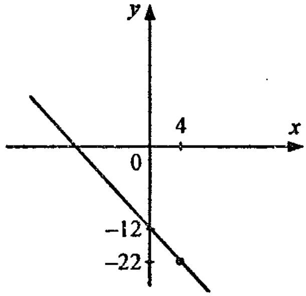


$$\begin{cases} b = -4,5 \\ 15k + b = 3 \end{cases}; \ 15k - 4,5 = 3;$$

$15k = 7,5$; $k = 0,5$; $y = 0,5x - 4,5$.

Ответ: $y = 0,5x - 4,5$; во II координатной четверти.

5.4(2) $y = kx+b$. Точки с координатами $(0; -12)$ и $(4; -22)$ принадлежат данной прямой.

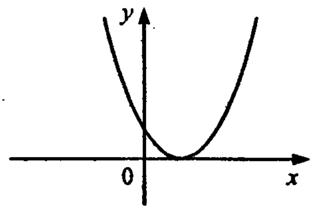


$$\begin{cases} b = -12 \\ 4k + b = -22 \end{cases}$$

1) $4k = -22+12$;$4k = -10$; $k = -2,5$

2) $y = -2,5x - 12$

Ответ: $y = -2,5x - 12$; в I координатной четверти.



5.5(1) $y = 2x^2 - 12x + c$

$D = b^2 - 4ac = 144 - 8c = 0$;

$c = 18$; $y = 2x^2 - 12x + 18$

$y = 2(x^2 - 6x + 9)$; $y = 2(x-3)^2$;

$y = 0$, если $x = 3$.

Ответ: $c = 18$; $(3; 0)$.

5.5(2) $y = ax^2 + 12x + 12$; $D = 144 - 48a = 0$; $a = 3$

$y = 3x^2 + 12x + 12$; $y = 3(x^2 + 4x + 4)$; $y = 3(x+2)^2$; $y = 0$ при $x = -2$

Ответ: $a = 3$; $(-2; 0)$.

5.6(1) $y = ax^2 - 4x + 2$; $D = (3; -1)$

1) $9a - 12 + 2 = -1$; $9a = 9$; $a = 1$; 2) $y = x^2 - 4x + 2$; $D = 16 - 8 > 0$

Ответ: $a = 1$; пересекает.

5.6(2) $y = 2x^2 + bx + 3$; $B(2; 9)$

1) $8 + 2b + 3 = 9$; $2b = -2$; $b = -1$; 2) $2x^2 - x + 3 = y$; $D = 1 - 24 < 0$

Ответ: $b = -1$; не пересекает.

5.7(1) $y = ax^2 + bx + c$; $B(-1; 1/4)$; $x_0 = 0$; $y_0 = 0$;

1) $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$; $b = 0$; $f(0) = c$; $c = 0$; $a - b + c = \dfrac{1}{4}$; $a = \dfrac{1}{4}$.

2) $y = \dfrac{1}{4}x^2$; $\dfrac{x^2}{4} = 9$; $x^2 = 36$; $x_1 = 6$; $x_2 = -6$.

Ответ: $y = \dfrac{1}{4}x^2$; $(6; 9)$; $(-6; 9)$.

5.7(2) $y = ax^2+bx+c$; $a \neq 0$; $A\left(1; -\frac{1}{3}\right)$; $B(0; 0)$.

1) $x_0 = -\frac{b}{2a}$; $-\frac{b}{2a} = 0$; $b = 0$; $f(x_0) = f(0) = c$; $c = 0$;

$a+b+c = -\frac{1}{3}$; $a = -\frac{1}{3}$

2) $y = -\frac{1}{3}x^2$; $-\frac{1}{3}x^2 = -27$; $x^2 = 81$; $x_1 = -9$; $x_2 = 9$.

Ответ: $y = -\frac{1}{3}x^2$; $(-9; -27)$; $(9; -27)$.

5.8(1) $y = 2x^2+c$.

Точка $(-\sqrt{3}; 0)$ принадлежит параболе; $6+c = 0$; $c = -6$; $y = 2x^2-6$; $2x^2-6 = -10$; $2x^2 = -4$ (I). Уравнение (I) не имеет решений.

Ответ: $c = -6$; не пересекает.

5.8(2) $y = -3x^2+c$.

Точка $(\sqrt{2}; 0)$ принадлежит параболе; $-6+c = 0$; $c = 6$;

$y = -3x^2+6$; $-3x^2+6 = 10$; $-3x^2 = 4$; $x^2 = -\frac{4}{3}$ (I).

Уравнение (I) не имеет корней.

Ответ: $c = 6$; не пересекает.

5.9(1) $y = -2$; $6x+y = 22$; $6x-5y = -2$

$\begin{cases} y = -2 \\ 6x + y = 22 \end{cases}$ $\begin{cases} 6x = 24 \\ y = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} y = -2 \\ 6x - 5y = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} 6x = -12 \\ y = -2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} 6x + y = 22 \\ 6x - 5y = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} 6y = 24 \\ 6x + y = 22 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 4 \\ x = 3 \end{cases}$

Ответ: $(4; -2)$; $(-2; -2)$; $(3; 4)$.

5.9(2) $\begin{cases} 4x - 5y = -3 \\ x + 5y = -7 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x = -10 \\ x + 5y = -7 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} x + 5y = -7 \\ x = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - 5y = -3 \\ x = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$

Ответ: $(-2; -1)$; $(3; -2)$; $(3; 3)$.

5.10(1)

$\begin{cases}3x-y=4\\2x+y=6\end{cases}$ $\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$ $\begin{cases}2x+y=6\\2x-y=2\end{cases}$ $\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$ $\begin{cases}3x-y=4\\2x-y=2\end{cases}$ $\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$

Ответ: проходят.

5.10(2)

$\begin{cases}3x+y=4\\2x-y=1\end{cases}$; $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$; $\begin{cases}3x+y=4\\3x-y=2\end{cases}$; $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$; $\begin{cases}2x-y=1\\3x-y=2\end{cases}$; $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$.

Ответ: проходят.

5.11(1) $A(-12;-7)$; $B(15;2)$; $y=kx+b$

$\begin{cases}-12k+b=-7\\15k+b=2\end{cases}$ $\begin{cases}27k=9\\b=2-15k\end{cases}$ $\begin{cases}k=\dfrac{1}{3}\\b=-3\end{cases}$; $y=\dfrac{1}{3}x-3$

x	0	9
y	-3	0

Ответ: $y=\dfrac{1}{3}x-3$; $(0;-3)$; $(9;0)$.

5.11(2) $A(10;-3)$; $B(-20;12)$; $y=kx+b$

$\begin{cases}10k+b=-3\\-20k+b=12\end{cases}$ $\begin{cases}k=-0,5\\b=2\end{cases}$

$y=-0,5x+2$

x	4	0
y	0	2

Ответ: $y=-0,5x+2$; $(4;0)$; $(0;2)$.

5.12(1) $y=kx+b$; $A(-15;-16)$; $B(9;0)$

$\begin{cases}-15k+b=-16\\9k+b=0\end{cases}$ $\begin{cases}-24k=-16\\b=-9k\end{cases}$ $\begin{cases}k=\dfrac{2}{3}\\b=-6\end{cases}$; $y=\dfrac{2}{3}x-6$

Ответ: $y=\dfrac{2}{3}x-6$.

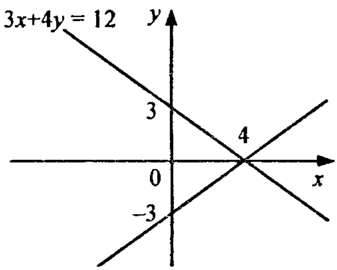
5.12(2) $y=kx+b$; $C(8;3)$; $A(12;0)$

$\begin{cases}8k+b=3\\12k+b=0\end{cases}$ $\begin{cases}-4k=3\\b=-12k\end{cases}$ $\begin{cases}k=-\dfrac{3}{4}\\b=9\end{cases}$

Ответ: $y=-\dfrac{3}{4}x+9$.

5.13(1) $3x+4y=12$

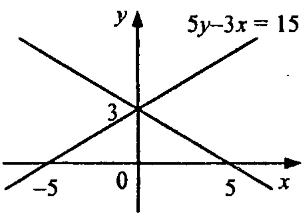
x	0	4
y	3	0



Уравнение симметричной относительно $0x$ прямой содержит $b=-3$; эта прямая проходит через точку $(4;\,0)$; $4k-3=0$; $k=\dfrac{3}{4}$

2) $y=\dfrac{3}{4}x-3$ или $3x-4y=12$

Ответ: $y=\dfrac{3}{4}x-3$ или $3x-4y=12$.



5.13(2) $5y-3x=15$

x	0	–5
y	3	0

1) Прямая проходит через точку $(5;\,0)$, $b=3$;

$y=kx+b$; $5k+3=0$; $k=-\dfrac{3}{5}$; $y=-\dfrac{3}{5}x+3$ или $5y+3x=15$

Ответ: $y=-\dfrac{3}{5}x+3$ или $5y+3x=15$.

5.14(1) $A(12;\,3)$; $B(14;\,7)$; $y=kx+b$

1) $\begin{cases}12k+b=3\\14k+b=7\end{cases}$

$k=2$; $b=-21$. Уравнение прямой AB: $y=2x-21$.

2) $C(-5;\,-28)$; $2(-5)-21\neq-28$

Ответ: нет.

5.14(2) $M(-8;\,12)$; $N(-10;\,18)$; $y=kx+b$

1) $\begin{cases}-8k+b=12\\-10k+b=18\end{cases}$

$k=-3$; $b=-12$; $y=-3x-12$ – уравнение прямой MN

2) $Q(10;\,-42)$; $-3\cdot10-12=-42$ верно.

Q лежит на прямой MN.

Ответ: да.

5.15(1) $A(2;5)$; $B(8;5)$; $C(8;2)$; $y = kx-b$

AB: $\begin{cases}2k+b=5\\8k+b=5\end{cases}$ $\begin{cases}k=0,\\b=5;\end{cases}$ $y=5$

AC: $\begin{cases}2k+b=5\\8k+b=2\end{cases}$ $\begin{cases}-6k=3\\b=5-2k\end{cases}$ $\begin{cases}k=-\frac{1}{2},\\b=6;\end{cases}$ $y=-\frac{1}{2}x+6$.

BC: $\begin{cases}8k+b=5;\\8k+b=2.\end{cases}$ $x=8$

Ответ: AB: $y=5$; AC: $y=-\frac{1}{2}x+6$; BC: $x=8$.

5.15(2) $M(-1;4)$; $N(5;4)$; $P(-1;-8)$

MN: $\begin{cases}-k+b=4\\5k+b=4\end{cases}$ $\begin{cases}k=0\\b=4\end{cases}$ $y=4$ MP: $\begin{cases}-k+b=4\\-k+b=-8\end{cases}$ $x=-1$

NP: $\begin{cases}5k+b=4\\-k+b=-8\end{cases}$ $\begin{cases}k=2\\b=-6\end{cases}$ $y=2x-6$

Ответ: MN: $y=4$; MP: $x=-1$; NP: $y=2x-6$.

5.16(1) $y=2x^2+bx+18$;

1) $D=b^2-144=0$; $b_1=-12$; $b_2=12$

2) $y=2x^2+12x+18$ ($b=12$); $y=2(x^2+6x+9)$; $y=2(x+3)^2$; $y=0$ при $x=-3$

3) $y=2x^2-12x+18$ ($b=-12$); $y=2(x^2-6x+9)$; $y=2(x-3)^2$; $y=0$ при $x=3$.

Ответ: $(-3;0)$; $(3;0)$.

5.16(2) 1) $y=-3x^2+bx-3$; $D=b^2-36=0$; $b_1=-6$; $b_2=6$

2) $y=-3x^2-6x-3$; $y=-3(x^2+2x+1)$; $y=-3(x+1)^2$; $y=0$; $x=-1$ ($b=-6$)

4) $y=-3x^2+6x-3$; $y=-3(x^2-2x+1)$; $y=-3(x-1)^2$; $y=0$; $x=1$ ($b=6$)

Ответ: $(1;0)$; $(-1;0)$.

5.17(1) $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$). Вершина в точке $A(0;-3)$; $B(6;15)$.

1) $c=-3$, т.к. парабола проходит через точку A; $36a+6b-3=15$, т.к. парабола проходит через точку B; $36a+6b=18$; $6a+b=3$;

$x_0=-\frac{b}{a}$; $b=0$, следовательно $a=\frac{1}{2}$.

2) $y=\frac{1}{2}x^2-3$ – уравнение параболы.

3) $y=0$; $\frac{1}{2}x^2-3=0$; $x^2=6$; $x_1=-\sqrt{6}$; $x_2=\sqrt{6}$

Ответ: $(-\sqrt{6};0)$; $(\sqrt{6};0)$

5.17(2) $C(0; 5)$ – вершина параболы; парабола проходит через $B(4; -3)$.

1) $y = ax^2+bx+c$; $c = 5$, т.к. парабола проходит через точку $(0; 5)$.

Далее $16a+4b+5 = -3$ (т. B принадлежит параболе); $x_0 = -\frac{b}{2a}$; $x_0 = 0$;

$b = 0$; $16a = -8$; $a = -\frac{1}{2}$.

2) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$ – уравнение параболы.

$y = 0$; $x^2 = 10$; $x_1 = -\sqrt{10}$; $x_2 = \sqrt{10}$.

Ответ: $(-\sqrt{10}; 0)$; $(\sqrt{10}; 0)$.

5.18(1) $y = ax^2-2x-3$

1) $D>0$; $a<0$; $D = 4+12a$; $4+12a>0$; $12a>-4$; $a > -\frac{1}{3}$;

2) $-\frac{1}{3} < a < 0$.

Ответ: $-\frac{1}{3} < a < 0$.

5.18(2) $y = ax^2-3x+1$

1) $D>0$; $a>0$; $D = 9-4a$; $9-4a>0$; $-4a>-9$; $a<2,25$.

2) $0<a<2,25$.

Ответ: $0<a<2,25$.

5.19(1) $y = -x^2+px+q$. Парабола проходит через точки $(-2; 0)$ и $(0; 8)$:

1) $\begin{cases} -4-2p+q=0, \\ q=0; \end{cases}$ $\begin{cases} -4-2p+8=0, \\ q=8; \end{cases}$ $\begin{cases} p=2, \\ q=8. \end{cases}$

2) $y = -x^2+2x+8$; $y = 0$; $x^2-2x-8 = 0$; $x_1 = 4$; $x_2 = -2$.

Ответ: $(4; 0)$.

5.19(2) $y = x^2+px+q$.

Парабола проходит через точки $(-1; 0)$ и $(0; -5)$:

1) $\begin{cases} 1-p+q=0, \\ q=-5; \end{cases}$ $\begin{cases} 1-p-5=0, \\ q=-5; \end{cases}$ $\begin{cases} p=-4, \\ q=-5. \end{cases}$

2) $y = x^2-4x-5$; $y = 0$; $x^2-4x-5 = 0$; $x_1 = 5$; $x_2 = -1$.

Ответ: $(5; 0)$.

5.20(1) $y = x^3-x^2-4x+4$; $x = 0$; $y = 4$; $B(0; 4)$; $y = 0$; $x^3-x^2-4x+4 = x^2(x-1)-4(x-1) = (x-1)(x-2)(x+2) = 0$ при: $x_1 = 1$; $x_2 = 2$; $x_3 = -2$.

Ответ: $A(-2; 0)$; $B(0; 4)$; $C(2; 0)$.

5.20(2) $y=-x^3-2x^2+x+2$; $x=0$; $y=2$; $K(0;\ 2)$; $y=0$;
$-x^2(x+2)+(x+2)=(x+2)(1-x)(1+x)=0$ при $x_1=-2$; $x_2=1$; $x_3=-1$.

Ответ: $M(-2;\ 0)$; $N(-1;\ 0)$; $K(0;\ 2)$.

5.21(1) $y=-9x^4+10x^2-1$, $x=0$; $y=-1$; $B(0;\ -1)$.
$y=0$; $9x^4-10x^2+1=0$; $x^2=a$; $a>0$; $9a^2-10a+1=0$;

$$a=\frac{5\pm\sqrt{25-9}}{9}=\frac{5\pm4}{9};\ a_1=1;\ a_2=\frac{1}{9};\ x^2=1;\ x_1=-1;\ x_2=1;$$

$$x^2=\frac{1}{9};\ x_3=-\frac{1}{3};\ x_4=\frac{1}{3}.$$

Ответ: $A(-1;\ 0)$; $C(\frac{1}{3};\ 0)$; $B(0;\ -1)$.

5.21(2) $y=4x^4-5x^2+1$; $x=0$; $y=1$; $K(0;\ 1)$.
$y=0$; $4x^4-5x^2+1=0$; $x^2=a$; $a>0$; $4a^2-5a+1=0$

$$a=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{8}=\frac{5\pm3}{8};\ a_1=1;\ a_2=\frac{1}{4};$$

$$x^2=\frac{1}{4};\ x_1=-\frac{1}{2};\ x_2=\frac{1}{2};\ x^2=1;\ x_3=-1;\ x_4=1$$

Ответ: $K(0;\ 1)$; $L(-\frac{1}{2};\ 0)$; $M(1;\ 0)$.

5.22(1) Поскольку координата по оси $0x$ точки B отрицательна, рассмотрим систему $\begin{cases}(x+4)^2+y^2=10.\\ y=-x;\end{cases}$

1) $(x+4)^2+x^2=10$; $2x^2+8x+16-10=0$; $2x^2+8x+6=0$; $x^2+4x+3=0$; $x_1=$ $=-3$; $x_2=-1$; $y_1=-x_1=3$; $y_2=-x_2=1$. Точка B имеет координаты $(x_2;\ y_2)$, т.к. она ближе к оси $0y$, чем вторая точка пересечения графиков: $B(-1;\ 1)$.

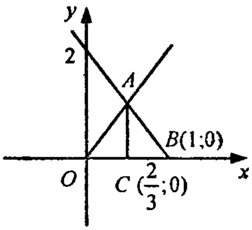
Ответ: $B(-1;\ 1)$.

5.22(2) $\begin{cases}(x-4)^2+y^2=10\\ y=-|x|\end{cases}$. Абсцисса точки C положительна, поэтому $-|x|=-x$, и второе уравнение системы примет вид $y=-x$.

Далее: $\begin{cases}(x-4)^2+y^2=10\\ y=-x\end{cases}$

$x^2-8x+16+(-x)^2-10=0$; $2x^2-8x+6=0$; $x^2-4x+3=0$;
$x_1=3$; $x_2=1$; $y_1=-3$; $y_2=-1$. Точка $C(3;\ -3)$ расположена на рисунке правее точки $(1;\ -1)$.

Ответ: $C(3;\ -3)$.



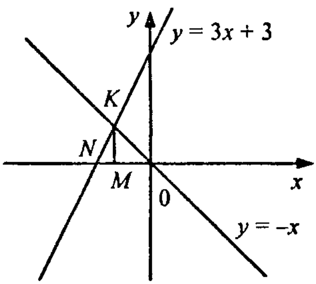
5.23(1) 1) $\begin{cases} y=-2x+2, \\ y=x; \end{cases}$ $3x=2$; $x=\frac{2}{3}$;

$y=\frac{2}{3}$; $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$ – точка A. $\begin{cases} y=-2x+2, \\ y=0; \end{cases}$;

$2x=2$; $x=1$; $y=0$; $(1;0)$ – точка B.

Имеем: $B(1;0)$; $A(\frac{2}{3};\frac{2}{3})$; $O(0;0)$. $S=\frac{1}{2}OB\cdot AC$; $S=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$.

Ответ: $\frac{1}{3}$.



5.23(2) 1) $\begin{cases} y=3x+3, \\ y=-x; \end{cases}$ $4x=-3$;

$x=-\frac{3}{4}$; $y=\frac{3}{4}$; $K(-\frac{3}{4};\frac{3}{4})$

2) $\begin{cases} y=3x+3, \\ y=0; \end{cases}$ $x=-1$; $y=0$;

$N(-1;0)$. $K(-\frac{3}{4};\frac{3}{4})$; $N(-1;0)$; $O(0;0)$.

3) $S=\frac{1}{2}KM\cdot|NO|$; $|NO|=1$; $KM=\frac{3}{4}$; $S=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$.

Ответ: $\frac{3}{8}$.

5.24(1) $y=kx+b$ уравнение прямой, $y=\frac{3}{x}$ – гипербола.

1) $y=kx+3$ (прямая проходит через точку $(0;3)$); $(x_0;y_0)$ – координаты точки касания. $\begin{cases} y_0=kx_0+3, \\ y_0=\frac{3}{x_0}; \end{cases}$ $\frac{3}{x_0}=kx_0+3$; $kx_0^2+3x_0-3=0$ (I)

2) Уравнение (I) имеет единственное решение, если:

$D=9+12k=0$; $k=-\frac{3}{4}$.

3) Уравнение прямой: $y=-\frac{3}{4}x+3$; $y=0$; $\frac{3}{4}x=3$; $x=4$.

Ответ: $(4;0)$.

5.24(2) $y = kx+b$ уравнение прямой.

1) $y = kx-1$ (точка (0; –1) принадлежит прямой); $(x_0 y_0)$ – точка касания. $\begin{cases} y_0 = kx_0 - 1, \\ y_0 = \dfrac{1}{x_0}; \end{cases}$ $\dfrac{1}{x_0} = kx_0 - 1$; $kx_0^2 - x_0 - 1 = 0$ (I)

Уравнение (I) имеет единственное решение, если:

$D = 1+4k = 0$; $k = -\dfrac{1}{4}$.

2) Уравнение прямой: $y = -\dfrac{1}{4}x - 1$; $y = 0$; $-\dfrac{1}{4}x - 1 = 0$; $x = -4$

Ответ: (–4; 0).

5.25(1) $\begin{cases} 3x+2y = c \\ y = \dfrac{6}{x} \end{cases}$; $x \neq 0$; $x > 0$; $y > 0$. $3x + \dfrac{12}{x} = c$; $3x^2-cx+12 = 0$ (I). Уравнение (I) имеет единственное решение, если $D = c^2-144 = 0$; $c^2 = 144$; $c_1 = -12$; $c_2 = 12$; $3x + \dfrac{12}{x} = 12$; $3x^2-12x+12 = 0$; $x^2-4x+4 = 0$; $(x-2)^2 = 0$; $x = 2$; $y = 3$. (2; 3) – точка касания; $2 > 0$; $3 > 0$.

Ответ: (2; 3).

5.25(2) $\begin{cases} 2x-3y = c \\ y = -\dfrac{6}{x} \end{cases}$; $x \neq 0$; $x < 0$

$2x + \dfrac{18}{x} = c$; $2x^2-cx+18 = 0$ (I). Уравнение (I) имеет единственное решение, если $c^2-144 = 0$; $c_1 = -12$; $c_2 = 12$.

$2x + \dfrac{18}{x} = -12$; $2x^2+12x+18 = 0$; $x^2+6x+9 = 0$, $(x+3)^2 = 0$, $x = -3$;

$y = 2$; (–3; 2) – точка касания; $-3 < 0$.

Ответ: (–3; 2).

5.26(1) По условию $x_0<0$; $y_0>0$, где $(x_0; y_0)$ – точка касания. Уравнение прямой $y = kx-2$; $\begin{cases} y_0 = x_0^2 - 3x_0 + 2 \\ y_0 = kx_0 - 2 \end{cases}$; $kx_0 - 2 = x_0^2 - 3x_0 + 2$,

$x_0^2 - 3x_0 - kx_0 + 4 = 0$; $x_0^2 - x_0(3+k) + 4 = 0$ (I)

Уравнение (I) имеет единственное решение, если $(3+k)^2-16 = 0$; $3+k = 4$ или $3+k = -4$; $k_1 = 1$; $k_2 = -7$.

Условию удовлетворяет $k_2 = -7$. Уравнение прямой $y = -7x-2$.

$\begin{cases} y = -7x - 2 \\ y = x^2 - 3x + 2; \end{cases}$ $x < 0$; $x^2-3x+2 = -7x-2$; $x^2+4x+4 = 0$; $(x+2)^2 = 0$

$x_0 = -2$; $y_0 = 12$.

Ответ: (–2; 12).

5.26(2) $y = kx+2$ – уравнение прямой. $(x_0; y_0)$ – точка касания; по условию $x_0>0$; $y_0>0$; $\begin{cases} y_0 = x_0^2 + x_0 + 3 \\ y_0 = kx_0 + 2 \end{cases}$

$kx_0 + 2 = x_0^2 + x_0 + 3$; $x_0^2 + x_0 - kx_0 + 1 = 0$; $x_0^2 + x_0(1-k) + 1 = 0$ (I)

Уравнение (I) имеет единственное решение, если $(1-k)^2-4 = 0$; $1-k = 2$; $k_1 = -1$; $1-k = -2$; $k_2 = 3$.

1) $\begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = x^2 + x + 3; \end{cases}$ $3x+2 = x^2+x+3$; $x^2-2x+1=0$; $(x-1)^2 = 0$; $x=1$; $y = 5$.

2) $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x^2 + x + 3; \end{cases}$ $x^2+x+3 = -x + 2$; $x^2+2x+1 = 0$; $x = -1 < 0$.

Ответ: (1; 5).

5.27(1) 1) $y = kx-2$ – уравнение касательной; $\begin{cases} y = kx - 2 \\ y = x^2 - 1 \end{cases}$

а) $kx-2 = x^2-1$; $x^2-kx+1 = 0$ (I). Уравнение (I) имеет единственное решение, если $k^2-4 = 0$; $k_1 = 2$; $k_2 = -2$.

2) Уравнения касательных: $y = 2x-2$; $y = -2x-2$; $2x-2 = 0$; $x = 1$, $-2x-2 = 0$; $x = -1$.

Ответ: (–1; 0); (1; 0).

5.27(2) $y = kx+10$ – уравнение касательной.

$\begin{cases} y = kx + 10 \\ y = 1 - x^2 \end{cases}$

1) $kx+10 = 1-x^2$; $x^2+kx+9 = 0$; $D = 0$; $k^2-36 = 0$; $k_1 = -6$; $k_2 = 6$.

