

Решения

Задание 1 № 337268 тип 1

Найдите значение выражения $5 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-4}$.

Решение.

Запишем произведение в виде десятичных дробей:

$$5 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-4} = 0,5 + 0,06 + 0,0004 = 0,5604.$$

Ответ: 0,5604.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 0,5604

Задание 2 № 349087 тип 2

В таблице даны результаты олимпиад по русскому языку и биологии в 8 «А» классе.

Номер ученика	Балл по русскому языку	Балл по биологии
5005	45	36
5006	83	51
5011	49	56
5015	46	31
5018	35	37
5020	31	85
5025	48	60
5027	87	82
5029	92	41
5032	62	34
5041	64	48
5042	56	65
5043	73	84
5048	35	31
5054	54	88

Похвальные грамоты дают тем школьникам, у кого суммарный балл по двум олимпиадам больше 110 или хотя бы по одному предмету набрано не меньше 60 баллов. Сколько человек из 8 «А», набравших меньше 60 баллов по русскому языку, получают похвальные грамоты?

- 1) 3
- 2) 2
- 3) 4
- 4) 1

Решение.

Среди учеников, кто получил меньше 60 баллов по русскому языку:

5005
5011
5015
5018
5020
5025
5042
5048

5054

Среди выбранных не меньше 60 баллов по биологии имеют:

5020

5025

5042

5054

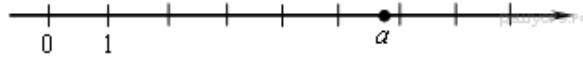
Никто из остальных не набрал в сумме больше 110, поэтому только 4 ученика получают похвальные грамоты.

Ответ: 3.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 3

Задание 3 № 311421 тип 3

На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $a - 3 > 0$
- 2) $6 - a < 0$
- 3) $a - 7 > 0$
- 4) $4 - a > 0$

Решение.

Рассмотрим все варианты ответа:

- 1) $a - 3 > 0 \Leftrightarrow a > 3$,
- 2) $6 - a < 0 \Leftrightarrow 6 < a \Leftrightarrow a > 6$,
- 3) $a - 7 > 0 \Leftrightarrow a > 7$,
- 4) $4 - a > 0 \Leftrightarrow 4 > a \Leftrightarrow a < 4$.

Поскольку число a лежит между числами 5 и 6, верным является только неравенство $a > 3$.

Правильный ответ указан под номером 1.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 1

Задание 4 № 337389 тип 4

Какое из данных чисел принадлежит промежутку $[6; 7]$?
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $\sqrt{6}$
- 2) $\sqrt{7}$
- 3) $\sqrt{35}$
- 4) $\sqrt{42}$

Решение.

Возведём все числа в квадрат:

$$6^2 = 36, \quad 7^2 = 49, \quad \sqrt{6}^2 = 6, \quad \sqrt{7}^2 = 7, \quad \sqrt{35}^2 = 35, \quad \sqrt{42}^2 = 42.$$

Заметим, что $36 < 42 < 49$, следовательно, $6 < \sqrt{42} < 7$. Таким образом, число $\sqrt{42}$ принадлежит промежутку $[6; 7]$.

Правильный ответ указан под номером: 4.

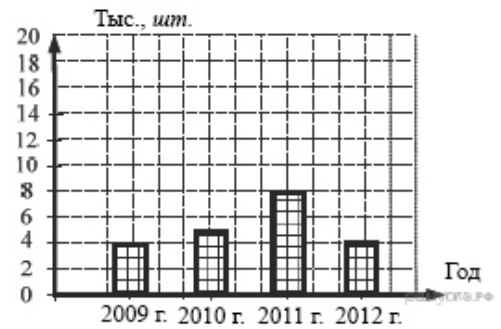
Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 4

Задание 5 № 311298 тип 5

На диаграмме показано количество посаженных деревьев и кустарников в г. Сочи за период с 2009 по 2012 г. Определите, сколько всего было посажено зелёных насаждений за 2011 г. и 2012 г.?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) 10 000
- 2) 4 000
- 3) 12 000
- 4) 8 000

**Решение.**

Зеленые насаждения, посаженные в 2011 году соответствуют на диаграмме столбцу 3, в 2012 году — столбцу 4. Из диаграммы мы видно, что в 2011 было посажено 8 тысяч, в 2012 году — 4 тысячи зелёных насаждений. Таким образом, за 2011 и 2012 года было посажено 12 000 зелёных насаждений.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 3

Задание 6 № 353480 тип 6

Найдите корень уравнения $2x^2 - x - 1 = x^2 - 5x - (-1 - x^2)$

Решение.

