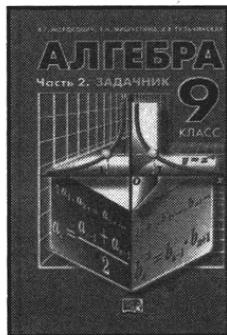

АЛГЕБРА

Решение упражнений к учебнику

А. Г. Мордковича и др.



ЧАСТЬ 2. ЗАДАЧНИК

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1. а) $\left(8\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36}\right) \cdot 2,7 - 4\frac{1}{3} : 0,65 = \left(8\frac{21}{36} - 2\frac{17}{36}\right) \cdot \frac{27}{10} - \frac{13}{3} : \frac{65}{100} =$
 $= 6\frac{4}{36} - \frac{27}{10} = \frac{14}{3} - \frac{27}{10} = 6\frac{1}{3} - \frac{27}{10} = \frac{115}{30} - \frac{273}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} =$
 $= 16\frac{1}{2} - 6\frac{2}{3} = 16\frac{3}{6} - 6\frac{4}{6} = 15\frac{9}{6} - 6\frac{4}{6} = 9\frac{5}{6};$
- б) $\left(1\frac{11}{24} + \frac{13}{36}\right) \cdot 1,44 - \frac{8}{15} \cdot 0,5625 = \left(1\frac{33}{72} + \frac{26}{72}\right) \cdot \frac{144}{100} - \frac{8}{15} \cdot \frac{5625}{100} =$
 $= 1\frac{59}{72} \cdot \frac{36}{25} - \frac{261}{25} = \frac{261}{25} - \frac{261}{25} = 0;$
2. а) $3x(x-5) - 5x(x-3) = 3x^2 - 15x - 5x^2 + 15x = -2x^2;$
 б) $2y(x-y) + y(3y-2x) = 2yx - 2y^2 + 3y^2 - 2yx = y^2;$
3. а) $2x^2 - x(2x-5) - 2(2x-1) - 5 = 0; 2x^2 - 2x^2 + 5x - 4x + 2 - 5 = 0;$
 $5x - 4x = 5 - 2; x = 3. \text{ Ответ: } 3.$
 б) $6x(x+2) - 0,5(12x^2 - 7x) - 31 = 0; 6x^2 + 12x - 6x^2 + 3,5x - 31 = 0;$
 $15,5x = 31; x = 2. \text{ Ответ: } 2.$
4. $(b+c-2a)(c-b) + (c+a-2b)(a-c) - (a+b-2c)(a-b) = 0;$
 $bc - b^2 + c^2 - bc - 2ac + 2ab + ac - c^2 + a^2 - ac - a^2 - ab + 2bc - a^2 +$
 $+ ab - ab + b^2 + 2ac - 2bc = 0; 0 = 0.$
5. а) $(a+x)^2 = a^2 + 2ax + x^2;$ б) $(6b-3)^2 = 36b^2 - 36b + 9;$
 в) $(8x+3y)^2 = 64x^2 + 48xy + 9y^2;$ г) $(9p-2q)^2 = 81p^2 - 36pq + 4q^2.$
6. а) $(3a-1)(3a+1) = 9a^2 - 1;$ б) $(x-1)(x^2+x+1) = x^3 - 1;$
 в) $(10x^3 - 5y^2)(10x^3 + 5y^2) = 100x^6 - 25y^4;$ г) $(x+4)(x^2-4x+16) = x^3 + 64.$
7. а) $(a-1)(a-2) - (a-5)(a+2) = a^2 - 2a - a + 2 - a^2 - 3a + 5a + 15 = -a + 17;$
 $-(-0,8) + 17 = 0,8 + 17 = 17,8;$
 б) $(m+3)^2 - (m-9)(m+9) = m^2 + 6m + 9 - (m^2 - 81) = m^2 + 6m + 9 - m^2 + 81 = 6m + 90;$
 $6 \cdot (-0,5) + 90 = -3 + 90 = 87;$
 в) $(a-3)(a+4) - (a+2)(a+5) = a^2 + 4a - 3a - 12 - a^2 - 5a - 2a - 10 = -6a - 22;$
 $-6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) - 22 = 1 - 22 = -21;$
 г) $(c+2)^2 - (c+4)(c-4) = c^2 + 4c + 4 - (c^2 - 16) = c^2 + 4c + 4 - c^2 + 16 = 4c + 20;$
 $4 \cdot (-0,25) + 20 = -1 + 20 = 19.$
8. а) $53^2 - 43^2 = (53-43) \cdot (53+43) = 10 \cdot 96 = 960;$
 б) $\frac{910}{137^2 - 123^2} = \frac{910}{(137-123) \cdot (137+123)} = \frac{910}{14 \cdot 260} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4};$
 в) $\frac{144^2 - 18^2}{153^2 - 90^2} = \frac{(144-18) \cdot (144+18)}{(153-90) \cdot (153+90)} = \frac{2126 \cdot 162}{63 \cdot 243} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3};$
 г) $\frac{7,8 \cdot 8,7 + 7,8 \cdot 1,3}{100} = \frac{7,8 \cdot (8,7+1,3)}{100} = \frac{7,8 \cdot 10}{100} = \frac{7,8}{10} = 0,78.$
9. а) $ax^2 + 3ax = ax(x+3);$ б) $15x^3y^2 + 10x^2y - 20x^2y^3 = 5x^2y(3xy + 2 - 4y^2);$
 в) $5a^2b - 6a^2b^2 = a^2b(5 - 6b);$ г) $195c^6p^5 - 91c^6p^8 + 221c^3p^{10} = 13c^3p^5(15c^3 - 7c^3p + 17p^5).$
10. а) $ax + bx + ac + bc = (a+b)x + (a+b)c = (a+b)(x+c);$
 б) $4a + by + ay + 4b = 4(a+b) + y(a+b) = (a+b)(4+y);$
 в) $9m^2 - 9mn - 5m + 5n = 9m(m-n) - 5(m-n) = (m-n)(9m-5);$
 г) $16ab^2 + 5b^2c + 10c^3 + 32ac^2 = 16a(b^2 + 2c^2) + 5c(b^2 + 2c^2) = (b^2 + 2c^2)(16a + 5c).$

11. а) $17^6 + 17^5 = 17^5 \cdot (17 + 1) = 17 \cdot 18 : 18$;
 б) $3^{17} + 3^{15} = 3^{15} \cdot (3^2 + 1) = 3^{15} \cdot 10 = 3^{13} \cdot 3^2 \cdot 10 = 3^{13} \cdot 90 : 90$;
 в) $42^8 + 42^7 = 42^7 \cdot (41 + 1) = 42^7 \cdot 43 : 43$;
 г) $2^{23} + 2^{20} = 2^{20} \cdot (2^3 + 1) = 2^{20} \cdot 9 = 2^{17} \cdot 2^3 \cdot 9 = 2^{17} \cdot 72 : 72$.
12. а) $2,7 \cdot 6,2 - 9,3 \cdot 1,2 + 6,2 \cdot 9,3 - 1,2 \cdot 2,7 = 2,7 \cdot (6,2 - 1,2) + 9,3 \cdot (6,2 - 1,2) = (6,2 - 1,2) \cdot (2,7 + 9,3) = 5 \cdot 12 = 60$;
 б) $125 \cdot 48 - 31 \cdot 82 - 31 \cdot 43 + 125 \cdot 83 = 125 \cdot (48 + 83) - 31 \cdot (82 + 43) = 125 \cdot 131 - 31 \cdot 125 = 125 \cdot (131 - 31) = 125 \cdot 100 = 12\ 500$;
 в) $109 \cdot 9,17 - 5,37 \cdot 72 - 37 \cdot 9,17 + 1,2 \cdot 72 = 9,17 \cdot (109 - 37) - 72 \cdot (5,37 - 1,2) = 9,17 \cdot 72 - 72 \cdot 4,17 = 72 \cdot (9,17 - 4,17) = 72 \cdot 5 = 360$;
 г) $19,9 \cdot 18 - 19,9 \cdot 16 + 30,1 \cdot 18 - 30,1 \cdot 16 = 19,9 \cdot (18 - 16) + 30,1 \cdot (18 - 16) = (19,9 + 30,1) \cdot (18 - 16) = 50 \cdot 2 = 100$.
13. а) $m^2 - 49 = (m - 7)(m + 7)$; б) $a^2c^2 - 9 = (ac - 3)(ac + 3)$;
 в) $64p^2 - 81q^2 = (8p - 9q)(8p + 9q)$; г) $10x^2 - 10y^2 = 10(x^2 - y^2) = 10(x - y)(x + y)$.
14. а) $c^2 - 64 = (c - 8)(c + 8)$; б) $25a^4 - 20a^2b + 4b^2 = (5a^2 - 2b)^2$;
 в) $5a^2 + 10ab + 5b^2 = 5(a^2 + 2ab + b^2) = 5(a + b)^2$;
 г) $15a^3 + 15b^3 = 15(a^3 + b^3) = 15(a + b)(a^2 - ab + b^2)$.
15. а) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3 = x^2(x - y) - y^2(x - y) = (x - y)(x^2 - y^2) = (x - y) \cdot (x - y)(x + y) = (x - y)^2(x + y)$;
 б) $d^2 - 16d + 55 = (d - 5)(d - 11)$; $d_1 = 5$; $d_2 = 11$;
 в) $m^2 - 2n - m - 4n^2 = (m^2 - 4n^2) - (2n - m) = (m - 2n)(m + 2n) - (m + 2n) = (m + 2n)(m - 2n - 1)$;
 г) $n^2 + 16n + 39 = (n + 13)(n + 3)$; $n_1 = -13$; $n_2 = -3$.
16. а) $\frac{6a+6b}{7a+7b} = \frac{6(a+b)}{7(a+b)} = \frac{6}{7}$; б) $\frac{ma^2 - m^2a}{m^2 - ma} = \frac{ma(a-m)}{m(n-a)} = \frac{ma(m-a)}{m(m-a)} = -a$;
 в) $\frac{2p-4q}{16a-8p} = \frac{2(2p-2q)}{8(2q-p)} = \frac{2(2a-p)}{7(2a-p)} = \frac{1}{4}$; г) $\frac{xy^4 - zy^4}{zy^3 - xy^3} = \frac{y^4(x-z)}{y^3(z-x)} = -\frac{y^4(x-z)}{y^3(x-z)} = -y$.
17. а) $\frac{b-7}{b^2-14b+49} = \frac{b-7}{(b-7)^2} = \frac{1}{b-7}$; б) $\frac{125y^3+1}{1-5y+25y^2} = \frac{(5y+1)(25y^2-5y+1)}{1-5y+25y^2} = 5y+1$;
 в) $\frac{y^2-x^2}{x^2-2xy+y^2} = \frac{(y-x)(y+x)}{(y-x)^2} = \frac{y+x}{y-x}$; г) $\frac{4t^2-2t+1}{8t^3+1} = \frac{4t^2-2t+1}{(2t+1)(4t^2-2t+1)} = \frac{1}{2t+1}$.
18. а) $\frac{27^3-27^4}{9^8+9^7+9^6} = \frac{27^4 \cdot (27-1)}{9^6 \cdot (9^2+9+1)} = \frac{(3^3)^4 \cdot 26}{(3^2)^6 \cdot 91} = \frac{3^{12} \cdot 26}{3^{12} \cdot 91} = \frac{26}{91}$;
 б) $\frac{8^{11}-8^{10}-8^9}{4^{15}-4^{14}-4^{13}} = \frac{8^9 \cdot (8^2-8-1)}{4^{13} \cdot (4^3-4-1)} = \frac{(2^3)^9 \cdot 55}{(2^2)^{13} \cdot 11} = \frac{2^{27} \cdot 5}{2^{26} \cdot 1} = 2 \cdot 5 = 10$.
19. а) $\frac{1}{x^2} + \frac{x-2}{x} = \frac{1+x^2-2x}{x^2} = \frac{(x-1)^2}{x^2}$; б) $\frac{3}{x+y} + \frac{5}{x-y} = \frac{3x-3y+5x+5y}{(x+y)(x-y)} = \frac{8x+2y}{x^2-y^2}$;
 в) $\frac{1-5d^2}{d^6} - \frac{d-5}{d^4} + \frac{1}{d^3} = \frac{1-5d^2-d^6+d^6+5d^6+d^6}{d^6} = \frac{1}{d^6}$;
 г) $\frac{5c}{6c+6} + \frac{3c}{7c+7} = \frac{5c}{6(c+1)} + \frac{3c}{7(c+1)} = \frac{35c+18c}{42(c+1)} = \frac{53c}{42(c+1)}$.
20. а) $\frac{3c+2}{c^2-4c+4} - \frac{5}{c-2} = \frac{3c+2}{(c-2)^2} - \frac{5}{c-2} = \frac{3c+2-5c+10}{(c-2)^2} = \frac{12-2c}{(c-2)^2}$;
 б) $\frac{2mn}{m^3+n^3} + \frac{2m}{m^2-n^2} - \frac{1}{m-n} = \frac{2mn}{(m+n)(m^2-mn+n^2)} + \frac{2m}{(m-n)(m+n)} - \frac{1}{m-n} =$
 $= \frac{2mn(m-n) + 2m(m^2-mn+n^2) - (m^3+n^3)}{(m+n)(m^2-mn+n^2)(m-n)} = \frac{2m^3n - 2mn^3 + 2m^3 - 2m^2n + 2mn^2 - m^3 - n^3}{(m+n)(m^2-mn+n^2)(m-n)} =$
 $= \frac{m^3-n^3}{(m+n)(m^2-mn+n^2)(m-n)} = \frac{(m-n)(m^2+mn+n^2)}{(m+n)(m^2-mn+n^2)(m-n)} = \frac{m^2+mn+n^2}{m^3+n^3}$;

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{3a(16-3a)}{9a^2-4} + \frac{3(1+2a)}{2-3a} - \frac{2-9a}{3a+2} &= \frac{48a-9a^2}{(3a-2)(3a+2)} - \frac{3+6a}{3a-2} - \frac{2-9a}{3a+2} \\ &= \frac{48a-9a^2-(3+6a)(3a+2)-(2-9a)(3a-2)}{(3a-2)(3a+2)} \\ &= \frac{48a-9a^2-9a-6-18a^2-12a-6a+4+27a^2-18a}{(3a-2)(3a+2)} = \frac{3a-2}{(3a-2)(3a+2)} = \frac{1}{3a+2}; \end{aligned}$$

$$\text{р) } \frac{y^2+4}{y^3+8} \cdot \frac{1}{y+2} = \frac{y^2+4}{(y+2)(y^2-2y+4)} \cdot \frac{1}{y+2} = \frac{y^2+4-y^2+2y-4}{(y+2)(y^2-2y+4)} = \frac{2y}{y^3+8}.$$

$$21. \text{ а) } \frac{x^2-y^2}{3xy} \cdot \frac{3y}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y) \cdot 3y}{3xy \cdot (x-y)} = \frac{x+y}{x}; \text{ б) } \frac{c^2-49}{10cd} \cdot \frac{2c+14}{5d} = \frac{(c-7)(c+7) \cdot 5d}{10cd \cdot 2(c+7)} = \frac{c-7}{4c};$$

$$\text{в) } \frac{x^2-10x+25}{3x+12} \cdot \frac{2x-10}{x^2-16} = \frac{(x-5)^2 \cdot (x-4)(x+4)}{3(x+4) \cdot 2(x-5)} = \frac{(x-5)(x-4)}{6};$$

$$\text{р) } \frac{t^3+8}{12t^2+27t} \cdot \frac{4t+9}{t^2-2t+4} = \frac{(t+2)(t^2-2t+4)(4t+9)}{3t(4t+9)(t^2-2t+4)} = \frac{t+2}{3t}.$$

$$22. \text{ а) } \left(\frac{a+b}{a} - \frac{2b}{a+b} \right) \cdot (a+b) = \frac{(a+b)^2-2ab}{a(a+b)} \cdot (a+b) = \frac{(a^2+2ab+b^2-2ab) \cdot (a+b)}{a(a+b)} = \frac{a^2+b^2}{a};$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) : \frac{b^2-a^2}{ab} = \frac{b-a}{ab} \cdot \frac{ab}{(b-a)(b+a)} = \frac{1}{b+a}.$$

$$23. \text{ а) } \left(\frac{m}{n^2-mn} + \frac{n}{m^2-mn} \right) \frac{mn}{m+n} = \left(\frac{m}{n(n-m)} + \frac{n}{m(m-n)} \right) \frac{mn}{m+n} = \left(\frac{m}{n(n-m)} - \frac{n}{m(n-m)} \right) \frac{mn}{m+n} = \frac{m^2-n^2}{mn(n-m)} \cdot \frac{mn}{m+n} = \frac{(m-n)(m+n) \cdot mn}{mn(n-m)(m+n)} = -\frac{(n-m)(m+n) \cdot mn}{mn(n-m)(m+n)} = 1;$$

$$\text{б) } \frac{a^2-25}{a+3} \cdot \frac{1}{a^2+25} \cdot \frac{a+5}{a+5} = \frac{(a-5)(a+5)}{(a+3)a(a+5)} \cdot \frac{a+5}{a(a+3)} = \frac{a-5}{a(a+3)} \cdot \frac{a+5}{a(a+3)} = \frac{(a-5)(a+5)}{a^2(a+3)^2} = \frac{a^2-5a-3a+15}{a^2(a+3)^2} = \frac{a^2-8a+15}{a^2(a+3)^2} = \frac{-16a}{a^2(a^2-9)} = \frac{-16}{a^2-9}.$$

$$24. \text{ а) } \begin{cases} 5x-3y=14; \\ 2x+t=10; \end{cases} \begin{cases} 5x-3y=14; \\ 6x+3y=30; \end{cases} + \begin{cases} 11x=44; \\ 2x+y=10; \end{cases} \begin{cases} x=4; \\ 2 \cdot 4+y=10; \end{cases} \begin{cases} x=y; \\ y=2. \end{cases} \text{ Ответ: } (4; 2).$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x+4b=55; \\ 7x-b=56; \end{cases} \begin{cases} 3a+4b=55; \\ 28a-4b=224; \end{cases} + \begin{cases} 31a=279; \\ 7a-b=56; \end{cases} \begin{cases} a=9; \\ 7 \cdot 9-b=56; \end{cases} \begin{cases} a=9; \\ b=7. \end{cases} \text{ Ответ: } (9; 7).$$

$$\text{в) } \begin{cases} 4x-7y=30; \\ 4x-5y=90; \end{cases} (-1) \cdot \begin{cases} -4x+7y=-30; \\ 4x-5y=90; \end{cases} + \begin{cases} 2y=60; \\ 4x-5y=90; \end{cases} \begin{cases} y=30; \\ 4x-5 \cdot 30=90; \end{cases} \begin{cases} y=30; \\ 4x=240; \end{cases} \begin{cases} y=30; \\ x=60. \end{cases}$$