2) Уравнения касательных: $y = 6x+10$; $y = -6x+10$.

$\begin{cases} y = 6x + 10 \\ y = 1 - x^2; \end{cases}$ $6x+10 = 1-x^2$; $x^2+6x+9 = 0$; $(x+3)^2 = 0$; $x = -3$; $y = -8$.

$\begin{cases} y = -6x + 10 \\ y = 1 - x^2; \end{cases}$

$-6x+10 = 1-x^2$; $x^2-6x+9 = 0$; $(x-3)^2 = 0$; $x = 3$; $y = -8$.

Ответ: (3; –8); (–3; –8).

5.28(1) $\begin{cases} y = x^2 + x - 1 \\ y = kx - 2 \end{cases}$

1) $kx-2 = x^2+x-1$; $x^2+x-kx+1 = 0$ (I); $x^2+x(1-k)+1 = 0$. Уравнение (I) не имеет решений, если $(1-k)^2-4<0$; $(1-k)^2<4$; $-2<1-k<2$, $-3<-k<1$; $-1<k<3$, но по условию $k>0$. Следовательно, $0<k<3$.

Ответ: $0<k<3$.

5.28(2) $\begin{cases} y = kx - 7 \\ y = x^2 + 2x - 3 \end{cases}$

1) $kx-7 = x^2+2x-3$; $x^2+2x-kx+4 = 0$; $x^2+x(2-k)+4 = 0$ (I)

2) Уравнение (I) имеет 2 решения, если $D>0$; $(2-k)^2-16>0$; $(2-k)^2>16$; $2-k<-4$; $-k<-6$; $k>6$; $2-k>4$; $-k>2$; $k<-2$.

3) По условию $k>0$, следовательно, $k>6$.

Ответ: $k>6$.

5.29(1) 1) $y = 6x+b$ (уравнение касательной к параболе).

2) $\begin{cases} y = 6x + b \\ y = x^2 \end{cases}$

3) $6x+b = x^2$; $x^2-6x-b = 0$ (I). Уравнение (I) имеет единственное решение, если $D = 36+4b = 0$; $b = -9$. Уравнение касательной: $y = 6x-9$

3) $\begin{cases} y = 6x - 9 \\ y = x^2 \end{cases}$. а) $x^2 = 6x-9$; $x^2-6x+9 = 0$ $(x-3)^2 = 0$

4) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \end{cases}$

Ответ: (3; 9).

5.29(2) 1) $y = -4x+b$ (уравнение касательной).

2) $\begin{cases} y = -4x + b \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$; а) $x^2+1 = -4x+b$; $x^2+4x+1-b = 0$ (I).

Уравнение (I) имеет единственное решение, если $D = 0$.
$16-4+4b = 0$; $b = -3$; $y = -4x-3$ (уравнение касательной)

3) $\begin{cases} y = -4x - 3 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$; а) $x^2+1 = -4x-3$; $x^2+4x+4 = 0$; $(x+2)^2 = 0$; $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$

Ответ: (–2; 5).

5.30(1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ x + y = c \end{cases}$ $\begin{cases} x = c - y \\ (c - y)^2 + y^2 = 8 \end{cases}$

1) $c^2-2cy+2y^2-8 = 0$; $2y^2-2cy+c^2-8 = 0$ (I)

Уравнение (I) имеет 2 различных корня, если $D = 4c^2-8(c^2-8)>0$; $c^2-2(c^2-8)>0$; $c^2-2c^2+16>0$; $c^2<16$; $-4<c<4$.

Ответ: $-4<c<4$.

5.30(2) $\begin{cases} x^2+y^2=18 \\ x-y=c \end{cases}$ $\begin{cases} x=c+y \\ (c+y)^2+y^2=18 \end{cases}$

1) $c^2+2cy+2y^2-18=0$; $2y^2+2cy+c^2-18=0$ (I)

2) Уравнение (I) не имеет решений, если $D = 4c^2-8(c^2-18)<0$; $c^2-2(c^2-18)<0$; $-c^2<-36$; $c^2>36$; $c<-6$; $c>6$.

Ответ: $c<-6$; $c>6$.

5.31(1) Парабола проходит через точки $K(0;\ 1)$; $L(1;\ 2)$; $M(-1;\ 6)$. $y = ax^2+bx+c$; $c = 1$, т.к. точка K принадлежит параболе, $a+b+1 = 2$, т.к. точка L принадлежит параболе, $a-b+1 = 6$, т.к. точка M принадлежит параболе. Имеем: $\begin{cases} a+b=1 \\ a-b=5 \end{cases}$; $a=3$; $b=-2$.

$y=3x^2-2x+1$; $x_0=-\dfrac{b}{2a}$; $x_0=\dfrac{1}{3}$; $y_0=f(x_0)$; $y_0=\dfrac{2}{3}$

Ответ: $\left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$.

5.31(2) Парабола проходит через точки $(0;\ -3)$; $(2;\ -7)$; $(-2;\ -15)$.

$b=-3$; $\begin{cases} 4a+2b-3=-7, \\ 4a-2b-3=-15; \end{cases}$ $\begin{cases} 4a+2b=-4, \\ 4a-2b=-12; \end{cases}$ $a=-2$; $b=2$

$y=-2x^2+2x-3$ – уравнение параболы. $\begin{cases} x_0=-\dfrac{b}{2a} \\ y_0=f(x_0) \end{cases}$ $\begin{cases} x_0=\dfrac{1}{2} \\ y_0=-2\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Ответ: $\left(\dfrac{1}{2}; -2\dfrac{1}{2}\right)$.

5.32(1) $y = a(x-x_0)^2+y_0$; $a > 0$. $y = a(x+1)^2-8 = ax^2 + 2ax + a - 8$; $y=0$; $x^2+2x+\dfrac{a-8}{a}=0$. $x_{1,2}=-1\pm\sqrt{1-\dfrac{a-8}{a}}=-1\pm\sqrt{\dfrac{8}{a}}$.

Подставляя в это выражение различные $a > 0$, будем получать различные пары координат точек пересечения параболы вида $y = a(x+1)^2-8$ с осью OX Для однозначного ответа в условии задачи недостаточно данных. В сборнике приведена парабола $y=2(x+1)^2-8$; $a=2$, $x_1= -3$; $x_2=1$ (см. ответ в сборнике).

5.32(2) $y = a(x-3)^2+4$; $a < 0$.

$$(x-3)^2 + \frac{4}{a} = 0; \qquad x^2 - 6x + 9 + \frac{4}{a} = 0; \qquad x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 - 9 - \frac{4}{a}},$$

$x_{1,2} = 3 \pm \frac{2}{\sqrt{-a}}$ ($a < 0$ по условию). Подставляя в это выражение различные $a < 0$, будем получать различные пары координат точек пересечения параболы вида $y = a(x-3)^2+4$ с осью OX. Для однозначного ответа в условии задачи не достаточно данных. В сборнике приведена парабола $y = -(x-3)^2+4$; $a = -1$; $x_1 = 1$; $x_2 = 5$ (см. ответ в сборнике).

Ответ: (1; 0); (5; 0).

5.33(1) $y = -x^2+(n-1)x+n$; $y < 1$, если координата вершины $y_0 < 1$ (ветви параболы направлены вниз); $x_0 = \frac{1-n}{-2} = \frac{n-1}{2}$;

$$y_0 = -\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 + (n-1)\frac{n-1}{2} + n =$$

$$= \frac{-n^2 + 2n - 1 + 2n^2 - 4n + 2 + 4n}{4} = \frac{n^2 + 2n + 1}{4} = \frac{(n+1)^2}{4} < 1.$$

$(n+1)^2 < 4$; $-2 < n+1 < 2$; $-3 < n < 1$.

Ответ: $-3<n<1$.

5.33(2) $x^2+(m+1)x+m>-4$; $x^2+(m+1)x+m+4>0$;
$D<0$; $(m+1)^2-4m-16<0$; $m^2-2m-15<0$; $m_1 = 5$; $m_2 = -3$. $-3<m<5$
Ответ: $-3<m<5$.

5.34(1) 1) График функции $y = x^2-2px-1$ – парабола; ветви вверх. $D = 4p^2+4>0$ при любых значениях p. Следовательно, парабола пересекает ось OX в 2-х точках; вершина параболы находится ниже оси OX.

2) График функции $y = -x^2+4px+p$ парабола; ветви которой направлены вниз. Координаты вершины параболы:

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} \\ y_0 = f(x_0) \end{cases} \quad \begin{cases} x_0 = 2p \\ y_0 = -4p^2 + 8p^2 + p \end{cases} \quad \begin{cases} y_0 = 4p^2 + p, \\ x_0 = 2p; \end{cases} \text{ по условию}$$

$y_0 = 4p^2 + p > 0$ (вершина 1-й параболы ниже оси OX; $p(4p + 1) > 0$

$p < -\frac{1}{4}$; $p > 0$.

Ответ: $p < -\frac{1}{4}$; $p>0$.

5.34(2) 1) $y = x^2 - 4mx - 2$.

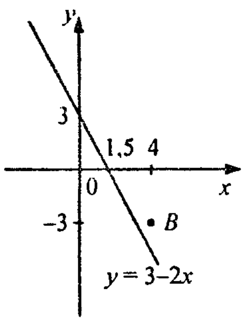
График функции – парабола, ветви вверх. $D = 16m^2 + 8 > 0$ при любых значениях m. Следовательно, парабола пересекает ось OX в 2-х точках; вершина параболы ниже оси OX.

2) График функции $y = -x^2 - 6mx + m$ парабола, ветви вниз;

$x_0 = -\dfrac{b}{2a}$; $x_0 = \dfrac{6m}{-2} = -3m$; $y_0 = f(x_0) = f(-3m)$; $y_0 = -9m^2 + 18m^2 + m =$ $= 9m^2 + m$. Условие задачи выполняется, если $9m^2 + m < 0$;

$m(9m + 1) < 0$; $m_1 = 0$; $m_2 = -\dfrac{1}{9}$.

Ответ: $-\dfrac{1}{9} < m < 0$.

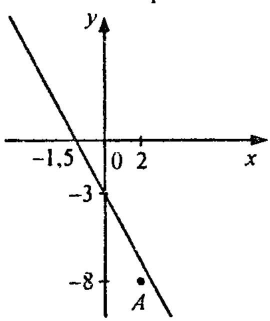


5.35(1) Точки $A(4, a)$ и $B(4; -3)$ расположены в разных полуплоскостях относительно прямой $y = 3 - 2x$

x	0	4
y	3	-5

Точка (4; -5) расположена на прямой $y = 3 - 2x$, следовательно B (4; -3) расположена выше прямой $y = 3 - 2x$, поэтому A (4; a) должна быть расположена ниже прямой и, следовательно, $a < -5$.

Ответ: при $a < -5$.



5.35(2) Точки $A(2; -8)$ и $B(2; a)$ расположены в разных полуплоскостях относительно прямой $y = -2x - 3$.

x	0	2
y	–3	- 7

Точка (2; –7) лежит на прямой $y = -2x - 3$; точка A (2; –8) расположена ниже прямой $y = -2x - 3$; условие задачи выполнено, если $a > -7$.

Ответ: при $a > -7$.

5.36(1) $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = a - 5x \end{cases}$

1) $2x + 1 = a - 5x$; $7x = a - 1$; $x = \dfrac{a-1}{7}$;

$x > 0$; $a - 1 > 0$; $a > 1$.

2) $y=a-\dfrac{5(a-1)}{7}$; $y=\dfrac{2a+5}{7}$; $y>0$; $2a+5>0$; $a>-2{,}5$.

3) $\begin{cases} a>1 \\ a>-2{,}5 \end{cases}$

Ответ: $a>1$.

5.36(2) $\begin{cases} y=2-3x \\ y=a+2x \end{cases}$

1) $2-3x=a+2x$; $5x=2-a$; $x=\dfrac{2-a}{5}$; $x<0$; $2-a<0$; $a>2$.

2) $y=a+\dfrac{2(2-a)}{5}$; $y=\dfrac{3a+4}{5}$; $y>0$; $3a+4>0$; $a>-\dfrac{4}{3}$

3) $\begin{cases} a>2 \\ a>-\dfrac{4}{3} \end{cases}$

Ответ: $a>2$.

5.37(1) $A(-3;\ 15)$; $B(9;\ -5)$; $C(24;\ m)$. $\begin{cases} -3k+b=15 \\ 9k+b=-5 \end{cases}\Bigg|\ 3$

$\begin{cases} -9k+3b=45 \\ 9k+b=-5 \end{cases}$ $\begin{cases} b=10 \\ k=-\dfrac{5}{3} \end{cases}$. Уравнение прямой AB: $y=-\dfrac{5}{3}x+10$.

Точка C принадлежит прямой AB. $m=-\dfrac{5}{3}\cdot 24+10=-30$

Ответ: $m=-30$.

5.37(2) $A(a;\ -36)$; $B(12;\ -4)$; $C(-3;\ -14)$

1) $y=kx+b$

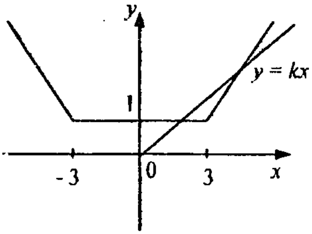
$\begin{cases} 12k+b=-4 \\ -3k+b=-14 \end{cases}\Bigg|\ 4$ $\begin{cases} 12k+b=-4 \\ -12k+4b=-56 \end{cases}$

Уравнение прямой BC: $\begin{cases} b=-12, \\ k=\dfrac{2}{3}; \end{cases}$ $y=\dfrac{2}{3}x-12$.

Точка A принадлежит прямой BC.

$\dfrac{2}{3}a-12=-36$; $\dfrac{2}{3}a=-24$; $a=-36$

Ответ: $a=-36$.



5.38(1) $y = \begin{cases} 1, \text{ если } |x| < 3 \\ -2x-5, \text{ если } x \le -3 \\ 2x-5, \text{ если } x \ge 3 \end{cases}$

1) $y = -2x-5$, $x \le -3$

x	-4	-5
y	3	5

2) $y = 2x-5$, $x \ge 3$

x	4	5
y	3	5

$y > 0$; $k > 0$; $y = kx$; $kx > 0$, $x > 0$; пересечение в 1-й четверти.

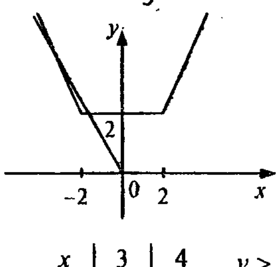
1) $0 < x < 3$ тогда $\begin{cases} y = 1 \\ y = kx \end{cases}$; $kx = 1$; $k = \frac{1}{x}$; $k > \frac{1}{3}$.

2) $x \ge 3$ тогда $\begin{cases} y = kx, \\ y = 2x-5; \end{cases}$ $kx = 2x-5$; $kx-2x = -5$; $x(k-2) = -5$ (I);

$x = -\frac{5}{k-2}$, $x = \frac{5}{2-k} \ge 3$; $2-k>0$, т.к. $x > 0$, следовательно,

$0 < 2-k \le \frac{5}{3}$; $\frac{1}{3} < k < 2$. (При $\frac{5}{2-k} = 3$, $2-k = \frac{5}{3}$ получим $k = \frac{1}{3}$ и только одну точку пересечения (3; 1).

Ответ: $\frac{1}{3} < k < 2$.



5.38(2) $y = \begin{cases} 2, \text{ если } |x| \le 2 \\ -3x-4, \text{ если } x < -2 \\ 3x-4, \text{ если } x > 2 \end{cases}$

$y = -3x-4$

x	-3	-4
y	5	8

$y = 3x-4$

x	3	4
y	5	8

$y > 0$; $k < 0$; $kx > 0$; $x < 0$; пересечение во 2-й четверти.

1) $-2 \le x < 0$; тогда $\begin{cases} y = 2 \\ y = kx \end{cases}$; $kx = 2$; $k = \frac{2}{x}$; $k \le -1$.

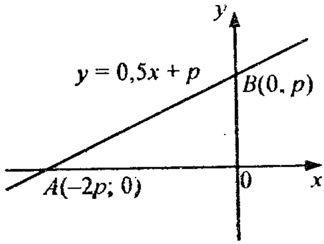
2) $x < -2$, тогда

$\begin{cases} y = kx, \\ y = -3x-4; \end{cases}$ $kx = -3x-4$; $x(k+3) = -4$; $x = -\frac{4}{k+3}$; $\frac{-4}{k+3} < 0$; $k+3>0$;

$k>-3$. (Заметим, что при $k = -1$ будет только одна точка пересечения (-2; 2)). **Ответ:** $-3<k<-1$.

5.39(1) $y = 0{,}5x+p$

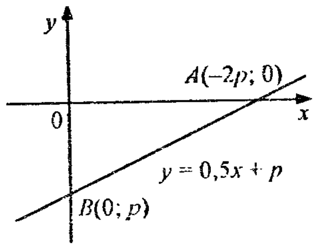
x	0	-2p
y	p	0



а) $p > 0$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{|AO| \cdot OB}{2} = \frac{2p \cdot p}{2} = p^2;$$

$p^2 = 81;\quad p = 9.\quad (p > 0).$



б) $p < 0$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{AO \cdot |OB|}{2} =$$

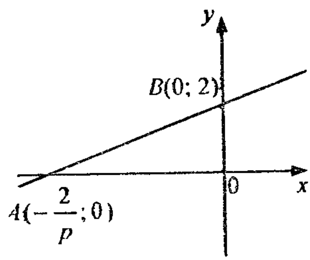
$$= \frac{-2p(-p)}{2} = +p^2 = 81;\quad p = -9.$$

$(p < 0)$.

Ответ: при $p = \pm 9$.

5.39(2) $y = px+2$

x	0	$-\dfrac{2}{p}$
y	2	0

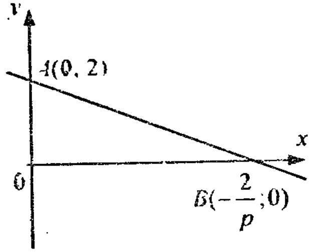


а) $p > 0$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{\left|-\frac{2}{p}\right| \cdot 2}{2} = \frac{\frac{2}{p} \cdot 2}{2} =$$

$$= \frac{2}{p} = 16;\quad p = \frac{1}{8}.$$

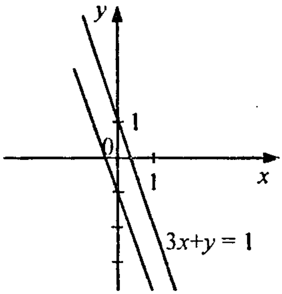
б) $p < 0$



$$S_{\triangle AOB} = \frac{-\frac{2}{p} \cdot 2}{2} = -\frac{2}{p} = 16;$$

$$-p = \frac{1}{8};\quad p = -\frac{1}{8}.$$

Ответ: при $p = \pm\dfrac{1}{8}$.



5.40(1) $9x^2+6xy+y^2 = 1$; $(3x+y)^2 = 1$;
$3x+y = 1$; $3x+y = -1$.

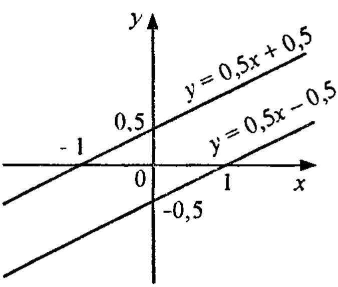
1) $3x+y = 1$; $y = 1-3x$

x	0	1
y	1	-2

2) $3x+y = -1$; $y = -1-3x$

x	0	1
y	-1	-4

Ответ: Графиком уравнения являются две параллельные прямые: $y = 1-3x$ и $y = -1-3x$.



5.40(2) $x^2-4xy+4y^2 = 1$; $(x-2y)^2 = 1$;
$x-2y = 1$; $x-2y = -1$.

1) $x-2y = 1$; $y = \dfrac{x-1}{2}$;

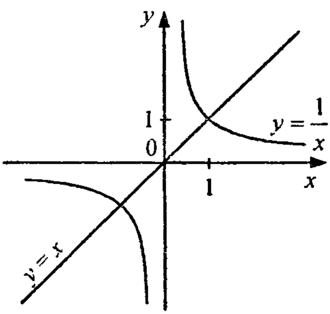
$y = 0,5x-0,5$.

2) $x-2y = -1$; $y = \dfrac{x+1}{2}$;

$y = 0,5x+0,5$.

Ответ: Графиком уравнения являются две параллельные прямые: $y = 0,5x-0,5$ и $y = 0,5x+0,5$.

5.41(1) $(y-x)(xy-1) = 0$;



1) $y-x = 0$; $y = x$; график – прямая.

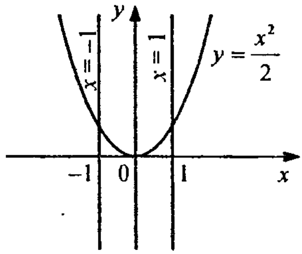
2) $xy-1 = 0$; $y = \dfrac{1}{x}$ $(x \neq 0)$;

график – гипербола.

x	1	2	$\frac{1}{2}$
y	1	$\frac{1}{2}$	2

Ответ: График – объединение гиперболы $y = \dfrac{1}{x}$ и прямой $y = x$.

5.41(2) $(x^2-2y)(x^2-1)=0$



1) $x^2-2y=0$; $y=\dfrac{x^2}{2}$

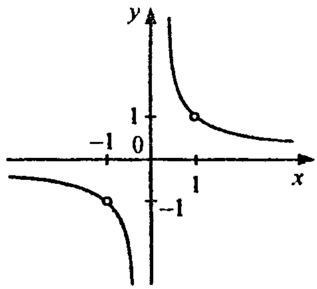
x	0	1	2	3
y	0	$\frac{1}{2}$	2	4,5

График – парабола, ветви которой симметричны относительно прямой OY.

2) $x=1$; $x=-1$. График – две прямые, параллельные OY.

Ответ: График – объединение параболы $y=\dfrac{1}{2}x^2$ и двух вертикальных прямых $x=-1$ и $x=1$.

5.42(1) $\dfrac{xy-1}{y-x}=0$; $\begin{cases} xy-1=0 \\ y-x\neq 0 \end{cases}$;



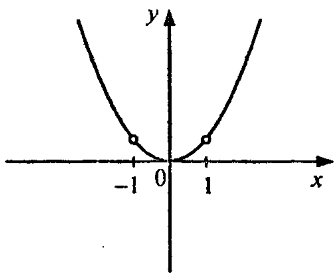
$\begin{cases} y=\dfrac{1}{x} \\ y\neq x \end{cases}$; $y=\dfrac{1}{x}$

График – гипербола.

x	$\frac{1}{2}$	1	2
y	2	1	$\frac{1}{2}$

Ответ: Гипербола $y=\dfrac{1}{x}$ без точек (1; 1) и (–1; –1).

5.42(2) $\dfrac{x^2-2y}{x^2-1}=0$; $\begin{cases} x^2-2y=0 \\ x^2-1\neq 0 \end{cases}$;

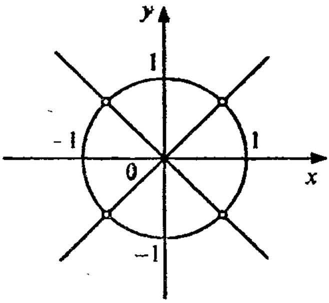


$\begin{cases} y=\dfrac{x^2}{2} \\ x\neq\pm 1 \end{cases}$; $y=\dfrac{x^2}{2}$

График – парабола, ветви вверх.

x	0	2	3
y	0	2	4,5

Ответ: Парабола $y=\dfrac{1}{2}x^2$ без точек $\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$ и $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.



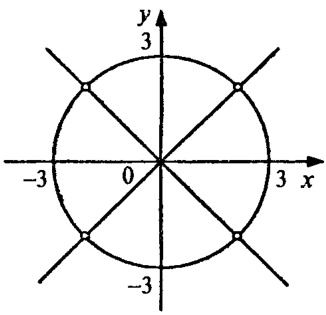
5.43(1) $\dfrac{x^2+y^2-1}{x^2-y^2}=0$;

$$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ (x-y)(x+y)\neq 0 \end{cases}$$

1) График уравнения $x^2+y^2=1$ – окружность с центром в начале координат и радиусом 1.

2) $(x-y)(x+y)\neq 0$; означает, что $y\neq\pm x$, т.е. нужно исключить точки, принадлежащие прямым $y=x$ и $y=-x$ из решения уравнения $x^2+y^2=1$.

Ответ: окружность $x^2+y^2=1$ без 4-х точек, принадлежащих прямым: $y=x$ и $y=-x$.

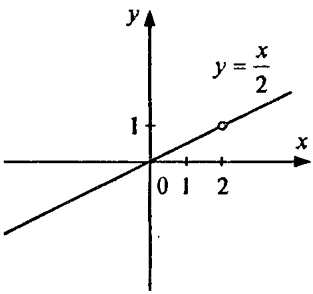


5.43(2) $\dfrac{x^2+y^2-9}{x^2-y^2}=0$;

$$\begin{cases} x^2+y^2=9; \quad \text{(I)} \\ (x-y)(x+y)\neq 0; \end{cases}$$

График уравнения (I) – окружность с центром в начале координат и радиусом 3.

Ответ: окружность $x^2+y^2=9$ без 4-х точек, принадлежащих прямым: $y=x$; $y=-x$.



5.44(1) $\dfrac{2y-x}{(x-2)^2+(y-1)^2}=0$;

$$\begin{cases} 2y-x=0 \\ (x-2)^2+(y-1)^2\neq 0 \end{cases}$$

1) $y=\dfrac{x}{2}$

x	0	2
y	0	1

2) $(x-2)^2+(y-1)^2\neq 0$; $\begin{cases} x-2\neq 0 \\ y-1\neq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x\neq 2 \\ y\neq 1 \end{cases}$;

Ответ: Прямая $y=\dfrac{1}{2}x$ без точки (2; 1).