Найдем корень уравнения:

$$2x^2 - x - 1 = x^2 - 5x - (-1 - x^2) \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = x^2 - 5x + 1 + x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 2x^2 - 5x + 1 \Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = 0,5$$

Ответ: 0,5

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 0,5

Задание 7 № 353346 тип 7

Спортивный магазин проводит акцию. Любой джемпер по цене 300 рублей. При покупке двух джемперов - скидка на второй 80%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух джемперов?

Решение.

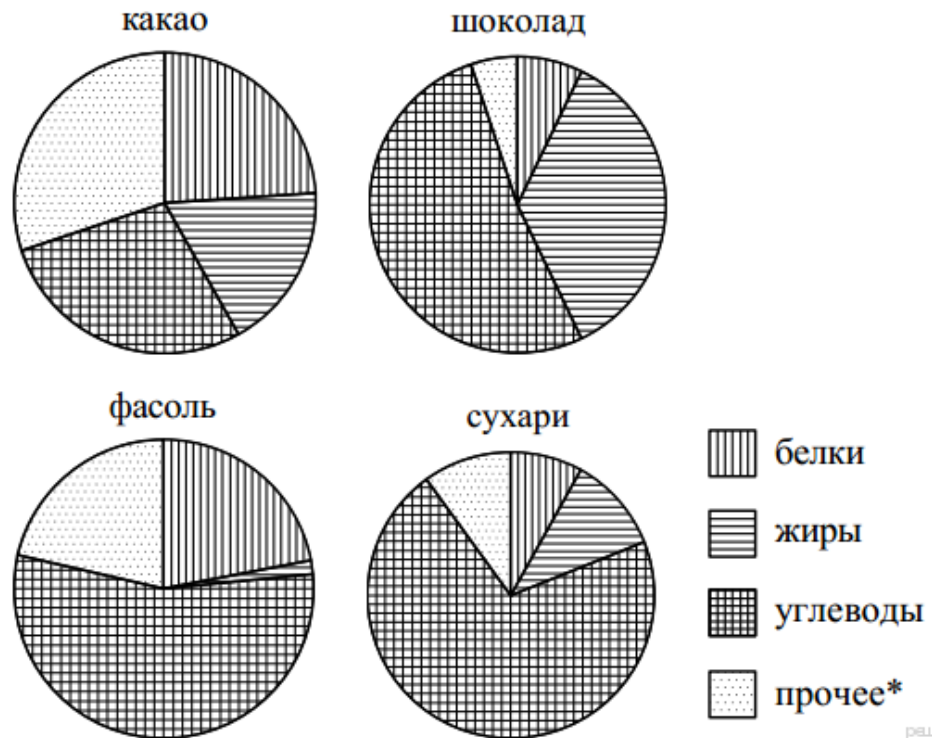
Стоимость двух джемперов составит $300 + 0,2 \cdot 300 = 360$.

Ответ: 360.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 360

Задание 8 № 341681 тип 8

На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, шоколаде, фасоли и сухарях. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание углеводов наибольшее.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- | | |
|------------|-----------|
| 1) Какао | 3) Фасоль |
| 2) Шоколад | 4) Сухари |

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Решение.

Из диаграмм видно, что наибольшее содержание углеводов в сухарях.

Ответ: 4.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 4

Задание 9 № 311512 тип 9

В группе из 20 российских туристов несколько человек владеют иностранными языками. Из них пятеро говорят только по-английски, трое только по-французски, двое по-французски и по-английски. Какова вероятность того, что случайно выбранный турист говорит по-французски?

Решение.

Количество туристов, говорящих по-французски, равно 5. Поэтому вероятность того, что случайно выбранный турист говорит по-французски равна $\frac{5}{20} = 0,25$.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 0,25

Задание 10 № 339114 тип 10

Установите соответствие между функциями и их графиками.