Ответ: (30; 60).

$$\text{р) } \begin{cases} -2a+4b=-11; \\ 40+4b=1; \end{cases} (-1) \cdot \begin{cases} 20-4b=11; \\ 4a+4b=1; \end{cases} + \begin{cases} 6a=12; \\ 2a-4b=11; \end{cases} \begin{cases} a=2; \\ 2 \cdot 2-4b=11; \end{cases} \begin{cases} a=2; \\ 4b=-7; \end{cases} \begin{cases} a=2; \\ b=-1,75. \end{cases}$$

Ответ: (2; -1,75).

$$25. \text{ а) } \begin{cases} 4x+5y=1; \\ 2x+2,5y=5; \end{cases} (-2) \cdot \begin{cases} 4x+5y=1; \\ -4x-5y=-10; \end{cases} + \begin{cases} 0=-9; \\ 4x+5y=1. \end{cases} \text{ Ответ: нет решений.}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x-3b=12; \\ x-y=4; \end{cases} (-3) \cdot \begin{cases} 4x-3y=12; \\ -4x+3y=-12; \end{cases} + \begin{cases} 0=0; \\ 4x-3y=12. \end{cases} \text{ Ответ: бесконечное множество решений.}$$

$$26. \text{ а) } 5 - \frac{13}{7} \sqrt{\frac{27}{169}} = 5 - \frac{13}{7} \sqrt{\frac{196}{169}} = 5 - \frac{13}{7} \cdot \frac{14}{13} = 5 - 2 = 3;$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{165^2-124^2}{164}} = \sqrt{\frac{(165-124)(165+124)}{164}} = \sqrt{\frac{141 \cdot 289}{164 \cdot 4}} = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2} = 8 \frac{1}{2};$$

$$\text{в) } 4 - \frac{7}{4} \sqrt{5 \frac{11}{49}} = 4 - \frac{7}{4} \sqrt{\frac{256}{49}} = 4 - \frac{7}{4} \cdot \frac{16}{7} = 4 - 4 = 0;$$

$$\text{р) } \sqrt{\frac{145,5^2-96,5^2}{193,5^2-31,5^2}} = \sqrt{\frac{(145,5-96,5)(145,5+96,5)}{(193,5-31,5)(193,5+31,5)}} = \sqrt{\frac{49 \cdot 242 \cdot 121}{162 \cdot 81 \cdot 225}} = \frac{7 \cdot 11}{9 \cdot 15} = \frac{77}{135}.$$

$$27. \text{ а) } \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}; \quad \text{ б) } \sqrt{54a^3} = \sqrt{9 \cdot 6 \cdot a^2 \cdot a} = 3a\sqrt{6a}; \quad \text{ в) } \sqrt{8z^2} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot z^2} = 2z\sqrt{2};$$

$$\text{ г) } \sqrt{49d} = 7\sqrt{d}.$$

$$28. \text{ а) } 2\sqrt{5} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{20}; \quad \text{ б) } b\sqrt{3} = -\sqrt{b^2 \cdot 3} = -\sqrt{3b^2}, b < 0; \quad \text{ в) } 7\sqrt{3a} = \sqrt{49 \cdot 3a} = \sqrt{147a};$$

$$\text{ г) } -a\sqrt{2} = -\sqrt{a^2 \cdot 2} = -\sqrt{2a^2}, a > 0.$$

$$29. \text{ а) } 2\sqrt{125} + 2\sqrt{20} - 2\sqrt{80} = 2\sqrt{25 \cdot 5} + 2\sqrt{4 \cdot 5} - 2\sqrt{16 \cdot 5} = 2 \cdot 5\sqrt{5} + 2 \cdot 2\sqrt{5} - 2 \cdot 4\sqrt{5} =$$

$$= 10\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = 6\sqrt{5};$$

$$\text{ б) } \sqrt{9a} - \sqrt{25a} - \sqrt{36a} = 3\sqrt{a} - 5\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = 8\sqrt{a};$$

$$\text{ в) } 5\sqrt{12} - 2\sqrt{48} + 2\sqrt{27} = 5\sqrt{4 \cdot 3} - 2\sqrt{16 \cdot 3} + 2\sqrt{9 \cdot 3} = 5 \cdot 2\sqrt{3} - 2 \cdot 4\sqrt{3} + 2 \cdot 3\sqrt{3} =$$

$$= 10\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 8\sqrt{3};$$

$$\text{ г) } 0,1\sqrt{5m} - \sqrt{0,45m} + 2\sqrt{80m} = 0,1\sqrt{5m} - \sqrt{0,09 \cdot 5m} + 2\sqrt{16 \cdot 5m} =$$

$$= 0,1\sqrt{5m} - 0,3\sqrt{5m} + 2 \cdot 4\sqrt{5m} = 0,1\sqrt{5m} - 0,3\sqrt{5m} + 8\sqrt{5m} = 7,8\sqrt{5m}.$$

$$30. \text{ а) } \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} = |\sqrt{7}-2| + |\sqrt{7}-3| = \sqrt{7}-2 - \sqrt{7}+3 = 1.$$

Первый модуль раскрываем со знаком $+$, так как $\sqrt{7} > 2$, а второй — со знаком $-$, так как $\sqrt{7} < 3$.

$$\text{ б) } \sqrt{(\sqrt{12}-4)^2} - 2\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |\sqrt{12}-4| - 2|2-\sqrt{3}| = -\sqrt{12}+4 - 4+2\sqrt{3} =$$

$$= -\sqrt{12}+2\sqrt{3} = -\sqrt{4 \cdot 3}+2\sqrt{3} = -2\sqrt{3}+2\sqrt{3} = 0.$$

Первый модуль раскрываем со знаком $-$, так как $\sqrt{12} < 4$, а второй — со знаком $+$, так как $2 > \sqrt{3}$.

$$31. \text{ а) } 0,4a^2b \cdot \sqrt{\frac{25}{a^2b^2}} = 0,4a^2b \cdot \frac{5}{a \cdot (-b)} = -2a, a > 0, b < 0;$$

$$\text{ б) } \frac{a}{b} \sqrt{\frac{b^6}{a^2}} - \frac{b}{a} \sqrt{\frac{a^8}{b^2}} = \frac{a}{b} \frac{b^3}{a} - \frac{b}{a} \frac{(-a)^3}{b} = -b^2 + a^2 = a^2 - b^2, a < 0, b > 0.$$

$$32. \text{ а) } (2+\sqrt{6})(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}) = 6\sqrt{2}-4\sqrt{3}+3\sqrt{12}-2\sqrt{18} = 6\sqrt{2}-4\sqrt{3}+3\sqrt{4 \cdot 3}-$$

$$-2\sqrt{9 \cdot 2} = 6\sqrt{2}-4\sqrt{3}+6\sqrt{3}-6\sqrt{2} = 2\sqrt{3};$$

$$\text{ б) } (\sqrt{2a}-\sqrt{3b})(\sqrt{2a}+\sqrt{3b}) = (\sqrt{2a})^2 - (\sqrt{3b})^2 = 2a-3b;$$

$$\text{ в) } (2\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{3}+3\sqrt{5}) = 2\sqrt{15}+6(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 - 3\sqrt{15} = 6 \cdot 5 - 3 - \sqrt{15} = 27 - \sqrt{15};$$

$$\text{ г) } (c+\sqrt{d})(c-c\sqrt{d}+d) = c^3 + (\sqrt{d})^3 = c^3 + (\sqrt{d})^2 \cdot \sqrt{d} = c^3 + d\sqrt{d}.$$

$$33. \text{ а) } \frac{1-\sqrt{a}}{2\sqrt{a}-4} - \frac{3-\sqrt{a}}{3\sqrt{a}-6} = \frac{1-\sqrt{a}}{2(\sqrt{a}-2)} - \frac{3-\sqrt{a}}{3(\sqrt{a}-2)} = \frac{3(1-\sqrt{a})-2(3-\sqrt{a})}{6(\sqrt{a}-2)} =$$

$$= \frac{3-3\sqrt{a}-6+2\sqrt{a}}{6(\sqrt{a}-2)} = \frac{-\sqrt{a}-3}{6(\sqrt{a}-2)} = -\frac{\sqrt{a}+3}{6(\sqrt{a}-2)};$$

$$\text{ б) } \frac{\sqrt{d}+2}{\sqrt{cd}+d} - \frac{\sqrt{c}-3}{\sqrt{cd}+c} = \frac{\sqrt{d}+2}{\sqrt{c}\sqrt{d}+(\sqrt{d})^2} - \frac{\sqrt{c}-3}{\sqrt{c}\sqrt{d}+(\sqrt{c})^2} = \frac{\sqrt{d}+2}{\sqrt{d}(\sqrt{c}+\sqrt{d})} - \frac{\sqrt{c}-3}{\sqrt{c}(\sqrt{d}+\sqrt{c})} =$$

$$= \frac{\sqrt{c}(\sqrt{d}+2) - \sqrt{d}(\sqrt{c}-3)}{\sqrt{c}\sqrt{d}(\sqrt{c}+\sqrt{d})} = \frac{\sqrt{c}\sqrt{d}+2\sqrt{c}-\sqrt{c}\sqrt{d}+3\sqrt{d}}{\sqrt{c}\sqrt{d}(\sqrt{c}+\sqrt{d})} = \frac{2\sqrt{c}+3\sqrt{d}}{\sqrt{c}\sqrt{d}(\sqrt{c}+\sqrt{d})};$$

$$\text{ в) } \frac{1-a}{4\sqrt{a}+8\sqrt{b}} - \frac{a+4\sqrt{ab}+4b}{3-3\sqrt{a}} = \frac{1-(\sqrt{a})^2}{4(\sqrt{a}+2\sqrt{b})} - \frac{(\sqrt{a})^2+4\sqrt{a}\sqrt{b}+(2\sqrt{b})^2}{3(1-\sqrt{a})} =$$

$$= \frac{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})}{4(\sqrt{a}+2\sqrt{b}) \cdot 3(1-\sqrt{a})} = \frac{(1+\sqrt{a})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})}{12};$$

$$\begin{aligned} \text{r)} \quad \frac{x^2 + x\sqrt{2}}{x^2 + 2} \left(\frac{x}{x - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} \right) &= \frac{x(x + \sqrt{2})}{x^2 + 2} \cdot \frac{x(x + \sqrt{2}) - \sqrt{2}(x - \sqrt{2})}{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})} = \\ &= \frac{x(x + \sqrt{2})(x^2 + \sqrt{2}x - \sqrt{2}x + 2)}{(x^2 + 2)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})} = \frac{x(x^2 + 2)}{(x^2 + 2)(x - \sqrt{2})} = \frac{x}{x - \sqrt{2}}. \end{aligned}$$

$$34. \text{ a) } (x^2 - y^2) : (x^{-1} - y^{-1}) = \frac{(x^{-1} - y^{-1})(x^2 + y^2)}{x^{-1} - y^{-1}} = x^2 + y^2 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy};$$

$$\text{б) } (c^2 - d^2) \cdot (d - c)^2 = \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{d^2} \right) \cdot \frac{1}{(d - c)^2} = \frac{d^2 - c^2}{c^2 d^2} \cdot \frac{1}{(d - c)^2} = \frac{(d - c)(d + c)}{c^2 d^2 (d - c)^2} = \frac{d + c}{c^2 d^2 (d - c)};$$

$$\text{в) } (k - l)^2 \cdot (k^{-1} - l^{-1}) = \frac{1}{(k - l)^2} \cdot \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{l} \right) = \frac{1}{(k - l)^2} \cdot \frac{l - k}{kl} = \frac{1}{(l - k)kl};$$

$$\begin{aligned} \text{r) } (a^{-1} - b^{-1}) : (b^{-3} - a^{-3}) &= \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) : \left(\frac{1}{b^3} - \frac{1}{a^3} \right) = \frac{b - a}{ab} : \frac{a^3 - b^3}{a^3 b^3} = \\ &= -\frac{a - b}{ab} \cdot \frac{a^3 b^3}{(a - b)(a^2 + ab + b^2)} = -\frac{a - b}{a^2 + ab + b^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 35. \quad \left(1 + \frac{x^{-2n} + y^{-2n}}{x^{2n} - y^{2n}} \right)^2 &= \left(\frac{x^{-2n} - y^{-2n} + x^{2n} + y^{2n}}{x^{2n} - y^{2n}} \right)^2 = \left(\frac{2x^{-2n}}{x^{2n} - y^{2n}} \right)^2 = \\ &= \left(\frac{2 \cdot \frac{1}{x^{2n}}}{\frac{1}{x^{2n}} - \frac{1}{y^{2n}}} \right)^2 = \left(\frac{2 \cdot \frac{1}{x^{2n}}}{\frac{y^{2n} - x^{2n}}{x^{2n} \cdot y^{2n}}} \right)^2 = \left(\frac{2 \cdot x^{2n} \cdot y^{2n}}{y^{2n} - x^{2n}} \right)^2 = \left(\frac{2 \cdot y^{2n}}{y^{2n} - x^{2n}} \right)^2; \\ \left(\frac{2 \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^1}{\left(\frac{3}{4} \right)^{-3}} \right)^2 &= \left(\frac{3}{2} \right)^2 = \left(-\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{9} \right)^2 = \left(-\frac{2}{3} \right)^2 = \left(-\frac{3}{2} \right)^2 = \frac{9}{4}. \end{aligned}$$

$$36. \text{ a) } 2x^2 + 3x + 1 = 0; D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1; x_1 = \frac{-3-1}{4} = -1; x_2 = \frac{-3+1}{4} = -\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -1; -\frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } 5x^2 - 8x + 3 = 0; D = 64 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 4; x_1 = \frac{8+2}{10} = \frac{6}{5}; x_2 = \frac{8-2}{10} = 1. \text{ Ответ: } \frac{6}{5}; 1.$$

$$\text{в) } 3x^2 + 5x - 2 = 0; D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49; x_1 = \frac{-5-7}{6} = -2; x_2 = \frac{-5+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ответ: } -2; \frac{1}{3}.$$

$$\text{r) } 14x^2 - 5x - 1 = 0; D = 25 - 4 \cdot 14 \cdot (-1) = 81; x_1 = \frac{5-9}{28} = -\frac{4}{28} = -\frac{1}{7}; x_2 = \frac{5+9}{28} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{7}; \frac{1}{2}.$$

$$37. \text{ a) } (a^2 - 5)^2 - (2a + 3)^2 = 0; (a^2 - 5)^2 = (2a + 3)^2; |a^2 - 5| = |2a + 3|;$$

$$1) a^2 - 5 = 2a + 3; a^2 - 2a - 8 = 0; a_1 = 4; a_2 = -2; \text{ Ответ: } 4; -2; -1 \pm \sqrt{3}.$$

$$2) a^2 - 5 = -2a - 3; a^2 + 2a - 2 = 0; D = 1 + 2 = 3; a_1 = -1 - \sqrt{3}; a_2 = -1 + \sqrt{3}.$$

$$\text{б) } (3x - 1)(2x - 2) = (x - 4)^2 + 7; 6x^2 - 6x - 2x + 2 = x^2 - 8x + 16 + 7; 5x^2 = 21; x^2 = 4,2; x = \pm \sqrt{4,2}. \text{ Ответ: } \pm \sqrt{4,2}.$$

$$\text{в) } (d^2 - 13)^2 - (d - 77)^2 = 0; (d^2 - 13)^2 = (d - 77)^2; |d^2 - 13| = |d - 77|;$$

$$1) d^2 - 13 = d - 77; d^2 - d + 64 = 0; D = 1 - 256 < 0. \text{ Ответ: нет корней.}$$