5.44(2) $\dfrac{y-x^2}{(x+2)^2+(y-4)^2}=0$,

$\begin{cases} y=x^2 \\ x\neq -2;\ y\neq 4 \end{cases}$; $y=x^2$

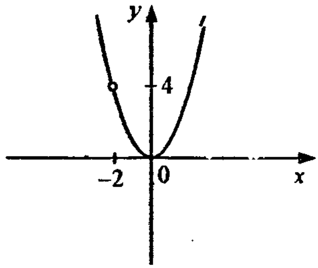


График – парабола.

x	-1	0	1	2	–2
y	1	0	1	4	4

Ответ: Парабола $y=x^2$ без точки (–2; 4).

6. Арифметическая и геометрическая прогрессии

6.1(1) (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_5=8{,}4$; $a_{10}=14{,}4$

$\begin{cases} a_1+4d=8{,}4 \\ a_1+9d=14{,}4; \end{cases}$ $5d=6$

$a_{15}=a_1+14d$; или $a_{15}=a_{10}+5d=14{,}4+6=20{,}4$

Ответ: 20,4.

6.1(2) (a_n) – арифметическая прогрессия. $a_4=4{,}5$; $a_{12}=-12$

$\begin{cases} a_1+3d=4{,}5 \\ a_1+11d=-12 \end{cases}$, $8d=-16{,}5$; $a_{20}=a_{12}+8d=-12-16{,}5=-28{,}5$.

Ответ: $a_{20}=-28{,}5$.

6.2(1) $\begin{cases} a_1+7d=-3{,}8 \\ a_1+11d=-11 \end{cases}$; $\begin{cases} 4d=-7{,}2 \\ a_1=-3{,}8-7d \end{cases}$;

$\begin{cases} d=-1{,}8 \\ a_1=-3{,}8+12{,}6 \end{cases}$; $\begin{cases} d=-1{,}8 \\ a_1=8{,}8 \end{cases}$

$a_n=a_1+d(n-1)$; $8{,}8-1{,}8(n-1)=-30{,}8$; $1{,}8(n-1)=8{,}8+30{,}8=39{,}6$; $n-1=22$; $n=23$

Ответ: является.

6.2(2) $\begin{cases} a_1+5d=10{,}4 \\ a_1+15d=5{,}8 \end{cases}$; $\begin{cases} -10d=4{,}6 \\ a_1=10{,}4-5d \end{cases}$; $\begin{cases} d=-0{,}46 \\ a_1=10{,}4+2{,}3 \end{cases}$;

$\begin{cases} d=-0{,}46 \\ a_1=12{,}7 \end{cases}$; $a_n=12{,}7-0{,}46(n-1)=6{,}2$; $6{,}5=0{,}46(n-1)$;

$a_n=a_1+d(n-1)$; $\dfrac{13}{2}=\dfrac{23}{50}(n-1)$; $n-1=\dfrac{13\cdot 50}{2\cdot 23}=\dfrac{325}{23}$, $n=14\dfrac{3}{23}+1\notin N$

Ответ: не является.

6.3(1) $a_1 = 6$; $d = 4$; $a_n > 260$; $a_n = a_1 + d(n-1)$;

$6+4(n-1)>260$; $4(n-1)>254$; $n-1>\frac{254}{4}$; $n>1+63,5$; $n>64,5$

Ответ: с 65 номера.

6.3(2) $a_1 = 380$; $d = -6$; $a_n<100$; $a_1+d(n-1)<100$; $380-6(n-1)<100$;
$-6(n-1)<-280$; $n-1>\frac{280}{6}$; $n>1+46\frac{2}{3}$; $n>47\frac{2}{3}$

Ответ: начиная с номера 48.

6.4(1) $a_2-a_1 = d$; $d = 91,8-96,4 = -4,6$; $a_1 = 96,4$; $d = -4,6$; $a_n>0$;
$a_n = a_1+d(n-1)$; $96,4-4,6(n-1)>0$; $96,4>4,6(n-1)$;

$n-1<\frac{964}{46}$; $n<1+20\frac{22}{23}$; $n<21\frac{22}{23}$

Ответ: $n = 21$.

6.4(2) $d = -35,8+38,5 = 2,7$; $a_1 = -38,5$; $a_n<0$; $-38,5+2,7(n-1)<0$;

$n-1<\frac{385}{27}$; $n<1+14\frac{7}{27}$; $n<15\frac{7}{27}$

Ответ: $n = 15$ (в книге $n = 35$).

6.5(1) $a_1 = 6$; $a_6 = 17$; $\begin{cases} a_1 = 6 \\ a_1 + 5d = 17 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1 = 6 \\ d = 2,2 \end{cases}$

$a_2 = 8,2$; $a_3 = 10,4$; $a_4 = 10,4+2,2 = 12,6$; $a_5 = 14,8$

Ответ: 6; 8,2; 10,4; 12,6; 14,8; 17.

6.5(2) $a_1 = 12$; $a_5 = 26$; $\begin{cases} a_1 + 4d = 26 \\ a_1 = 12 \end{cases}$; $\begin{cases} 4d = 14 \\ a_1 = 12 \end{cases}$; $\begin{cases} a_1 = 12 \\ d = 3,5 \end{cases}$.

Ответ: 12; 15,5; 19; 22,5; 26.

6.6(1) $a_1 = 60$; $a_n = 110$; $d = 1$. 1) $a_n = a_1+d(n-1)$; $60+n-1=110$; $n = 51$

2) $S_{51} = \frac{(60+110)51}{2} = 85\cdot 51 = 4335$

Ответ: 4335.

6.6(2) $a_1 = 50$; $a_n = 120$; $d = 1$.

1) $a_n = a_1+d(n-1)$; $120 = 50 + n - 1$; $n = 120-50+1$; $n = 71$

2) $S_{71} = \frac{(50+120)71}{2} = 85\cdot 71 = 6035$

Ответ: 6035.

6.7(1) $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2}n$; $a_1 = 1$; $d = 1$; $\frac{2+n-1}{2}\cdot n = 120$;

$(n+1)n-240=0$; $n^2+n-240=0$; $n=\dfrac{-1\pm\sqrt{961}}{2}=\dfrac{-1\pm 31}{2}$

$n_1=-16$; $n_2=15$; n – натуральное число.

Ответ: 15.

6.7(2) $S_n=\dfrac{2a_1+d(n-1)}{2}n$;

$a_1=1$; $d=1$; $\dfrac{2+n-1}{2}\cdot n=105$; $(n+1)n=210$; $n^2+n-210=0$,

$n=\dfrac{-1\pm\sqrt{841}}{2}=\dfrac{-1\pm 29}{2}$; $n_1=-15$; $n_2=14$; n – натуральное число

Ответ: 14.

6.8(1) $\begin{cases} b_1q^{11}=3^{15} \text{ (1)} \\ b_1q^{13}=3^{17} \text{ (2)} \end{cases}$ разделим почленно (2):(1):

1) $q^2=3^2$; $q^2=9$; $q_1=3$; $q_2=-3$;

2) $b_1=\dfrac{3^{15}}{q^{11}}$; $\begin{cases} b_1=\dfrac{3^{15}}{3^{11}}, \\ q=3; \end{cases}$ $b_1=3^4=81$; $\begin{cases} b_1=\dfrac{3^{15}}{(-3)^{11}} \\ q=-3 \end{cases}$; $b_1=-3^4$; $b_1=-81$

Ответ: $b_1=3^4$ или $b_1=-3^4$.

6.8(2) $b_8=2^{-12}$; $b_{10}=2^{-14}$; $\begin{cases} b_1q^7=2^{-12} \\ b_1q^9=2^{-14} \end{cases}$; $\begin{cases} \dfrac{b_1q^7}{b_1q^9}=\dfrac{2^{-12}}{2^{-14}}=2^2 \\ b_1q^7=2^{-12} \end{cases}$ $:\dfrac{1}{q^2}=2^2$,

$q^2=\dfrac{1}{4}$; $q=-\dfrac{1}{2}$ или $q=\dfrac{1}{2}$;

2) $\begin{cases} b_1=2^{-12}:\left(-\dfrac{1}{2}\right)^7 \\ q=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$ $b_1=2^{-12}:\left(-2^{-7}\right)=-2^{-5}$ или

3) $\begin{cases} b_1=2^{-12}:\left(\dfrac{1}{2}\right)^7 \\ q=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ $b_1=2^{-12}:2^{-7}=2^{-5}$

Ответ: $b_1=2^{-5}$ или $b_1=-2^{-5}$.

6.9(1) (b_n) – геометрическая прогрессия; $b_4 = \frac{1}{24}$; $q = \frac{1}{2}$

1) $\begin{cases} b_1 q^3 = \frac{1}{24}, \\ q = \frac{1}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{24}, \\ q = \frac{1}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = \frac{1}{3}, \\ q = \frac{1}{2}; \end{cases}$ $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1-q}$;

$$S_6 = \frac{\frac{1}{3}(1-(\frac{1}{2})^6)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{3}(1-\frac{1}{64})}{\frac{1}{2}} = \frac{63 \cdot 2}{3 \cdot 64} = \frac{63}{3 \cdot 32} = \frac{63}{96} = \frac{21}{32}$$

Ответ: $\frac{21}{32}$.

6.9(2) $b_1 q^4 = \frac{3}{4}$, $q = -2$; $b_1 = \frac{3}{4} : (-2)^4 = \frac{3}{64}$.

$$S_6 = \frac{\frac{3}{64} \cdot ((-2)^6 - 1)}{-3} = \frac{3 \cdot 63}{64(-3)} = -\frac{63}{64}.$$

Ответ: $-\frac{63}{64}$.

6.10(1) (b_n) – геометрическая прогрессия; $S_4 = 40$; $q = 3$.

$$S_4 = \frac{b_1(q^4 - 1)}{q-1} = \frac{b_1 \cdot 80}{2} = 40b_1 = 40;\quad b_1 = 1;$$

$$S_8 = \frac{1 \cdot (3^8 - 1)}{2} = \frac{1 \cdot (3^4 + 1)(3^4 - 1)}{2} = \frac{82 \cdot 80}{2} = 82 \cdot 40 = 3280\ .\ S_8 = 3280$$

Ответ: 3280.

6.10(2) (b_n) – геометрическая прогрессия; $S_3 = 39$; $q = -4$.

$$S_3 = \frac{b_1(q^3 - 1)}{q-1} = \frac{b_1((-4)^3 - 1)}{-5} = b_1 \cdot 13 = 39; b_1 = 3.\ S_4 = \frac{3 \cdot (4^4 - 1)}{-5} =$$

$= 3 \cdot (2^8 - 1) : (-5) = -153$.

Ответ: -153.

6.11(1) $\begin{cases} a_1 + 4d = -150, \\ a_1 + 5d = -147; \end{cases}$ $d = 3$; $a_1 = -162$; $a_n > 0$; $-162 + 3(n-1) > 0$;

$-54 + n - 1 > 0$; $n - 55 > 0$; $n > 55$.

Ответ: $n = 56$.

6.11(2) $\begin{cases} a_1+5d=160, \\ a_1+6d=156; \end{cases}$ $a_1=180$; $d=-4$; $a_n<0$; $a_n=a_1+d(n-1)$;

$180-4(n-1)<0$; $45-(n-1)<0$; $45-n+1<0$; $-n<-46$; $n>46$.

Ответ: $n=47$.

6.12(1) (a_n) – арифметическая прогрессия. $d=21{,}4-22{,}7=-1{,}3$, $a_1=22{,}7$; $a_n=a_1+d(n-1)$. $a_n=22{,}7-1{,}3(n-1)>0$; $a_{n+1}=22{,}7-1{,}3n<0$,

$$\begin{cases} 1{,}3(n-1)<22{,}7, \\ 1{,}3n>22{,}7; \end{cases} \quad \begin{cases} n-1<\dfrac{227}{13}=17\dfrac{6}{13}, \\ n>17\dfrac{6}{13}; \end{cases} \quad \begin{cases} n<18\dfrac{6}{13}, \\ n>17\dfrac{6}{13}. \end{cases}$$

n – натуральное; $n=18$. $a_{18}=22{,}7+(-1{,}3)\cdot 17=0{,}6$.

$a_{19}=22{,}7+(-1{,}3)\cdot 18=0{,}6-1{,}3=-0{,}7$. К нулю ближе a_{18}.

Ответ: $a_{18}=0{,}6$.

6.12(2) (a_n) – арифметическая прогрессия; $a_1=-15{,}1$. $d=$ $=-14{,}4+15{,}1=0{,}7$; $a_n=-15{,}1+0{,}7(n-1)<0$; $a_{n+1}=-15{,}1+0{,}7n>0$

$$\begin{cases} 0{,}7(n-1)<15{,}1 \\ 0{,}7n>15{,}1 \end{cases} \quad \begin{cases} n-1<21\dfrac{4}{7}, \\ n>21\dfrac{4}{7}; \end{cases} \quad \begin{cases} n<22\dfrac{4}{7} \\ n>21\dfrac{4}{7} \end{cases}; \ n=22;$$

$a_{22}=-15{,}1+0{,}7\cdot 21=-0{,}4$; $a_{23}=-15{,}1+0{,}7\cdot 22=0{,}3$. К нулю ближе a_{23}

Ответ: $a_{23}=0{,}3$.

6.13(1) $d=-6{,}3+7{,}1=0{,}8$; $a_1=-7{,}1$

$a_n=-7{,}1+0{,}8(n-1)$; $a_n<0$; $0{,}8(n-1)<7{,}1$; $n<\dfrac{71}{8}+1$; $n<9\dfrac{7}{8}$; $n=9$

$$S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}n;\ S_9=\frac{-14{,}2+0{,}8\cdot 8}{2}\cdot 9=(-7{,}1+3{,}2)\cdot 9=-35{,}1$$

Ответ: $-35{,}1$.

6.13(2) $d=5{,}8-6{,}3=-0{,}5$; $a_1=6{,}3$; $a_n>0$

$6{,}3-0{,}5(n-1)>0$; $-0{,}5(n-1)>-6{,}3$; $n<\dfrac{63}{5}+1$; $n<13{,}6$; $n=13$;

$$S_{13}=\frac{12{,}6-0{,}5\cdot 12}{2}\cdot 13=(6{,}3-3)\cdot 13=42{,}9$$

Ответ: 42,9.

6.14(1) $a_6=14$; $a_{10}=20$; $a_{16}=28$;

1) $\begin{cases} a_1+5d=14 \\ a_1+9d=20 \end{cases}$; $\begin{cases} d=1{,}5 \\ a_1=6{,}5 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} a_1+9d=20 \\ a_1+15d=28 \end{cases}$; $d=\dfrac{4}{3}$.

Ответ: не существует.

6.14(2) $a_8 = 50$; $a_{12} = 44$; $a_{20} = 32$

1) $\begin{cases} a_1 + 11d = 44 \\ a_1 + 7d = 50 \end{cases}$ $\begin{cases} d = -1{,}5; \\ a_1 = 60{,}5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} a_1 + 19d = 32, \\ a_1 + 11d = 44; \end{cases}$ $8d = -12;$ $\begin{matrix} d = -1{,}5 \\ a_1 = 60{,}5 \end{matrix}$

Ответ: существует.

6.15(1) 1) $a_5+a_9 = 40$; $a_1+4d+a_1+8d = 40$; $2a_1+12d = 40$; $a_1+6d = 20$; $a_7 = 20$.

2) $a_3+a_{11} = a_1+2d+a_1+10d = 2a_1+12d = 2(a_1+6d) = 2a_7 = 40$

3) $a_3+a_{11}+a_7 = 60$

Ответ: 60.

6.15(2) (a_n) – арифметическая прогрессия

1) $a_4+a_6 = 38$; $a_1+3d+a_1+5d = 38$; $2a_1+8d = 38$; $a_1+4d = 19$; $a_5 = 19$.

2) $a_2+a_5+a_8 = 19+a_1+d+a_1+7d = 19+2a_1+8d = 19+2(a_1+4d) =$
$= 19+2a_5 = 57$

Ответ: 57.

6.16(1) $a_1 = 1$; $d = 2$; $S_n = \dfrac{(2+2(n-1))n}{2} < 300$; $n^2 < 300$; $n = 17$.

Ответ: 17 чисел.

6.16(2) $a_1 = 1$; $d = 2$; $S_n = \dfrac{(2+2(n-1))n}{2} > 500$; $n^2 > 500$; $n = 23$.

Ответ: 23 числа.

6.17(1) $d = 3$; $a_1 = 3$; $a_n = 150$; $a_n = a_1+d(n-1)$; $3+3(n-1) = 150$; $1+n-1 = 50$; $n = 50$.

$S_n = \dfrac{a_1+a_n}{2}n$; $S_{50} = \dfrac{3+150}{2}\cdot 50 = 153\cdot 25 = 3825$.

Ответ: 3825.

6.17(2) $d = 5$; $a_1 = 5$; $a_n = 300$; $a_n = a_1+d(n-1)$; $5+5(n-1) = 300$, $1+n-1 = 60$; $n = 60$. $S_{60} = \dfrac{5+300}{2}\cdot 60 = 305\cdot 30 = 9150$.

Ответ: 9150.

6.18(1) Найдем сумму всех натуральных чисел от 1 до 200:

$S_{200} = \dfrac{1+200}{2}\cdot 200 = 20100$

Найдем сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые делятся на 6: $a_1 = 6$; $d = 6$; $a_n = 6 + 6(n-1) = 198$; $1 + n - 1 = 33$; $n = 33$. $S_{33} = \dfrac{6+198}{2}\cdot 33 = 3366$; $S_{200}-S_{33} = 20100-3366 = 16734$

Ответ: 16734.

6.18(2) Найдем сумму всех натуральных чисел от 1 до 250

$S_{250}=\dfrac{1+250}{2}\cdot 250=31375$. Найдем сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 250, которые делятся на 7.

$a_1=7$; $a_n=245$; $n=35$; $S_{35}=\dfrac{7+245}{2}\cdot 35=4410$;

$S_{250}-S_{35}=31375-4410=26965$

Ответ: 26965.

6.19(1) $a_n=3n+5$; $a_{30}=3\quad 30+5=95$; $a_{40}=3\cdot 40+5=125$ количество членов с 30-го по 40-й одиннадцать.

$S_{11}=\dfrac{95+125}{2}\cdot 11=1210$

Ответ: 1210.

6.19(2) $a_n=4n+2$; $a_{25}=102$; $a_{35}=142$; $n=35-24=11$.

$S_{11}=\dfrac{102+142}{2}\cdot 11=1342$

Ответ: 1342.

6.20(1) $S_5=27{,}5$; $a_6+a_7+...+a_{10}=90$; $\dfrac{2a_1+4d}{2}\cdot 5=27{,}5$;

$2a_1+4d=11$; $\dfrac{2a_1+9d}{2}\cdot 10=117{,}5$; $2a_1+9d=23{,}5$. $\begin{cases}2a_1+4d=11,\\ 2a_1+9d=23{,}5,\end{cases}$

$d=2{,}5$; $a_1=0{,}5$. $a_{11}=a_1+10d$; $a_{11}=0{,}5+25=25{,}5$; $a_{15}=a_1+14d$;

$a_{15}=0{,}5+14\cdot 2{,}5=35{,}5$; $S=\dfrac{25{,}5+35{,}5}{2}\cdot 5=152{,}5$.

Ответ: 152,5.

6.20(2) $S_{10}=95$; $a_{11}+a_{12}+...+a_{20}=295$, $S_{20}=95+295=390$;

$S_n=\dfrac{2a_1+d(n-1)}{2}n$; $S_{10}=\dfrac{2a_1+9d}{2}\cdot 10=(2a_1+9d)5$; $2a_1+9d=19$;

$S_{20}=\dfrac{2a_1+19d}{2}\cdot 20=(2a_1+19d)\cdot 10$; $2a_1+19d=39$;

$\begin{cases}2a_1+9d=19,\\ 2a_1+19d=39,\end{cases}$ $d=2$; $a_1=0{,}5$; $a_{21}=a_1+20d$; $a_{21}=0{,}5+40=40{,}5$,

$a_{30}=a_1+29d=0{,}5+29\cdot 2=58{,}5$; $S=\dfrac{40{,}5+58{,}5}{2}\cdot 10=495$.

Ответ: 495.

6.21(1) $S_3 = 0$; $S_4 = 1$. $a_4 = 1$; $S_4 = 1$, $\frac{a_1 + a_4}{2} \cdot 4 = 1$. $(a_1+1)2 = 1$;

$a_1 = \frac{1}{2} - 1 = -0,5$; $S_3 = 0$; $\frac{2a_1 + 2d}{2} \cdot 3 = 0$; $2a_1+2d = 0$; $d = 0,5$.

$S_{10} = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10$; $S_{10} = \frac{-1 + 4,5}{2} \cdot 10 = 17,5$

Ответ: 17,5.

6.21(2) $S_4 = 3$; $S_5 = 5$;

$a_5 = S_5 - S_4 = 2$. Воспользуемся свойством m-го ($m > 1$) члена арифметической прогрессии: $a_m = \frac{a_{m-k} + a_{m+k}}{2}$; имеем:

$a_5 = \frac{a_{5-4} + a_{5+4}}{2} = \frac{a_1 + a_9}{2} = \frac{2a_1 + 8d}{2} = 2$, где d – знаменатель прогрессии. $S_9 = \frac{2a_1 + 8d}{2} \cdot 9 = 2 \cdot 9 = 18$.

Ответ: 18.

6.22(1) $b_2 = -6$; $b_5 = 48$; $b_7 = 192$

1) $\begin{cases} b_1 q = -6, \\ b_1 q^4 = 48, \end{cases}$ $q^3 = -8$; $q = -2$;

2) $\begin{cases} b_1 q = -6 \\ b_1 q^6 = 192 \end{cases}$ $q^5 = -32$; $q = -2$

3) $\begin{cases} b_1 q^4 = 48 \\ b_1 q^6 = 192 \end{cases}$ $q^2 = 4$; $q_1 = 2$; $q_2 = -2$

при $q = -2$ существует

Ответ: существует.

6.22(2) $b_2 = 12$; $b_5 = \frac{3}{2}$; $b_7 = \frac{3}{4}$

I. $\begin{cases} b_1 q = 12, \\ b_1 q^4 = \frac{3}{2}, \end{cases}$ $q^3 = \frac{1}{8}$; $q = \frac{1}{2}$;

II. $\begin{cases} b_1 q = 12 \\ b_1 q^6 = \frac{3}{4} \end{cases}$; $q^5 = \frac{1}{16}$; $q = \frac{1}{\sqrt[5]{16}}$; $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{\sqrt[5]{16}}$

Ответ: не существует.

6.23(1) (b_n) – геометрическая прогрессия; $b_1 = 2$; $b_5 = 18$.

$\begin{cases} b_1q^4 = 18 \\ b_1 = 2; \end{cases}$ $q^4=9$; $q = \pm\sqrt{3}$. Если $q = \sqrt{3}$, то $b_2 = 2\sqrt{3}$; $b_3=6$; $b_4 = 6\sqrt{3}$,

$b_5 = 18$. Если $q = -\sqrt{3}$, то $b_2 = -2\sqrt{3}$; $b_3=6$; $b_4 = -6\sqrt{3}$; $b_5 = 18$

Ответ: $2\sqrt{3}; 6; 6\sqrt{3}$ или $-2\sqrt{3}; 6; -6\sqrt{3}$.

6.23(2) (b_n) – геометрическая прогрессия. $b_1 = 3$; $b_5 = 12$

$\begin{cases} b_1 = 3 \\ b_1q^4 = 12 \end{cases}$ $q^4 = 4$; $q = \sqrt{2}$; или $q = -\sqrt{2}$

Если $q = \sqrt{2}$, то $b_2 = 3\sqrt{2}$; $b_3 = 6$; $b_4 = 6\sqrt{2}$; $b_5 = 12$.

Если $q = -\sqrt{2}$, то $b_2 = -3\sqrt{2}$; $b_3 = 6$; $b_4 = -6\sqrt{2}$; $b_5 = 12$.

Ответ: $3\sqrt{2}; 6; 6\sqrt{2}$ или $-3\sqrt{2}; 6; -6\sqrt{2}$.

6.24(1) $b_1+b_2 = 45$; $b_2+b_3 = 30$; $\begin{cases} b_1 + b_1q = 45, \\ b_1q + b_1q^2 = 30; \end{cases}$ $\begin{cases} b_1(1+q) = 45, \\ b_1q(1+q) = 30; \end{cases}$

$\frac{1}{q} = \frac{3}{2}$; $q = \frac{2}{3}$. $b_1\left(1+\frac{2}{3}\right) = 45$; $b_1 = 45 : \frac{5}{3}$; $b_1 = 27$; $b_2 = 27 \cdot \frac{2}{3} = 18$;

$b_3 = 18 \cdot \frac{2}{3} = 12$.

Ответ: 27; 18; 12.

6.24(2) (b_n) – геометрическая прогрессия. $b_1+b_2 = 140$; $b_2+b_3 = 105$

$\begin{cases} b_1 + b_1q = 140, \\ b_1q + b_1q^2 = 105; \end{cases}$ $\begin{cases} b_1(1+q) = 140, \\ b_1q(1+q) = 105; \end{cases}$ $\frac{1}{q} = \frac{140}{105}$; $\frac{1}{q} = \frac{4}{3}$; $q = \frac{3}{4}$.

$b_1(1+\frac{3}{4}) = 140$; $b_1 \cdot \frac{7}{4} = 140$; $b_1 = 80$; $b_2 = 80 \cdot \frac{3}{4} = 60$; $b_3 = 60 \cdot \frac{3}{4} = 45$

Ответ: 80; 60; 45.

6.25(1) $q>0$; $b_1 \cdot b_2 = 27$; $b_3 \cdot b_4 = \frac{1}{3}$. $\begin{cases} b_1 \cdot b_1q = 27, \\ b_1q^2 \cdot b_1q^3 = \frac{1}{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} b_1^2q = 27, \\ b_1^2q^5 = \frac{1}{3}; \end{cases}$

$\frac{1}{q^4} = 81$; $q^4 = \frac{1}{81}$; $q^4 = (\frac{1}{3})^4$, $q_1 = \frac{1}{3}$; $q_2 = -\frac{1}{3}$. По условию $q>0$, следовательно $q = \frac{1}{3}$. Далее $b_1^2q = 27$; $b_1^2 = 81$; $b_1 = 9$; $b_1 = -9$.