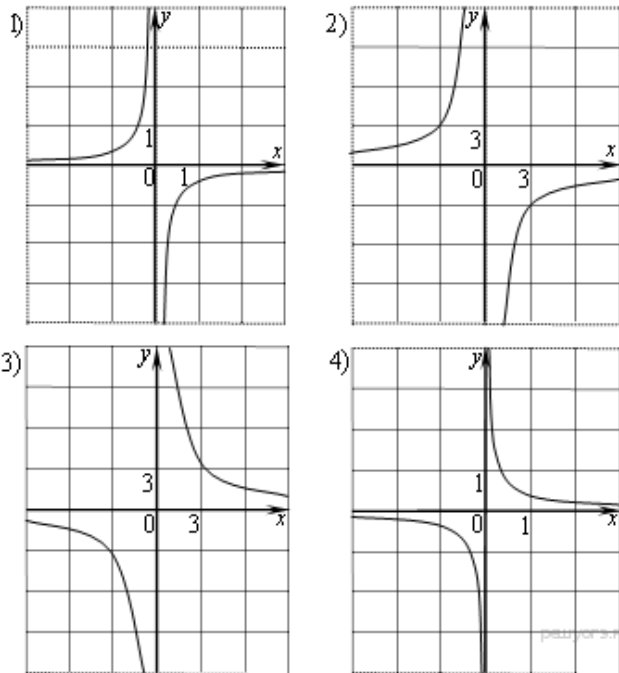
Функции

А) $y = \frac{1}{9x}$

Б) $y = \frac{9}{x}$

В) $y = -\frac{9}{x}$

Графики



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Все представленные здесь функции — гиперболы. Общая формула для уравнения гиперболы: $y = \frac{a}{x}$, если $a > 0$, то ветви гиперболы располагаются в первой и третьей четвертях, в противном случае — во второй и четвёртой четвертях.

Для того, чтобы отличить гиперболы лежащие в одинаковых четвертях нужно подставить какое-нибудь значение x в формулу и проверить, какому графику будет соответствовать полученное значение.

Таким образом, установим соответствие: А — 4, Б — 3, В — 2.

Ответ: 432.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 432

Задание 11 № 137298 тип 11

Последовательности заданы несколькими первыми членами. Одна из них — арифметическая прогрессия. Укажите ее.

- 1) 1; 2; 3; 5; ... 2) 1; 2; 4; 8; ... 3) 1; 3; 5; 7; ... 4) $1; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \dots$

Решение.

Арифметической прогрессией называется такая последовательность в которой разность между последующим и предыдущим членами прогрессии остается неизменной. Поэтому арифметическая прогрессия является последовательность: 1; 3; 5; ... Таким образом, правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 3

Задание 12 № 311448 тип 12

Упростите выражение $(a-3)^2 - a(5a-6)$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{2}$. В ответе запишите найденное значение.

Решение.

Упростим выражение:

$$(a-3)^2 - a(5a-6) = a^2 - 6a + 9 - 5a^2 + 6a = -4a^2 + 9$$

Найдем его значение при $a = -\frac{1}{2}$:

$$-4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 9 = -1 + 9 = 8.$$

Ответ: 8.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 8

Задание 13 № 340930 тип 13

Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 80$ см, $n = 1800$? Ответ выразите в километрах.

Решение.

Найдём какое расстояние прошёл человек, подставим длину шага и число шагов в формулу:

$$s = 80 \text{ см} \cdot 1800 = 144\,000 \text{ см} = 1440 \text{ м} = 1,44 \text{ км}.$$

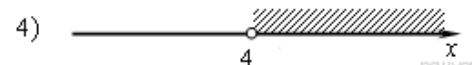
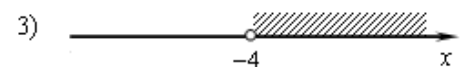
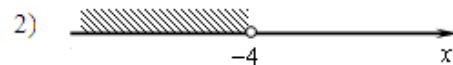
Ответ: 1,44.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 1,44

Задание 14 № 314573 тип 14

Решите неравенство $2x - 5 < 9 - 6(x - 3)$ и определите, на каком рисунке изображено множество его решений.

В ответе укажите номер правильного варианта.



Решение.

Решим неравенство:

$$2x - 5 < 9 - 6(x - 3) \Leftrightarrow 8x < 32 \Leftrightarrow x < 4.$$

Решение неравенства изображено на рис. 1.

Правильный ответ указан под номером 1.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 1

Задание 15 № 148 тип 15

Лестницу длиной 3 м прислонили к дереву. На какой высоте (в метрах) находится верхний её конец, если нижний конец отстоит от ствола дерева на 1,8 м?

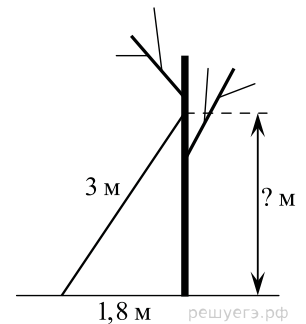
Решение.

Задача сводится к нахождению катета прямоугольного треугольника, по теореме Пифагора он равен:

$$\sqrt{3^2 - 1,8^2} = \sqrt{9 - 3,24} = 2,4.$$

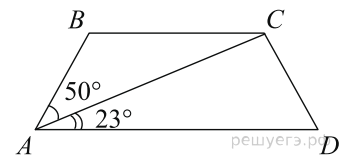
Ответ: 2,4.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 2,4



↑ Задание 16 № 350698 тип 16

Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 23° и 50° соответственно. Ответ дайте в градусах.