$$2) d^2 - 13 = -d + 77; d^2 + d - 90 = 0; d_1 = -10; d_2 = 9. \text{ Ответ: } -10; 9.$$

$$\text{r) } 2x - (x + 1)^2 = 3x^2 - 5; 2x - x^2 - 2x - 1 = 3x^2 - 5; -4x^2 = -4; x^2 = 1; x = \pm 1. \text{ Ответ: } \pm 1.$$

$$38. \text{ a) } x^2 - 17x + 60 = (x - 5)(x - 12); x_1 = 5; x_2 = 12;$$

$$6) 3x^2 + 35x - 38 = 3 \left(x + \frac{38}{3} \right) (x-1) = (3x+38)(x-1); D = 1225 - 4 \cdot (-38) \cdot 3 = 1681;$$

$$x_1 = \frac{-35-41}{6} = -\frac{76}{6} = -\frac{38}{3}; x_2 = \frac{-35+41}{6} = 1;$$

$$в) 2x^2 - 297x + 295 = 2(x-1) \left(x - \frac{295}{2} \right) = (x-1)(2x-295); D = 88\,209 - 2360 = 85\,849;$$

$$x_1 = \frac{297-293}{4} = 1; x_2 = \frac{297+293}{4} = \frac{295}{2};$$

$$г) x^2 + 26x + 105 = (x+21)(x+5); x_1 = -21; x_2 = -5;$$

$$39. а) \frac{3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 9} = \frac{3 \left(x - \frac{1}{3} \right) (x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{3x-1}{x+3}; 3x^2 - 10x + 3 = 0; D = 100 - 36 = 64;$$

$$x_1 = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{10+8}{6} = 3;$$

$$б) \frac{5x^2 + x - 4}{x^2 + x} = \frac{5(x+1) \left(x - \frac{4}{5} \right)}{x(x+1)} = \frac{5x-4}{x}; 5x^2 + x - 4 = 0; D = 1 - 4 \cdot 5 \cdot (-4) = 81;$$

$$x_1 = \frac{-1-9}{10} = -1; x_2 = \frac{-1+9}{10} = \frac{4}{5};$$

$$в) \frac{2x^2 - 9x + 4}{x^2 - 16} = \frac{2 \left(x - \frac{1}{2} \right) (x-4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{2x-1}{x+4}; 2x^2 - 9x + 4 = 0; D = 81 - 32 = 49;$$

$$x_1 = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{9+7}{4} = 4;$$

$$г) \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9} = \frac{2(x+3) \left(x - \frac{1}{2} \right)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2x-1}{x-3}; 2x^2 + 5x - 3 = 0; D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49;$$

$$x_1 = \frac{-5-7}{4} = -3; x_2 = \frac{-5+7}{4} = \frac{1}{2};$$

$$40. а) \frac{2}{x} + \frac{10}{x^2 - 2x} = \frac{1+2x}{x-2}; \frac{2}{x} + \frac{10}{x(x-2)} - \frac{1+2x}{x-2} = 0; \frac{2(x-2)+10-x(1+2x)}{x(x-2)} = 0; \frac{2x-4+10-x-2x^2}{x(x-2)} = 0;$$

$$\frac{-2x^2 + x + 6}{x(x-2)} = 0; \begin{cases} 2x^2 - x - 6 = 0; \\ x(x-2) \neq 0; \end{cases} D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49;$$

$$x_1 = \frac{1-7}{4} = -\frac{3}{2}; x_2 = \frac{1+7}{4} = 2; x_1 = 2 \text{ — не удовлетворяет условию. Ответ: } -1,5.$$

$$б) \frac{2}{x^2 - 3x} - \frac{1}{x+3} = \frac{12}{x^3 - 9x}; \frac{2}{x(x-3)} - \frac{1}{x+3} - \frac{12}{x(x-3)(x+3)} = 0;$$

$$\frac{2(x+3) - x(x-3) - 12}{x(x-3)(x+3)} = 0; \begin{cases} 2x+6-x^2+3x-12=0; & -x^2+5x-6=0; & x^2-5x+6=0; & x_1=2; \\ x(x-3)(x+3) \neq 0; \end{cases}$$

$$x_2=3; x_3=3 \text{ — не удовлетворяет условию. Ответ: } 2.$$

$$в) \frac{5}{x-2} + 1 = \frac{14}{x^2 - 4x + 4}; \frac{5}{x-2} + 1 - \frac{14}{(x-2)^2} = 0; \frac{5(x-2) + (x-2)^2 - 14}{(x-2)^2} = 0; \begin{cases} 5x-10+x^2-4x+4-14=0; \\ (x-2)^2 \neq 0; \end{cases}$$

$$x^2 + x - 20 = 0; x_1 = -5; x_2 = 4. \text{ Ответ: } -5; 4.$$

$$г) \frac{1}{x} - \frac{10}{x^2 - 5x} = \frac{x-3}{5-x}; \frac{1}{x} - \frac{10}{x(x-5)} - \frac{x-3}{5-x} = 0; \frac{1}{x} - \frac{10}{x(x-5)} + \frac{x-3}{x-5} = 0; \frac{x-5-10+x(x-3)}{x(x-5)} = 0;$$

$$\begin{cases} x-5-10+x^2-3x=0; & x^2-2x-15=0; & x_1=5; & x_2=-3; & x_1=5 \text{ — не удовлетворяет условию.} \\ x(x-5) \neq 0; \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } -3.$$

41. а) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$; пусть $x^2 = y$, тогда $y^2 - 17y + 16 = 0$; $y_1 = 16$; $y_2 = 1$; $x^2 = 16$; $x^2 = 1$; $x = \pm 4$; $x = \pm 1$. *Ответ:* ± 4 ; ± 1 .
- б) $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$; пусть $x^2 = y$, тогда $y^2 - 9y + 8 = 0$; $y_1 = 1$; $y_2 = 8$; $x^2 = 1$; $x^2 = 8$; $x = \pm 1$; $x = \pm\sqrt{8}$. *Ответ:* ± 1 ; $\pm\sqrt{8}$.
- в) $9x^4 - 40x^2 + 16 = 0$; пусть $x^2 = y$, тогда $9y^2 - 40y + 16 = 0$; $D = 1600 - 576 = 1024$;
 $y_1 = \frac{40-32}{18} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$; $y_2 = \frac{40+32}{18} = 4$; $x^2 = \frac{4}{9}$; $x^2 = 4$; $x = \pm\frac{2}{3}$; $x = \pm 2$. *Ответ:* $\pm\frac{2}{3}$; ± 2 .
- г) $x^4 - 7x^2 - 8 = 0$; пусть $x^2 = y$, тогда $y^2 - 7y + 8 = 0$; $y_1 = -1$; $y_2 = 0$; $x^2 = -1$; $x^2 = 8$; нет корней; $x = \pm\sqrt{8}$. *Ответ:* $\pm\sqrt{8}$.
42. Пусть запланированная скорость пешехода x км/ч, тогда его фактическая скорость $(x + 1)$ км/ч. Намеченный путь составляет с одной стороны $1,2 \cdot x$, а с другой — $1 \cdot (x + 1)$. Составим уравнение:
 $1,2x = 1 \cdot (x + 1)$; $1,2x - x = 1$; $0,2x = 1$; $x = 5$. Путь составляет $1,2 \cdot 5 = 6$ (км). *Ответ:* 6 км.
43. Пусть собственная скорость лодки составляет x км/ч, тогда скорость лодки, которая движется по течению, равна $(x + 3)$ км/ч, а скорость лодки, двигающейся против течения, равна $(x - 3)$ км/ч. Путь, пройденный первой лодкой — $(1,5 \cdot (x + 3))$ км, а второй лодкой — $1,5 \cdot (x - 3)$ км. Так как весь путь 45 км, составим уравнение:
 $1,5(x + 3) + 1,5(x - 3) = 45$; $1,5x + 4,5 + 1,5x - 4,5 = 45$; $3x = 45$; $x = 15$. *Ответ:* 15 км/ч.
44. Пусть скорость велосипедиста x км/ч, тогда скорость мотоциклиста $(x + 30)$ км/ч. Велосипедист ехал $44 + 36 = 80$ мин = $\frac{80}{60}$ ч = $\frac{4}{3}$ ч и преодолел путь $\frac{4}{3}x$ км. Мотоциклист ехал $\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$ ч и преодолел путь $\frac{3}{5}(x + 30)$. Зная, что мотоциклист проехал на 7 км больше, составим уравнение:
 $\frac{3}{5}(x + 30) - \frac{4}{3}x = 7$; $\frac{3}{5}x + 18 - \frac{4}{3}x = 7$; $-\frac{11}{15}x = -11$; $x = 15$. *Ответ:* 15 км/ч.
45. Пусть первоначальная скорость автомобиля x км/ч, тогда увеличенная скорость — $(x + 10)$ км/ч. Пройденный путь при намеченной скорости составляет 3х км. Фактически за первые 2 ч автомобиль проехал 2х км. Оставшееся время составляет 1ч - 12 мин = 48 мин = $\frac{48}{60}$ ч = $\frac{4}{5}$ ч, а путь за это время — $\frac{4}{5}(x + 10)$. Составим уравнение: $3x = 2x + \frac{4}{5}(x + 10)$;
 $3x = 2x + \frac{4}{5}x + 8$; $3x - 2x - \frac{4}{5}x = 8$; $\frac{1}{5}x = 8$; $x = 40$. *Ответ:* 40 км/ч.
46. Пусть на одно платье требуется x м ткани, а на сарафан — y м. Составим уравнение:

$$\begin{cases} x + 3y = 9; \\ 3x + 5y = 19; \end{cases} \quad \begin{cases} (-3) \cdot \begin{cases} x + 3y = 9; \\ 3x + 5y = 19; \end{cases} \\ \begin{cases} -3x - 9y = -27; \\ 3x + 5y = 19; \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} -4y = -8; \\ x + 3y = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2; \\ x = 3. \end{cases} \quad \text{Ответ: } 3 \text{ м; } 2 \text{ м.}$$
47. Пусть первоначальная скорость велосипедиста x км/ч, тогда скорость на втором этапе — $(x - 3)$ км/ч. Первый участок велосипедист проехал со временем $\frac{15}{x}$ ч, а второй участок — $\frac{6}{x-3}$ ч. Весь путь он проехал за $\left(\frac{15}{x} + \frac{6}{x-3}\right)$ ч. Составим уравнение: $\frac{15}{x} + \frac{6}{x-3} = 1,5$;
 $\frac{15}{x} + \frac{6}{x-3} - 1,5 = 0$; $\frac{15(x-3) + 6x - 1,5x(x-3)}{x(x-3)} = 0$; $\begin{cases} 15x - 45 + 6x - 1,5x^2 + 4,5x = 0; \\ x(x-3) \neq 0; \end{cases}$
 $-1,5x^2 + 25,5x - 45 = 0$; $(-1,5); x^2 - 17x + 30 = 0$; $x_1 = 2$; $x_2 = 15$.
 Если первоначальная скорость велосипедиста 2 км/ч, то на втором участке скорость составляет $2 - 3 = -1$ км/ч, что не удовлетворяет условию. $x = 15$; $15 - 3 = 12$.
Ответ: 15 км/ч; 12 км/ч.
48. Пусть собственная скорость лодки x км/ч (в стоячей воде), тогда скорость лодки по течению — $(x + 1)$ км/ч, а против течения — $(x - 1)$ км/ч. Путь по течению лодка прошла за $\frac{2}{x+1}$ ч, а против течения за $\frac{2}{x-1}$ ч. Путь туда и обратно лодка прошла за $\frac{2}{x+1} + \frac{2}{x-1}$ ч или за 35 мин = $\frac{35}{60} = \frac{7}{12}$ ч.

Составим уравнение: $\frac{2}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{7}{12}$; $\frac{2}{x+1} + \frac{2}{x-1} - \frac{7}{12} = 0$;

$$\frac{2 \cdot (12(x-1) + 2 \cdot 12(x+1) - 7(x+1)(x-1))}{12(x+1)(x-1)} = 0; \begin{cases} 24x - 24 + 24x + 24 - 7x^2 + 7 = 0; \\ 12(x+1)(x-1) \neq 0; \end{cases}$$

$$-7x^2 + 48x + 7 = 0 \mid \cdot (-1); 7x^2 - 48x - 7 = 0; D = 2304 - 4 \cdot 7 \cdot (-7) = 2500;$$

$$x_1 = \frac{48-50}{14} = -\frac{1}{7} \text{ — не удовлетворяет условию, т.к. } x_1 < 0; x_2 = \frac{48+50}{14} = 7. \text{ Ответ: } 7 \text{ км/ч.}$$

49. Пусть завод выполнил план за x дней, тогда по плану завод должен был выполнить задание за $(x + 1)$ дней. Дневная норма по плану составляла бы $\frac{180}{x+1}$ станков, а фактически — $\frac{80}{x}$ станков. Перевыполнение дневной нормы составило $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+1}$ или 2 станка.

Составим уравнение: $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+1} = 2$; $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+1} - 2 = 0$; $\frac{180(x+1) - 180x - 2(x+1)x}{x(x+1)} = 0$;

$$\begin{cases} 180x + 180 - 180x - 2x^2 - 2x = 0; & -2x^2 - 2x + 180 = 0 \mid : (-2); x^2 + x - 90 = 0; \\ x(x+1) \neq 0; \end{cases}$$

$$x_1 = -10 \text{ — не удовлетворяет условию, т.к. } x_1 < 0; x_2 = 9. \text{ Ответ: } 9 \text{ станков.}$$

50. Пусть первый двигатель расходует в час x г, тогда второй двигатель — $(x + 2)$ г. Первый двигатель работал $\frac{320}{x}$ ч, а второй двигатель работал $\frac{270}{x+2}$. Разность работы двигателей

составляет $\frac{320}{x} - \frac{270}{x+2}$ или 5 ч. Составим уравнение: $\frac{320}{x} - \frac{270}{x+2} = 5$;

$$\frac{320}{x} - \frac{270}{x+2} - 5 = 0; \frac{320(x+2) - 270x - 5x(x+2)}{x(x+2)} = 0; \begin{cases} 320x + 640 - 270x - 5x^2 - 10x = 0; \\ x(x+2) \neq 0; \end{cases}$$

$$-5x^2 + 40x + 640 = 0 \mid : (-5); x^2 - 8x - 128 = 0;$$

$$x_1 = 16; x_2 = -8 \text{ — не удовлетворяет условию, т.к. } x_2 < 0; 16 + 2 = 18. \text{ Ответ: } 16 \text{ г; } 18 \text{ г.}$$

51. Пусть груз был перевезен за x рейсов, тогда предполагалось сделать $(x + 4)$ рейсов. Грузоподъемность планируемой машины составляет $\frac{30}{x+4}$ т, а машины, которой перевозили

груз составляет $\frac{30}{x}$ т. Грузоподъемность второй машины больше на $\frac{30}{x} - \frac{30}{x+4}$ или на 2 т.

Составим уравнение: $\frac{30}{x} - \frac{30}{x+4} = 2$; $\frac{30}{x} - \frac{30}{x+4} - 2 = 0$; $\frac{30(x+4) - 30x - 2x(x+4)}{x(x+4)} = 0$;

$$\begin{cases} 30x + 120 - 30x - 2x^2 - 8x = 0; & -2x^2 - 8x + 120 = 0; x^2 + 4x - 60 = 0; \\ x(x+4) \neq 0; \end{cases}$$

$$x_1 = 10; x_2 = -6 \text{ — не удовлетворяет условию, т.к. } x_2 < 0. \text{ Ответ: } 10 \text{ рейсов.}$$

52. Пусть токарь должен был работать x дней, но работал $(x - 6)$ дней. За $(x - 6)$ дней он изготовил $(x - 6)(24 + 15)$ деталей, а должен был изготовить $x \cdot 24$ детали. Изготовил он больше на $(x - 6) \cdot 39 - x \cdot 24$ или на 21 деталь.

Составим уравнение: $39(x - 6) - 24x = 21$; $39x - 234 - 24x = 21$; $15x = 255$; $x = 17$.

Токарь должен был работать 17 дней.

Фактически он изготовил $39 \cdot (17 - 6) = 39 \cdot 11 = 429$ деталей. Ответ: 429 деталей.

53. Пусть в первой школе было x учащихся, а во второй школе — y учащихся. Первоначально в двух школах было $x + y$ или 1500 учащихся. 10 % от числа учащихся первой школы составляет $0,1x$, а 20 % от числа учащихся второй школы — $0,2y$. Через год в двух школах стало $0,1x + x + 0,2y + y$ или 1720 учащихся. Составим систему:

$$\begin{cases} x + y = 1500; & \begin{cases} (-1,1) \begin{cases} -1,1x - 1,1y = -1650; \\ 0,1y = 70; \end{cases} & \begin{cases} y = 700; \\ x = 800. \end{cases} \\ 1,1x + 1,2y = 1720; & \begin{cases} 1,1x + 1,2y = 1720; \\ x + y = 1500; \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: 800 учащихся, 700 учащихся.