Ответ: 9; 3; 1; $\frac{1}{3}$ или –9; –3; –1; $-\frac{1}{3}$.

6.25(2) (b_n) – геометрическая прогрессия,

$$q<0;\ \begin{cases} b_1\cdot b_1q=-\dfrac{1}{2}; \\ b_1q^2\cdot b_1q^3=-8; \end{cases} \begin{cases} b_1^2q=-\dfrac{1}{2} & (1) \\ b_1^2\cdot q^5=-8 & (2) \end{cases} (2):(1)$$

$q^4=16$; $q_1=2$; $q_2=-2$; q_1 не удовлетворяет условию; $q=-2$; $b_1^2\cdot(-2)=-\dfrac{1}{2}$; $b_1^2=\dfrac{1}{4}$; $b_1=\pm\dfrac{1}{2}$.

1) $b_1=\dfrac{1}{2}$; $q=-2$: $\dfrac{1}{2};-1;2;-4$. 2) $b_1=-\dfrac{1}{2}$; $q=-2$: $-\dfrac{1}{2};1;-2;4$

Ответ: $-\dfrac{1}{2}$; 1; –2; 4 или $\dfrac{1}{2}$; –1; 2; –4.

6.26(1) (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_2=6$; $b_4=24$

$$\begin{cases} b_1q=6, \\ b_1q^3=24; \end{cases} q^2=4;\ q_1=2;\ q_2=-2.\ \begin{cases} q=2 \\ b_1=3 \end{cases} \text{или} \begin{cases} q=-2 \\ b_1=-3 \end{cases}.$$

Имеем: 1) при $q=2$; $b_1=3$:

$$S_n=\frac{b_1(q^n-1)}{q-1};\ S_8=\frac{3\cdot(2^8-1)}{2-1}=3\cdot255=765.$$

2) при $q=-2$; $b_1=-3$: $S_8=\dfrac{-3((-2)^8-1)}{-3}=255.$

Ответ: 765 или 255.

6.26(2) (b_n) – геометрическая прогрессия.

$$\begin{cases} b_3=54; \\ b_5=6, \end{cases} \begin{cases} b_1q^2=54; \\ b_1q^4=6; \end{cases} \frac{1}{q^2}=9;\ q^2=\frac{1}{9};\ q_1=\frac{1}{3};\ q_2=-\frac{1}{3}.\ q=\frac{1}{3};\ b_1=$$

$$=486;\ S_6=\frac{486((\frac{1}{3})^6-1)}{\frac{1}{3}-1}=\frac{486(\frac{1}{729}-1)}{-\frac{2}{3}}=\frac{486\cdot3\cdot728}{2\cdot729}=\frac{243\cdot728}{243}=728$$

3) $q=-\dfrac{1}{3}$; $b_1=486$. $S_6'=\dfrac{486((\frac{1}{3})^6-1)}{-\frac{1}{3}-1}=$

$$=\frac{486\cdot728\cdot3}{729\cdot4}=\frac{486\cdot728}{243\cdot4}=\frac{2\cdot728}{4}=\frac{728}{2}=364.$$

Ответ: 728 или 364.

6.27(1) 1) $S_4 = \frac{a_1 + a_4}{2} \cdot 4 = (a_1 + a_1 + 3d) \cdot 2 = (2a_1 + 3d) \cdot 2$;

$S'_4 = \frac{a_5 + a_8}{2} \cdot 4 = (a_1 + 4d + a_1 + 7d) \cdot 2 = (2a_1 + 11d) \cdot 2$; $S_4 + 32 = S'_4$

$2(2a_1+3d)+32 = 2(2a_1+11d)$; $2a_1+3d+16 = 2a_1+11d$; $8d = 16$; $\boldsymbol{d = 2}$

2) $S'_{10} - S_{10} = \frac{a_{11} + a_{20}}{2} \cdot 10 - \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = (a_1+10d+a_1+19d)5-$

$-(a_1+a_1+9d)5 = (2a_1+29d-2a_1-9d)5 = 20d \cdot 5 = 20 \cdot 5 \cdot 2 = 200$

Ответ: на 200.

6.27(2) $S_5 - S'_5 = 200$; $\frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 - \frac{a_6 + a_{10}}{2} \cdot 5 = 200$; $(2a_1+4d) \cdot 5-$

$-(2a_1+14d) \cdot 5 = 400$; $5(2a_1+4d-2a_1-14d) = 400$; $-10d = 80$; $\boldsymbol{d = -8}$.

II. $S_{10} - S'_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 - \frac{a_{11} + a_{20}}{2} \cdot 10 = (2a_1+9d) \cdot 5-(2a_1+29d) \cdot 5 =$

$= 5(2a_1+9d-2a_1-29d) = 5 \cdot (-20d) = 5 \cdot 20 \cdot 8 = 800$.

Ответ: на 800.

6.28(1) 3, 8, 13, 18, 23 ...; $d = 5$ арифметическая прогрессия, 4, 11, 18, ...; $d = 7$ арифметическая прогрессия, $a_1 = 18$ – первый совпадающий член этих прогрессий. Совпадающие члены данных прогрессий также составляют арифметическую прогрессию: $a_1 = 18$, ... Разность ее равна наименьшему общему кратному разностей данных прогрессий, т.е. $d = 35$ и $S_{20} = \frac{2 \cdot 18 + 35 \cdot 19}{2} \cdot 20 = 7010$.

Ответ: 7010.

6.28(2) 3, 7, 11, 15, 19 ...; $d = 4$ – арифметическая прогрессия,
1, 10, 19, ...; $d = 9$ – арифметическая прогрессия,

$a_1 = 19$; $d = 36$ (см. № 6.28 (1)) и $S_{10} = \frac{2 \cdot 19 + 36 \cdot 9}{2} \cdot 10 = 1810$.

Ответ: 1810.

6.29(1) $(x+1)+(x+5)+(x+9)+...+(x+157) = 3200$; $x+1$; $x+5$; …; $x+157$ – арифметическая прогрессия, т.к. $(x + 5)-(x + 1) = 4$ и $(x + 9)-(x + 5) = 4$. Далее: $x + 157 = (x + 1) + 4 \cdot 39$. Следовательно $x + 157$ – 40-й член этой прогрессии; $d = 4$. Левая часть уравнения – сумма первых 40 членов этой арифметической прогрессии.

$S_{40} = \frac{a_1 + a_{40}}{2} 40$; $S_{40} = \frac{x + 1 + x + 157}{2} \cdot 40 = (2x + 158) \cdot 20$;

$(2x+158) \cdot 20 = 3200$; $2x+158 = 160$; $2x = 2$; $x = 1$.

Ответ: 1.

6.29(2) $(x+248)+(x+243)+(x+238)+...+(x+3) = 6225$; $x+248$, $x+243$, ..., $x+3$ – арифметическая прогрессия, $d = a_2-a_1 = -5$; $a_3-a_2 = -5$. Левая часть уравнения – сумма членов арифметической прогрессии, в которой $a_1 = x + 248$; $d = -5$; $a_n = a_1+d(n-1)$; $x+3 = x+248-5(n-1)$; $-5(n-1) = -245$; $n = 50$; $S_{50} = \frac{x+248+x+3}{2}\cdot 50 = (2x+251)\cdot 25$; $(2x+251)\cdot 25 = 6225$; $2x+251 = 249$; $2x = -2$; $x = -1$.

Ответ: -1.

6.30(1) $\frac{x}{(x+1)^2}+\frac{x-1}{(x+1)^2}+\frac{x-2}{(x+1)^2}+...+\frac{1}{(x+1)^2}=\frac{19}{40}$, $x \neq -1$.

$\frac{x-1}{(x+1)^2}-\frac{x}{(x+1)^2}=\frac{x-2}{(x+1)^2}-\frac{x-1}{(x+1)^2}=\frac{-1}{(x+1)^2}$; $d=\frac{-1}{(x+1)^2}$

Левая часть уравнения – сумма членов арифметической прогрессии. $a_n = a_1+d(n-1)$: $\frac{1}{(x+1)^2}=\frac{x}{(x+1)^2}-\frac{1}{(x+1)^2}(n-1)$,

т.к. $x \neq -1$, то $1 = x-(n-1)$; $x-n+1 = 1$; $n = x$;

$S_n=\frac{(\frac{x}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+1)^2})x}{2}$; $S_n=\frac{19}{40}$; $\frac{(\frac{x}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+1)^2})x}{2}=\frac{19}{40}$;

$\frac{x^2}{(x+1)^2}+\frac{x}{(x+1)^2}=\frac{19}{20}$; $20x^2+20x = 19(x+1)^2$; $20x^2+20x = 19x^2+38x+19$; $x^2-18x-19 = 0$; $x_1 = 19$; $x_2 = -1$.

Ответ: $x = 19$.

6.30(2) $\frac{x-1}{x^2}+\frac{x-2}{x^2}+\frac{x-3}{x^2}+...+\frac{1}{x^2}=\frac{7}{15}$; $x \neq 0$.

$a_2-a_1=a_3-a_2=-\frac{1}{x^2}$. Левая часть уравнения – сумма членов арифметической прогрессии.

$a_n = a_1+d(n-1)$; $d=-\frac{1}{x^2}$. $\frac{1}{x^2}=\frac{x-1}{x^2}-\frac{1}{x^2}(n-1)$; $1 = x-1-n+1$;

$n = x-1$; $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}n$; $\frac{(\frac{x-1}{x^2}+\frac{1}{x^2})(x-1)}{2}=\frac{7}{15}$; $\frac{(x-1)^2}{x^2}+\frac{x-1}{x^2}=\frac{14}{15}$;

$15((x-1)^2+x-1) = 14x^2$; $15(x^2-2x+1+x-1) = 14x^2$; $15(x^2-x) = 14x^2$; $15x^2-15x-14x^2 = 0$; $x^2-15x = 0$; $x(x-15) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 15$.

Ответ: 15.

6.31(1) Составим разности: $50^2-49^2 = 99 \cdot 1$; $48^2-47^2 = 95 \cdot 1$; ...

Число слагаемых четное, поэтому последняя разность: $2^2-1 = (2-1)(2+1) = 3 \cdot 1$. Мы получили арифметическую прогрессию: 99; 95; …, 3; $d=-4$; $a_1 = 99$. $a_n = a_1+d(n-1)$; $3 = 99 - 4(n-1)$; $n-1 = 24$; $n=25$;

$$S_n = \frac{(a_1+a_n)n}{2};\ S_{25} = \frac{(99+3)25}{2} = 51 \cdot 25 = 1275$$

Ответ: 1275.

6.31(2) $1^2-2^2+3^2-4^2+...+99^2-100^2$; $1^2-2^2=-3$; $3^2-4^2 = -7$; …, $99^2-100^2 = -199$. Получили арифметическую прогрессию -3; -7; …; -199; $d = -4$. $n = \frac{a_n - a_1}{d}+1$; $n = \frac{-199+3}{-4}+1 = 50$. Найдем сумму

$$S_{50} = \frac{-3+(-199)}{2} \cdot 50 = -101 \cdot 50 = -5050.$$

Ответ: -5050.

6.32(1) Найдем сумму трехзначных чисел, кратных 6:

$a_1 = 102$; $a_n = 996$; $a_n = a_1+d(n-1)$; $996 = 102+6(n-1)$;

$166 = 17+n-1$; $n = 150$. $S_n = \frac{a_1+a_n}{2}n$; $S_{150} = \frac{102+996}{2} \cdot 150 = 82350$.

Найдем сумму трехзначных чисел, кратных 30.

$a_1 = 120$; $a_n = 990$; $990 = 120+30(n-1)$; $33 = 4+n-1$; $n = 30$.

$S_{30} = \frac{120+990}{2} \cdot 30 = 16650$. $S_{150}-S_{30} = 82350-16650 = 65700$.

Ответ: 65700.

6.32(2) Найдем сумму всех трехзначных чисел, кратных 10.

$a_1 = 100$; $a_n = 990$; $a_n = a_1+d(n-1)$; $990 = 100+10(n-1)$; $890 = 10(n-1)$; $n=90$. $S_{90} = \frac{100+990}{2} \cdot 90 = 49050$. Найдем сумму трехзначных чисел, кратных 30. $S_{30}=16650$ (см. № 6.32(1)); $49050-16650=32400$/

Ответ: 32400.

6.33(1) 1) Найдем число трехзначных натуральных чисел, делящихся на 20. $a_1 = 100$; $a_n = 980$; $a_n = a_1+d(n-1)$; $d = 20$;

$980 = 100+(n-1) \cdot 20$; $880 = 20(n-1)$; $\boldsymbol{n = 45}$

2) Найдем число трехзначных натуральных чисел, которые делятся только на 4. $a_1 = 100$; $a_n = 996$; $996 = 100+4(n-1)$; $896 = 4(n-1)$, $\boldsymbol{n = 225}$.

3) Найдем число трехзначных натуральных чисел, которые делятся только на 5. $a_1 = 100$; $a_n = 995$; $995 = 100+5(n-1)$; $895 = 5(n-1)$; $\boldsymbol{n = 180}$.

4) $225+180-2 \cdot 45 = 315$

Ответ: 315.

6.33(2) 1) Найдем число трехзначных натуральных чисел, которые делятся на 30.

$a_1 = 120$; $a_n = 990$; $d = 30$; $990 = 120+30(n-1)$; $870 = 30(n-1)$;

$29 = n-1$, $\boldsymbol{n = 30}$.

2) Найдем число трехзначных натуральных чисел, которые делятся только на 5.

$a_1 = 100$; $a_n = 995$; $100+5(n-1) = 995$; $5(n-1) = 895$; $n-1 = 179$,

$\boldsymbol{n = 180}$.

3) Найдем число трехзначных натуральных чисел, которые делятся только на 6.

$a_1 = 102$; $a_n = 996$; $102+6(n-1) = 996$; $6(n-1) = 894$; $\boldsymbol{n = 150}$.

4) $180+150-2\cdot 30 = 270$

Ответ: 270.

6.34(1) $a_n = 5n-2$, $n \in N$. (a_n) – множество чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 3. $a_1 = 3$; $a_n = 198$; $5n-2 = 198$;

$5n = 198+2$; $n = 40$. $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$; $S_{40} = \dfrac{3+198}{2}\cdot 40 = 4020$

Ответ: 4020.

6.34(2) $a_n = 3n-1$, $n \in N$

(a_n) – арифметическая прогрессия; множество чисел, которые при делении на 3 дают в остатке 2. $a_1 = 2$; $a_n = 149$; $3n-1 = 149$;

$3n = 150$; $n = 50$; $S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2}\cdot n$; $S_{50} = \dfrac{2+149}{2}\cdot 50 = 3775$

Ответ: 3775.

6.35(1) (a_n) – арифметическая прогрессия; $\dfrac{S_{10}}{10} = 20$; $S_{10} = 200$;

$\dfrac{a_1 + a_{10}}{2}\cdot 10 = 200$; $a_1 + a_{10} = 40$; $2a_1 + d \cdot 9 = 40$; $d \cdot 9 = 40 - 2a_1$.

В этом равенстве справа – число четное, следовательно

$9 \cdot d$ – четное и меньше, чем 40.

1) $9d = 18$; $d = 2$; $a_1 = 11$

2) $9d = 36$; $d = 4$; $a_1 = 2$.

Ответ: $a_1 = 11$; $d = 2$ или $a_1 = 2$; $d = 4$.

6.35(2) $\dfrac{S_8}{8} = 23$; $S_8 = 184$; $\dfrac{a_1 + a_8}{2}\cdot 8 = 184$; $2a_1 + d \cdot 7 = 46$.

$d \cdot 7$ – четное.

1) $7d = 14$; $d = 2$; $a = 16$; 2) $7d = 28$; $d = 4$; $a = 9$; 3) $7d = 42$; $d = 6$; $a = 2$.

Ответ: $a_1 = 2$; $d = 6$ или $a_1 = 9$; $d = 4$ или $a_1 = 16$; $d = 2$.

6.36(1) (b_n) – геометрическая прогрессия

$$\begin{cases} b_1 + b_5 = 51 \\ b_2 + b_6 = 102; \end{cases} \begin{cases} b_1 + b_1q^4 = 51 \\ b_1q + b_1q^5 = 102; \end{cases} \begin{cases} b_1\left(1+q^4\right) = 51 \\ b_1q\left(1+q^4\right) = 102; \end{cases} \begin{cases} q = 2, \\ b_1 = 3; \end{cases}$$

$$S_n = \frac{b_1\left(q^n - 1\right)}{q-1}; \ \frac{3\cdot(2^n-1)}{2-1} = 3069; \ 3(2^n-1) = 3069; \ 2^n = 1024; \ n = 10$$

Ответ: $n = 10$.

6.36(2) (b_n) – геометрическая прогрессия;

$$\begin{cases} b_4 - b_1 = 52 \\ b_5 - b_2 = 156 \end{cases} \begin{cases} b_1q^3 - b_1 = 52 \\ b_1q^4 - b_1q = 156 \end{cases} \begin{cases} b_1\left(q^3 - 1\right) = 52 \\ b_1q\left(q^3 - 1\right) = 156 \end{cases} \begin{cases} q = 3 \\ b_1 = 2 \end{cases};$$

$$S_n = \frac{b_1\left(q^n - 1\right)}{q-1}; \ \frac{2\left(3^n - 1\right)}{2} = 242; \ 3^n - 1 = 242; \ 3^n = 243; \ n = 5.$$

Ответ: 5.

6.37(1) a_1; a_2; a_3 – убывающая арифметическая прогрессия;

$$S_3 = \frac{a_1 + a_3}{2}\cdot 3 = 60; \ \frac{2a_1 + 2d}{2} = 20; \ a_1 + d = 20; \ \begin{cases} a_2 = 20 \\ a_1 = 20 - d \end{cases}$$

1) a_1-10; 12; a_1+2d – геометрическая прогрессия.

$$\begin{cases} 12^2 = \left(a_1 - 10\right)\left(a_1 + 2d\right) \\ a_1 = 20 - d \end{cases} \qquad \begin{cases} 144 = \left(a_1 - 10\right)\left(40 - a_1\right) \\ a_1 = 20 - d, \end{cases}$$

(поскольку $a_1 + d = 20$; $d = 20 - a_1$; $2d = 40 - 2a_1$)

$$144 = 40a_1 - 400 - a_1^2 + 10a_1; \ a_1^2 - 50a_1 + 544 = 0; \ a_1 = 25 \pm \sqrt{625 - 544} =$$

$$= 25 \pm 9; \ a_1 = 34; \ a_1' = 16; \ d_1 = -14; \ d_2 = 4.$$

2) По условию арифметическая прогрессия убывающая, следовательно $d = -14$; $a_1 = 34$.

Ответ: 34; 20; 6.

6.37(2) $a_1 < a_2 < a_3$ – возрастающая арифметическая прогрессия.

$$S_3 = 63; \ \frac{a_1 + a_3}{2}\cdot 3 = 63; \ 2a_1 + 2d = 42; \ a_2 = 21.$$

2) a_1+10; 24; a_3 – геометрическая прогрессия.

$$\begin{cases} 24^2 = \left(a_1 + 10\right)\left(a_1 + 2d\right), \\ d = 21 - a_1; \end{cases} \quad a_1 + 2d = a_1 + 2(21 - a_1) = 42 - a_1;$$

$$576 = (a_1+10)(42-a_1), \ 576 = 42a_1 + 420 - a_1^2 - 10a_1,$$

$a_1^2-32a_1+156=0$; $a_1=16\pm\sqrt{256-156}=16\pm 10$; $a_1=26$; $a_1'=6$; $d_1=-5$; $d_2=15$. Арифметическая прогрессия возрастает: $d=15$; $a_1=6$.

6; 21; 36 – искомые числа.

Ответ: 6; 21; 36.

6.38(1) $a_1<a_2<a_3$ арифметическая прогрессия: a_2-d; a_2; a_2+d; $d\neq 0$.

Тогда ее сумма $3a_2=42$; $a_2=14$.

$(14-d)^2$; 14^2; $(14+d)^2$ – геометрическая прогрессия; по свойству членов геометрической прогрессии $a_n^2=a_{n-1}\cdot a_{n+1}$, следовательно

$\left(14^2\right)^2=\left((14-d)(14+d)\right)^2$; $196=196-d^2$, но $196\neq 196-d^2$, т.к. $d\neq 0$; $196=d^2-196$; $d^2=2\cdot 196$; $d_1=14\sqrt{2}$; $d_2=-14\sqrt{2}$, d_2 не удовлетворяет условию задачи, т.к. прогрессия возрастает. Следовательно $d=14\sqrt{2}$.

Ответ: $14-14\sqrt{2}$; 14; $14+14\sqrt{2}$.

6.38(2) $a_1>a_2>a_3$ – арифметическая прогрессия; a_1^2; a_2^2; a_3^2 – геометрическая прогрессия.

Запишем данные числа в виде: a_2-d; a_2; a_2+d; $d\neq 0$; по условию $S_3=36$; $3a_2=36$; $a_2=12$; $(12-d)^2$; 12^2; $(12+d)^2$ – геометрическая прогрессия; $144^2=\left((12-d)(12+d)\right)^2$; $144=144-d^2$ или $144=d^2-144$; но $144\neq 144-d^2$, $d\neq 0$, поэтому $144=d^2-144$; $d^2=2\cdot 144$; $d_1=12\sqrt{2}$ или $d_2=-12\sqrt{2}$. d_1 не удовлетворяет условию задачи, т.к. прогрессия убывает.

Ответ: $12+12\sqrt{2}$; 12; $12-12\sqrt{2}$.

6.39(1) a, aq, aq^2 – геометрическая прогрессия, $a\neq 0$; a, $2aq$, aq^2 – арифметическая прогрессия, поэтому $\frac{a+aq^2}{2}=2aq$; $a+aq^2=4aq$; $1+q^2-4q=0$, $q=2\pm\sqrt{4-1}$; $q=2\pm\sqrt{3}$; по условию $|q|<1$, значит $q=2-\sqrt{3}$.

Ответ: $q=2-\sqrt{3}$.

6.39(2) a, aq, aq^2 – геометрическая прогрессия, $a>0$; $q>1$; a, aq, $\frac{aq^2}{2}$ – арифметическая прогрессия. $a+\frac{aq^2}{2}=2aq$; $1+\frac{q^2}{2}=2q$; $2+q^2-4q=0$; $q^2-4q+2=0$; $q=2\pm\sqrt{2}$. По условию $q>1$, значит $q=2+\sqrt{2}$

Ответ: $2+\sqrt{2}$.

6.40(1) a; b; c – геометрическая прогрессия; следовательно $b = aq$; $c = aq^2$; $a \neq 0$. $a+b$, $b+c$, $a+c$ – арифметическая прогрессия, следовательно $2(b+c) = a+b+a+c$ Далее: $2(aq + aq^2) = 2a + aq + aq^2$;

$2(q+q^2) = 2+q+q^2$; $2q+2q^2 = 2+q+q^2$, $q^2+q-2 = 0$, $q_1 = -2$; $q_2 = 1$; $q \neq 1$ (следует из определения геометрической прогрессии)

Ответ: $q = -2$.

6.40(2) a; b; c – геометрическая прогрессия; $b = aq$; $c = aq^2$; $a \neq 0$. $a-b$, $b+c$, $b-c$ – арифметическая прогрессия; $2(b+c) = a-b+b-c$; $2(b+c) = a-c$; $2(aq+aq^2) = a-aq^2$; $2(q+q^2) = 1-q^2$; $2q+2q^2-1+q^2 = 0$; $3q^2+2q-1 = 0$; $q = \frac{-1 \pm \sqrt{1+3}}{3} = \frac{-1 \pm 2}{3}$; $q_1 = -1$; $q_2 = \frac{1}{3}$. $q \neq -1$ (следует из определения геометрической прогрессии)

Ответ: $\frac{1}{3}$.

7. Текстовые задачи

7.1(1) x мин. – время движения Андрея, $(x+4)$ мин. – время движения Николая. $60(x+4) = 80x$; $60x+240 = 80x$; $20x = 240$; $x = 12$;

$v = 80$ м/мин; $x = 12$ мин; $s = 960$ м.

Ответ: 960 м.

7.1(2)

	v км/ч	t ч	s км
движение мотоцикла	60	$x+1$	$60(x+1)$
движение автомобиля	90	x	$90x$

$60(x+1) = 90x$; $60x+60 = 90x$; $30x = 60$; $x = 2$. $s = 90 \cdot 2 = 180$ (км)

Ответ: 180 км.

7.2(1)

	v км/ч	t ч	s км
движение автомобиля	x	2	$2x$
движение автобуса	$x-20$	$2\frac{1}{3}$	$\frac{7}{3}(x-20)$

$AB = 300$ км. $2x + \frac{7}{3}(x-20) = 300$; $3 \cdot 2x+7x-140 = 900$;

$13x = 1040$; $x = 80$; 80 км/ч – скорость автомобиля.

Ответ: 80 км/ч.

7.2(2) $AB = 205$ км

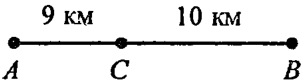
	v км/ч	t ч	s км
движение автобуса	x	$1\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}x$
движение мотоцикла	$x-20$	1	$x-20$

$\frac{5}{4}x + x - 20 = 205$; $5x+4x-80 = 820$; $9x = 900$; $x = 100$.

100 км/ч – скорость автобуса.

Ответ: 100 км/ч.

7.3(1) $s = 19$ км;



	v км/ч	s км	t ч
движение пешехода, вышедшего из A	$x+1$	9	$\frac{9}{x+1}+\frac{1}{2}$
движение пешехода, вышедшего из B	x	10	$\frac{10}{x}$

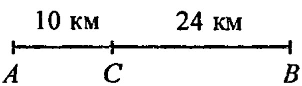
Пешеходы вышли одновременно и встретились, следовательно

$\frac{9}{x+1}+\frac{1}{2}=\frac{10}{x}$; $\frac{19+x}{2(x+1)}=\frac{10}{x}$; $19x + x^2 = 20x + 20$; $x^2 - x - 20 = 0$.