Решение.

В равнобедренной трапеции углы при основаниях равны. Угол ABC — тупой, а угол BAD — острый, значит, $\angle ABC$ — больший угол равнобедренной трапеции. Углы CAD и BCA равны как накрест лежащие. Тогда:

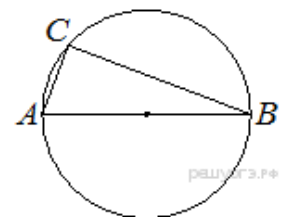
$$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle BCA = 180^\circ - 50^\circ - 23^\circ = 107^\circ.$$

Ответ: 107

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 107

Задание 17 № 350322 тип 17

Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Радиус окружности равен 25. Найдите AC , если $BC = 48$.



Решение.

Известно, что если центр описанной окружности лежит на стороне треугольника, то угол напротив этой стороны — прямой. Таким образом, угол C — прямой. Тогда по теореме Пифагора найдем AC :

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{(2R)^2 - BC^2} = \sqrt{50^2 - 48^2} = \sqrt{196} = 14$$

Ответ: 14

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 14

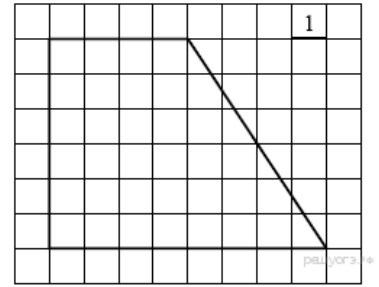
Задание 18 № 143 тип 18

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

Решение.

Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

$$S = \frac{4+8}{2} \cdot 6 = 36.$$



Ответ: 36.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 36

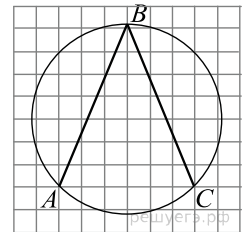
Задание 19 № 352892 тип 19

Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Решение.

Угол ABC опирается на дугу, которая составляет четверть окружности, т.е. 90° . Так как угол ABC - вписанный, то он равен половине дуги, т.е. 45°

Ответ: 45



Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 45

Задание 20 № 340957 тип 20

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
- 2) Все диаметры окружности равны между собой.
- 3) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.

Если вариантов ответов несколько, укажите их в порядке возрастания без пробелов и знаков препинания

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.» — *неверно*, диагонали ромба пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.

2) «Все диаметры окружности равны между собой.» — *верно*, все диаметры окружности равны между собой.

3) «Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.» — *верно*, наименьший угол в любом треугольнике всегда не превышает 60 градусов.

Ответ: 23.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 23

Задание С1 № 338309

Решите уравнение $(2x - 7)^2(x - 7) = (2x - 7)(x - 7)^2$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\begin{aligned} (2x - 7)^2(x - 7) &= (2x - 7)(x - 7)^2 \Leftrightarrow (2x - 7)^2(x - 7) - (2x - 7)(x - 7)^2 = 0 \Leftrightarrow (2x - 7)(x - 7)(2x - 7 - x + 7) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (2x - 7)(x - 7)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, 5, \\ x = 7, \\ x = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

ОТВЕТ: 0; 3,5; 7.

Задание С2 № 341419

Расстояние между пристанями А и В равно 75 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 44 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение.

Плот прошёл 44 км, значит, он плыл 11 часов, из которых лодка находилась в пути 10 часов. Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

$$\frac{75}{v+4} + \frac{75}{v-4} = 10 \Leftrightarrow 75v - 300 + 75v + 300 = 10v^2 - 160 \Leftrightarrow v^2 - 15v - 16 = 0,$$

откуда $v = 16$.

ОТВЕТ: 16.

Задание С3 № 350695

Постройте график функции $y = \frac{2x+5}{2x^2+5x}$. Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

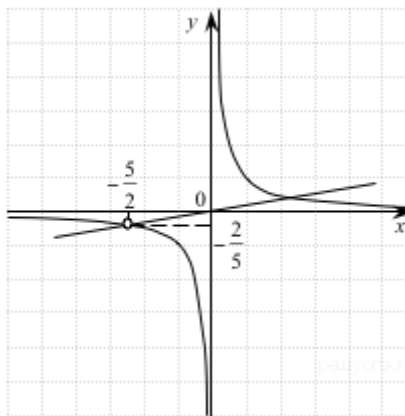
Решение.