54. Пусть швея шила в день x сумок, тогда планировала шить $(x - 2)$ сумки. По плану швея должна была работать $\frac{60}{x-2}$ дня. Сшила она $60 - 4 = 56$ сумок и фактически работала $\frac{56}{x}$ дней. Разница в планируемом и фактическом времени составляет $\frac{60}{x-2} - \frac{56}{x}$ или 4 дня. Составим уравнение:

$$\frac{60}{x-2} - \frac{56}{x} = 4; \quad \frac{60}{x-2} - \frac{56}{x} - 4 = 0; \quad \frac{60x - 56(x-2) - 4(x-2)x}{(x-2)x} = 0; \quad \begin{cases} 60x - 56(x-2) - 4(x-2)x = 0; \\ (x-2)x \neq 0; \end{cases}$$

$$-4x^2 + 12x + 112 = 0 \quad | : (-4); \quad x^2 - 3x - 28 = 0;$$

$x_1 = 7; x_2 = -4$ — не удовлетворяет условию, т.к. $x_2 < 0$. *Ответ:* 7 дней.

55. Пусть скорость первого велосипедиста x км/ч, тогда скорость второго — $(x - 2)$ км/ч.

Время в пути первого велосипедиста $\frac{120}{x}$ ч, а второго — $\frac{120}{x-2}$ ч. Разность времени в пути велосипедистов составляет $\frac{120}{x} - \frac{120}{x-2}$ или 2 ч. Составим уравнение:

велосипедистов составляет $\frac{120}{x} - \frac{120}{x-2}$ или 2 ч. Составим уравнение:

$$\frac{120}{x-2} - \frac{120}{x} = 2; \quad \frac{120}{x-2} - \frac{120}{x} - 2 = 0; \quad \frac{120x - 120(x-2) - 2x(x-2)}{(x-2)x} = 0;$$

$$\begin{cases} 120x - 120x + 240 - 2x^2 + 4x = 0; & -2x^2 + 4x + 240 = 0 \quad | : (-2); \quad x^2 - 2x - 120 = 0; \\ (x-2)x \neq 0; \end{cases}$$

$x_1 = 12; x_2 = -10$ — не удовлетворяет условию, т.к. $x_2 < 0$. $12 - 2 = 10$.

Ответ: 12 км/ч, 10 км/ч.

56. Пусть скорость легкового автомобиля x км/ч, тогда скорость грузовика $(x - 20)$ км/ч.

Время в пути легкового автомобиля составляет $\frac{30}{x}$ ч, а грузовика — $\frac{30}{x-20}$ ч. Так как легковой автомобиль выехал на 10 мин позже, а приехал на 15 мин раньше, то он был в пути на 15 мин меньше или на $\frac{1}{4}$ ч. С другой стороны разность времени в пути составляет

пути на 15 мин меньше или на $\frac{1}{4}$ ч. С другой стороны разность времени в пути составляет

$$\frac{30}{x-20} - \frac{30}{x}. \quad \text{Составим уравнение: } \frac{30}{x-20} - \frac{30}{x} = \frac{1}{4}; \quad \frac{30}{x-20} - \frac{30}{x} - \frac{1}{4} = 0;$$

$$\frac{4 \cdot 30(x-4) - 30(x-20) - x(x-20)}{4x(x-20)} = 0; \quad \begin{cases} 120x - 120x + 2400 - x^2 + 20x = 0; \\ 4x(x-20) \neq 0; \end{cases}$$

$$-x^2 + 20x + 2400 = 0 \quad | : (-1); \quad x^2 - 20x - 2400 = 0;$$

$x_1 = 60; x_2 = -40$ — не удовлетворяет условию, т.к. $x_2 < 0$. *Ответ:* 60 км/ч.

57. Пусть скорость первого туриста x км/ч, а второго — y км/ч. За 1 час первый преодолел $1 \cdot x$ км, а второй — $1 \cdot y$ км. Так как туристы встретились через 1 час, то вместе они преодолели 50 км. Составим первое уравнение: $x + y = 50$. Время в пути между пунктами

первого туриста составляет $\frac{50}{x}$ ч, а второго — $\frac{50}{y}$ ч. Разность времени в пути составляет

$$\frac{50}{x} - \frac{50}{y} \quad \text{или } 50 \text{ мин} = \frac{5}{6} \text{ ч.}$$

Составим уравнение: $\frac{50}{y} - \frac{50}{x} = \frac{5}{6}$. Составим систему: $\begin{cases} x+y=50; \\ \frac{50}{y} - \frac{50}{x} = \frac{5}{6}; \end{cases} \quad \begin{cases} y=50-x; \\ \frac{50}{50-x} - \frac{50}{x} = \frac{5}{6}; \end{cases}$

$$\frac{50}{50-x} - \frac{50}{x} - \frac{5}{6} = 0; \quad \frac{50x \cdot 6 - 50(50-x) \cdot 6 - (50-x) \cdot x \cdot 5}{6x(50-x)} = 0;$$

$$300x - 15\,000 + 300x - 250x + 5x^2 = 0; \quad 5x^2 + 350x - 15\,000 = 0 \quad | : 5; \quad x^2 + 70x - 3000 = 0;$$

$x_1 = 30; x_2 = -100$ — не удовлетворяет условию, т.к. $x_2 < 0; y = 50 - 30 = 20$.

Ответ: 30 км/ч, 20 км/ч.

58. Пусть катер шел со скоростью x км/ч, тогда его планируемая скорость $(x - 6)$ км/ч.

Планируемое время составляет $\frac{36}{x-6}$ ч, а фактическое — $\frac{36}{x}$ ч. Разность между ними

составляет $\frac{36}{x-6} - \frac{36}{x}$ или $18 \text{ мин} = \frac{3}{10}$ ч. Составим уравнение: $\frac{36}{x-6} - \frac{36}{x} = 0,3$;

$$\frac{36}{x-6} - \frac{36}{x} - 0,3 = 0; \quad \frac{36x - 36(x-6) - 0,3x(x-6)}{(x-6)x} = 0; \quad \begin{cases} 36x - 36x + 216 - 0,3x^2 + 1,8x = 0; \\ (x-6)x \neq 0; \end{cases}$$

$$-0,3x^2 + 1,8x + 216 = 0 : (-0,3); \quad x^2 - 6x - 720 = 0;$$

$x_1 = 30$; $x_2 = -24$ — не удовлетворяет условию, т.к. $x_2 < 0$. *Ответ:* 30 км/ч.

59. Пусть катеты треугольника равны соответственно x см и y см. Так как периметр 84 см, то можно составить первое уравнение: $x + y + 37 = 84$. Используя теорему Пифагора, составим второе уравнение: $x^2 + y^2 = 37^2$. Составим систему:

$$\begin{cases} x + y + 37 = 84; \\ x^2 + y^2 = 37^2; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 47; \\ x^2 + y^2 = 1369; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 47 - x; \\ x^2 + (47 - x)^2 = 1369; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 2209 - 94x + x^2 - 1369 = 0; \\ 2x^2 - 94x + 840 = 0 : 2; \\ x^2 - 47x + 420 = 0; \end{cases}$$

$$x_1 = 12; x_2 = 35; y_1 = 47 - 12 = 35; y_2 = 47 - 35 = 12.$$

Ответ: 12 см, 35 см.

60. $y = \sqrt{x}$

а) $x \in [0; 4]$. Наименьшее значение при $x = 0$, $y = 0$; наибольшее значение при $x = 4$, $y = 2$;

б) $x \in [9; 10]$. Наименьшее значение при $x = 9$, $y = 3$; наибольшего значения нет, так как нет наибольшего значения x ;

в) $x \in [1; +\infty)$. Наименьшее значение при $x = 1$, $y = 1$; наибольшего значения нет, так как нет наибольшего значения x ;

г) $x \in [3; +\infty)$. Наименьшее значение при $x = 3$, $y = \sqrt{3}$; наибольшего значения нет, так как нет наибольшего значения x ;

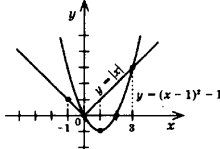
61. а) $|x| = (x - 1)^2 - 1$;

$$y = |x|;$$

$$y = (x - 1)^2 - 1;$$

$$x_1 = 1; x_2 = 3.$$

Ответ: -1; 3.

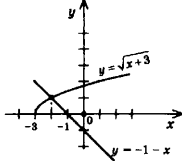


- б) $\sqrt{x+3} = -1 - x$;

$$y = \sqrt{x+3};$$

$$y = -1 - x; x = -2.$$

Ответ: -2.



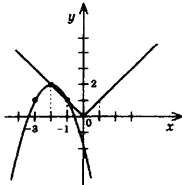
- в) $|x| = (x + 2)^2 + 2$;

$$y = |x|;$$

$$y = -(x + 2)^2 + 2;$$

$$x_1 = -1; x_2 = -2.$$

Ответ: -2; -1.

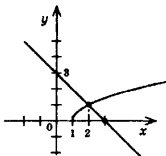


- г) $\sqrt{x-1} = 3 - x$;

$$y = \sqrt{x-1};$$

$$y = 3 - x; x = 2.$$

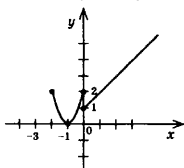
Ответ: 2.



$$62. f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4x + 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0 \\ x + 1, & \text{если } x > 0; \end{cases} \quad 2x^2 + 4x + 2 = 2(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)^2;$$

а) $f(-3)$ не существует, так как $x \geq -2$; $f(0) = 2$; $f(5) = 6$;

б)



в) область определения:

$$D(y) = [-2; \infty);$$

область значений: $E(y) = [0; \infty)$.

$f(x) \geq 0$ (функция не принимает отрицательных значений);

функция убывает при $x \in [-2; \infty)$;

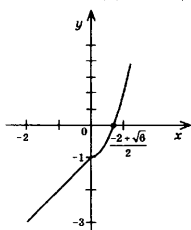
функция возрастает при $x \in [-1; 0] \cup (0; \infty)$;

при $x = -1$ $f(x) = 0$.

$$63. f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ 2x^2 + 4x - 1, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

а) $f(-2) = -3$; $f(0) = -1$; $f(5) = 69$;

б)



в) область определения: $D(y) = [-2; \infty)$;

область значений: $E(y) = [-3; \infty)$.




$$f(x) > 0 \text{ при } x \in \left(\frac{-2 + \sqrt{6}}{2}; \infty \right);$$

$$\text{при } x = \frac{-2 + \sqrt{6}}{2} \quad f(x) = 0;$$

функция возрастает на всей области определения.

ГЛАВА 1. НЕРАВЕНСТВА И СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ

§ 1. Линейные и квадратные неравенства

1. а) $2x - 5 > 9$
 $a = -1: 2 \cdot (-1) - 5 = 7; a = 3: 2 \cdot 3 - 5 = 1$. Числа -1 и 3 не являются решениями неравенства.
- б) $2 - 6x < -10$
 $a = -2: 2 - 6 \cdot (-2) = 14; a = 4: 2 - 6 \cdot 4 = -22$.
 Число -2 не является, а число 4 является решением неравенства.
- в) $7 - 3x < 13$
 $a = -15: 7 - 3 \cdot (-15) = 14; a = 4: 7 - 3 \cdot 4 = -5$.
 Число -15 не является, а число 4 является решением неравенства.
- г) $4x + 5 > 17$
 $a = -2: 4 \cdot (-2) + 5 = -3; a = 5: 4 \cdot 5 + 5 = 25$.
 Число -2 не является, а число 5 является решением неравенства.
2. а) $4a - 11 < a + 13; 4x - a < 13 + 11; 3a < 24; a < 8; a \in (-\infty; \infty)$;
 б) $6 - 4c > 7 - 6x; -4x + 6x > 7 - 6; 2c > 1; c > \frac{1}{2}; c \in \left(\frac{1}{2}; \infty\right)$;
 в) $8b + 3 < 9b - 2; 8b - 9b < -2 - 3; -b < -5; b > 5; b \in (5; \infty)$;
 г) $3 - 2x < 12 - 5x; -2x + 5x < 12 - 3; 3x < 9; x < 3; x \in (-\infty; 3)$.
3. а) $\frac{5-a}{3} - \frac{3-2a}{5} < 0 \left| \cdot 15; \frac{5-a}{3} \cdot 15 - \frac{3-2a}{5} \cdot 15 < 0; (5-a) \cdot 5 - (3-2a) \cdot 3 < 0; \right.$
 $25 - 5a - 9 + 6a < 0; -5a + 6a < 9 - 25; a < -16; a \in (-\infty; -16)$;
 б) $\frac{b+4}{2} + \frac{13-4b}{5} < 0 \left| \cdot 10; \frac{b+4}{2} \cdot 10 + \frac{13-4b}{5} \cdot 10 < 0; (b+4) \cdot 5 + (13-4b) \cdot 2 < 0; \right.$
 $5b + 20 + 26 - 8b < 0; 5b - 8b < 20 - 26; -3b < -46; b > \frac{46}{3}; b \in \left(\frac{46}{3}; \infty\right)$;
 в) $\frac{x+7}{4} > \frac{5+4x}{3} \left| \cdot 12; \frac{x+7}{4} \cdot 12 > \frac{5+4x}{3} \cdot 12; (x+7) \cdot 3 > (5+4x) \cdot 4; \right.$
 $3x + 21 > 20 + 16x; 3x - 16x > 20 - 21; -13x > -1; x < \frac{1}{13}; x \in \left(-\infty; \frac{1}{13}\right)$;
 г) $\frac{6-y}{7} < \frac{y+6}{5} \left| \cdot 35; \frac{6-y}{7} \cdot 35 < \frac{y+6}{5} \cdot 35; (6-y) \cdot 5 < (y+6) \cdot 7; \right.$
 $30 - 5y < 7y + 42; -5y - 7y < 42 - 30; -12y < 12; y > -1; y \in (-1; \infty)$.
4. а) $a(a-2) - a^2 > 5 - 3a; a^2 - 2a - a^2 > 5 - 3a; -2a + 3a > 5; a > 5; a \in (5; \infty)$;
 б) $5y^2 - 5y(y+4) \geq 100; 5y^2 - 5y^2 - 20y \geq 100; -20y \geq 100; y \leq -5; y \in (-\infty; -5]$;
 в) $3x(3x-1) - 9x^2 \leq 2x + 6; 9x^2 - 3x - 9x^2 \leq 2x + 6; -3x - 2x \leq 6; -5x \leq 6; x \geq -1,2$;
 $x \in [-1,2; \infty)$;
 г) $7c(c-2) - c(7c+1) < 3; 7c^2 - 14x - 7c^2 - c < 3; -15c < 3; c > -\frac{1}{5}; c \in \left(-\frac{1}{5}; \infty\right)$.
5. а) $x^2 - 6x - 7 \geq 0; x_1 = -1; x_2 = 7; (x+1)(x-7) \geq 0$;
 $x \leq -1$ или $x \geq 7; x \in (-\infty; -1] \cup [7; \infty)$. 
- б) $-x^2 + 6x - 5 < 0 \left| \cdot (-1); x^2 - 6x + 5 > 0; x_1 = 1; x_2 = 5; (x-1)(x-5) > 0$;
 $x < 1$ или $x > 5; x \in (-\infty; 1) \cup (5; \infty)$. 
- в) $x^2 + 2x - 48 \leq 0; x_1 = -8; x_2 = 6; (x+8)(x-6) \leq 0$;
 $-8 \leq x \leq 6; x \in [-8; 6]$. 

$$r) -x^2 - 2x + 8 > 0 \mid \cdot (-1); x^2 + 2x - 8 < 0; x_1 = -4; x_2 = 2; (x + 4)(x - 2) < 0;$$

$$-4 < x < 2; x \in (-4; 2); \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ -4 \quad \quad \quad 2 \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ x \end{array}$$

$$6. \text{ a) } 4x^2 + 4x - 3 \geq 0; D = 16 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) = 64; x_1 = \frac{-4-8}{8} = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}; x_2 = \frac{-4+8}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2};$$

$$4\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) \geq 0; x \leq -\frac{3}{2} \text{ или } x \geq \frac{1}{2}; x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; \infty\right); \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ -\frac{3}{2} \quad \quad \quad \frac{1}{2} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ x \end{array}$$

$$6) 12x^2 + x - 1 < 0; D = 1 - 4 \cdot 12 \cdot (-1) = 49; x_1 = \frac{-1-7}{24} = -\frac{8}{24} = -\frac{1}{3}; x_2 = \frac{-1+7}{24} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4};$$

$$12\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) < 0; -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{4}; x \in \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right); \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ -\frac{1}{3} \quad \quad \quad \frac{1}{4} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ x \end{array}$$

$$в) 6x^2 - 7x - 20 \leq 0; D = 49 - 4 \cdot 6 \cdot (-20) = 529; x_1 = \frac{7-23}{12} = -\frac{16}{12} = -\frac{4}{3}; x_2 = \frac{7+23}{12} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2};$$

$$6\left(x + \frac{4}{3}\right)\left(x - \frac{5}{2}\right) \leq 0; -\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{5}{2}; x \in \left[-\frac{4}{3}; \frac{5}{2}\right]; \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ -\frac{4}{3} \quad \quad \quad \frac{5}{2} \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ x \end{array}$$

$$r) 15x^2 - 29x - 2 > 0; D = 841 - 4 \cdot 15 \cdot (-2) = 961; x_1 = \frac{29-31}{30} = -\frac{2}{30} = -\frac{1}{15};$$

$$x_2 = \frac{29+31}{30} = \frac{60}{30} = 2; 15\left(x + \frac{1}{15}\right)(x-2) > 0; x < -\frac{1}{15} \text{ или } x > 2; x \in \left(-\infty; -\frac{1}{15}\right) \cup (2; \infty).$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ -\frac{1}{15} \quad \quad \quad 2 \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ x \end{array}$$

$$7. \text{ a) } 3x^2 + x + 2 > 0; D = 1 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = -23 < 0;$$