$x_1 = 5$; $x_2 = -4$

Ответ: 5 км/ч и 6 км/ч.

7.3(2)



	v км/ч	s км	t ч
движение мотоциклиста, выехавшего из A	$x+8$	10	$\frac{10}{x+8}+\frac{1}{2}$
движение мотоциклиста, выехавшего из B	x	24	$\frac{24}{x}$

$\frac{10}{x+8}+\frac{1}{2}=\frac{24}{x}$; $\frac{28+x}{2(x+8)}=\frac{24}{x}$; $28x + x^2 = 48x + 24 \cdot 16$; $x^2-20x-384 = 0$; $x_{1,2} = 10 \pm \sqrt{100+384} = 10 \pm 22$; $x_1 = 32$, $x_2 < 0$. $x_1 + 8 = 40$.

Ответ: 32 км/ч; 40 км/ч.

7.4(1) 2 км/ч – скорость течения реки; 8 км/ч – собственная скорость лодки; 10 км/ч – скорость лодки по течению; 6 км/ч – скорость лодки против течения. 2 ч – время движения лодки.

x км – расстояние, на которое лодка может отплыть. Тогда: $\frac{x}{10}+\frac{x}{6}=2$; $3x+5x=60$; $8x=60$; $x=7{,}5$.

Ответ: 7,5 км.

7.4(2) 2 км/ч – скорость течения реки; 6 км/ч – собственная скорость лодки; 8 км/ч – скорость лодки по течению; 4 км/ч – скорость лодки против течения; 3 ч – время движения лодки.

x км – расстояние, на которое лодка должна отплыть. Тогда: $\frac{x}{8}+\frac{x}{4}=3$; $x+2x=24$; $x=8$.

Ответ: на 8 км.

7.5(1) 18 км/ч – собственная скорость лодки;
$s=20$ км; x км/ч – скорость течения реки.

	v км/ч	s км	t ч
движение по течению	$18+x$	20	$\frac{20}{18+x}$
движение против течения	$18-x$	20	$\frac{20}{18-x}$

1) $\frac{20}{18+x}+\frac{20}{18-x}=+\frac{1}{4}=2,5$; $\frac{20}{18+x}+\frac{20}{18-x}=2,25$.

2) $\frac{20\cdot18-20x+20\cdot18+20x}{324-x^2}=\frac{9}{4}$; $\frac{40\cdot18}{324-x^2}=\frac{9}{4}$; $\frac{80}{324-x^2}=\frac{1}{4}$;

$324-x^2=320$; $x^2=4$; $x_1=-2$; $x_2=2$.

2 км/ч – скорость течения реки

Ответ: 2 км/ч.

7.5(2) x км/ч – собственная скорость лодки; 2 км/ч – скорость течения реки; $4-\frac{2}{5}=3\frac{3}{5}$ ч $=\frac{18}{5}$ ч – время движения лодки.

	v км/ч	s км	t ч
движение по течению	$x+2$	21	$\frac{21}{x+2}$
движение против течения	$x-2$	21	$\frac{21}{x-2}$

$$\frac{21}{x+2}+\frac{21}{x-2}=\frac{18}{5};\ x\neq\pm2.\ \frac{21x-42+21x+42}{x^2-4}=\frac{18}{5};$$

$5\cdot42x = 18(x^2-4)$; $210x = 18x^2-72$; $3x^2-35x-12 = 0$;

$$x=\frac{35\pm\sqrt{1225+144}}{6}=\frac{35\pm37}{6};\ x_1=12;\ x_2=-\frac{1}{3}.$$

Ответ: 12 км/ч.

7.6(1) x км/ч – скорость течения реки

8 км/ч – собственная скорость лодки

	v км/ч	s км	t ч
движение лодки по течению	8+x	15	$\frac{15}{8+x}$
движение лодки против течения	8–x	6	$\frac{6}{8-x}$
движение плота	x	5	$\frac{5}{x}$

$$\frac{15}{8+x}+\frac{6}{8-x}=\frac{5}{x};\quad x\neq0;\pm8;\quad \frac{120-15x+48+6x}{64-x^2}=\frac{5}{x};\ x(-9x+168)$$

$= 5(64-x^2)$; $-9x^2+168x = 320-5x^2$; $4x^2-168x+320 = 0$; $x^2-42x+80 = 0$;

$x_1 = 40$; $x_2 = 2$

Ответ: 2 км/ч.

7.6(2) x км/ч – скорость течения реки

15 км/ч – скорость катера в стоячей воде

	v км/ч	s км	t ч
движение катера по течению	15+x	24	$\frac{24}{15+x}$
движение катера против течения	15–x	20	$\frac{20}{15-x}$
движение плота	x	9	$\frac{9}{x}$

$$\frac{24}{15+x}+\frac{20}{15-x}=\frac{9}{x};\ x\neq0;\pm15;\ \frac{24(15-x)+20(15+x)}{225-x^2}=\frac{9}{x};$$

$$\frac{24\cdot15-24x+20\cdot15+20x}{225-x^2}=\frac{9}{x};\ (660-4x)x=2025-9x^2;$$

$660x-4x^2 = 2025-9x^2$; $5x^2+660x-2025 = 0$; $x^2+132x-405 = 0$;

$x=-66\pm\sqrt{4356+405}=-66\pm69$. $x_1 = 3$; $x_2 = -135$; $(v>0)$

Ответ: 3 км/ч.

7.7(1)

	Сумма вклада в рублях	Годовой %	Вклад на конец года в рублях
1-й счет	x	8%	$x+0,08x = 1,08x$
2-й счет	$3000-x$	10%	$(3000-x)+0,1(3000-x) =$ $= 1,1(3000-x)$

$1,08x+1,1(3000-x) = 3260$; $1,08x+3300-1,1x = 3260$; $0,02x = 40$; $x = 2000$.

Ответ: 1000 р., 2000 р.

7.7(2)

	Было	Уменьшилось в %	Стало
ДТП в 1-м городе	x	10%	$x-0,1x$
ДТП во 2-м городе	$900-x$	30%	$(900-x)-$ $-0,3(900-x)$

$0,9x+0,7(900-x) = 740$; $9x+7(900-x) = 7400$; $9x-7x+6300 = 7400$; $2x = 1100$; $x = 550$

Ответ: 550; 350.

7.8(1)

	В прошлом году	Изменилось в %	Стало
Число заявлений, поданных на 1 ф-т	x	Уменьшилось на 20%	$x-0,2x = 0,8x$
Число заявлений, поданных на 2 ф-т	$1100-x$	Увеличилось на 30%	$(1100-x)+$ $+0,3(1100-x) =$ $= 1,3(1100-x)$

$0,8x+1,3(1100-x) = 1130$; $8x+13(1100-x) = 11300$; $8x+14300-13x = 11300$; $5x = 3000$; $x = 600$.

Число заявлений, поданных в текущем году на 1 ф-т– $600 \cdot 0,8 = 480$; на 2 ф-т – 650.

Ответ: 480; 650.

7.8(2)

	Было	Изменилось в %	
Количество депутатов 1-й партии	x	Увеличилось на 15%	$x+0,15x = 1,15x$
Количество депутатов 2-й партии	$60-x$	Уменьшилось на 20%	$0,8(60-x)$

$1{,}15x+0{,}8(60-x) = 55$; $1{,}15x+48-0{,}8x = 55$; $0{,}35x = 7$; $x = 20$.

В городской думе после выборов в 1-й партии – $20\cdot 1{,}15 = 23$ (чел); во 2-й партии – 32 чел.

Ответ: 23; 32.

7.9(1) x (м) сторона квадратного участка.

Тогда длина выделенного участка $x+60$ (м), а ширина – $x-48$ (м). Площади прямоугольника и квадрата равны.

Имеем:

$(x+60)(x-48) = x^2$; $x^2+60x-48x-2880 = x^2$; $12x = 2880$; $x = 240$.

Ответ: 240 м.

7.9(2) x (м) – сторона квадратного участка; $x-18$ (м); $x+27$ (м) – размеры площадки прямоугольной формы; $(x-18)(x+27) = x^2$; $x^2+9x-486 = x^2$; $9x = 486$; $x = 54$.

Ответ: 54 м.

7.10(1) $a = x$ (м); $b = x+5$ (м); $S = ab$; $S = x(x+5)$;

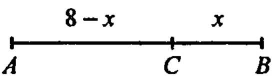
$a_1 = x+5$ (м); $b_1 = x+7$ (м); $S_1 = (x+5)(x+7)$; $(x+5)(x+7)-x(x+5) = 280$; $(x+5)(x+7-x) = 280$; $x+5 = 40$; $x+7 = 42$; $S_1 = 40\cdot 42 = 1680$.

Ответ: 1680 м^2.

7.10(2) $a = x$ (м); $b = x+25$ (м); $a_1 = x+4$ (м);

$b_1 = x+30$ (м); $(x+4)(x+30)-x(x+25) = 300$; $x^2+34x+120-x^2-25x = 300$; $9x = 180$; $x = 20$; $S_1 = 24\cdot 50 = 1200$

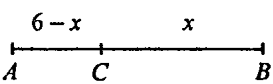
Ответ: 1200 м^2.



7.11(1) $CB = x$ км; $AC = (8-x)$ км

Лыжник, скорость которого на 4 км/ч больше, прошел путь $(8+x)$ км (другой – $(8-x)$ км) и опередил второго на $4\cdot\frac{3}{4} = 3$ км. Следовательно, $8+x>8-x$ на 3 км; $8+x-8+x = 3$; $x = 1{,}5$.

Ответ: На расстоянии 1,5 км от B.



7.11(2) $AC = (6-x)$ км

$CB = x$ км.

Путь велосипедиста $(6+x)$ км; путь пешехода – $(6-x)$ км. Велосипедист опередил пешехода на $10\cdot\frac{6}{10} = 6$ (км).

Следовательно: $6+x>6-x$ на 6.

$6+x-6+x = 6$; $x = 3$.

Ответ: на расстоянии 3 км от B.

7.12(1)

	v км/ч	t_1 ч	t_2 ч
Движение 1 пешехода	x	2,5	$1\frac{2}{3}$
Движение 2 пешехода	y	2	$2\frac{2}{3}$

$$\begin{cases} 2,5x+2y=20 \\ \frac{5}{3}x+\frac{8}{3}y=20 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x+4y=40 \\ 5x+8y=60 \end{cases}$$

$4y=20;\quad y=5;\quad x=4.$

Ответ: 4 км/ч; 5 км/ч.

7.12(2)

	v (км/ч)	t_1 (ч)	t_2 (ч)
Движение 1 велосипедиста	x	1 ч 48 мин	36 мин
Движение 2 велосипедиста	y	48 мин	1 ч 36 мин

$$\begin{cases} 1\frac{4}{5}x+\frac{4}{5}y=36 \\ \frac{3}{5}x+1\frac{3}{5}y=36 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{9}{5}x+\frac{4}{5}y=36 \\ \frac{3}{5}x+\frac{8}{5}y=36 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x+4y=180 \\ 3x+8y=180 \end{cases} \Bigg| -2$$

$$\begin{cases} -18x-8y=-360 \\ 3x+8y=180 \end{cases} \quad \begin{cases} x=12 \\ y=18 \end{cases}$$

Ответ: 12 км/ч; 18 км/ч.

7.13(1) x км – расстояние до железнодорожной станции

$\frac{x}{15}-\frac{1}{2}=\frac{x}{40}+2$; $\frac{2x-15}{30}=\frac{x+80}{40}$;

$80x-15\cdot 40=30x+30\cdot 80$;

$8x-60=3x+240$; $5x=300$; $x=60$.

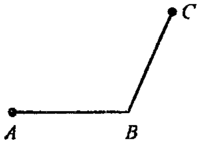
Ответ: 60 км.

7.13(2) x км – расстояние от дома до стадиона.

$\frac{x}{5}-1=\frac{x}{10}+\frac{1}{2}$;

$2x-10=x+5$; $x=15$.

Ответ: 15 км.



7.14(1) 12 км/ч – скорость на горизонтальном участке

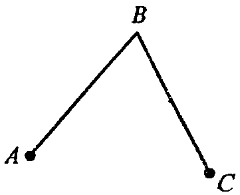
8 км/ч – скорость на подъеме; 15 км/ч – скорость на спуске.

$AB = x$ км; $BC = y$ км.

$$\begin{cases}\dfrac{x}{12}+\dfrac{y}{8}=1\\ \dfrac{x}{12}+\dfrac{y}{15}=\dfrac{23}{30}\end{cases}\quad \begin{cases}\dfrac{y}{8}-\dfrac{y}{15}=1-\dfrac{23}{30}\\ \dfrac{x}{12}+\dfrac{y}{8}=1\end{cases}\quad \begin{cases}\dfrac{7y}{120}=\dfrac{7}{30}\\ \dfrac{x}{12}+\dfrac{y}{8}=1\end{cases}\quad \begin{cases}y=4\\ x=6\end{cases}$$

Ответ: 10 км.

7.14(2) $AB = x$ км; $BC = y$ км; 3 км/ч – скорость пешехода в гору; 6 км/ч – скорость пешехода под гору.



$$\begin{cases}\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}=\dfrac{5}{3}\\ \dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{3}=\dfrac{7}{3}\end{cases}\quad \begin{cases}2x+y=10\\ x+2y=14\end{cases}\Bigg| -2$$

$$\begin{cases}2x+y=10\\ -2x-4y=-28\end{cases}\quad \begin{cases}y=6\\ x=2\end{cases}$$

Ответ: 8 км.

7.15(1)

	v км/ч	t ч
движение автобуса	x	$\dfrac{60}{x}$
движение автомобияя	$1{,}2x$	$\dfrac{60}{1{,}2x}$

$\dfrac{60}{1{,}2x}+\dfrac{1}{20}+\dfrac{7}{60}=\dfrac{60}{x}$; $\dfrac{60}{x}-\dfrac{50}{x}=\dfrac{1}{6}$; $\dfrac{10}{x}=\dfrac{1}{6}$; $x = 60$; $1{,}2x = 72$; $v_1 = 60$ км/ч; $v_2 = 60\cdot1{,}2 = 72$ км/ч.

Ответ: 60 км/ч; 72 км/ч.

7.15(2) x км/ч – скорость 1-го автобуса; $1{,}5x$ км/ч – скорость 2-го автобуса; $\dfrac{80}{x}$ ч – время движения 1-го автобуса; $\dfrac{80}{1{,}5x}$ ч – время движения 2-го автобуса; $\dfrac{80}{1{,}5x}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{12}=\dfrac{80}{x}$; $\dfrac{80}{x}=\dfrac{80}{1{,}5x}+\dfrac{1}{3}$;

$\dfrac{80}{x}=\dfrac{160}{3x}+\dfrac{1}{3}$; $240 = 160+x$; $x = 80$. 80 км/ч $= v_1$, $v_2 = 80\cdot1{,}5 = 120$ км/ч.

Ответ: 80 км/ч; 120 км/ч.

7.16(1) x км/ч – скорость 1-го туриста; y км/ч – скорость 2-го туриста

$$\begin{cases}\frac{1}{2}(x+y)=5\\ \frac{5}{x}-\frac{5}{y}=\frac{5}{12},\end{cases}\quad \begin{cases}x+y=10\\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{12},\end{cases}\quad \begin{cases}x+y=10\\ (y-x)\cdot 12=xy,\end{cases}\quad \begin{cases}x+y=10\\ 12y-12x=xy,\end{cases}$$

$$\begin{cases}y=10-x\\ 12(10-x)-12x=x(10-x),\end{cases}\quad \begin{cases}y=10-x\\ x^2-34x+120=0,\end{cases}\quad x^2-34x+120=0$$

$x_1 = 30$; $x_2 = 4$. x_1 не удовлетворяет условию задачи, т.к. турист идет; $x = 4$, $y = 6$.

Ответ: 4 км/ч; 6 км/ч.

7.16(2) x км/ч – скорость 1-го велосипедиста

y км/ч – скорость 2-го велосипедиста

$$\begin{cases}1{,}5(x+y)=45\\ \frac{45}{y}-\frac{45}{x}=2\frac{1}{4}\end{cases}\quad \begin{cases}x+y=30\\ \frac{5}{y}-\frac{5}{x}=\frac{1}{4}\end{cases}\quad \begin{cases}x+y=30\\ 20x-20y=xy,\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=30-y\\ 20(30-y)-20y=y(30-y);\end{cases}\quad 600-20y-20y=30y-y^2;\ y^2-70y+600=0,$$

$y_1 = 60$; $y_2 = 10$; y_1 не удовлетворяет условию задачи, т.к. $x > 0$.

Ответ: 10 км/ч; 20 км/ч.

7.17(1) 1 ч = 60 мин; x мин. – время прохождения круга 1-м лыжником; $(x+3)$ мин. – время 2-го лыжника; за час 1-й лыжник сделает $\frac{60}{x}$ оборотов, а 2-й – $\frac{60}{x+3}$ оборота.

$$\frac{60}{x}-\frac{60}{x+3}=1;\quad \frac{60x+180-60x}{x(x+3)}=1;\quad \frac{180}{x(x+3)}=1;\quad x^2+3x-180=0;$$

$x=\frac{-3\pm\sqrt{9+720}}{2}=\frac{-3\pm 27}{2}$; $x_1 = -15$; $x_2 = 12$; x_1 не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: за 12 мин. и за 15 мин.

7.17(2) x с. – время прохождения круга 1-м картом; $(x+10)$ с. – время 2-го карта;

$$\frac{60}{x}-\frac{60}{x+10}=1;\quad \frac{60x+600-60x}{x(x+10)}=1;\quad \frac{600}{x(x+10)}=1;\quad x^2+10x-600=0;$$

$x_1 = -30$; $x_2 = 20$. x_1 не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: за 20 с. и за 30 с.

7.18(1)

	задач, решенных за 1 день	кол-во дней	кол-во решенных задач
по норме	12	x	$12x$
решал в действительности	20	$x–5$	$20(x–5)$

$20(x–5)–12x = 20$; $20x–100–12x = 20$; $8x = 120$; $x = 15$;

$20 \cdot 10 = 200$ задач решил Николай.

Ответ: 200 задач.

7.18(2)

	кол-во слов, выученных в 1 день	кол-во дней	кол-во выученных слов
норма	24	x	$24x$
в действительности	30	$x–2$	$30(x–2)$

$24x = 30(x–2)+18$; $24x = 30x–60+18$; $6x = 42$; $x = 7$; $24{\cdot}7 = 168$ слов должна была выучить Ирина.

Ответ: 168 слов.

7.19(1) x халатов в день должны были шить в мастерской в течение y дней.

$$\begin{cases} xy = 60 \\ (x+2)(y-4) = 56 \end{cases} \begin{cases} xy = 60 \\ xy+2y-4x-8 = 56 \end{cases} \begin{cases} -4x+2y = 4, \\ xy = 60; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x = 2 \\ xy = 60 \end{cases} \begin{cases} y = 2+2x, \\ xy = 60; \end{cases}$$

$x(2+2x) = 60$; $x(1+x) = 30$; x – целое положительное число, значит $x = 5$. В день в мастерской шили 7 халатов.

Ответ: 7 халатов.

7.19(2) x деталей в час должен был обрабатывать рабочий в течение y часов.

$$\begin{cases} xy = 80 \\ (x+2)(y-1) = 84 \end{cases} \begin{cases} xy = 80 \\ xy+2y-2-x = 84 \end{cases} \begin{cases} xy = 80 \\ 2y-x = 6, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y-6 \\ y(2y-6) = 80, \end{cases} \quad 2y^2-6y = 80;\ y^2-3y-40 = 0;\ y_1 = 8;\ y_2 = -5$$

y_2 не удовлетворяет условию задачи; $y = 8$; $x = 10$; $x + 2 = 12$.

Ответ: 12 деталей.

7.20(1) x елей ежедневно должен был заготавливать лесхоз в течение y дней.

$$\begin{cases} xy = 216 \\ 3x + (x+2)(y-3-1) = 232; \end{cases} \begin{cases} xy = 216 \\ 3x + xy + 2y - 4x - 8 = 232 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 216 \\ -x + 2y + 216 = 240 \end{cases} \begin{cases} x = 2y - 24 \\ y(2y-24) = 216; \end{cases}$$

$y^2 - 12y - 108 = 0$; $y = 6 \pm \sqrt{36+108} = 6 \pm 12$; $y_1 = 18$; $y_2 = -6$;

y_2 не удовлетворяет условию задачи; $y = 18$; $x = 12$.

Ответ: 12 елей.

7.20(2) x автомобилей в час планировали собирать в течение y часов.

$$\begin{cases} xy = 160 \\ 2x + (x+3)(y-2-1) = 155 \end{cases} \begin{cases} xy = 160 \\ 2x + xy + 3y - 3x - 9 = 155 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 160 \\ 3y - x = 4; \end{cases} \quad y(3y-4) = 160;\ 3y^2 - 4y - 160 = 0$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{4+480}}{3} = \frac{2 \pm 22}{3};$$

$y_1 = 8$; $y_2 < 0$; $x = 20$

Ответ: 20 автомобилей.

7.21(1)

	Время работы в часах	Количество страниц, набираемых в час
1-й сотрудник	$x+1$	y
2-й сотрудник	x	$y+2$

$$\begin{cases} y(x+1) + x(y+2) = 65 \\ x(y+2) - y(x+1) = 5 \end{cases}; \begin{cases} xy + y + xy + 2x = 65 \\ xy + 2x - xy - y = 5 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2xy + y + 2x = 65 \\ y = 2x - 5 \end{cases}; 2x(2x-5) + 2x - 5 + 2x = 65;$$

$4x^2 - 10x + 2x - 5 + 2x = 65$; $2x^2 - 3x - 35 = 0$;

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+280}}{4} = \frac{3 \pm 17}{4};\ x_1 = 5;\ x_2 < 0;\ y = 2 \cdot 5 - 5 = 5;\ y + 2 = 7.$$

Ответ: 5 стр.; 7 стр.

7.21(2)

	Количество изготовленных пирожных в час	Время работы в часах
Кондитер	$y+6$	x
Ученик	y	$x+1$

$\begin{cases} x(y+6)+y(x+1)=140 \\ x(y+6)-y(x+1)=20 \end{cases}$ $\begin{cases} xy+6x+xy+y=140 \\ xy+6x-yx-y=20 \end{cases}$

$\begin{cases} 2xy+6x+y=140 \\ 6x-y=20 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x(6x-20)+6x+6x-20=140 \\ y=6x-20 \end{cases}$,

$x(6x-20)+6x-80=0$, $6x^2-14x-80=0$, $3x^2-7x-40=0$,

$x=\frac{7\pm\sqrt{49+480}}{6}=\frac{7\pm 23}{6}$. $x_1=5$; $x_2=-\frac{8}{3}<0$; $x=5$; $y=6x-20=10$; $y+6=16$.

Ответ: 16 пирожных; 10 пирожных.

7.22(1) За x мин. можно сделать всю работу на 1-й машине, работая в отдельности, за $(x+15)$ мин. – на 2-й.

Примем объем работы за 1. $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+15}=\frac{1}{10}$; $10(x+15+x)=$ $=x^2+15x$; $20x+150=x^2+15x$; $x^2-5x-150=0$; $x_1=-10$; $x_2=15$.

x_1 не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: за 15 мин.; за 30 мин.

7.22(2) За x мин. можно сделать копию на 1 аппарате, работая в отдельности, за $x+30$ мин. – на 2-м.

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+30}=\frac{1}{20}$; $20(2x+30)=x(x+30)$; $40x+600=x^2+30x$; $x^2-10x-600=0$; $x_1=-20$; $x_2=30$.

Ответ: за 30 мин. и за 1 час.

7.23(1) Фирма A может выполнить заказ за x дней, фирма B – за $x+4$ дня. Объем работы примем за 1.

$24\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+4}\right)=5$; $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+4}=\frac{5}{24}$; $\frac{2x+4}{x^2+4x}=\frac{5}{24}$; $24(2x+4)=$ $=5(x^2+4x)$; $48x+96=5x^2+20x$; $5x^2-28x-96=0$;

$x=\frac{14\pm\sqrt{196+480}}{5}=\frac{14\pm 26}{5}$

$x_1=8$; $x_2<0$; $x=8$; $x+4=12$.

Ответ: Фирма A – за 8 дней; фирма B – за 12 дней.

7.23(2) Один шланг наполняет бассейн за x мин.; другой за $x+10$. Объем бассейна примем за 1.

1) $8\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+10}\right)=\frac{2}{3}$; $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+10}=\frac{1}{12}$; $12(2x+10)=x^2+10x$;

$24x+120=x^2+10x$; $x^2-14x-120=0$; $x_1=20$; $x_2=-6<0$.

Ответ: за 20 мин. и за 30 мин.

7.24(1) $x+6$ дней потребовалось бы 1-му строителю, x дней потребовалось бы 2-му строителю.

Примем объем работы за 1. Тогда $\frac{14}{x+6}+\frac{11}{x}=1$; $14x+11x+66=$

$=x^2+6x$, $x^2-19x-66=0$; $x_1=22$; $x_2=-3<0$; $x=22$; $x+6=28$.

Ответ: за 28 дней и за 22 дня.

7.24(2) x дней потребуется 1-му мастеру на выполнение работы, работая отдельно, $x+7$ дней – второму. $\frac{15}{x}+\frac{8}{x+7}=1$, $15x+105+8x=$

$=x^2+7x$; $x^2-16x-105=0$; $x_1=21$; $x_2=-5<0$; $x=21$; $x+7=28$.

Ответ: за 28 дней и за 21 день.

7.25(1) За x ч. может очистить от снега 1-я машина, работая отдельно; за y – 2-я машина.

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4};\\ \frac{x}{2}+\frac{y}{2}=9\end{cases}\quad \begin{cases}4(x+y)=xy\\ x+y=18\end{cases};\quad \begin{cases}xy=72\\ x+y=18,\end{cases};\quad \begin{cases}x=6\\ y=12\end{cases}$$

Ответ: одна машина за 6 ч., другая – за 12 ч.