Упростим выражение для функции:

$$y = \frac{2x+5}{2x^2+5x} = \frac{2x+5}{x(2x+5)} = \frac{1}{x} \quad (\text{при } x \neq -\frac{5}{2}).$$

Таким образом, получили, что график нашей функции сводится к графику функции $y = \frac{1}{x}$ с выколотой точкой $(-\frac{5}{2}; -\frac{2}{5})$.

Построим график функции (см. рисунок).



Заметим, что прямая $y = kx$ проходит через начало координат и будет иметь с графиком функции ровно одну общую точку только тогда, когда будет проходить через выколотую точку $(-\frac{5}{2}; -\frac{2}{5})$. Подставим координаты этой точки в уравнение прямой и найдём коэффициент k .

$$-\frac{2}{5} = -\frac{5}{2}k \Leftrightarrow k = \frac{4}{25}.$$

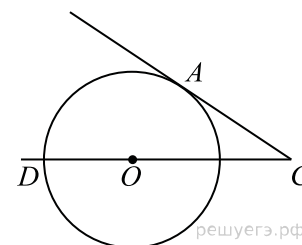
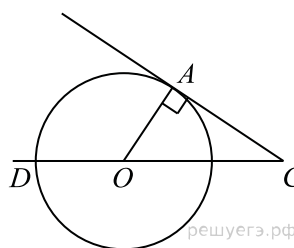
Ответ: $\frac{4}{25}$.

Задание С4 № 76

Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O — центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 100° .

Решение.

Проведём радиус OA .
Треугольник AOC —
прямоугольный, $\angle A = 90^\circ$.



$$\angle COA = 180^\circ - \angle AOD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ; \angle ACO = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ.$$

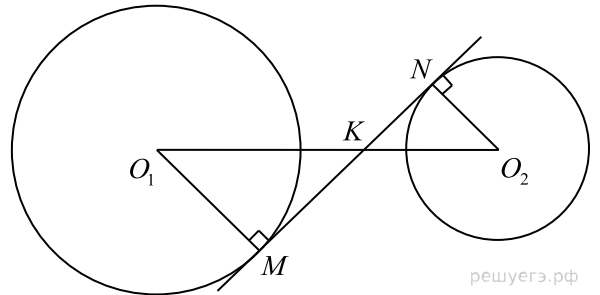
Ответ: 10.

Задание С5 № 340324

Окружности с центрами в точках O_1 и O_2 не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m:n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m:n$.

Решение.

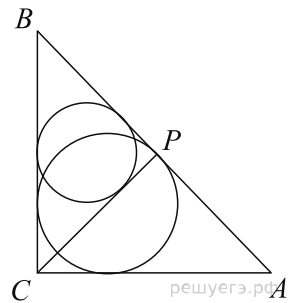
Проведём построения и введём обозначения как показано на рисунке. Пусть $\frac{O_1K}{O_2K} = \frac{m}{n}$. Рассмотрим треугольники O_1KM и O_2KN , они прямоугольные, углы O_1KM и NKO_2 равны как вертикальные, следовательно, треугольники подобны, откуда $\frac{O_1M}{O_2N} = \frac{O_1K}{O_2K} = \frac{m}{n}$.

**Задание С6 № 339504**

Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP . Радиус окружности, вписанной в треугольник BSP , равен 27, тангенс угла BAC равен $\frac{9}{40}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение.

Угол BAC равен углу BSP так как $\angle BAC = 90^\circ - \angle ABC$ и $\angle BSP = 90^\circ - \angle ABC$. Так как тангенс это отношение противолежащего катета к прилежащему, имеем: $\operatorname{tg} \angle BSP = \frac{BP}{PC} \Leftrightarrow \frac{9}{40} = \frac{BP}{PC}$. Тогда $BP = 9x$, $PC = 40x$, а гипотенуза $BC = 41x$ по теореме Пифагора. Площадь треугольника равна произведению половины его периметра на радиус вписанной окружности, но площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов, имеем:



$$\frac{1}{2}BP \cdot PC = \frac{P \cdot r_1}{2} \Leftrightarrow 180x^2 = 45x \cdot 27 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6,75, \\ x = 0. \end{cases}$$

Таким образом, $BP = 60,75$, $PC = 270$, а $BC = 276,75$. Так как $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{9}{40}$, то $AC = 1230$, а $AB = 1260,75$ по теореме Пифагора.

В треугольнике ABC площадь равна произведению половины его периметра на радиус вписанной в него окружности, но площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов, имеем:

$$S = \frac{P \cdot r}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 276,75 \cdot 1230 = \frac{1}{2} \cdot 2767,5 \cdot r \Leftrightarrow r = 123.$$

Ответ: $r = 123$.