(1.7) т.к. $3 > 0$, то x — любое число или $x \in (-\infty; \infty)$;

$$6) -3x^2 + 2x - 1 \geq 0; D = 4 - 4 \cdot (-3) \cdot (-1) = -8;$$

т.к. $-3 < 0$, то это неравенство не имеет решений;

$$в) 5x^2 - 2x + 1 < 0; D = 4 - 5 \cdot 5 \cdot 1 < 0; D = 4 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = -16 < 0;$$

т.к. $5 > 0$, то неравенство не имеет решений;

$$r) -7x^2 + 5x - 2 \leq 0; D = 25 - 4 \cdot (-7) \cdot (-2) = -31 < 0;$$

т.к. $-7 < 0$, то x — любое число или $x \in (-\infty; \infty)$.

$$8. \text{ a) } \sqrt{(3-x)(x+7)}; (3-x)(x+7) \geq 0; x_1 = 3; x_2 = -7;$$

$$x \in [-7; 3]; -7 \leq x \leq 3; \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ -7 \quad \quad \quad 3 \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ x \end{array}$$

$$6) \sqrt{5x-x^2+6}; 5x-x^2+6 \geq 0; -x^2+5x+6 \geq 0; x^2-5x-6 \leq 0; x_1 = -1; x_2 = 6;$$

$$(x+1)(x-6) \leq 0; -1 \leq x \leq 6; x \in [-1; 6]; \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ -1 \quad \quad \quad 6 \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ x \end{array}$$

$$в) \sqrt{(x+4)(9+x)}; (x+4)(9+x) \geq 0; x_1 = -4; x_2 = -9; x \leq -9 \text{ или } x \geq -4;$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ -9 \quad \quad \quad -4 \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ x \end{array} x \in (-\infty; -9] \cup [-4; \infty);$$

$$r) \sqrt{2x^2+7x-9}; 2x^2+7x-9 \geq 0; D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot (-9) = 121; x_1 = \frac{-7-11}{4} = -\frac{18}{4} = -\frac{9}{2};$$

$$x_2 = \frac{-7+11}{4} = 1; 2\left(x + \frac{9}{2}\right)(x-1) \geq 0; x \leq -\frac{9}{2} \text{ или } x \geq 1; x \in \left(-\infty; -\frac{9}{2}\right] \cup [1; \infty).$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ -\frac{9}{2} \quad \quad \quad 1 \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ x \end{array}$$

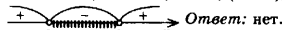
9. а) $f(x) = \sqrt{x^2 - 18x + 77}$; $x^2 - 18x + 77 \geq 0$; $x_1 = 7$; $x_2 = 11$; $(x - 7)(x - 11) \geq 0$;
 $x \leq 7$ или $x \geq 11$; $x \in (-\infty; 7] \cup [11; \infty)$;
- б) $f(x) = \sqrt{10x^2 - 11x - 6}$; $10x^2 - 11x - 6 \geq 0$; $D = 121 - 4 \cdot 10 \cdot (-6) = 361$;
 $x_1 = \frac{11-19}{20} = -\frac{8}{20} = -0,4$; $x_2 = \frac{11+9}{20} = \frac{30}{20} = 1,5$; $10(x + 0,4)(x - 1,5) \geq 0$;
 $x \leq -0,4$ или $x \geq 1,5$; $x \in (-\infty; -0,4] \cup [1,5; \infty)$;
- в) $f(x) = \sqrt{x^2 + 9x - 36}$; $x^2 + 9x - 36 \geq 0$; $x_1 = -12$; $x_2 = 3$; $x \leq -12$ или $x \geq 3$;
 $x \in (-\infty; -12] \cup [3; \infty)$;
- г) $f(x) = \sqrt{12x^2 - 13x - 4}$; $12x^2 - 13x - 4 \geq 0$; $D = 169 - 4 \cdot 12 \cdot (-4) = 361$;
 $x_1 = \frac{13-19}{24} = -\frac{6}{24} = -\frac{1}{4}$; $x_2 = \frac{13+19}{24} = \frac{32}{24} = \frac{4}{3}$; $10\left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{4}{3}\right)$;
 $x \in (-\infty; -\frac{1}{4}] \cup [\frac{4}{3}; \infty)$;
10. а) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2 - x + 2}}$; $-x^2 - x + 2 > 0 \cdot (-1)$; $x^2 + x - 2 < 0$; $x_1 = -2$; $x_2 = 1$; $(x + 2)(x - 1) < 0$;
 $-2 < x < 1$; $x \in (-2; 1)$;
- б) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2 - 9}}$; $x^2 - 9 > 0$; $x_1 = -3$; $x_2 = 3$; $(x - 3)(x + 3) > 0$;
 $x < -3$ или $x > 3$; $x \in (-\infty; -3) \cup (3; \infty)$;
- в) $f(x) = \sqrt{\frac{7}{14 - 2x^2 - 3x}}$; $14 - 2x^2 - 3x > 0$; $-2x^2 - 3x + 14 > 0 \cdot (-1)$; $2x^2 + 3x - 14 < 0$;
 $D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-14) = 121$; $x_1 = \frac{-3-11}{4} = -\frac{7}{2}$; $x_2 = \frac{-3+11}{4} = 2$; $2\left(x + \frac{7}{2}\right)(x - 2) < 0$;
 $-\frac{7}{2} < x < 2$; $x \in \left(-\frac{7}{2}; 2\right)$;
- г) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{25 - x^2}}$; $25 - x^2 > 0$; $-x^2 + 25 > 0 \cdot (-1)$; $x^2 - 25 < 0$; $x_1 = -5$; $x_2 = 5$;
 $(x - 5)(x + 5) < 0$; $-5 < x < 5$; $x \in (-5; 5)$;
11. $3x^2 - 2px - p + 6 = 0$; $D = (2p)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-p + 6) = 4p^2 - 72 + 12p = 4p^2 + 12p - 72$
 (1.15) а) Два различных корня, если $D > 0$; $4p^2 + 12p - 72 > 0$; $| : 4$; $p^2 + 3p - 18 > 0$;
 $p_1 = -6$; $p_2 = 3$; $(p + 6)(p - 3) > 0$; $p < -6$ или $p > 3$; $p \in (-\infty; -6) \cup (3; \infty)$;

 б) один корень, если $D = 0$; $4p^2 + 12p - 72 = 0$; $p_1 = -6$; $p_2 = 3$;
 в) нет корней, если $D < 0$; $4p^2 + 12p - 72 < 0$; $-6 < p < 3$; $p \in (-6; 3)$.
12. а) $3x - 2 > 7$; $3x > 9$; $x > 3$; $(x - 3)(x + 2) > 0$; $x_1 = 3$; $x_2 = -2$;
 $x < -2$ или $x > 3$. Ответ: нет.

6) $4x - 3 \leq 9; 4x \leq 12; x \leq 3; \frac{1}{x-3} \leq 0; x - 3 < 0; x < 3$. *Ответ:* нет.

в) $2x + 1 \geq 5; 2x \geq 4; x \geq 2; \frac{1}{x-2} \geq 0; x - 2 > 0; x > 2$. *Ответ:* нет.

г) $-x + 7 > 5; -x > -2; x < 2; (x - 2)(x + 3) < 0; x_1 = 2; x_2 = -3; -3 < x < 2$.



Ответ: нет.

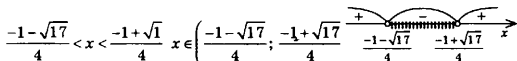
13. а) $|x - 2| \leq 5; -5 \leq x - 2 \leq 5; -3 \leq x \leq 7; x \in [-3; 7];$

б) $|1 - x| > 2; 1 - x > 2$ или $1 - x < -2; -x > 1$ или $-x < -3; x < 1$ или $x > 3;$
 $x \in (-\infty; -1) \cup (3; \infty);$

в) $|3 - x| \geq 3; 3 - x \geq 3$ или $3 - x \leq -3; -x \geq 0$ или $-x \leq -6; x \leq 0$ или $x \geq 6; x \in (-\infty; 0] \cup [6; \infty);$

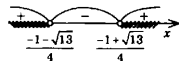
г) $|3 + x| < 4; -4 < 3 + x < 4; -7 < x < 1; x \in (-7; 1).$

14. а) $2x^2 + x < 2; 2x^2 + x - 2 < 0; D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 17; x_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; x_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$

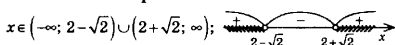


б) $3 - x^2 \leq x; 3 - x^2 - x \leq 0; -x^2 - x + 3 \leq 0 \cdot (-1); D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 13;$

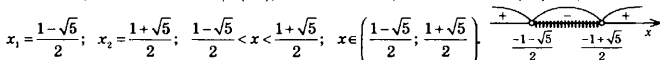
$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; x < \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$ или $x > \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; x \in \left(-\infty; \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}\right) \cup \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \infty\right)$



в) $x^2 - 4x + 2 \geq 0; \frac{D}{4} = 4 - 2 = 2; x_1 = 2 - \sqrt{2}; x_2 = 2 + \sqrt{2}; x \leq 2 - \sqrt{2}$ или $x_2 \geq 2 + \sqrt{2};$



г) $x + 1 > x^2; -x^2 + x + 1 > 0 \cdot (-1); x^2 - x - 1 < 0; D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5;$



15. а) $\frac{x-1}{2} + \frac{x^2+x-4}{4} > \frac{0,5x^2+1}{3} \cdot 12; \frac{x-1}{2} \cdot 12 + \frac{x^2+x-4}{4} \cdot 12 > \frac{0,5x^2+1}{3} \cdot 12;$

$(x - 1) \cdot 6 + (x^2 + x - 4) \cdot 3 > (0,5x^2 + 1) \cdot 4; 6x - 6 + 3x^2 + 3x - 12 > 2x^2 + 4;$

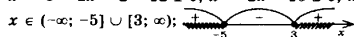
$6x - 6 + 3x^2 + 3x - 12 - 2x^2 - 4 > 0; x^2 + 9x - 22 > 0;$

$x_1 = -11; x_2 = 2; x < -11$ или $x > 2; x \in (-\infty; -11) \cup (2; \infty).$



б) $\frac{x^2-5}{6} + \frac{x+1}{3} \geq 2 \cdot 6; \frac{x^2-5}{6} \cdot 6 + \frac{x+1}{3} \cdot 6 \geq 2 \cdot 6; x^2 - 5 + (x + 1) \cdot 2 \geq 12;$

$x^2 - 5 + 2x + 2 - 12 \geq 0; x^2 + 2x - 15 \geq 0; x_1 = -5; x_2 = 3; x \leq -5$ или $x \geq 3;$



в) $\frac{x^2+3x}{8} < \frac{x-1}{4} + \frac{3-2x}{2} \cdot 8; \frac{x^2+3x}{8} \cdot 8 < \frac{x-1}{4} \cdot 8 + \frac{3-2x}{2} \cdot 8; x^2 + 3x < (x - 1) \cdot 2 + (3 - 2x) \cdot 4;$

$x^2 + 3x < 2x - 2 + 12 - 8x; x^2 + 3x - 2x + 2 - 12 + 8x < 0; x^2 + 9x - 10 < 0;$

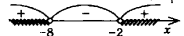
$x_1 = -10; x_2 = 1; -10 < x < 1; x \in (-10; 1);$



г) $\frac{x^2+1}{15} + 3x > \frac{7x-3}{3} \cdot 15; \frac{x^2+1}{15} \cdot 15 + 3x \cdot 15 > \frac{7x-3}{3} \cdot 15;$

$x^2 + 1 + 45x > (7x - 3) \cdot 5; x^2 + 1 + 45x > 35x - 15; x^2 + 1 + 45x - 35x + 15 > 0;$

$x^2 + 10x + 16 > 0; x_1 = -8; x_2 = -2; x < -8$ или $x > -2; x \in (-\infty; -8) \cup (-2; \infty).$




16. а) $|4x + 3| > 5$; $4x + 3 > 5$ или $4x + 3 < -5$; $4x > 2$ или $4x < -8$; $x > 0,5$ или $x < -2$;
 (1.22) $x \in (-\infty; -2) \cup (0,5; \infty)$;

б) $6 - |3x + 1| > 0$; $-|3x + 1| > -6$; $|3x + 1| < 6$; $-6 < 3x + 1 < 6$; $-7 < 3x < 5$; $-\frac{7}{3} < x < \frac{5}{3}$;
 $x \in \left(-\frac{7}{3}; \frac{5}{3}\right)$;

в) $|3 - 2x| \geq 9$; $3 - 2x \geq 9$ или $3 - 2x \leq -9$; $-2x \geq 6$ или $-2x \leq -12$; $x \leq -3$ или $x \geq 6$;
 $x \in (-\infty; -3] \cup [6; \infty)$;

г) $4 - |3 + 2x| \leq 0$; $-|3 + 2x| \leq -4$; $|3 + 2x| \geq 4$; $3 + 2x \geq 4$ или $3 + 2x \leq -4$;
 $2x \geq 1$ или $2x \leq -7$; $x \geq 0,5$ или $x \leq -3,5$; $x \in (-\infty; -3,5] \cup [0,5; \infty)$.

17. $(x + 2)(p - x) \geq 0$; $xp - x^2 + 2p - 2x \geq 0$; $| \cdot (-1) x^2 - xp + 2x - 2p \leq 0$;
 (1.24) $x^2 - x(p - 2) - 2p \leq 0$; $D = (p - 2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2p) = p^2 - 4p + 4 + 8p = p^2 + 4p + 4 = (p + 2)^2$;

$x_1 = \frac{p-2-(p+2)}{2} = \frac{p-2-p-2}{2} = -2$; $x_2 = \frac{p-2+p+2}{2} = p$; $-2 \leq x \leq p$. 

а) $p = 1$: $x = -2$; -1 ; 0 ; 1 ; б) $p = 2$: $x = 1$; 2 ; в) $p = -1$: $x = -2$; -1 ; г) $p = -2$: $x = -2$.


18. $(x - 8)(p + x) \leq 0$; $px - 8p + x^2 - 8x \leq 0$; $x^2 + x(p - 8) - 8p \leq 0$;
 (1.26) $D = (p - 8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8p) = p^2 - 16p + 64 + 32p = p^2 + 32p + 64 = (p + 8)^2$;


$x_1 = \frac{-(p-8)-(p+8)}{2} = \frac{-p+8-p-8}{2} = -p$; $x_2 = \frac{-p+8+p+8}{2} = 8$; $-p \leq x \leq 8$.



а) $p = 1$: $x = -1$; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; б) $p = 2$: $x = -2$; -1 ; в) $p = 3$: $x = -3$; -2 ; -1 ; 0 ;
 г) решений нет, так как при $p = 1$ $x = 0$; 1 ; ..., а 0 не является положительным числом.

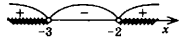
19. $(7 - x)(p - x) < 0$; $x_1 = 7$; $x_2 = p$.


(1.25) 1) $p < 7$; $p < x < 7$ а) $p = 3$: $x = 4$; 5 ; 6 ; б) $p = 6$: $6 < x < 7$; 


2) $p > 7$; $7 < p < x$ а) $p = 11$: $x = 8$; 9 ; 10 ; б) $p = 8$: $7 < x < 8$. 

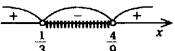
§ 2. Рациональные неравенства


20. а) $(x + 2)(x + 3) > 0$; $x_1 = -3$; $x_2 = -2$; $x < -3$ или $x > -2$; $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; \infty)$;



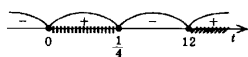
б) $(x + 3)(x - 0,5) < 0$; $x_1 = -3$; $x_2 = 0,5$; $-3 < x < 0,5$; $x \in (-3; 0,5)$; 

в) $\left(x - \frac{1}{4}\right)(x + 4) > 0$; $x_1 = -4$; $x_2 = \frac{1}{4}$; $x < -4$ или $x > \frac{1}{4}$; $x \in (-\infty; -4) \cup \left(\frac{1}{4}; \infty\right)$; 

г) $\left(x - \frac{4}{9}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) < 0$; $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{4}{9}$; $\frac{1}{3} < x < \frac{4}{9}$; $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{9}\right)$; 

21. а) $t(t - 1) < 0$; $t_1 = 0$; $t_2 = 1$; $0 < t < 1$; $t \in (0; 1)$; 

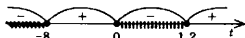
б) $t\left(t - \frac{1}{4}\right)(t - 12) \geq 0$; $t_1 = 0$; $t_2 = \frac{1}{4}$; $t_3 = 12$; $0 \leq t \leq \frac{1}{4}$ или $t \geq 12$; $t \in \left[0; \frac{1}{4}\right] \cup [12; \infty)$;



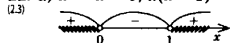
в) $t(t + 3) > 0$; $t_1 = -3$; $t_2 = 0$; $t < -3$ или $t > 0$; $t \in (-\infty; -3) \cup (0; \infty)$;



г) $t(t+8)(t-1,2) \leq 0$; $t_1 = -8$; $t_2 = 0$; $t_3 = 1,2$; $t \leq -8$ или $0 \leq t \leq 1,2$; $t \in (-\infty; -8] \cup [0; 1,2]$.