7.25(2) За x мин. и за y мин. можно распечатать рукопись на каждом принтере в отдельности.

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}\\ \frac{x}{2}+\frac{y}{2}=25\end{cases}\quad \begin{cases}12(x+y)=xy\\ x+y=50\end{cases}\quad \begin{cases}xy=600\\ x+y=50;\end{cases}\quad x=20;\ y=30$$

Ответ: На одном принтере за 20 мин.; на другом – за 30 мин.

7.26(1) 1-й автомат может упаковать дневную норму за x ч.; 2-й – за y ч. Примем объем работы за 1

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12};\\ \frac{2}{x}+\frac{3}{y}=\frac{1}{5};\end{cases}\quad \text{Пусть } \frac{1}{x}=a;\ \frac{1}{y}=b\text{, тогда}$$

$$\begin{cases} a+b=\frac{1}{12} \\ 2a+3b=\frac{1}{5} \end{cases} \Bigg| \cdot (-2); \quad \begin{cases} -2a-2b=-\frac{1}{6} \\ 2a+3b=\frac{1}{5} \end{cases}; \quad \begin{cases} b=\frac{1}{30} \\ a=\frac{1}{20} \end{cases}; \quad \begin{cases} \frac{1}{x}=\frac{1}{20} \\ \frac{1}{y}=\frac{1}{30} \end{cases}; \quad \begin{cases} x=20 \\ y=30 \end{cases}$$

Ответ: 1-й автомат за 20 ч.; 2-й – за 30 ч.

7.26(2) За x ч. может набрать весь текст 1-й оператор, работая отдельно; за y ч – 2-й. Примем объем работы за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{8}; \\ \frac{3}{x}+\frac{12}{y}=\frac{3}{4}; \end{cases} \quad \text{Пусть } \frac{1}{x}=a; \frac{1}{y}=b \text{, тогда } \begin{cases} a+b=\frac{1}{8} \\ 3a+12b=\frac{3}{4} \end{cases} \Bigg| \cdot (-3);$$

$$\begin{cases} -3a-3b=-\frac{3}{8} \\ 3a+12b=\frac{3}{4} \end{cases}; \quad \begin{cases} 9b=\frac{3}{8} \\ a=\frac{1}{8}-b \end{cases}; \quad \begin{cases} b=\frac{1}{24} \\ a=\frac{1}{12} \end{cases}; \quad \begin{cases} \frac{1}{y}=\frac{1}{24} \\ \frac{1}{x}=\frac{1}{12} \end{cases}; \quad \begin{cases} y=24 \\ x=12 \end{cases}$$

Ответ: 1-й оператор за 12 ч., 2-й – за 24 ч.

7.27(1) За Андреева было отдано x голосов; за Васильева было отдано $1{,}5x$ голосов; за Борисова было отдано $4\cdot 2{,}5x = 10x$ голосов. Победитель – Борисов.

Всего проголосовало $x+1{,}5x+10x = 12{,}5x$ человек.

$$12{,}5x - 100\%;\ 10x - a\%;\ a=\frac{1000x}{12{,}5x}=80\%$$

Ответ: 80%.

7.27(2) За Дмитриева было отдано x голосов; за Гаврилова – $3x$ голосов; за Егорова – $9(x+3x)=36x$ голосов. Всего проголосовало $x+3x+36x = 40x$ человек.

$$40x - 100\%;\ 36x - a\%;\ a=\frac{3600x}{40x}=90\%.$$

Ответ: 90%.

7.28(1) Немецкий язык изучают $8k$ человек; французский язык изучают $5k$ человек; английский язык – $12k$ человек. Вся группа составляет 100%; $12k + 8k + 5k = 25k$ (слушателей). $25k$ – 100%; $5k$ - $x\%$; $x=\frac{5k\cdot 100}{25k}=20$ (%). Французский язык изучают 20% слушателей.

Ответ: 20% слушателей.

7.28(2) $11k$ человек занимается самбо; $6k$ человек занимается дзюдо; $8k$ человек занимается карате.

100% количество всех учащихся; $11k+6k+8k=25k$ (учащихся);

$25k-100\%$; $11k-x\%$; $x=\dfrac{11k\cdot100}{25k}=44(\%)$.

Ответ: 44% учащихся.

7.29(1) x кг – количество сена с влажностью 20%. Значит на x кг сена приходится $0{,}2x$ кг воды и $0{,}8x$ кг сухого вещества. $0{,}8x$ кг составляют 40% от количества свежескошенной травы. Тогда $0{,}8x$ кг – 40%; 100% свежескоженной травы – $\dfrac{0{,}8x\cdot100}{40}=2x$; $2x=1$ (т); $x=0{,}5$ (т).

Ответ: 500 кг.

7.29(2) В 1700 г. свежих грибов содержится 10% сухого вещества что составляет 170 г. Эта масса (170 г) составляет 85% массы высушенных грибов. Следовательно, вся масса высушенных грибов – $\dfrac{170}{85}\cdot100=200$ (г).

Ответ: 200 г.

7.30(1) В сиропе содержится $180:4=45$ (г) сахара; после добавления x г воды получится $(180+x)$ г сиропа и в нем сахара $0{,}2(180+x)$ г., следовательно $(180+x)0{,}2=45$; $36+0{,}2x=45$; $0{,}2x=9$; $x=45$.

Ответ: 45 г.

7.30(2) Пусть надо добавить x г сиропа, в нем будет содержаться $0{,}25x$ г сахара. Масса полученного раствора составит $(200+x)$ г, из которых сахара $(200+x)0{,}05$ г. Далее: $0{,}25x=(200+x)\cdot0{,}05$, $5x=200+x$; $4x=200$; $x=50$.

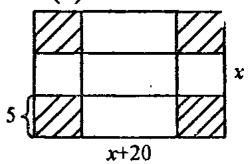
Ответ: 50 г.

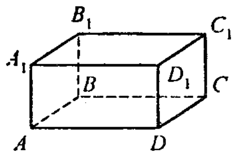
7.31(1) Было x г 75% раствора кислоты, в нем содержится $0{,}75x$ (г) кислоты. В 30 г 15%-го раствора кислоты содержится $30\cdot0{,}15=4{,}5$ (г) кислоты. В $(30+x)$ г 50%-го раствора содержится $0{,}5(30+x)$ г кислоты. Следовательно, $0{,}75x+4{,}5=0{,}5(x+30)$; $1{,}5x+9=$ $=x+30$; $0{,}5x=21$; $x=42$.

Ответ: 42 г.

7.31(2) Было x г 15%-го раствора соли, в нем $0{,}15x$ (г) – соли.
В 50 г 60%-го раствора соли содержится $50\cdot0{,}6=30$ (г соли).
В $(50+x)$ г раствора должно содержаться $0{,}4(50+x)$ г соли, т.е.
$0{,}15x+30=0{,}4(50+x)$; $0{,}15x+30=20+0{,}4x$; $10=0{,}25x$; $x=40$.
Ответ: 40 г.

7.32(1)



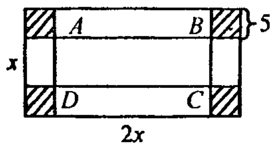


$x>0$.

Размеры листа жести: x см и $x+20$ см.

Размеры коробки: $AD = x+20-10$ (см); $AD = x+10$ (см);
$AB = x-10$ (см); $AA_1 = H = 5$ (см); $V = AD \cdot AB \cdot H$; $5(x+10)(x-10) = 1500$;
$x^2-100 = 300$; $x^2 = 400$; $x_1 = 20$; $x_2 = -20 < 0$.

Ответ: 20 см; 40 см.



7.32(2) $x>0$. Размеры листа картона: x см; $2x$ см. Размеры коробки: $AB = 2x-10$ (см), $AD = x-10$ (см), $H = 5$ (см).

$V = AB \cdot AD \cdot H$; $5(2x-10)(x-10) = 5000$;
$2(x-5)(x-10) = 1000$; $(x-5)(x-10) = 500$;
$x^2-5x-10x+50-500 = 0$; $x^2-15x-450 = 0$; $x_1 = 30$; $x_2 = -15 < 0$.

Ответ: 30 см; 60 см.

7.33(1) $v_1>v_2$ на 200 м/мин, т.е. на $200 \cdot 60 = 12000$ м/ч $= 12$ км/ч;

$10 \text{ с} = \dfrac{1}{360}$ ч ; $v_1 = x$ км/ч; $v_2 = (x+12)$ км/ч.

$\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+12} = \dfrac{1}{360}$; $\dfrac{x+12-x}{x(x+12)} = \dfrac{1}{360}$; $x(x+12) = 12 \cdot 360$;

$x^2+12x-4320 = 0$.

$x = -6 \pm \sqrt{36+4320} = -6 \pm 66$; $x_1 = -72$; $x_2 = 60$.

x_1 не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 60 км/ч; 72 км/ч.

7.33(2) $v_1>v_2$ на 5 м/мин, т.е. на $5 \cdot 60$ м/ч $= 300$ м/ч $= 0,3$ км/ч.

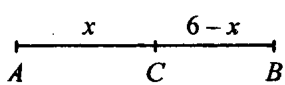
$50 \text{ с} = \dfrac{50}{3600}$ ч $= \dfrac{1}{72}$ ч ; $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+0,3} = \dfrac{1}{72}$; $\dfrac{x+0,3-x}{x(x+0,3)} = \dfrac{1}{72}$;

$x(x+0,3) = 0,3 \cdot 72$; $x^2+0,3x-21,6 = 0$; $10x^2+3x-216 = 0$;

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9+8640}}{20} = \dfrac{-3 \pm 93}{20}$; $x_1 = 4,5$; $x_2 = -4,8 < 0$.

Ответ: 4,5 км/ч; 4,8 км/ч.

7.34(1)



$B = 6$ км; $AC = x$ км; $CB = 6-x$ км; C - место встречи.

Движение после встречи.	s км	t ч	v км/ч
Движение пешехода, шедшего из A.	$6-x$	24 мин. $= \frac{24}{60}$ ч. $= \frac{2}{5}$ ч.	$\frac{6-x}{\frac{2}{5}} = \frac{5(6-x)}{2}$
Движение пешехода, шедшего из B.	x	54 мин. $= \frac{54}{60}$ ч. $= \frac{9}{10}$ ч.	$\frac{x}{\frac{9}{10}} = \frac{10x}{9}$

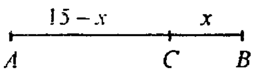
Время движения пешеходов до встречи одинаково

$\frac{2x}{5(6-x)} = \frac{(6-x)\cdot 9}{10x}$; $20x^2 = 45(6-x)^2$; $4x^2 = 9(6-x)^2$; $(2x)^2 = (3(6-x))^2$;

$2x = 18-3x$; $5x = 18$; $x = 3{,}6$; $2x = 3x-18$; $x = 18$; $x < 6$ по условию.

Ответ: 3,6 км.

7.34(2)



Движение после встречи.	s км	t ч	v км/ч
Движение велосипедиста, выехавшего из A.	x	20 мин. $= \frac{1}{3}$ ч.	$\frac{x}{\frac{1}{3}} = 3x$
Движение велосипедиста, выехавшего из B.	$15-x$	45 мин. $= \frac{3}{4}$ ч.	$\frac{15-x}{\frac{3}{4}} = \frac{4(15-x)}{3}$

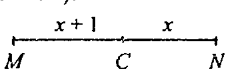
Время движения велосипедистов до встречи одинаково

$\frac{15-x}{3x} = \frac{3x}{4(15-x)}$; $9x^2 = 4(15-x)^2$; $(3x)^2 = (2(15-x))^2$; $3x = 30-2x$;

$5x = 30$; $x = 6$; $3x = 2x-30$; $x = -30 < 0$.

Ответ: 6 км.

7.35(1) Опечатка в книге. Второй пешеход пришел в N (должно быть в M).



$CN = x$ км; $MC = x+1$ км

$v_1 = \dfrac{x}{\frac{4}{5}} = \dfrac{5x}{4}$ км/ч (скорость пешехода, вышедшего из M).

$v_2 = \dfrac{x+1}{\frac{5}{4}} = \dfrac{4(x+1)}{5}$ км/ч (скорость пешехода, вышедшего из N).

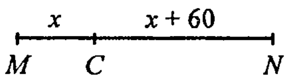
Так как пешеходы вышли одновременно, то время до встречи одинаково. $\dfrac{4(x+1)}{5x} = \dfrac{5x}{4(x+1)}$; $16(x+1)^2 = 25x^2$; $4(x+1) = 5x$; $4x+4 = 5x$;

$x_1 = 4$ или $4(x+1) = -5x$; $4x+4 = -5x$; $4 = -9x$; $x_2 = -\dfrac{4}{9} < 0$. Наконец:

$v_1 = 4 : \dfrac{4}{5} = 5$ км/ч; $v_2 = (4+1) : \dfrac{5}{4} = \dfrac{5 \cdot 4}{5} = 4$ км/ч.

Ответ: 5 км/ч; 4 км/ч.

7.35(2)



$MC = x$ км; $CN = x+60$ км; $v_1 = (x+60) : \dfrac{5}{2} = \dfrac{2(x+60)}{5}$;

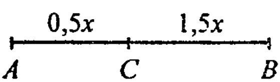
$v_2 = x : \dfrac{2}{5} = \dfrac{5x}{2}$. Время до встречи одинаково, следовательно

$\dfrac{5x}{2(x+60)} = \dfrac{(x+60) \cdot 2}{5x}$; $(5x)^2 = (2(x+60))^2$; $5x = 2x+120$; $x = 40$ или

$5x=-2x-120$; $x<0$; при $x=40$: $v_1 = \dfrac{2 \cdot 100}{5} = 40$ км/ч; $v_2 = \dfrac{40 \cdot 5}{2} = 100$ км/ч.

Ответ: 40 км/ч; 100 км/ч.

7.36(1)

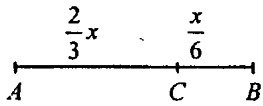


$v_в = x$ км/ч; $BC = 1{,}5x$ км; $AC = 0{,}5x$ км

$v_T = \dfrac{0{,}5x}{1{,}5} = \dfrac{x}{3}$ км/ч; $t_T = 1{,}5x : \dfrac{x}{3} = 1{,}5 \cdot 3 = 4{,}5$ (ч) – время, затраченное туристом на прохождение пути CB; на весь путь турист затратил $1{,}5 + 4{,}5 = 6$ (ч).

Ответ: 6 ч.

7.36(2) $v_а = x$ км/ч;



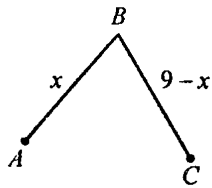
$AC = \frac{2}{3}x$ км; $CB = \frac{x}{6}$ км

$$v_в = \frac{x}{6} : \frac{2}{3} = \frac{x}{4} \text{ км/ч};$$

$$t_в = \frac{2x}{3} : \frac{x}{4} = \frac{8}{3} \text{ ч.} = 2\frac{2}{3} \text{ ч.} = 2 \text{ ч. } 40 \text{ мин.}$$

Ответ: 2 ч. 40 мин.

7.37(1) $AB = x$ км; $BC = (9-x)$ км. Скорость пешехода на подъеме y км/ч; скорость пешехода на спуске $y+2$ км/ч.



$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+2} = 1\frac{5}{6}; \\ \frac{9-x}{y} + \frac{x}{y+2} = 1\frac{11}{12}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{xy+2x+9y-xy}{y(y+2)} = \frac{11}{6}; \\ \frac{(9-x)(y+2)+xy}{y(y+2)} = \frac{23}{12}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2x+9y}{y(y+2)} = \frac{11}{6}; \\ \frac{9y-xy+18-2x+xy}{y(y+2)} = \frac{23}{12}; \end{cases} \quad \begin{cases} 6(2x+9y) = 11y(y+2); \\ 12(9y+18-2x) = 23y(y+2); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x+54y = 11y^2+22y; \\ 108y+216-24x = 23y^2+46y; \end{cases} \quad \begin{cases} 12x+32y-11y^2 = 0 \\ -24x+62y-23y^2+216 = 0 \end{cases} \Bigg| \, 2;$$

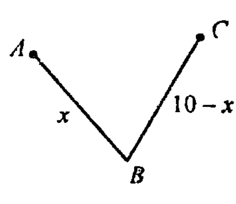
$$\begin{cases} 24x+64y-22y^2 = 0; \\ -24x+62y-23y^2+216 = 0; \end{cases}$$ 8) $126y-45y^2+216 = 0$; $14y-5y^2+24 = 0$;

$5y^2-14y-24 = 0$; $y = \frac{7 \pm \sqrt{49+120}}{5} = \frac{7 \pm 13}{5}$; $y_1 = 4$; $y_2 < 0$

$\frac{x}{4} + \frac{9-x}{6} = \frac{11}{6}$; $3x+18-2x = 22$; $x = 4$.

Ответ: длина подъема 4 км; скорость на подъеме 4 км/ч; скорость на спуске 6 км/ч.

7.37(2)



$AB = x$ км; $BC = 10-x$ км

Скорость туриста на подъеме y км/ч, скорость туриста на спуске $y+3$ км/ч.

I. $\begin{cases} \dfrac{x}{y+3}+\dfrac{10-x}{y}=2\dfrac{2}{3}, \\ \dfrac{10-x}{y+3}+\dfrac{x}{y}=2\dfrac{1}{3}, \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{xy+(y+3)(10-x)}{y(y+3)}=\dfrac{8}{3}; \\ \dfrac{x(y+3)+y(10-x)}{y(y+3)}=\dfrac{7}{3}; \end{cases}$

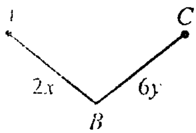
$\begin{cases} \dfrac{xy+10y+30-xy-3x}{y(y+3)}=\dfrac{8}{3}; \\ \dfrac{xy+3x+10y-xy}{y(y+3)}=\dfrac{7}{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} 3(10y+30-3x)=8(y^2+3y); \\ 3(3x+10y)=7(y^2+3y); \end{cases}$

$\begin{cases} 30y+90-9x=8y^2+24y; \\ 9x+30y=7y^2+21y; \end{cases}$ $\begin{cases} -9x+6y-8y^2+90=0; \\ 9x+9y-7y^2=0; \end{cases}$

$15y-15y^2+90=0$; $y^2-y-6=0$; $y_1=3$; $y_2=-2<0$; -2 не удовлетворяет условию задачи; $y=3$.

II. $\dfrac{x}{6}+\dfrac{10-x}{3}=\dfrac{8}{3}$; $x+20-2x=16$; $x=4$.

Ответ: длина спуска 4 км, скорость на подъеме 3 км/ч; скорость на спуске 6 км/ч.



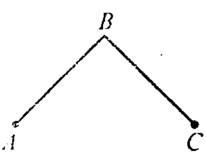
7.38(1) x км/ч – скорость автомобиля при движении с горы; y км/ч – скорость автомобиля в гору; $2x$ км – путь с горы; $6y$ км – путь в гору.

$\dfrac{6y}{x}+\dfrac{2x}{y}=13$, $\dfrac{x}{y}=a$; $2a+\dfrac{6}{a}-13=0$;

$2a^2-13a+6=0$; $a=\dfrac{13\pm\sqrt{169-48}}{4}=\dfrac{13\pm 11}{4}$; $a_1=6$; $a_2=\dfrac{1}{2}$.

Ответ: в 6 раз.

7.38(2)



x км/ч – скорость автобуса в гору; y км/ч – скорость автобуса с горы. $AB=5x$ км; $BC=3y$ км

$\dfrac{3y}{x}+\dfrac{5x}{y}=16$; $\dfrac{y}{x}=a$; $3a+\dfrac{5}{a}=16$;

$3a^2-16a+5=0$; $a=\dfrac{8\pm\sqrt{64-15}}{3}=\dfrac{8\pm 7}{3}$; $a_1=5$; $a_2=\dfrac{1}{3}$.

Ответ: в 5 раз.

7.39(1) $v_1 = 5$км/ч; $v_2 = 4$ км/ч; $v_3 = x$ км/ч; 3-й турист догоняет 2-го туриста через y ч после своего выхода;

1) $\begin{cases} xy = 4\left(y+\dfrac{1}{2}\right) \\ x(y+4) = 5(y+5) \end{cases}$; 2) $\begin{cases} xy = 4y+2 \\ xy+4x = 5y+25 \end{cases}$;

3) $\begin{cases} xy = 4y+2 \\ xy = 5y-4x+25 \end{cases}$; $4y+2 = 5y-4x+25$; $4x-y-23 = 0$; $y = 4x-23$.

4) $\begin{cases} y = 4x-23 \\ x(4x-23) = 4(4x-23)+2 \end{cases}$;

$4x^2-23x = 16x-92+2$; $4x^2-39x+90 = 0$;

$$x = \frac{39 \pm \sqrt{1521-1440}}{8} = \frac{39 \pm 9}{8};$$

$x_1 = 6$; $x_2 = 3,75 < 4$ – не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 6 км/ч.

7.39(2) $v_1 = 50$ км/ч; $v_2 = 60$ км/ч; $v_3 = x$ км/ч

y ч. – время, за которое 3-я машина догнала 1-ю.

$\begin{cases} xy = 50(y+1) \\ x\left(y+1\dfrac{1}{3}\right) = 60\left(y+2\dfrac{1}{3}\right) \end{cases}$ (I); $\begin{cases} xy = 50(y+1) \\ x\left(y+\dfrac{4}{3}\right) = 60\left(y+\dfrac{7}{3}\right) \end{cases}$

$\begin{cases} xy = 50(y+1) \\ x(3y+4) = 60(3y+7) \end{cases}$; $\begin{cases} x = \dfrac{60(3y+7)}{3y+4} \\ y\cdot\dfrac{60(3y+7)}{3y+4} = 50(y+1) \end{cases}$;

$$\frac{6y(3y+7)}{3y+4} = 5(y+1);$$

$18y^2+42y = (3y+4)(5y+5)$;

$18y^2+42y = 15y^2+15y+20+20y$; $3y^2+7y-20 = 0$;

$$y = \frac{-7 \pm \sqrt{49+240}}{6} = \frac{-7 \pm 17}{6};$$

$y_1 = -4$; $y_2 = \dfrac{5}{3}$; y_1 не удовлетворяет условию задачи.

При $y = 1\dfrac{2}{3}$ уравнение (I) имеет вид: $3x = 60\cdot 4$; $x = 80$.

Ответ: 80 км/ч.

7.40(1) $v_В = x$ км/ч;

$v_Т = x + \frac{1}{4}x = \frac{5}{4}x$ км/ч.; $v_М = \frac{5}{4}x + \frac{5}{4}x \cdot \frac{3}{5} = 2x$ км/ч

Велосипедист прибыл в B через $y+1$ (ч); турист через y (ч).

$s_В = s_Т$; $\frac{5}{4}xy = x(y+1)$; следовательно, $\frac{5}{4}y = y+1$; $\frac{1}{4}y = 1$; $y = 4$

Турист прибыл в B через 4 часа, проделав путь $s = \frac{5}{4}x \cdot 4 = 5x$ (км).

Тот же путь проделал мотоциклист за $\frac{5x}{2x} = 2,5$ (ч).

Мотоциклист прибыл в B раньше на 0,5 часа, т.к. он выехал на 1 час позже туриста и в пути был 2,5 часа. 4–3,5 = 0,5 (ч)

Ответ: на 30 мин.

7.40(2) $v_а = x$ км/ч;

$v_Т = \frac{3}{2}x$ км/ч; $v_{л\,а} = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}x = \frac{9x}{5}$ км/ч

В пункт B трейлер прибыл через y часов; автобус – через $y+1$ часов после выезда из A; $s_а = s_Т$; $x(y+1) = y \cdot \frac{3}{2}x$; $y+1 = 1,5y$; $0,5y = 1$; $y = 2$. Трейлер и автобус прибыли в B соответственно через 2 часа и 3 часа после выезда из A.

Путь AB равен: $v_Т \cdot t_Т = \frac{3}{2}x \cdot 2 = 3x$ (км); $t_{л.а} = \frac{3x \cdot 5}{9x} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ (ч).

Легковой автомобиль выехал из A на 1 час позже трейлера, и на 2 часа позже автобуса, т.е. за 1 час до прибытия автобуса и трейлера в B, и пробыл в пути $1\frac{2}{3}$ часа. Значит, он прибыл позже их на $\frac{2}{3}$ часа.

Ответ: 40 мин.

7.41(1) v_1 км/ч – скорость грузовика; v_2 км/ч – скорость легкового автомобиля; t ч. – время, которое понадобится легковому автомобилю, чтобы догнать грузовик. Тогда $v_2 t = (\frac{1}{2} + t)v_1$ или $(v_2 - v_1)t = v \cdot 0,5$ (1). s_1 км – путь грузовика после первой встречи до второй встречи: $s_1 = 30 - 6 = 24$ км. s_2 км – путь легкового автомобиля после первой встречи до второй встречи: $s_2 = 30 + 6 = 36$ км.

Пусть t_1 – время движения автомобилей между первой и второй встречами; тогда $v_2 = \frac{36}{t_1}$ км/ч, $v_1 = \frac{24}{t_1}$ км/ч.

Подставим значения v_2 и v_1 в уравнение (I):

$\left(\frac{36}{t_1}-\frac{24}{t_1}\right)t=\frac{24}{t_1}\cdot 0,5$; $\frac{12t}{t_1}=\frac{12}{t_1}$; $t=1$

Ответ: 1 час.

7.41(2) v_1 км/ч – скорость 1-го маршрутного такси; v_2 км/ч – скорость 2-го маршрутного такси $v_2>v_1>0$. t ч. – время, которое понадобится 2-му маршрутному такси, чтобы догнать 1-е маршрутное такси. $(v_2-v_1)t=v_1\cdot 0,2$ (I); $s_2=35$ км; $s_1=25$ км

s_2 км и s_1 км – пути, пройденные каждым маршрутным такси между двумя встречами. Тогда: $\frac{35}{v_2}=\frac{25}{v_1}$, $v_2=\frac{7}{5}v_1$. Далее: из (I) имеем: $\frac{2}{5}v_1\cdot t=v_1\cdot\frac{1}{5}$; $t=\frac{1}{5}:\frac{2}{5}=\frac{1}{2}$ ч.

Ответ: 30 мин.

7.42(1) Примем путь AB за 1; $v_{плота}=v_{теч.реки}=\frac{1}{12}$ км/ч; $v_{лодки\ по\ теч}=v_{в\ стояч.\ воде}+v_{теч.\ реки}=\frac{1}{3}$ км/ч; $v_{в\ стояч.\ воде}=x$ км/ч; $\frac{1}{3}=x+\frac{1}{12}$, $x=\frac{1}{3}-\frac{1}{12}$; $x=\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$ км/ч – скорость лодки в стоячей воде. Все расстояние AB моторная лодка преодолеет за $1:\frac{1}{4}=4$ (часа).

Ответ: 4 ч.

7.42(2) Примем путь AB за 1; $v_{плота}=v_{теч.реки}=\frac{1}{6}$ (км/ч); x (км/ч) – скорость лодки в стоячей воде; $v_{лодки\ против\ течения}=\frac{1}{2}$ (км/ч); $v_{лодки\ против\ теч}=v_{в\ стояч.\ воде}-v_{теч.\ реки}$: $\frac{1}{2}=x-\frac{1}{6}$; $x=\frac{2}{3}$ (км/ч). Искомое время: $1:\frac{2}{3}=\frac{3}{2}$ (ч). За 1,5 ч. моторная лодка преодолеет путь AB.

Ответ: 1,5 ч.

7.43(1) Примем расстояние AB за 1

$v_{катера\ в\ стоячей\ воде}>v_{пл.}$ в 4 раза: $v_{собств.\ катера}=4v_{плота\ (течения)}$

$v_{катера\ по\ теч.}>v_{пл.}$ в 5 раз: $v_{катера\ по\ теч.}=5v_{плота\ (течения)}$

$v_{катера\ против\ теч.}>v_{пл.}$ в 3 раза; $v_{катера\ против\ теч.}=3v_{плота\ (течения)}$

1) Плот движется навстречу катеру $\frac{v_{пл}}{v_{кат}} = \frac{1}{3}$. Следовательно, плот к моменту встречи проплыл $\frac{1}{4}$ пути, а катер $\frac{3}{4}$ пути.

2) Плот и катер плывут по течению. $\frac{v_{пл}}{v_{кат}} = \frac{1}{5}$. Следовательно, плот к моменту возвращения катера в пункт B проплыл $\frac{1}{5}$ от $\frac{3}{4}$ пути, т.е. $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$. Всего плот проплыл от A к B

$\frac{3}{20} + \frac{1}{4} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

Ответ: $\frac{2}{5}$ пути.

7.43(2) Примем расстояние AB за 1.

$v_{б.\ собств.} > v_{пл.}$ в 3 раза; $v_{б.\ собств.} = 3v_{плота\ (течения)}$

$v_{б\ по\ теч.} > v_{пл.}$ в 4 раза; $v_{б.\ по\ теч.} = 4v_{плота\ (течения)}$

$v_{б\ против\ теч.} > v_{пл.}$ в 2 раза; $v_{б.\ против\ теч.} = 2v_{плота\ (течения)}$

1) Баржа движется против течения навстречу плоту $\frac{v_{пл.}}{v_{б.}} = \frac{1}{2}$

Плот проплыл $\frac{1}{3}$ расстояния AB, баржа проплыла $\frac{2}{3}$ расстояния AB.

2) Баржа и плот движутся в одном направлении $\frac{v_{пл}}{v_{б.}} = \frac{1}{4}$

К моменту возвращения баржи в пункт A плот проплыл $\frac{1}{4}$ расстояния от $\frac{2}{3}$, т.е. $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$. Всего плот проплыл $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$, и ему останется проплыть $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ расстояния от A до B.

Ответ: $\frac{1}{2}$ пути.

7.44(1) 3 км/ч – скорость течения реки; x км/ч – собственная скорость катера; $v_{по\ теч.} = 3+x$ км/ч, $v_{против\ теч.} = x-3$ км/ч

Примем путь от A до B за 1.

$s_{кат} = 2s_{по\ теч.} + s_{против\ теч.}$

$\frac{2}{x+3}+\frac{1}{x-3}=\frac{1}{3}$; $\frac{2x-6+x+3}{x^2-9}=\frac{1}{3}$; $\frac{3x-3}{x^2-9}=\frac{1}{3}$; $9x-9=x^2-9$;

$9x-x^2=0$; $x(9-x)=0$; $x_1=0$; $x_2=9$.

x_1 не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 9 км/ч.

7.44(2) 2 км/ч – скорость течения реки; x км/ч – собственная скорость теплохода; $v_{\text{по теч.}}=x+2$ км/ч; $v_{\text{против теч.}}=x-2$ км/ч.

Примем расстояние от A до B за 1. $S_{\text{тепл.}}=3S_{\text{по теч.}}+2S_{\text{против теч.}}$

$\frac{3}{x+2}+\frac{2}{x-2}=\frac{1}{2}$; $\frac{3x-6+2x+4}{x^2-4}=\frac{1}{2}$; $\frac{5x-2}{x^2-4}=\frac{1}{2}$; $10x-4=x^2-4$;

$10x-x^2=0$; $x(10-x)=0$; $x_1=0$; $x_2=10$.

Ответ: 10 км/ч.

7.45(1) x ч. – время движения на велосипеде; y ч. – время движения на лодке; z ч. – время движения пешком.

$$\begin{cases}\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{4}=2\\ \frac{x}{3}+\frac{2y}{3}+\frac{z}{2}=3\end{cases};\ \begin{cases}4x+2y+3z=24\\ 2x+4y+3z=18\end{cases}\begin{vmatrix}(1)\\(2)\end{vmatrix};\ (1)+(2):$$

$6x+6y+6z=42$; $x+y+z=7$

Ответ: 7 ч.

7.45(2) x ч. – время, затраченное на выполнение домашнего задания по математике; y ч. – время, затраченное на выполнение домашнего задания по физике; z ч. – время, затраченное на выполнение домашнего задания по русскому языку

$$\begin{cases}\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2{,}5}=2,\\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1,\end{cases}\quad \begin{cases}\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{2z}{5}=2\\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1\end{cases}\begin{vmatrix}10;\\ 12;\end{vmatrix}\quad \begin{cases}2x+5y+4z=20\ (1);\\ 6x+3y+4z=12\ (2);\end{cases}$$

(1)+(2): $8x+8y+8z=32$, $x+y+z=4$.

Ответ: 4 ч.

7.46(1) z – количество рабочих дней.

	Зарплата в 1 день	Рабочие дни	
Иванов	x	$z-1$	$z-5$
Петров	y	$z-5$	$z-1$

$$1)\ \begin{cases}x(z-1)=7200 \quad (1)\\ y(z-5)=8000\\ y(z-1)-x(z-5)=3600\end{cases}.\ \text{Пусть } z-1=a;\ z-5=b.$$

$$\begin{cases} ax = 7200 \\ by = 8000 \\ ay - bx = 3600 \end{cases}; \begin{cases} a = \dfrac{7200}{x} \\ b = \dfrac{8000}{y} \\ ay - bx = 3600 \end{cases}, \quad \frac{7200y}{x} - \frac{8000x}{y} = 3600;$$

$$\frac{18y}{x} - \frac{20x}{y} = 9; \ \frac{y}{x} = k; \ 18k - \frac{20}{k} - 9 = 0; \ 18k^2 - 9k - 20 = 0;$$

$k = \dfrac{9 \pm \sqrt{81 + 1440}}{36} = \dfrac{9 \pm 39}{36}$; $k_1 = \dfrac{4}{3}$; $k_2 = -\dfrac{5}{6}$; k_2 не удовлетворяет условиям задачи. $\dfrac{y}{x} = \dfrac{4}{3}$; $x = \dfrac{3y}{4}$.

2) $\begin{cases} xz - x = 7200 \\ yz - 5y = 8000 \\ yz - y - xz + 5x = 3600 \end{cases}; \begin{cases} xz = 7200 + x \\ yz = 8000 + 5y \\ 8000 + 5y - y - 7200 - x + 5x - 3600 = 0 \end{cases};$

из последнего уравнения системы получаем: $4x + 4y = 2800$ и

далее: $\begin{cases} x + y = 700 \\ x = \dfrac{3y}{4} \end{cases}; \begin{cases} \dfrac{3y}{4} + y = 700 \\ x = \dfrac{3y}{4} \end{cases}; \ \dfrac{7y}{4} = 700$; $y = 400$; $x = 300$;

$z = 25$ (найдено из уравнения (I)); Иванов заработал $300 \cdot 25 = 7500$ (р.) Петров заработал $400 \cdot 25 = 10000$ (р.)

Ответ: 7500 р.; 10000 р.

7.46(2) z – количество рабочих дней.

	Заработок в 1 день	Рабочие дни	
Мастер	x	$z-1$	$z+1$
Ученик	y	$z+1$	$z-1$

$\begin{cases} x(z-1) = y(z+1) & \text{(I)} \\ x(z+1) = 3600 & \text{(II)} \\ y(z-1) = 1600 & \text{(III)} \end{cases}$. Обозначим $z-1 = a$; $z+1 = b$.

$$\begin{cases} ax = by \\ xb = 3600 \\ ya = 1600 \end{cases}; \begin{cases} x = \dfrac{3600}{b} \\ y = \dfrac{1600}{a} \\ \dfrac{3600a}{b} = \dfrac{1600b}{a} \end{cases}; \ \frac{36a}{b} = \frac{16b}{a}; \ 9a^2 = 4b^2; \ 3a = 2b;$$

$3a = -2b$ не может быть; $3(z-1) = 2(z+1)$; $3z-3 = 2z+2$; $z = 5$.

в) $x = 600$; $y = 400$; найдены из уравнения (I) и (II). Мастер заработал $600\cdot 5 = 3000$ р.; ученик заработал $400\cdot 5 = 2000$ р.

Ответ: 2000 р.; 3000 р.

7.47(1) За 1 ч. 1-я мельница может смолоть $\frac{38}{6} = \frac{19}{3}$ ц. пшеницы; 2-я – $\frac{32}{5}$ ц.; 3-я – 5 ц. 133 т = 1330 центнеров; $\frac{19}{3}t + \frac{32}{5}t + 5t = 1330$; t – время помола; $t(95+96+75) = 1330\cdot 15$; $266t = 1330\cdot 15$; $2t = 150$; $t = 75$.

$75\cdot\frac{19}{3} = 475$ (ц.); $75\cdot 6{,}4 = 480$ (ц.); $75\cdot 5 = 375$ (ц.)

Ответ: 475 ц.; 480 ц.; 375 ц.

7.47(2) За 1 час Маша печатает 10 стр., Таня – 8 стр., Оля – 9 стр.

Пусть t – время печатания, тогда $(10 + 8 + 9)t = 54$;

$t = \frac{54}{27} = 2$ (ч).

За 2 часа Маша напечатает 20 стр., Таня – 16 стр., Оля – 18 стр.

Ответ: 20 стр.; 16 стр.; 18 стр.

7.48(1) Каждая из бригад, работая отдельно, может разгрузить вагон за x ч.; y ч.; z ч. и u ч. Примем объем работы за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{u}=\frac{1}{4} & (1) \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{z}+\frac{1}{u}=\frac{1}{3} & (2) \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{6} & (3) \end{cases} \qquad (2)-(1) \quad \begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}; \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{6}; \end{cases}$$

$\frac{2}{x} = \frac{1}{12}+\frac{1}{6}$; $\frac{2}{x} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{x} = \frac{1}{8}$;

2) $\frac{1}{x}+\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{u}\right) = \frac{1}{8}+\frac{1}{4} = \frac{3}{8}$ – такую часть работы могут выполнить за один час все четыре бригады, работая вместе. Всю работу они выполнят за $1 : \frac{3}{8} = \frac{8}{3}$ часов.

Ответ: 2 ч. 40 мин.

7.48(2) Каждый из насосов, работая отдельно, может откачать воду за x мин., y мин., z мин. и u мин. Примем объем работы за 1.

$$1)\ \begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{10} & (1) \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{u}=\dfrac{1}{12} & (2) \\ \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{u}=\dfrac{1}{15} & (3) \end{cases} \qquad (1)-(2) \quad 2)\ \begin{cases} \dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{u}=\dfrac{1}{10}-\dfrac{1}{12}=\dfrac{1}{60} \\ \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{u}=\dfrac{1}{15}; \end{cases}$$

$\dfrac{2}{y}=\dfrac{1}{12}$; $\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{24}$; $(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{u})+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{24}=\dfrac{3}{24}=\dfrac{1}{8}$ ($\dfrac{1}{8}$ всего объема воды откачают в минуту четыре насоса, работая вместе). Чтобы откачать всю воду, насосам понадобится $1:\dfrac{1}{8}=8$ минут.

Ответ: 8 мин.

7.49(1) m кг – масса свежих яблок. В m кг содержится 0,8 m воды и 0,2 m сухого вещества, составляющего 80% массы сушеных яблок. Вся масса сушеных яблок составляет 0,2 m : 0,8 = $\dfrac{1}{4}m$ (кг). Таким образом, из m кг свежих яблок получается $\dfrac{m}{4}$ кг сушеных, что составляет 25% первоначальной массы. Усушка составляет $m-\dfrac{m}{4}=\dfrac{3}{4}m$, т.е. 75%.

Ответ: 75%.

7.49(2) m кг – свежих абрикосов; $0{,}4m$ (кг) – сушеных абрикосов; из $0{,}4m$ (кг) вода составляет 25%, т.е. $0{,}4m:4 = 0{,}1m$ (кг); а сухое вещество составляет 0,3 m кг, т.е. 0,3 массы свежих абрикосов или $0{,}3 \cdot 100\% = 30\%$. Значит свежие абрикосы содержат 70% воды.

Ответ: 70%.

7.50(1) 1) x% – концентрация 1-го раствора. В 2-х кг. раствора содержится $2\cdot 0{,}01x = 0{,}02x$ (кг) кислоты. y% - концентрация 2-го раствора. В 6 кг. раствора содержится $6\cdot 0{,}01y = 0{,}06y$ (кг) кислоты.

В 8 кг раствора содержится $8\cdot 0{,}36 = 2{,}88$ кг кислоты.

$0{,}02x+0{,}06y = 2{,}88$; $2x+6y = 288$; $x+3y = 144$;

2) $0{,}01x+0{,}01y = 2\cdot 0{,}32$; $x+y = 64$.

$$\begin{cases} x+3y=144 \\ x+y=64 \end{cases};\ \begin{cases} 2y=80 \\ x=64-y \end{cases},\ x=24;\ y=40$$

Ответ: 24% и 40%.

7.50(2) $x\%$ – концентрация 1-го сиропа; $y\%$ – концентрация 2-го сиропа. $\begin{cases}0,01\cdot5x+0,01\cdot7y=12\cdot0,35\\0,01x+0,01y=0,36\cdot2\end{cases}$ $\begin{cases}5x+7y=420\\x+y=72\end{cases}\Bigg|-5$

$\begin{cases}5x+7y=420\\-5x-5y=-360\end{cases}$ $\begin{cases}2y=60\\x=72-y\end{cases}$ $\begin{cases}x=42\\y=30\end{cases}$

Ответ: 42% и 30%.

7.51(1) x г – масса 1-го раствора; $0,2x$ – масса кислоты; y г – масса 2-го раствора; $0,5y$ – масса кислоты. $0,2x+0,5y = 0,3(x+y)$; $0,2x+0,5y = 0,3x+0,3y$; $0,1x = 0,2y$; $x = 2y$; $\frac{x}{y} = 2$; $x:y = 2:1$

Ответ: 2:1.

7.51(2) x кг – масса 1-го сплава; $0,7x$ – масса меди; y кг – масса 2-го сплава; $0,4x$ – масса меди. $0,7x+0,4y = 0,5(x+y)$; $0,7x+0,4y = 0,5x+0,5y$; $0,2x = 0,1y$; $2x = y$; $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$; $x:y = 1.2$.

Ответ: 1:2.

7.52(1) x (р.) – закупочная цена; $\frac{3}{2}x$ (р.) – цена кружки в магазине; $\frac{3}{2}x-\frac{2}{5}\left(\frac{3}{2}x\right)=\frac{3}{2}x-\frac{3}{5}x=\frac{9}{10}x$ (р.) – предновогодняя цена; $x-\frac{9}{10}x=\frac{1}{10}x$ (р.). $0,1x$ (р.) составляет 10% от x.

Ответ: Предновогодняя; на 10%.

7.52(2) x (р.) – закупочная цена футболки; $x+0,4x = 1,4x$ (р.) – цена футболки в магазине; $1,4x-0,7x = 0,7x$ (р.) – цена после снижения. $x-0,7x = 0,3x$ (р.) – составляет 30% от x.

Ответ: цена в конце года; на 30%.

7.53(1) x (р.) – первоначальная цена 1 картины; y (р.) – первоначальная цена 2 картины; $\frac{6}{5}x$ (р.) – цена продажи 1 картины; $\frac{3}{2}y$ (р.) – цена продажи 2 картины;

$\frac{13}{10}(x+y)=\frac{6}{5}x+\frac{3}{2}y$; $\frac{13}{10}x-\frac{6}{5}x=\frac{3}{2}y-\frac{13}{10}y$; $\frac{1}{10}x=\frac{1}{5}y$; $5x=10y$; $x=2y$.

Ответ: Первоначальная стоимость 1-й картины в 2 раза больше, чем 2-й.

7.53(2) x (р.) – первоначальная стоимость питания; y (р.) – первоначальная стоимость проживания; $(x+y)$ р. – первоначальная цена путевки. $\frac{3}{2}x$ (р.) – цена питания после подорожания; $\frac{5}{4}y$ (р.) – цена проживания после подорожания; $\left(\frac{3}{2}x+\frac{5}{4}y\right)$ – стоимость путевки после подорожания. $140\%=\frac{140}{100}=\frac{7}{5}$; $\frac{7}{5}(x+y)=\frac{3}{2}x+\frac{5}{4}y$;

$\frac{3}{2}x-\frac{7}{5}x=\frac{7}{5}y-\frac{5}{4}y$; $\frac{x}{10}=\frac{3y}{20}$; $x=\frac{3}{2}y$.

Ответ: За питание платили в 1,5 раза больше, чем за проживание.

7.54(1) $x>0$. x (р.) – цена апельсинов до снижения; $0{,}7x$ (р.) – новая цена; $2{,}8x$ (р.) – цена 2,8 кг по цене x р. за килограмм; $2{,}8x:0{,}7x = 4$ (кг).

Ответ: 4 кг.

7.54(2) x (р.) – первоначальная цена 1 кг фруктов; $1{,}15x$ (р.) – новая цена 1 кг фруктов. $\frac{230}{x}-\frac{230}{1{,}15x}=3$; $\frac{230}{x}-\frac{200}{x}=3$; $\frac{30}{x}=3$; $x=10$. 10 р. – первоначальная цена; 11,5 р. – новая цена; цена возросла на 1,5 р.

Ответ: 1,5 р.

7.55(1) 2000 р. – первоначальная цена товара; 20 р. – 1% от 2000 р.; $20a$ р. – a% от 2000 р.; $(2000-20a)$ р. – цена после 1-го снижения на a%. $(2000-20a)-\frac{2000-20a}{100}a=1805$ – цена после второго снижения на a%. $(2000-20a)-(20-0{,}2a)a = 1805$; $2000-20a-20a+0{,}2a^2 = 1805$; $a^2-200a+975 = 0$; $a=100\pm\sqrt{10000-975}=100\pm95$; $a_1 = 195$; $a_2 = 5$; a_1 не подходит по смыслу задания.

Ответ: 5%.

7.55(2) 6000 р. – первоначальная цена; 60 р. – 1% от 6000 р.; $60a$ р. – a% от 6000 р.; $(6000+60a)$ р. – цена после 1-го повышения на a%; $(6000+60a)+\frac{6000+60a}{100}a=6615$ – цена после 2-го повышения на a%. $6000+60a+(60+0{,}6a)a = 6615$;
$6000+60a+60a+0{,}6a^2 = 6615$; $0{,}6a^2+120a-615 = 0$; $6a^2+1200a-6150 = 0$;
$a^2+200a-1025 = 0$; $a=-100\pm\sqrt{10000+1025}=-100\pm105$; $x_1 = 5$;
$x_2 = -205$; x_2 не удовлетворяет условию задания.

Ответ: 5%.

7.56(1)

Число учеников	Было вчера	Стало сегодня
Присутствовало на уроке	$8x$	$8x-2$
Отсутствовало на уроке	x	$x+2$

Всего учеников в классе – $9x$. $x+2$ составляет $\frac{1}{5}$ часть от $8x-2$

$8x-2 = 5(x+2)$; $8x-2 = 5x+10$; $3x = 12$; $x = 4$. В классе было 36 человек.

Ответ: 36.

7.56(2)

Число учеников	Было вчера	Стало сегодня
Присутствовало на уроке	$4x$	$4x+3$
Отсутствовало на уроке	x	$x-3$

$4x+3 = 9(x-3)$; $4x+3 = 9x-27$; $5x = 30$; $x = 6$.

Всего в классе было $5x$ учеников.

Ответ: 30 человек.

7.57(1) Количество избирателей примем за 1. Тогда: 0,6 избирателей решили за кого голосовать; $0{,}6\cdot 0{,}55 = 0{,}33$ будут голосовать за A; т.е. 33% всех избирателей будут голосовать за A. За A должно проголосовать 50% всех избирателей, т.е. еще 17% от всего количества избирателей. Не решили за кого голосовать 0,4 избирателей. Следовательно, x избирателей из 0,4 оставшихся должны составить 0,17 от всего количества избирателей, т.е. $x \cdot 0{,}4 = 0{,}17$; $x = 0{,}17 : 0{,}4 = 0{,}425$; $0{,}425 \cdot 100\% = 42{,}5\%$

Ответ: 42,5%.

7.57(2) Количество учащихся в 9-х классах примем за 1; 0,75 учащихся решили, какие экзамены будут сдавать: $0{,}6\cdot 0{,}75 = 0{,}45$ будут сдавать геометрию. Следовательно, 45% всех учащихся будут сдавать геометрию. Геометрию должны сдавать 50%, т.е. еще 5% всех учащихся. Не решили какой экзамен сдавать 0,25 учащихся. Следовательно, x учащихся из 0,25 неопределившихся должны составить 0,05 от количества всех девятиклассников, т.е. $x \cdot 0{,}25 = 0{,}05$; $x = 0{,}2$ или $0{,}2 \cdot 100\% = 20\%$.

Ответ: 20%.

7.58(1) 1) x р. – деньги Антона; y р. – деньги Бориса; z р. – деньги Виктора.

2) $\begin{cases} \frac{4}{5}x + y + z = \frac{9}{10}(x+y+z) \\ x + y + \frac{4}{5}z = \frac{23}{25}(x+y+z) \end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{x}{10} + \frac{y}{10} + \frac{z}{10} = 0 \\ \frac{2}{25}x + \frac{2}{25}y - \frac{3}{25}z = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases}-x+y+z=0\\2x+2y-3z=0\end{cases}\Bigg|\,3\quad \begin{cases}-3x+3y+3z=0\\2x+2y-3z=0\end{cases}\quad \begin{cases}-x+5y=0\\-x+y+z=0\end{cases}\quad x=5y$$

$$\begin{cases}-2x+2y+2z=0\\2x+2y-3z=0\end{cases}\quad \begin{cases}z=4y\\-x+y+z=0\end{cases}$$

3) Пусть $y = a\%$; $x = 5a\%$; $z = 4a\%$

$x+y+z$ — 100%; $5a+4a+a = 100$; $10a = 100$; $a = 10$.

Ответ: Антон внес 50%; Борис внес 10%; Виктор – 40%.

7.58(2) 1) x р. – плата за коммунальные услуги; y р. – плата за телефон; z р. – плата за электричество.

2) $$\begin{cases}\frac{3}{2}x+y+z=\frac{27}{20}(x+y+z)\\ x+y+\frac{3}{2}z=\frac{11}{10}(x+y+z)\end{cases}$$

$$\begin{cases}30x+20y+20z=27x+27y+27z\\10x+10y+15z=11x+11y+11z\end{cases}\quad \begin{cases}3x-7y-7z=0\\x+y-4z=0\end{cases}\Bigg|\,-3$$

$$\begin{cases}3x-7y-7z=0\\-3x-3y+12z=0\end{cases}\quad \begin{cases}-10y+5z=0\\x+y-4z=0\end{cases}\quad z=2y\,|\,7$$

$$\begin{cases}3x-7y-7z=0\\7x+7y-28z=0\end{cases}\quad \begin{cases}10x-35z=0\\x+y-4z=0\end{cases}\quad x=3{,}5z$$

Обозначим: $y = a\%$; $x = 7a\%$; $z = 2a\%$; $x+y+z$ — 100%

$a+2a+7a = 100$; $a = 10$; $y = 10\%$; $x = 70\%$; $z = 20\%$.

Ответ: коммунальные услуги – 70%; телефон – 10%; электричество – 20%.

Приложение. Примеры экзаменационной работы

Работа № 1

Вариант 1

1. 100%–82% = 18%. **Ответ:** 18%.

2. А. $\frac{9}{20}+\frac{1}{3}=\frac{47}{60}<1$; Б. $\frac{27}{50}+\frac{2}{3}=\frac{81+100}{150}=\frac{181}{150}>1$;

В. $\frac{4}{18}+\frac{6}{18}+\frac{3}{18}=\frac{13}{18}<1$; Г. $0{,}84 < 1$. **Ответ:** Б.

3. $a<b$; $a<0$; $b>0$. А. $a+b<0$; Б. $2a<0$; В. $2b>0$. **Ответ:** В.