22. а) $x^2 - x > 0$; $x(x-1) > 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x < 0$ или $x > 1$; $x \in (-\infty; 0) \cup (1; \infty)$;



б) $2x + x^2 \leq 0$; $x(2+x) \leq 0$; $x_1 = -2$; $x_2 = 0$; $-2 \leq x \leq 0$; $x \in [-2; 0]$;



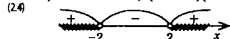
в) $x^2 - 3x \geq 0$; $x(x-3) \geq 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 3$; $x \leq 0$ или $x \geq 3$; $x \in (-\infty; 0] \cup [3; \infty)$;



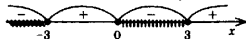
г) $5x + x^2 < 0$; $x(5+x) < 0$; $x_1 = -5$; $x_2 = 0$; $-5 < x < 0$; $x \in (-5; 0)$.



23. а) $x^2 - 4 > 0$; $(x+2)(x-2) > 0$; $x_1 = -2$; $x_2 = 2$; $x < -2$ или $x > 2$; $x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$;



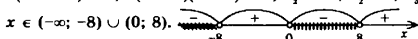
б) $x(x^2 - 9) \leq 0$; $x(x+3)(x-3) \leq 0$; $x_1 = -3$; $x_2 = 0$; $x_3 = 3$; $x \leq -3$ или $0 \leq x \leq 3$; $x \in (-\infty; -3] \cup [0; 3]$;



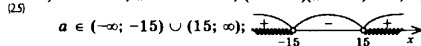
в) $x^2 - 25 \geq 0$; $(x+5)(x-5) \geq 0$; $x_1 = -5$; $x_2 = 5$; $x \leq -5$ или $x \geq 5$; $x \in (-\infty; -5] \cup [5; \infty)$;



г) $x(x^2 - 64) < 0$; $x(x+8)(x-8) < 0$; $x_1 = -8$; $x_2 = 0$; $x_3 = 8$; $x < -8$ или $0 < x < 8$;



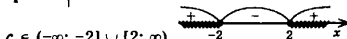
24. а) $a^2 > 225$; $a^2 - 225 > 0$; $(x+15)(a-15) > 0$; $a_1 = -15$; $a_2 = 15$; $a < -15$ или $a > 15$;



б) $b^2 \leq 16$; $b^2 - 16 \leq 0$; $(b+4)(b-4) \leq 0$; $b_1 = -4$; $b_2 = 4$; $-4 \leq b \leq 4$; $b \in [-4; 4]$;

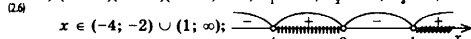


в) $\frac{1}{4}c^2 \geq 1$; $4; c^2 \geq 4$; $c^2 - 4 \geq 0$; $(c+2)(c-2) \geq 0$; $c_1 = -2$; $c_2 = 2$; $c \leq -2$ или $c \geq 2$;

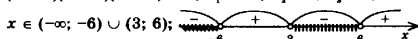


г) $\frac{1}{9}z^2 < 0$; нет решений.

25. а) $(x+2)(x+4)(x-1) > 0$; $x_1 = -4$; $x_2 = -2$; $x_3 = 1$; $-4 < x < -2$ или $x > 1$;



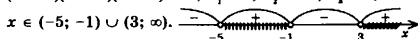
б) $(x-3)(x-6)(x+6) < 0$; $x_1 = -6$; $x_2 = 3$; $x_3 = 6$; $x < -6$ или $3 < x < 6$;



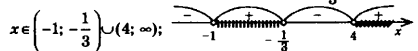
в) $(x-2)(x+3)(x+1) < 0$; $x_1 = -3$; $x_2 = -1$; $x_3 = 2$; $x < -3$ или $-1 < x < 2$;



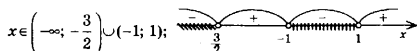
г) $(x+5)(x+1)(x-3) > 0$; $x_1 = 5$; $x_2 = -1$; $x_3 = 3$; $-5 < x < -1$ или $x > 3$;



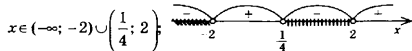
26. а) $(x-4)(3x+1)(x+1) > 0$; $x_1 = -1$; $x_2 = -\frac{1}{3}$; $x_3 = 4$; $-1 < x < -\frac{1}{3}$ или $x > 4$;



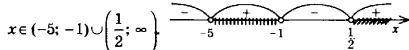
6) $(2x + 3)(x + 1)(x - 1) < 0$; $x_1 = -\frac{3}{2}$; $x_2 = -1$; $x_3 = 1$; $x < -\frac{3}{2}$ или $-1 < x < 1$;



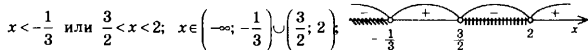
в) $(4x - 1)(x - 2)(x + 2) < 0$; $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{1}{4}$; $x_3 = 2$; $x < -2$ или $\frac{1}{4} < x < 2$;



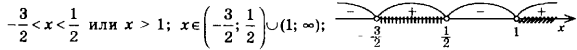
г) $(x + 5)(x + 1)(2x - 1) > 0$; $x_1 = -5$; $x_2 = -1$; $x_3 = \frac{1}{2}$; $-5 < x < -1$ или $x > \frac{1}{2}$;



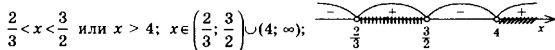
27. а) $(2 - x)(3x + 1)(2x - 3) > 0$; $(-1) \cdot (-1) \cdot (2x - 3)(3x + 1)(2x - 3) < 0$; $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{3}{2}$; $x_3 = 2$;



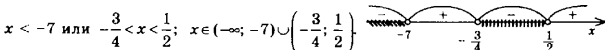
б) $(2x + 3)(1 - 2x)(x - 1) < 0$; $(-1) \cdot (-1) \cdot (2x + 3)(2x - 1)(x - 1) > 0$; $x_1 = -\frac{3}{2}$; $x_2 = \frac{1}{2}$; $x_3 = 1$;



в) $(3x - 2)(x - 4)(3 - 2x) < 0$; $(-1) \cdot (-1) \cdot (3x - 2)(x - 4)(2x - 3) > 0$; $x_1 = \frac{2}{3}$; $x_2 = \frac{3}{2}$; $x_3 = 4$;

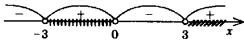


г) $(x + 7)(4x + 3)(1 - 2x) > 0$; $(-1) \cdot (-1) \cdot (x + 7)(4x + 3)(2x - 1) < 0$; $x_1 = 7$; $x_2 = -\frac{3}{4}$; $x_3 = \frac{1}{2}$;



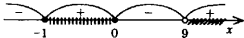
28. а) $\frac{x(x-2)}{x+3} > 0$; данное неравенство равносильно неравенству $x(x-3)(x+3) > 0$;

$x_1 = -3$; $x_2 = 0$; $x_3 = 3$; $-3 < x < 0$ или $x > 3$; $x \in (-3; 0) \cup (3; \infty)$;



б) $\frac{x(x+1)}{x-9} \geq 0$; данное неравенство равносильно системе $\begin{cases} x(x+1)(x-9) \geq 0 \\ x-9 \neq 0 \end{cases}$

$x_1 = -1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 9$; $-1 \leq x \leq 0$ или $x > 9$; $x \in [-1; 0] \cup (9; \infty)$.



29. а) $\frac{3x-2}{2x-3} > 3$; $\frac{3x-2}{2x-3} - 3 > 0$; $\frac{3x-2-3(2x-3)}{2x-3} > 0$; $\frac{3x-2-6x+9}{2x-3} > 0$; $\frac{-3x+7}{2x-3} > 0$; $(-1) \frac{3x-7}{2x-3} < 0$;

 данное неравенство равносильно неравенству $(3x - 7)(2x - 3) < 0$;

$x_1 = \frac{3}{2}$; $x_2 = \frac{7}{3}$; $\frac{3}{2} < x < \frac{7}{3}$; $x \in (\frac{3}{2}; \frac{7}{3})$;



б) $\frac{x+3}{x-2} < 1$; $\frac{x+3}{x-2} - 1 < 0$; $\frac{x+3-x+2}{x-2} < 0$; $\frac{5}{x-2} < 0$; $x - 2 < 0$; $x < 2$; $x \in (-\infty; 2)$;

в) $\frac{7x-4}{x+2} \geq 1$; $\frac{7x-4}{x+2} - 1 \geq 0$; $\frac{7x-4-x-2}{x+2} \geq 0$; $\frac{6x-6}{x+2} \geq 0$; $\frac{6(x-1)}{x+2} \geq 0$;

данное неравенство равносильно системе $\begin{cases} 6(x-1)(x+2) \geq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}$ $x_1 = -2$; $x_2 = 1$;

$$x < -2 \text{ или } x \geq 1; x \in (-\infty; -2) \cup [1; \infty);$$

$$\text{г) } \frac{5x-7}{x-5} < 7; \frac{5x-7}{x-5} - 7 < 0; \frac{5x-7-7(x-5)}{x-5} < 0; \frac{5x-7-7x+35}{x-5} < 0; \frac{-2x+28}{x-5} < 0; \left| \cdot (-1); \frac{2x-28}{x-5} > 0; \right.$$

данное неравенство равносильно неравенству $(2x - 28)(x - 5) > 0$; $x_1 = 5$; $x_2 = 14$;

$$x < 5 \text{ или } x > 14; x \in (-\infty; 5) \cup (14; \infty);$$

$$30. \text{ а) } x^2 + 4x + 3 \geq 0; x_1 = -3; x_2 = -1; -3 \leq x \leq -1; x \in [-3; -1];$$

$$\text{б) } 8 - 2x \geq x^2; 8 - 2x - x^2 \geq 0; \left| \cdot (-1); x^2 + 2x - 8 \leq 0; \right.$$

$$x_1 = -4; x_2 = 2; x \leq -4 \text{ или } x \geq 2; x \in (-\infty; -4] \cup [2; \infty);$$

$$\text{в) } -x^2 - 10 \leq 7x; -x^2 - 7x - 10 \leq 0; \left| \cdot (-1); x^2 + 7x + 10 \geq 0; x_1 = -5; x_2 = -2; \right.$$

$$x \leq -5 \text{ или } x \geq -2; x \in (-\infty; -5] \cup [-2; \infty);$$

$$\text{г) } x^2 - 6x + 5 \geq 0; x_1 = 1; x_2 = 5; x \leq 1 \text{ или } x \geq 5; x \in (-\infty; 1] \cup [5; \infty);$$

$$31. \text{ а) } x^2 + 6x + 9 \geq 0; (x + 3)^2 \geq 0; x \text{ — любое число, } x \in (-\infty; \infty);$$

$$\text{б) } -4x^2 + 20x > 25; -4x^2 + 20x - 25 > 0; \left| \cdot (-1); 4x^2 - 20x + 25 < 0; (2x - 5)^2 < 0; \right.$$

нет решений;

$$\text{в) } 49x^2 + 14x + 1 \leq 0; (7x + 1)^2 \leq 0; x = -\frac{1}{7};$$

$$\text{г) } -x^2 + 8x \geq 16; -x^2 + 8x - 16 \geq 0; \left| \cdot (-1); x^2 - 8x + 16 \leq 0; (x - 4)^2 \leq 0; x = 4. \right.$$

$$32. \text{ а) } 4x^2 + x + 1 > 0; D = 1 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = -15 < 0; \text{ так как } 4 > 0, \text{ то } x \text{ — любое число, } x \in (-\infty; \infty);$$

$$\text{б) } 7x^2 + 3 \leq 2x; 7x^2 - 2x + 3 \leq 0; D = 4 - 4 \cdot 7 \cdot 3 = -80 < 0; \text{ так как } 7 > 0, \text{ то нет решений};$$

$$\text{в) } 3x^2 + 4 < 4; 3x^2 - x + 4 < 0; D = 1 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = -47 < 0; \text{ так как } 3 > 0, \text{ то нет решений};$$

$$\text{г) } 5x^2 + 6x + 13 \geq 0; D = 36 - 4 \cdot 5 \cdot 13 = -224 < 0; \text{ так как } 5 > 0, \text{ то } x \text{ — любое число, } x \in (-\infty; \infty).$$

$$33. \text{ а) } -2x^2 + x - 3 < 0; D = 1 - 4 \cdot (-2) \cdot (-3) = -23 < 0; \text{ так как } -2 < 0, \text{ то } x \text{ — любое число, } x \in (-\infty; \infty);$$

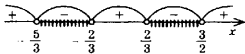
$$\text{б) } -4x^2 + x - 1 \geq 0; D = 1 - 4 \cdot (-4) \cdot (-1) = -15 < 0; \text{ так как } -4 < 0, \text{ то нет решений};$$

$$\text{в) } -6x^2 + 5x - 8 > 0; D = 25 - 4 \cdot (-6) \cdot (-8) = -167 < 0; \text{ так как } -6 < 0, \text{ то нет решений};$$

$$\text{г) } -3x^2 + 4x - 5 \leq 0; D = 16 - 4 \cdot (-3) \cdot (-5) = -44 < 0; \text{ так как } -3 < 0, \text{ то } x \text{ — любое число, } x \in (-\infty; \infty).$$

$$34. \text{ а) } (2 - 3x)(3x + 2)(5 + 3x)(2x - 3) > 0; \left| \cdot (-1); (3x - 2)(3x + 2)(5 + 3x)(2x - 3) < 0; \right.$$

$$x_1 = -\frac{5}{3}; x_2 = -\frac{2}{3}; x_3 = \frac{2}{3}; x_4 = \frac{3}{2}; -\frac{5}{3} < x < -\frac{2}{3}; \frac{2}{3} < x < \frac{3}{2}; x \in \left(-\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right);$$



$$\text{б) } (2x + 1)(1 - 2x)(x - 1)(2 - 3x) > 0; (2x + 1)(2x - 1)(x - 1)(3x - 2) < 0;$$

(знак поменялся в двух скобках одновременно, потому что знак неравенства остался

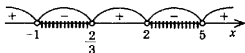
прежним) $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{1}{2}; x_3 = \frac{2}{3}; x_4 = 1; x < -\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$ или $x > 1$;

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right) \cup (1; \infty);$$

$$\text{в) } (3x - 2)(5 - x)(x + 1)(2 - x) < 0; (3x - 2)(x - 5)(x + 1)(x - 2) < 0;$$

(знак поменялся в двух скобках одновременно, потому что знак неравенства остался

прежним) $x_1 = -1; x_2 = \frac{2}{3}; x_3 = 2; x_4 = 5; -1 < x < \frac{2}{3}$ или $2 < x < 5; x \in \left(-1; \frac{2}{3}\right) \cup (2; 5);$



г) $(2x + 5)(4x + 3)(7 - 2x)(x - 3) < 0$; $| \cdot (-1); (2x + 5)(4x + 3)(2x - 7)(x - 3) > 0$;

$x_1 = -\frac{5}{2}$; $x_2 = -\frac{3}{4}$; $x_3 = 3$; $x_4 = \frac{7}{2}$; $x < -\frac{5}{2}$ или $-\frac{3}{4} < x < 3$ или $x > \frac{7}{2}$;

$x \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{3}{4}; 3\right) \cup \left(\frac{7}{2}; \infty\right)$;

35. а) $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} \geq 0$; $\frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+3)} \geq 0$; данное неравенство равносильно системе

$\begin{cases} (x-2)(x+2)(x-3)(x+3) \geq 0; \\ (x-3)(x+3) \neq 0; \end{cases} x_1 = -3; x_2 = -2; x_3 = 2; x_4 = 3; x < -3$ или $-2 \leq x \leq 2$ или $x > 3$;

$x \in (-\infty; -3) \cup [-2; 2] \cup (3; \infty)$;

б) $\frac{x^2(x^2 - 16)}{x^2 - 9} < 0$; $\frac{x^2(x-4)(x+4)}{(x-3)(x+3)} < 0$; данное неравенство равносильно неравенству

$x^2(x-4)(x+4)(x-3)(x+3) < 0$; $x_1 = -4$; $x_2 = -3$; $x_3 = 0$; $x_4 = 3$; $x_5 = 4$;

$-4 < x < -3$ или $3 < x < 4$; $x \in (-4; -3) \cup (3; 4)$;

в) $\frac{x^2 - 169}{x^2 - 100} \leq 0$; $\frac{(x-13)(x+13)}{(x-10)(x+10)} \leq 0$; данное неравенство равносильно системе

$\begin{cases} (x-13)(x+13)(x-10)(x+10) \leq 0; \\ (x-10)(x+10) \neq 0; \end{cases} x_1 = -13; x_2 = -10; x_3 = 10; x_4 = 13$;

$-13 \leq x < 10$ или $10 < x \leq 13$; $x \in [-13; 10) \cup (10; 13]$;

г) $\frac{x^2 - 49}{x^2(x^2 - 144)} > 0$; $\frac{(x-7)(x+7)}{x^2(x-12)(x+12)} > 0$; данное неравенство равносильно неравенству

$x^2(x-7)(x+7)(x-12)(x+12) > 0$; $x_1 = -12$; $x_2 = -7$; $x_3 = 0$; $x_4 = 7$; $x_5 = 12$;

$x < -12$ или $-7 < x < 0$ или $0 < x < 7$ или $x > 12$;

$x \in (-\infty; -12) \cup (-7; 0) \cup (0; 7) \cup (12; \infty)$;

36. а) $x^3 - 64x > 0$; $x(x^2 - 64) > 0$; $x(x+8)(x-8) > 0$; $x_1 = -8$; $x_2 = 0$; $x_3 = 8$;

$-8 < x < 0$; $x > 8$; $x \in (-8; 0) \cup (8; \infty)$;

б) $x^3 \leq 2x$; $x^3 - 2x \leq 0$; $x(x^2 - 2) \leq 0$; $x(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) \leq 0$; $x_1 = -\sqrt{2}$; $x_2 = 0$; $x_3 = \sqrt{2}$;

$x \leq -\sqrt{2}$; $0 \leq x \leq \sqrt{2}$; $x \in (-\infty; \sqrt{2}] \cup [0; \sqrt{2}]$;

в) $x^3 \geq x$; $x^3 - x \geq 0$; $x(x^2 - 1) \geq 0$; $x(x+1)(x-1) \geq 0$;

$x_1 = -1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 1$; $-1 \leq x \leq 0$; $x \geq 1$; $x \in [-1; 0] \cup [1; \infty)$;

г) $x^3 - 100x < 0$; $x(x^2 - 100) < 0$; $x(x+10)(x-10) < 0$; $x_1 = -10$; $x_2 = 0$; $x_3 = 10$;

$x < -10$; $0 < x < 10$; $x \in (-\infty; -10) \cup (0; 10)$;

37. а) $\frac{(x-1)(3x-2)}{5-2x} > 0$; $| \cdot (-1); \frac{(x-1)(3x-2)}{2x-5} < 0$; данное неравенство равносильно неравенству

$(x-1)(3x-2)(2x-5) < 0$; $x_1 = \frac{2}{3}$; $x_2 = 1$; $x_3 = \frac{5}{2}$; $x < \frac{2}{3}$; $1 < x < \frac{5}{2}$; $x \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup \left(1; \frac{5}{2}\right)$;

б) $\frac{(2x+3)(2x+1)}{(x-1)(x-4)} \geq 0$; данное неравенство равносильно системе $\begin{cases} (2x+3)(2x+1)(x-1)(x-4) \geq 0; \\ (x-1)(x-4) \neq 0; \end{cases}$

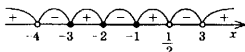
$$x_1 = -\frac{3}{2}; x_2 = -\frac{1}{2}; x_3 = 1; x_4 = 4; x \leq -\frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \leq x < 1; x > 4;$$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right) \cup (4; \infty);$$

в) $\frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(2x-1)(x+4)(3-x)} \leq 0; \left| \cdot (-1) \frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(2x-1)(x+4)(x-3)} \geq 0; \right.$ данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} (x+1)(x+2)(x+3)(2x-1)(x+4)(x-3) \geq 0; \\ (2x-1)(x+4)(x-3) \neq 0; \end{cases} x_1 = -4; x_2 = -3; x_3 = -2; x_4 = -1; x_5 = \frac{1}{2}; x_6 = 3;$$

$$x < -4 \text{ или } -3 \leq x \leq -1 \text{ или } -1 \leq x < \frac{1}{2} \text{ или } x > 3; x \in (-\infty; -4) \cup [-3; -2] \in \left[-1; \frac{1}{2}\right) \cup (3; \infty);$$



г) $\frac{7-x}{(3x-2)(2x+1)(x-4)} < 0; \left| \cdot (-1) \frac{x-7}{(3x-2)(2x+1)(x-4)} > 0; \right.$

данное неравенство равносильно неравенству $(x-7)(3x-2)(2x+1)(x-4) > 0;$

$$x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{2}{3}; x_3 = 4; x_4 = 7; x < -\frac{1}{2} \text{ или } \frac{2}{3} < x < 4 \text{ или } x > 7;$$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; 4\right) \cup (7; \infty).$$

38. а) $x + \frac{8}{x} \leq 6; x + \frac{8}{x} - 6 \leq 0; \frac{x^2 - 6x + 8}{x} \leq 0; x^2 - 6x + 8 = 0; x_1 = 2; x_2 = 4; \frac{(x-2)(x-4)}{x} \leq 0;$

данное неравенство равносильно системе $\begin{cases} (x-2)(x-4) \leq 0; \\ x \neq 0; \end{cases} x < 0 \text{ или } 2 \leq x \leq 4;$

$$x \in (-\infty; 0) \cup [2; 4];$$

б) $x + \frac{2}{x} \geq 3; x + \frac{2}{x} - 3 \geq 0; \frac{x^2 - 3x + 2}{x} \geq 0; x^2 - 3x + 2 = 0; x_1 = 1; x_2 = 2; \frac{(x-1)(x-2)}{x} \geq 0;$

данное неравенство равносильно системе $\begin{cases} (x-1)(x-2) \geq 0; \\ x \neq 0; \end{cases} 0 < x \leq 1 \text{ или } x \geq 2;$

$$x \in (0; 1] \cup [2; \infty);$$

в) $x + \frac{3}{x} \leq -4; x + \frac{3}{x} + 4 \leq 0; \frac{x^2 + 4x + 3}{x} \leq 0; x^2 + 4x + 3 = 0; x_1 = -3; x_2 = -1; \frac{(x+3)(x+1)}{x} \leq 0;$

данное неравенство равносильно системе $\begin{cases} (x+3)(x+1) \leq 0; \\ x \neq 0; \end{cases} x \leq -3 \text{ или } -1 \leq x < 0;$

$$x \in (-\infty; -3] \cup [-1; 0);$$

г) $x - \frac{8}{x} > 2; x - \frac{8}{x} - 2 > 0; \frac{x^2 - 2x - 8}{x} > 0; x^2 - 2x - 8 = 0; x_1 = -2; x_2 = 4; \frac{(x+2)(x-4)}{x} > 0;$

данное неравенство равносильно неравенству $(x+2)(x-4) > 0; -2 < x < 0 \text{ или } x > 4;$

$$x \in (-2; 0) \cup (4; \infty).$$

39. а) $(x-1)(x^2 - 3x + 8) < 0; x^2 - 3x + 8 = 0; D = 9 - 4 \cdot 8 = -23 < 0;$
так как $1 > 0$, то выражение $x^2 - 3x + 8 > 0$. Значит, $x - 1 < 0; x < 1; x \in (-\infty; 1)$.

б) $(x+5)(x^2 + x + 6) \geq 0; x^2 + x + 6 = 0; D = 1 - 4 \cdot 6 = -23 < 0;$

так как $1 > 0$, то выражение $x^2 + x + 6 > 0$. Значит, $x + 5 \geq 0; x \geq -5; x \in [-5; \infty)$;

в) $(x-7)(-x^2 - 3x - 18) > 0; -x^2 - 3x - 18 = 0; D = 9 - 4 \cdot (-1) \cdot (-18) = -63 < 0;$

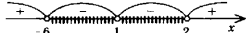
так как $-1 < 0$, то выражение $-x^2 - 3x - 18 < 0$. Значит, $x - 7 < 0$; $x < 7$; $x \in (-\infty; 7)$;

р) $(x + 1,2)(x^2 + 5x + 14) \leq 0$; $x^2 + 5x + 14 = 0$; $D = 25 - 4 \cdot 14 = -31 < 0$;

так как $1 > 0$, то выражение $x^2 + 5x + 14 > 0$. Значит, $x + 1,2 \leq 0$; $x \leq -1,2$; $x \in (-\infty; -1,2]$.

40. а) $(x - 1)^2(x^2 + 4x - 12) < 0$; $x^2 + 4x - 12 = 0$; $x_1 = -6$; $x_2 = 2$; $(x - 1)^2(x + 6)(x - 2) < 0$;

$x_3 = 1$; $-6 < x < 1$ или $1 < x < 2$; $x \in (-6; 1) \cup (1; 2)$;



б) $(x + 2)(x^2 - 6x - 16) > 0$; $x^2 - 6x - 16 = 0$; $x_1 = -2$; $x_2 = 8$; $x + 2 = 0$; $x_3 = -2$;

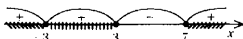
$(x + 2)(x + 2)(x - 8) > 0$; $(x + 2)^2(x - 8) > 0$; $x > 8$; $x \in (8; \infty)$;



в) $(x + 3)^2(x^2 - 10x + 21) \geq 0$; $x + 3 = 0$; $x_1 = -3$; $x^2 - 10x + 21 = 0$; $x_2 = 3$; $x_3 = 7$;

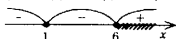
$(x + 3)^2(x - 3)(x - 7) \geq 0$; $x \leq -3$ или $-3 \leq x \leq 3$ или $x \geq 7$, то есть $x \leq 3$ или $x \geq 7$;

$x \in (-\infty; 3] \cup [7; \infty)$;



р) $(x - 1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0$; $x - 1 = 0$; $x_1 = 1$; $x^2 - 7x + 6 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 6$;

$(x - 1)(x - 1)(x - 6) \geq 0$; $(x - 1)^2(x - 6) \geq 0$; $x = 1$ или $x \leq 6$; $x \in (-\infty; 6]$ или $x = 1$.



41. а) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 35} > 0$; $x^2 - 5x + 6 = 0$; $x_1 = 2$; $x_2 = 3$; $x^2 - 12x + 35 = 0$; $x_1 = 5$; $x_2 = 7$;

(2.24)

$\frac{(x - 2)(x - 3)}{(x - 5)(x - 7)} > 0$; данное неравенство равносильно неравенству

$(x - 2)(x - 3)(x - 5)(x - 7) > 0$; $x < 2$ или $3 < x < 5$ или $x > 7$;

$x \in (-\infty; 2) \cup (3; 5) \cup (7; \infty)$;



б) $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 9x + 8} < 0$; $x^2 - 2x + 3 = 0$; $D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8 < 0$;

так как $1 > 0$, то выражение $x^2 - 2x + 3 > 0$, значит, данное неравенство равносильно неравенству $x^2 + 9x + 8 < 0$; $x_1 = -8$; $x_2 = -1$; $-8 < x < -1$; $x \in (-8; -1)$;



в) $\frac{x^2 - 4x + 12}{9 - x^2} < 0$; $x^2 - 4x + 12 = 0$; $D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = -32 < 0$;

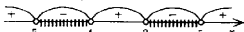
так как $1 > 0$, то выражение $x^2 - 4x + 12 > 0$, значит, данное неравенство равносильно неравенству $9 - x^2 < 0$; $| \cdot (-1)$; $x^2 - 9 > 0$; $x_1 = -3$; $x_2 = 3$; $x < -3$ или $x > 3$;

$x \in (-\infty; -3) \cup (3; \infty)$;



г) $\frac{x^2 + 7x + 12}{25 - x^2} > 0$; $\left((-1) \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 25} < 0$; $x^2 + 7x + 12 = 0$; $x_1 = -4$; $x_2 = -3$; $\frac{(x + 4)(x + 3)}{(x + 5)(x - 5)} < 0$;

$x_3 = -5$; $x_4 = 5$; $-5 < x < -4$ или $-3 < x < 5$; $x \in (-5; -4) \cup (-3; 5)$.

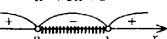


42. а) $\frac{2x^2 + 18x - 4}{x^2 + 9x + 8} > 2$; $\frac{2x^2 + 18x - 4}{x^2 + 9x + 8} - 2 > 0$; $\frac{2x^2 + 18x - 4 - 2(x^2 + 9x + 8)}{x^2 + 9x + 8} > 0$;

(2.25)

$\frac{2x^2 + 18x - 4 - 2x^2 - 18x - 16}{x^2 + 9x + 8} > 0$; $\frac{-20}{x^2 + 9x + 8} > 0$; $x^2 + 9x + 8 < 0$; $x_1 = -8$; $x_2 = -1$;

$-8 < x < -1$; $x \in (-8; -1)$;



б) $\frac{2x^2 + x - 16}{x^2 + x} \leq 1$; $\frac{2x^2 + x - 16}{x^2 + x} - 1 \leq 0$; $\frac{2x^2 + x - 16 - (x^2 + x)}{x^2 + x} \leq 0$; $\frac{2x^2 + x - 16 - x^2 - x}{x^2 + x} \leq 0$;

$\frac{x^2 - 16}{x^2 + x} \leq 0$; $\frac{(x + 4)(x - 4)}{x(x + 1)} \leq 0$; данное неравенство равносильно системе

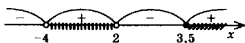
$\begin{cases} (x + 4)(x - 4) \cdot x(x + 1) \leq 0; \\ x(x + 1) \neq 0; \end{cases}$ $x_1 = -4$; $x_2 = -1$; $x_3 = 0$; $x_4 = 4$; $-4 \leq x < -1$ или $0 < x \leq 4$;



в) $\frac{1-x^2}{x^2+2x-8} \geq -1$; $\frac{1-x^2}{x^2+2x-8} + 1 \geq 0$; $\frac{1-x^2+x^2+2x-8}{x^2+2x-8} \geq 0$; $\frac{2x-7}{x^2+2x-8} \geq 0$; $x^2+2x-8=0$;

$x_1 = -4$; $x_2 = 2$; $\frac{2x-7}{(x+4)(x-2)} \geq 0$; данное неравенство равносильно системе

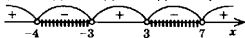
$\begin{cases} (2x-7)(x+4)(x-2) \geq 0; \\ (x+4)(x-2) \neq 0; \end{cases} x_3 = 3,5; -4 < x < 2 \text{ или } x \geq 3,5; x \in (-4; 2) \cup [3,5; \infty)$;



г) $\frac{x^2+3x+10}{x^2-9} < 2$; $\frac{x^2+3x+10}{x^2-9} - 2 < 0$; $\frac{x^2+3x+10-2(x^2-9)}{x^2-9} < 0$; $\frac{x^2+3x+10-2x^2+18}{x^2-9} < 0$;

$\frac{-x^2+3x+28}{x^2-9} < 0$; $\begin{cases} (-1) \frac{x^2-3x-28}{x^2-9} < 0; x^2-3x-28=0; x_1=-4; x_2=7; \\ (x+4)(x-7) < 0; \end{cases} x \in (-4; -3) \cup (3; 7)$;

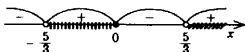
$x^2-9=0$; $x_1=-3$; $x_2=3$; данное неравенство равносильно неравенству $(x+4)(x-7)(x+3)(x-3) < 0$; $-4 < x < -3$ или $3 < x < 7$; $x \in (-4; -3) \cup (3; 7)$.



43. $\frac{x^3+x^2+x}{9x^2-25} \geq 0$; $\frac{x(x^2+x+1)}{(3x+5)(3x-5)} \geq 0$; $x^2+x+1=0$; $D=1-4=-3 < 0$;

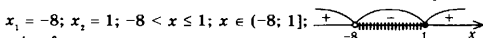
так как $1 > 0$, то выражение $x^2+x+1 > 0$; данное неравенство равносильно системе

$\begin{cases} x(3x+5)(3x-5) \geq 0; \\ (3x+5)(3x-5) \neq 0; \end{cases} x_1 = -\frac{5}{3}; x_2 = 0; x_3 = \frac{5}{3}; -\frac{5}{3} < x \leq 0 \text{ или } x > \frac{5}{3}; x \in \left(-\frac{5}{3}; 0\right] \cup \left(\frac{5}{3}; \infty\right)$;



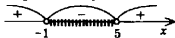
б) $\frac{x^2-x^2+x-1}{x+8} \leq 0$; $\frac{x^2(x-1)+(x-1)}{x+8} \leq 0$; $\frac{(x^2+1)(x-1)}{x+8} \leq 0$;

$x^2+1 > 0$, данное неравенство равносильно системе $\begin{cases} (x-1)(x+8) \leq 0; \\ x+8 \neq 0; \end{cases}$



в) $\frac{x^4+x^2+1}{x^2-4x-5} < 0$; $x^4+x^2+1=0$; $x^2=t$; $t^2+t+1=0$; $D=1-4=-3 < 0$;

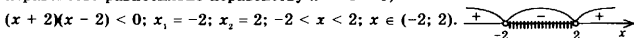
так как $1 > 0$, то выражение $x^4+x^2+1 > 0$, значит, данное неравенство равносильно неравенству $x^2-4x-5 < 0$; $x_1=-1$; $x_2=5$; $-1 < x < 5$; $x \in (-1; 5)$;



г) $\frac{x^4-2x^2-8}{x^2+x+1} < 0$; $x^2+x+1=0$; $D=1-4=-3 < 0$; так как $1 > 0$, то выражение $x^2+x+1 > 0$, значит, данное неравенство равносильно неравенству $x^4-2x^2-8 < 0$; $x^4-2x^2-8=0$; $x^2=t > 0$; $t^2-2t-8=0$;

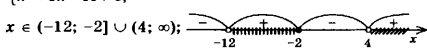
$t_1=-2$; $t_2=4$; $(t+2)(t-4) < 0$; $(x^2+2)(x^2-4) < 0$; выражение $x^2+2 > 0$, значит, данное неравенство равносильно неравенству $x^2-4 < 0$;

$(x+2)(x-2) < 0$; $x_1=-2$; $x_2=2$; $-2 < x < 2$; $x \in (-2; 2)$.