4. $\frac{1}{9}\sqrt{36}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$. **Ответ:** $\frac{2}{3}$

5. t мин = $60t$с; за $60t$ принтер распечатает $\frac{60t}{6} = 10t$ (стр.)

Ответ: Б.

6. $\frac{m-n}{m+n} - \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2} = \frac{(m-n)^2 - m^2 - n^2}{m^2-n^2} = \frac{m^2 - 2mn + n^2 - m^2 - n^2}{m^2-n^2} =$

$= -\frac{2mn}{m^2-n^2}$. **Ответ:** $-\frac{2mn}{m^2-n^2}$.

7. $\left(27\cdot 3^{-4}\right)^2 = \left(3^3\cdot 3^{-4}\right)^2 = 3^{-2} = \frac{1}{9}$. **Ответ:** А.

8. $3\sqrt{3} - \sqrt{12} + \sqrt{2} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$. **Ответ:** $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

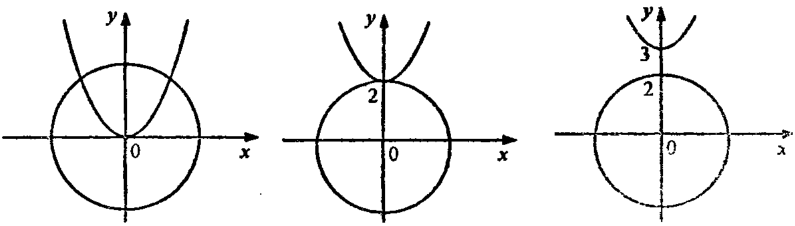
9. $\frac{x}{3} + \frac{x-1}{2} = 4$; $2x+3x-3 = 24$; $5x = 27$; $x = 5{,}4$. **Ответ:** Г

10.

А. $2x^2-3x+1=0$	Б. $2x^2+4x-1=0$	В. $3x^2+4x+1=0$	Г. $3x^2-2x+1=0$
$D = 9-8>0$	$D = 16-8>0$	$D = 16-12>0$	$D = 4-12<0$

Ответ: Г.

11. 1) $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ y=x^2 \end{cases}$ 2) $x^2+y^2=4$; $y=x^2+2$ 3) $x^2+y^2=4$; $y=x^2+3$



2 решения. 1 решение. Нет решений.

Ответ: 1) → в) 2) → б) 3) → а).

12. $9x-3>10x-2$; $-x>1$; $x<-1$; $-4{,}9<-1$; $-1{,}7<-1$; $-1{,}1<-1$; $-0{,}7>-1$.

Ответ: Г.

13. $a > b$ и $b \le c$, значит $b < a$ и $b \le c$. **Ответ:** Г

14. (a_n) – арифметическая прогрессия. $a_1 = 10$, $d = 1$

$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2}$; $S_{15} = \frac{20+14}{2}\cdot 15 = 255$. **Ответ:** А.

15. $f(0) = 2$ на всех графиках, $f(x)$ возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$ на А. **Ответ:** А.

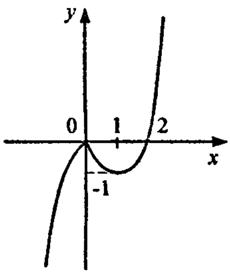
16. 10 р. – первоначальная цена, 12 р. – цена в конце месяца. Цена выросла на 2 р. 2 р. составляют $\frac{1}{5}$ часть от 10 р., т.е. 20%.

Ответ: В.

1. $3a^2-4a+1=3(a-1)\left(a-\frac{1}{3}\right)=(a-1)(3a-1)$; $a=\frac{2\pm\sqrt{4-3}}{3}$;

$a_1=1$; $a_2=\frac{1}{3}$; $\frac{3a^2-4a+1}{1-3a+b-3ab}=\frac{(a-1)(3a-1)}{(1+b)(1-3a)}=-\frac{a-1}{1+b}=\frac{1-a}{1+b}$

Ответ: $\frac{1-a}{1+b}$.



2. $y=\begin{cases}x^2-2x, \text{ если } x\ge 0\\ 2x-x^2, \text{ если } x<0\end{cases}$

x	–2	–1	0	1	2	3
y	–8	–3	0	–1	0	3

Ответ: $f(x)<0$ при $x<0$; $0<x<2$.

3. Примем объем всей работы за 1. На 1-й машине можно сделать копию за x мин, на 2-й – за $x+15$ мин. $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+15}=\frac{1}{10}$;
$x\ne -15; 0$; $10(x+15)+10x=x(x+15)$; $20x+150=x^2+15x$; $x^2-5x-150=0$
$x_1=15$; $x_2=-10<0$; $x=15$; $x+15=30$.

Ответ: На 1-й – за 15 мин, на 2-й – за 30 мин.

4. Точки $A(3;\ 15)$, $B(9;\ 5)$, $C(24;\ m)$ лежат на одной прямой

$\begin{cases}3k+b=15\\9k+b=5\end{cases}\Bigg|\cdot -1$; $\begin{cases}-3k-b=-15\\9k+b=5\end{cases}$; $\begin{cases}6k=-10\\b=15-3k\end{cases}$; $\begin{cases}k=-\frac{5}{3}\\b=20\end{cases}$. Уравнение прямой AB: $y=-\frac{5}{3}x+20$. C лежит на прямой AB, следовательно

$m=-\frac{5}{3}\cdot 24+20=-40+20=-20$. **Ответ:** $m=-20$.

5. $x^2-4x+(2-k)(2+k)=0$; ветви этой параболы направлены вверх; $D>0$: $16-4(4-k^2)>0$; $4-4+k^2>0$, k – любое число; $k\ne 0$.
0 находится между корнями уравнения, если $f(0)<0$
$4-k^2<0$; $k^2>4$; $k<-2$; $k>2$. **Ответ:** при $k<-2$; $k>2$.

Вариант 2

1. $100\%-76\% = 24\%$. **Ответ:** 24%.

2. $\frac{1}{3}+\frac{47}{100}=\frac{100+141}{300}=\frac{241}{300}$; $\frac{241}{300}<1$. Проверка локазывает, что суммы Б, В, Г больше 1. **Ответ:** А.

3. $2m<0$; $2n>0$; $n-m>0$. **Ответ:** А.

4. $\frac{\sqrt{18}}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{9}}{6}=\frac{1}{2}$. **Ответ:** $\frac{1}{2}$.

5. t мин = $60t$с. За $60t$с принтер напечатает $\frac{60t}{4}=15t$ (стр.)

Ответ: Г.

6. $\frac{a^2+9}{a^2-9}-\frac{a+3}{a-3}=\frac{a^2+9-(a+3)^2}{a^2-9}=\frac{a^2+9-a^2-6a-9}{a^2-9}=-\frac{6a}{a^2-9}$

Ответ: $-\frac{6a}{a^2-9}$.

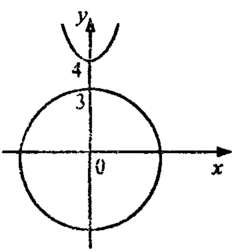
7. $16\cdot\left(2^{-3}\right)^2=2^4\cdot2^{-6}=2^{-2}=\frac{1}{4}$. **Ответ:** Б.

8. $\sqrt{50}-4\sqrt{2}-\sqrt{5}=5\sqrt{2}-4\sqrt{2}-\sqrt{5}=\sqrt{2}-\sqrt{5}$. **Ответ:** $\sqrt{2}-\sqrt{5}$.

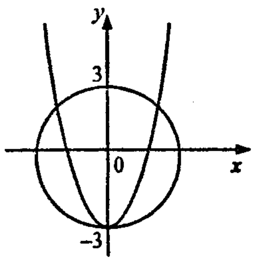
9. $\frac{x+9}{3}-\frac{x}{5}=1$; $5x+45-3x=15$; $2x=-30$; $x=-15$. **Ответ:** Г.

10. А. $3x^2+5x-2$; $D=25+24>0$; Б. $3x^2-10x+6=0$; $D=100-72>0$;
В. $2x^2+4x+5=0$; $D=16-40<0$. **Ответ:** В.

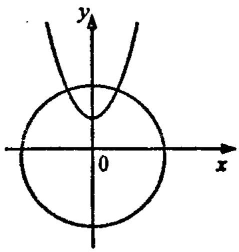
11. 1) $\begin{cases}x^2+y^2=9\\ y=x^2+4\end{cases}$ 2) $x^2+y^2=9, y=x^2-3$. 3) $\begin{cases}x^2+y^2=9\\ y=x^2+2\end{cases}$



Нет решений.



3 решения.



2 решения.

Ответ: 1) → а) 2) → г) 3) → в).

12. $6x-15>8x-11$; $-2x>4$; $x<-2$; $-1{,}8 > -2$; $-2{,}6 < -2$; $-3{,}7 < -2$; $-8{,}9 < -2$.

Ответ: А.

13. $a \ge b$; $c < b$; $a \ge b$; $b > c$ значит $a \ge b > c$, $a > c$. **Ответ:** А.

14. (a_n) – арифметическая прогрессия. $a_1 = 30$; $d = -1$; $n = 12$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2}n\,;\; S_{12} = \frac{60-11}{2}\cdot 12 = 49\cdot 6 = 294\,.$$ **Ответ:** Б.

15. $f(x)$ убывает при $-\infty < x \le 2$ только на рис. В. **Ответ:** В.

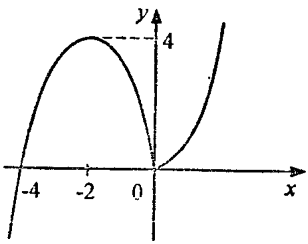
16. 8 р. – цена акций в начале месяца, 6 р. – цена акций в конце месяца. Цена снизилась на 2 р. 2 р. от 8 р. составляют $\frac{1}{4}$ часть, т.е. 25%.

Ответ: Б.

1. $$\frac{2-5m-2n+5mn}{5m^2+3m-2} = \frac{2(1-n)-5m(1-n)}{5(m+1)(m-0{,}4)} = \frac{(1-n)(2-5m)}{(m+1)(5m-2)} =$$

$$= -\frac{1-n}{m+1} = \frac{n-1}{m+1}.$$ а) $5m^2+3m-2 = 5(m+1)(m-0{,}4) = (m+1)(5m-2)$

$$m = \frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{10} = \frac{-3\pm 7}{10}$$ $m_1 = -1$; $m_2 = 0{,}4$. **Ответ:** $\frac{n-1}{m+1}$.



2. $y = \begin{cases} -x^2-4x, & \text{если } x \le 0 \\ x^2+4x, & \text{если } x > 0 \end{cases}$

x	–5	–4	–2	0	1	2
y	–5	0	4	0	5	12

Ответ: $f(x)>0$ при $-4<x<0$; $x>0$.

3. Примем объем работы за 1. На 1-м аппарате можно эту работу сделать за x мин; на 2-м – за $x+30$ мин. $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+30}=\frac{1}{20}$; $x \ne -30; 0$.

$20(x+30)+20x = x(x+30)$; $20x+600+20x = x^2+30x$;

$x^2-10x-600 = 0$; $x_1 = 30$; $x_2 = -20 < 0$.

Ответ: на 1 – за 30 мин, на 2 – за 60 мин.

4. Точки $A(a; -36)$, $B(12; -4)$, $C(-3; -14)$ лежат на 1 прямой.

а) Составим уравнение прямой BC

$$\begin{cases} 12k+b=-4 \\ -3k+b=-14 \end{cases} \begin{cases} b=-4-12k \\ k=\frac{2}{3} \end{cases}; \begin{cases} b=-12 \\ k=\frac{2}{3} \end{cases}, \; y=\frac{2}{3}x-12$$

б) A принадлежит прямой BC: $\frac{2}{3}a-12=-36$; $\frac{2}{3}a=-24$; $a=-36$.

Ответ: $a=-36$.

5. $x^2+3x+(k-4)(1-k)=0$; $D>0$; $9-4(5k-4-k^2)>0$; $9-20k+16+$ $+4k^2>0$; $(2k-5)^2>0$; k – любое число, $k\neq 2{,}5$.

0 находится между корнями уравнения, если $f(0)<0$ (ветви параболы направлены вверх): $f(0)=(k-4)(1-k)=k-4-k^2+4k=-k^2+5k-4$

$-k^2+5k-4<0$; $k^2-5k+4>0$; $k<1$; $k>4$. **Ответ:** $k<1$; $k>4$.

Работа № 2

Вариант 1

1. $\sqrt{81}<\sqrt{91}<\sqrt{100}$; $9<\sqrt{91}<10$. **Ответ:** В.

2. $\frac{1}{4}$ составляет 25%. **Ответ:** А.

3. a нечетное; значит $2a$ – четное; $a+2$ нечетное; $a-1$ четное; a^2+1 четное. **Ответ:** Б.

4. $n\cdot a+m\cdot x=c$; $x=\dfrac{c-n\cdot a}{m}$. **Ответ:** Г.

5. 1) → г) 2) → в) 3) → б) 4) → а)

6. $\dfrac{p^2-2p}{p^2-4p+4}=\dfrac{p(p-2)}{(p-2)^2}=\dfrac{p}{p-2}$. **Ответ:** $\dfrac{p}{p-2}$

7. $\left(c^6\cdot c^{-3}\right)^{-1}=\left(c^3\right)^{-1}=c^{-3}$; $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-3}=27$. **Ответ:** А.

8. $(x-2)(x-3)=x^2-5x+6$;
А. x^2-5x+6; В. $5x-6-x^2$;
Б. $5x-x^2-6$; Г. $-(x^2-5x+6)$. **Ответ:** А.

9. $x^2+2x-3=0$; $x_1=-3$; $x_2=1$ (по т. Виета). **Ответ:** $x_1=-3$; $x_2=1$

10. $\begin{cases}x+y=2\\x^2-y=4\end{cases}$. Система имеет 2 решения (координаты 2-х точек пересечения графиков). **Ответ:** $(-3;\ 5)$; $(2;\ 0)$.

11. Внук пропалывает x грядок за 1 ч; бабушка $x-2$ грядки; внук работал $\dfrac{14}{x}$ ч; бабушка $\dfrac{15}{x-2}$ ч; вместе они работали 5 ч.

$\dfrac{14}{x}+\dfrac{15}{x-2}=5$. **Ответ:** В

12. $\begin{cases} 2x+4 \ge 0 \\ 15-3x \le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x \ge -4 \\ -3x \le -15 \end{cases}$ $\begin{cases} x \ge -2 \\ x \ge 5 \end{cases}$. **Ответ:** Б.

13. $0 < a < 1$; $\frac{1}{a} > 1$. Значит $a < \frac{1}{a}$. **Ответ:** Б.

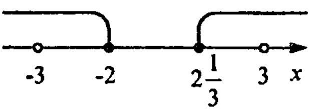
14. А. $a_1 = 2$; $a_2 = 7$; $d = 5$ Б. $a_1 = 8$; $a_2 = 13$; $d = 5$
В. $a_1 = -2$; $a_2 = 1$; $d = 3$ **Ответ:** В.

15. $f(0) = 2$ верно; $f(-2) < 0$ верно; В – верно; нулями функции являются числа –1,5; 3,5. **Ответ:** Г.

16. $t_А = 4$ ч; $s_А = 200$ км; $v_А = 50$ км/ч; $t_{Авт} = 5$ ч; $s_А = 200$ км; $v_{Авт} = 40$ км/ч. $v_А > v_{Авт}$ на 10 км/ч. **Ответ:** на 10 км/ч.

1. $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y-2x}{5} = \frac{4}{3} \\ \frac{y}{2} + \frac{5}{6} = \frac{x+y}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} 5x - 3y + 6x = 20 \\ 3y + 5 = 2x + 2y \end{cases}$ $\begin{cases} 11x - 3y = 20 \\ 2x - y = 5 \end{cases} \Big| \cdot (-3)$

$\begin{cases} 11x - 3y = 20 \\ -6x + 3y = -15 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$. **Ответ:** (1; –3).



2. $\begin{cases} 3x^2 - x - 14 \ge 0 \\ x^2 - 9 \ne 0 \end{cases}$ (1)

1) $3x^2 - x - 14 \ge 0$; $3x^2 - x - 14 = 0$;

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+168}}{6} = \frac{1 \pm 13}{6}$; $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{7}{3}$; $x \le -2$; $x \ge \frac{7}{3}$ (решение неравенства (1))

Ответ: $x \le -2\,(x \ne -3)$; $x \ge 2\frac{1}{3}\,(x \ne 3)$.

3. (a_n) – арифметическая прогрессия
$a_1 = 3$; $a_n = 198$; $a_n = a_1 + d(n-1)$; $3+3(n-1) = 198$; $1+n-1 = 66$; $n = 66$. $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$; $S_{66} = \frac{3+198}{2} \cdot 66 = 201 \cdot 33 = 6633$

Ответ: 6633.

4. $\begin{cases} 3x + 2y = c \\ y = \frac{6}{x} \end{cases}$; $x > 0$; $y > 0$. $3x + \frac{12}{x} - c = 0$; $3x^2 - cx + 12 = 0$ (I)

Уравнение (I) имеет единственное решение, если $D = 0$.
$D = c^2 - 144$; $c^2 - 144 = 0$; $c_1 = -12$; $c_2 = 12$.

1) $\begin{cases} 3x+2y=12 \\ y=\dfrac{6}{x} \end{cases}$; $3x+\dfrac{12}{x}-12=0$; $3x^2-12x+12=0$; $x^2-4x+4=0$,

$(x-2)^2=0$; $x=2$; $y=3$.

2) $\begin{cases} 3x+2y=-12 \\ y=\dfrac{6}{x} \end{cases}$ $\begin{cases} 3x+\dfrac{12}{x}+12=0 \\ y=\dfrac{6}{x} \end{cases}$ $\begin{cases} 3x^2+12x+12=0 \\ y=\dfrac{6}{x} \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+4x+4=0 \\ y=\dfrac{6}{x} \end{cases}$ $x=-2$; $y=-3$. По условию $\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$

Ответ: (2; 3).

5. 1-я бригада, работая отдельно, может разгрузить вагон за x ч; 2-я – за y; 3-я – за z час; 4-я – за u час. Объем всей работы примем за 1

$\begin{cases} \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{u}=\dfrac{1}{4} & (1) \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{u}=\dfrac{1}{3} & (2) \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6} & (3) \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}; \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6}; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{2}{x}=\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{6}; \\ \dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{x}; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{2}{x}=\dfrac{1}{4} \\ \dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{x} \end{cases}$

$\begin{cases} x=8 \\ \dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{8} \end{cases}$ $\begin{cases} x=8 \\ y=24 \end{cases}$; $\dfrac{1}{x}+\underbrace{\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{u}}_{\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}=\dfrac{3}{8}$.

Четыре бригады, работая вместе, за 1 час разгрузят $\dfrac{3}{8}$ вагона; чтобы разгрузить весь вагон им потребуется $\dfrac{1}{\frac{3}{8}}=\dfrac{8}{3}$ (ч). **Ответ:** $2\dfrac{2}{3}$ ч.

Вариант 2

1. $\sqrt{64}<\sqrt{73}<\sqrt{81}$; $8<\sqrt{73}<9$. Ответ: Б

2. $\dfrac{1}{5}$ составляет 20%. Ответ: А.

3. a – нечетное; $3a$ – нечетное; $a-2$ нечетное; $2a+1$ нечетное, a^2+1 четное. **Ответ:** Г

4. За n коробок конфет заплатили $n \cdot a$ р. Далее, $n \cdot a - c$ стоят m пачек печенья; $\dfrac{n \cdot a - c}{m}$ р. стоит одна пачка печенья. **Ответ:** Г.

5. 1) $(x+2)(x-2)$ имеет смысл, если x – любое число.

2) $\dfrac{1}{(x+2)(x-2)}$ не имеет смысла при $x = \pm 2$ (0 в знаменателе дроби);

3) $\dfrac{x+2}{x-2}$ и $\dfrac{x-2}{x+2}$ не имеют смысла при $x = 2$ и $x = -2$ соответственно.

Ответ: 1) $\to$ г) 2) $\to$ в) 3) $\to$ б) 4) $\to$ а).

6. $\dfrac{t^2+2t}{t^2+4t+4} = \dfrac{t(t+2)}{(t+2)^2} = \dfrac{t}{t+2}$. **Ответ:** $\dfrac{t}{t+2}$.

7. $\left(a^{-2}a^5\right)^{-1} = \left(a^3\right)^{-1} = a^{-3}$; $(-\dfrac{1}{2})^{-3} = (-2^{-1})^{-3} = -2^3 = -8$

Ответ: Б.

8. $(x-4)(1-2x) = (4-x)(2x-1)$. **Ответ:** Б.

9. $x^2+x-2 = 0$; $x_1 = -2$; $x_2 = 1$. **Ответ:** $x = 1$; $x = -2$.

10. $\begin{cases} x+y=-2 \\ y-x^2=-4 \end{cases}$. Решение системы – координаты точек пересечения графиков этих функций. **Ответ:** $(-2; 0)$; $(1; -3)$.

11. x слов читает за 1 мин младшая сестра; $2x$ – старшая сестра; младшая сестра прочитала рассказ за $\dfrac{320}{x}$ мин, а старшая – за $\dfrac{320}{2x}$ мин. Значит, $\dfrac{320}{x} - \dfrac{320}{2x} = 4$. **Ответ:** А.

12. $\begin{cases} 2x+4 \le 0 \\ 1-x \ge 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x \le -4 \\ -x \ge -1 \end{cases}$ $\begin{cases} x \le -2 \\ x \le 1 \end{cases}$; $x \le -2$ **Ответ:** А.

13. $-1 < a < 0$; $\dfrac{1}{a} < a$. **Ответ:** А.

14. А. $a_1 = -8$, $a_2 = -13$; $d = -5$ В. $a_1 = -8$, $a_2 = -11$; $d = -3$
Б. $a_1 = 8$, $a_2 = 13$; $d = 5$ Г. $a_1 = 8$, $a_2 = 11$; $d = 3$
Ответ: Б.

15. А. $f(0) = -0{,}5$ верно. Б. $f(-2) > 0$ верно.
В. Функция возрастает на промежутке $(-\infty; 2]$. Неверно.

Г. Нулями функции являются числа –0,5; 3. Верно.
Ответ: В.

16. $t_А = 4$ ч; $s_А = 240$ км; $v_А = 60$ км/ч; $t_{Авт} = 6$ ч; $s_{Авт} = 240$ км; $v_{Авт} = 40$ км/ч. $v_А > v_{Авт}$ на 20 км/ч. **Ответ:** на 20 км/ч.

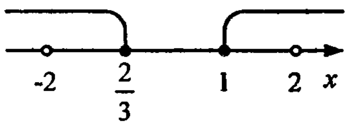
1. $\begin{cases} \dfrac{3x}{4} - \dfrac{y-3x}{2} = -6 \\ \dfrac{y-x}{3} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{y}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - 2y + 6x = -24 \\ 2y - 2x - 1 = 3y \end{cases}$ $\begin{cases} 9x - 2y = -24 \\ -2x - y = 1 \end{cases} \Big| \cdot -2$

$\begin{cases} 9x - 2y = -24 \\ 4x + 2y = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$. **Ответ:** (–2; 3).

2. $\sqrt{\dfrac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 - 4}}$. Область определения выражения:

$\begin{cases} 3x^2 - 5x + 2 \ge 0 \\ x^2 - 4 \ne 0 \end{cases}$ (1); $3x^2 - 5x + 2 = 0$; $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25-24}}{6} = \dfrac{5 \pm 1}{6}$,

$x_1 = 1$; $x_2 = \dfrac{2}{3}$; $x \le \dfrac{2}{3}$; $x \ge 1$ (решение неравенства (1))



Ответ: $x \le \dfrac{2}{3} \left(x \ne -2\right)$; $x \ge 1 \left(x \ne 2\right)$.

3. (a_n) – арифметическая прогрессия
$a_1 = 6$; $d = 6$; $a_n = 246$; $246 = 6 + 6(n - 1)$; $41 = 1 + n - 1$; $n = 41$;
$S_n = \dfrac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$; $S_{41} = \dfrac{12 + 6 \cdot 40}{2} \cdot 41 = 5166$
Ответ: 5166.

4. $\begin{cases} 2x + 3y = c \\ y = \dfrac{6}{x} \end{cases}$; $2x + \dfrac{18}{x} - c = 0$; $2x^2 - cx + 18 = 0$ (I)

Уравнение (I) имеет единственное решение, если $D = 0$.
$D = c^2 - 8 \cdot 18 = c^2 - 144$; $c_1 = 12$; $c_2 = -12$

$\begin{cases} 2x + 3y = -12 \\ y = \dfrac{6}{x} \end{cases}$, а) $2x+\frac{18}{x}+12=0$; $2x^2+12x+18=0$; $x^2+6x+9=0$; $(x+3)^2=0$

$x=-3$; $y=-2$

б) Решениями x, y системы $\begin{cases}2x+3y=12\\ y=\frac{6}{x}\end{cases}$ будут положительные числа $x=3$; $y=2$.

Ответ: $(-3; -2)$.

5. За x мин. можно откачать воду 1-м насосом; за y мин. – 2-м насосом; за z мин. – 3-м; за 4 мин. – 4-м.

Примем объем работы за 1, производительности насосов в минуту – $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{y}$; $\frac{1}{z}$; $\frac{1}{4}$. Тогда

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{10}\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{z}+\frac{1}{u}=\frac{1}{12}\\ \frac{1}{y}+\frac{1}{u}=\frac{1}{15}\end{cases} \quad \begin{cases}\frac{1}{y}-\frac{1}{u}=\frac{1}{10}-\frac{1}{12}\\ \frac{1}{y}+\frac{1}{u}=\frac{1}{15}\end{cases}$$

1) $\frac{2}{y}=\frac{1}{60}+\frac{1}{15}$; $\frac{2}{y}=\frac{1}{12}$; $\frac{1}{y}=\frac{1}{24}$

2) $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}+\frac{1}{u}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{1}{8}$

Четыре насоса за 1 минуту, работая вместе, откачают $\frac{1}{8}$ часть воды, чтобы опустошить резервуар им понадобится $1:\frac{1}{8}=8$ минут.

Ответ: за 8 минут.