44. а) $\sqrt{\frac{2x+4}{x^2+8x-48}}$; $\frac{2x+4}{x^2+8x-48} \geq 0$; данное неравенство равносильно системе

$\begin{cases} (2x+4)(x^2+8x-48) \geq 0; \\ x^2+8x-48 \neq 0; \end{cases} x_1 = -2; x_2 = -12; x_3 = 4; -12 < x \leq -2 \text{ или } x > 4$;



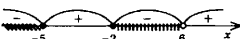
б) $\sqrt{\frac{x-3}{x^2+5x-24}}; \frac{x-3}{x^2+5x-24} \geq 0$; данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} (x-3)(x^2+5x-24) \geq 0; \\ x^2+5x-24 \neq 0; \end{cases} \quad x_1 = 3; x_2 = -8; x_3 = 3; -8 < x < 3 \text{ или } x > 3;$$

$x \in (-8; 3) \cup (3; \infty)$; 

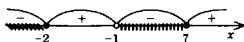
в) $\sqrt{\frac{x^2+7x+10}{6-x}}; \frac{x^2+7x+10}{6-x} \geq 0$; $\left| \cdot (-1) \frac{x^2+7x+10}{x-6} \leq 0 \right.$; данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} (x^2+7x+10)(x-6) \leq 0; \\ x-6 \neq 0; \end{cases} \quad x_1 = -5; x_2 = -2; x_3 = 6; x \leq -5 \text{ или } -2 \leq x < 6;$$

$x \in (-\infty; -5] \cup [-2; 6)$; 

г) $\sqrt{\frac{14-x^2+5x}{x+1}}; \frac{14-x^2+5x}{x+1} \geq 0$; $\left| \cdot (-1) \frac{x^2-5x-14}{x+1} \leq 0 \right.$; данное неравенство равносильно системе

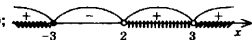
$$\begin{cases} (x^2-5x-14)(x+1) \leq 0; \\ x+1 \neq 0; \end{cases} \quad x_1 = -2; x_2 = 7; x_3 = -1; x \leq -2 \text{ или } -1 < x \leq 7;$$

$x \in (-\infty; -2] \cup (-1; 7]$; 

45. а) $\sqrt{\frac{x^2-9}{x^2-5x+6}}; \frac{x^2-9}{x^2-5x+6} \geq 0$; данное неравенство равносильно системе

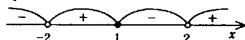
(2.31)

$$\begin{cases} (x^2-9)(x^2-5x+6) \geq 0; \\ x^2-5x+6 \neq 0; \end{cases} \quad x_1 = 3; x_2 = -3; x_3 = 2; x_4 = 3; x \leq -3 \text{ или } 2 < x < 3 \text{ или } x > 3;$$

$x \in (-\infty; -3] \cup (2; 3) \cup (3; \infty)$; 

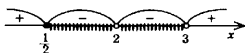
б) $\sqrt{\frac{2-x-x^2}{x^2-4}}; \frac{2-x-x^2}{x^2-4} \geq 0$; $\left| \cdot (-1) \frac{x^2+x-2}{x^2-4} \leq 0 \right.$; данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} (x^2+x-2)(x^2-4) \leq 0; \\ x^2-4 \neq 0; \end{cases} \quad x_1 = -2; x_2 = 1; x_3 = -2; x_4 = 2; 1 \leq x < 2; x \in [1; 2);$$

$x \in [1; 2)$; 

в) $\sqrt{\frac{2x^2-5x+2}{5x-6-x^2}}; \frac{2x^2-5x+2}{5x-6-x^2} \geq 0$; $\left| \cdot (-1) \frac{2x^2-5x+2}{x^2-5x+6} \leq 0 \right.$; данное неравенство равносильно системе

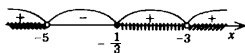
$$\begin{cases} (2x^2-5x+2)(x^2-5x+6) \leq 0; \\ x^2-5x+6 \neq 0; \end{cases} \quad x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = 2; x_3 = 2; x_4 = 3; \frac{1}{2} \leq x < 1 \text{ или } 2 < x < 3;$$

$x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right) \cup (2; 3)$; 

г) $\sqrt{\frac{3x^2+10x+3}{x^2+8x+15}}; \frac{3x^2+10x+3}{x^2+8x+15} \geq 0$; данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} (3x^2+10x+3)(x^2+8x+15) \geq 0; \\ x^2+8x+15 \neq 0; \end{cases} \quad x_1 = -\frac{1}{3}; x_2 = -3; x_3 = -3; x_4 = -5;$$


$x < -5 \text{ или } -\frac{1}{3} \leq x < -3 \text{ или } x > -3$; $x \in (-\infty; -5) \cup \left[-\frac{1}{3}; -3\right) \cup (-3; \infty)$.



46. а) $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} > \frac{3}{x+2}$; $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} - \frac{3}{x+2} > 0$; $\frac{(x+3)(x+2)+2(x+1)(x+2)-3(x+1)(x+3)}{(x+1)(x+3)(x+2)} > 0$;
 $\frac{x^2+3x+2x+6+2x^2+2x+4x+4-3x^2-3x-9x-9}{(x+1)(x+3)(x+2)} > 0$; $\frac{-x+1}{(x+1)(x+3)(x+2)} > 0$; $\left| \cdot (-1) \right.$

$\frac{x-1}{(x+1)(x+3)(x+2)} < 0$; данное неравенство равносильно неравенству

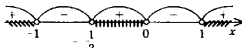
$(x-1)(x+1)(x+3)(x+2) < 0$; $x_1 = 1$; $x_2 = -1$; $x_3 = -3$; $x_4 = -2$;

$-3 < x < -2$ или $-1 < x < 1$; $x \in (-3; -2) \cup (-1; 1)$; 

б) $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} > -3$; $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} + 3 > 0$; $\frac{2(x+1)-(x-1)+3(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} > 0$; $\frac{2x+2-x+1+3x^2-3}{(x-1)(x+1)} > 0$;


$\frac{3x^2+x}{(x-1)(x+1)} > 0$; данное неравенство равносильно неравенству

$(3x^2+x)(x-1)(x+1) > 0$; $x(3x+1)(x-1)(x+1) > 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{1}{3}$; $x_3 = 1$; $x_4 = -1$;

$x < -1$ или $-\frac{1}{3} < x < 0$ или $x > 1$; $x \in (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{3}; 0\right) \cup (1; \infty)$; 

в) $\frac{x+1}{x-2} > \frac{-3}{x-2} - \frac{1}{2}$; $\frac{x+1}{x-2} + \frac{3}{x-2} + \frac{1}{2} > 0$; $\frac{x+4}{x-2} + \frac{1}{2} > 0$; $\frac{2(x-4)+(x-2)}{x-2} > 0$; $\frac{2x+8+x-2}{x-2} > 0$;

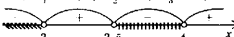
$\frac{3x+6}{x-2} > 0$; данное неравенство равносильно неравенству $(3x+6)(x-2) > 0$;

$x_1 = -2$; $x_2 = 2$; $x < -2$ или $x > 2$; $x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$; 

г) $\frac{x-4}{x-3} > \frac{x-3}{x-4}$; $\frac{x-4}{x-3} - \frac{x-3}{x-4} > 0$; $\frac{(x-4)^2-(x-3)^2}{(x-3)(x-4)} > 0$; $\frac{x^2-8x+16-x^2+6x-9}{(x-3)(x-4)} > 0$;

$\frac{-2x+7}{(x-3)(x-4)} > 0$; $\left| \cdot (-1) \right.$ $\frac{2x-7}{(x-3)(x-4)} < 0$; данное неравенство равносильно неравенству

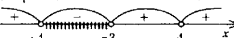
$(2x-7)(x-3)(x-4) < 0$; $x_1 = 3,5$; $x_2 = 3$; $x_3 = 4$; $x < 3$ или $3,5 < x < 4$;

$x \in (-\infty; 3) \cup (3,5; 4)$; 

47. а) $(16-x^2)(x^2+4)(x^2+x+1)(x^2-x-12) \leq 0$; $\left| \cdot (-1) \right.$

$(x^2-16)(x^2+4)(x^2+x+1)(x^2-x-12) \geq 0$; Выражение $x^2+4 > 0$ и $x^2+x+1 > 0$ ($D < 0$), значит, данное неравенство равносильно неравенству $(x^2-16)(x^2-x-12) \geq 0$;

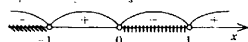
$x_1 = -4$; $x_2 = 4$; $x_3 = -3$; $x_4 = 4$; $x \leq -4$ или $x \geq 3$;

$x \in (-\infty; -4] \cup [3; \infty)$; 

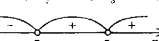
б) $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} < \frac{1-2x}{x^2-1}$; $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} - \frac{1-2x}{x^2-1} < 0$; $\frac{x-1+2(x+1)-(1-2x)}{(x-1)(x+1)} < 0$; $\frac{x-1+2x+2-1+2x}{(x-1)(x+1)} < 0$;

$\frac{5x}{(x-1)(x+2)} < 0$; данное неравенство равносильно неравенству $5x(x-1)(x+1) < 0$;

$x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = -1$; $x < -1$ или $0 < x < 1$; $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$;



в) $(x^2+12x+35)(2x+10)(x^2+14x+49) > 0$; $x_1 = -7$; $x_2 = -5$; $x_3 = -5$; $x_4 = x_5 = -7$;

$-7 < x < -5$ или $x > -5$; $x \in (-7; -5) \cup (-5; \infty)$; 

г) $4 - \frac{x}{5-x} + \frac{3x}{x^2-25} < 4$; $\cancel{4} - \frac{x}{5-x} + \frac{3x}{(x-5)(x+5)} - \cancel{4} < 0$; $\frac{-x+(x+5)+3x}{(x-5)(x+5)} < 0$; $\frac{x^2+5x+3x}{(x-5)(x+5)} < 0$;

$\frac{x^2+8x}{(x-5)(x+5)} < 0$; $\frac{x(x+8)}{(x-5)(x+5)} < 0$; данное неравенство равносильно неравенству

$$x(x+8)(x-5)(x+5) < 0; x_1 = 0; x_2 = -8; x_3 = 5; x_4 = -5; -8 < x < -5 \text{ или } 0 < x < 8;$$

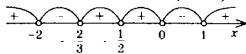
$$x \in (-8; -5) \cup (0; 5);$$

48. $f(x); f(x) = x(x-2)^2(x+1)^3(x+5); x_1 = 0; x_2 = 2; x_3 = -1; x_4 = -5$
(2.35)



- а) $f(x) = 0$; $-5 < x < -1$ или $0 < x < 2$ или $x > 2$; $x \in (-5; -1) \cup (0; 1) \cup (2; \infty)$;
 б) $f(x) < 0$; $x < -5$ или $-1 < x < 0$; $x \in (-\infty; -5) \cup (-1; 0)$;
 в) $f(x) \geq 0$; $-5 \leq x \leq -1$ или $x \geq 0$; $x \in [-5; -1] \cup [0; \infty)$;
 г) $f(x) \leq 0$; $x \leq -5$ или $-1 \leq x \leq 0$; $x \in (-\infty; -5] \cup [-1; 0]$.

49. $y = f(x); f(x) = \frac{(x+2)^2(x-1)(2x+3)}{x(2x+1)}; x_1 = -2; x_2 = 1; x_3 = -\frac{3}{2}; x_4 = 0; x_5 = -\frac{1}{2}$
(2.36)



а) $f(x) > 0$; $x < -2$ или $-2 < x < -\frac{3}{2}$ или $-\frac{1}{2} < x < 0$ или $x > 1$;

$$x \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup (1; \infty);$$

б) $f(x) < 0$; $-\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}$ или $0 < x < 1$; $x \in \left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right) \cup (0; 1)$;

в) $f(x) \geq 0$; $x \leq -2$ или $-\frac{1}{2} < x < 0$ или $x \geq 1$; $x \in \left(-\infty; -2\right] \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup [1; \infty)$;

г) $f(x) \leq 0$; $-\frac{3}{2} \leq x < \frac{1}{2}$ или $0 < x \leq 1$; $x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) \cup (0; 1]$.

50. $x^2(x+2)(p-x) \geq 0; | \cdot (-1); x^2(x+2)(x-p) \leq 0; x_1 = 0; x_2 = -2; x_3 = p$
(2.37)

1) $p < -2$;

 $p \leq x \leq -2$

а) $p = -3, x = -3; -2$; б) $p = -5, x = -5; -4; -3; -2$;

в) $p = -4, x = -4; -3; -2$; г) $p = -6, x = -6; -5; -4; -3; -2$;

2) $-2 < p < 0$;

 $-2 \leq x \leq p$

а) $p = -1, x = -2; -1$; б), в), г) нет решений;

3) $p = 0$;

а), б), г) нет решений; в) $x = -2; -1; 0$;

4) $p > 0$;

а), в) нет решений; б) $p = 1, x = -2; -1; 0; 1$; г) $p = 2, x = -2; -1; 0; 1; 2$.

Ответ: а) $-3; -1$; б) $-5; 1$; в) $-4; 0$; г) $-6; 2$.

§ 3. Системы рациональных неравенств

$$51. \text{ а) } \begin{cases} 4x-3 < 2x+10; \\ 7-2x > x+11; \end{cases} \begin{cases} 4 \cdot 5-3=17; \\ 7-2 \cdot 5=-3; \end{cases} \begin{cases} 2 \cdot 5+10=20; \\ 5+11=16; \end{cases} \begin{cases} 17 < 20; \\ -3 < 16; \end{cases}$$

5 не является решением этой системы;

$$\text{ б) } \begin{cases} 2x+5 < 7x-8; \\ 12-x > 3x-11; \end{cases} \begin{cases} 2 \cdot 5+5=15; \\ 12-5=7; \end{cases} \begin{cases} 7 \cdot 5-8=27; \\ 3 \cdot 5-11=4; \end{cases} \begin{cases} 15 < 27; \\ 7 > 4; \end{cases}$$

5 является решением этой системы;

$$\text{ в) } \begin{cases} 10-6x < 8x-40; \\ 4x-1 > 5x-3; \end{cases} \begin{cases} 10-6 \cdot 5=-20; \\ 4 \cdot 5-1=19; \end{cases} \begin{cases} 8 \cdot 5-40=0; \\ 5 \cdot 5-3=22; \end{cases} \begin{cases} -10 < 0; \\ 19 < 22; \end{cases}$$

5 не является решением этой системы;

$$\text{ г) } \begin{cases} 8+x < 3x+2; \\ 19-2x > x+3; \end{cases} \begin{cases} 8+5=13; \\ 19-2 \cdot 5=9; \end{cases} \begin{cases} 3 \cdot 5+2=7; \\ 5+3=8; \end{cases} \begin{cases} 13 < 17; \\ 9 > 8; \end{cases}$$

5 является решением этой системы.

$$52. \text{ а) } \begin{cases} 3 \cdot (-2) - 22 < 0; \\ 2 \cdot (-2) - 1 > 3; \end{cases} \begin{cases} -28 < 0; \\ -5 < 3; \end{cases} \quad -2 \text{ не является решением;}$$

$$\begin{cases} 3 \cdot 0 - 22 < 0; \\ 2 \cdot 0 - 1 < 3; \end{cases} \begin{cases} -22 < 0; \\ -1 < 3; \end{cases} \quad 0 \text{ не является решением;}$$

$$\begin{cases} 3 \cdot 5 - 22 < 0; \\ 2 \cdot 5 - 1 < 3; \end{cases} \begin{cases} -7 < 0; \\ 9 > 3; \end{cases} \quad 5 \text{ является решением;}$$

$$\begin{cases} 3 \cdot 6 - 22 < 0; \\ 2 \cdot 6 - 1 > 3; \end{cases} \begin{cases} -4 < 0; \\ 17 > 3; \end{cases} \quad 6 \text{ является решением;}$$

$$\text{ б) } \begin{cases} 4 \cdot (-3) - 7 < 0; \\ 3 \cdot (-3) + 2 > 5; \end{cases} \begin{cases} -19 < 0; \\ -7 > 5; \end{cases} \quad -3 \text{ не является решением;}$$

$$\begin{cases} 4 \cdot 1,5 - 7 < 0; \\ 3 \cdot 1,5 + 2 > 5; \end{cases} \begin{cases} -1 < 0; \\ 6,5 > 5; \end{cases} \quad 1,5 \text{ является решением;}$$

$$\begin{cases} 4 \cdot 4,8 - 7 < 0; \\ 3 \cdot 4,8 + 2 > 5; \end{cases} \begin{cases} 12,2 > 0; \\ 16,4 > 5; \end{cases} \quad 4,8 \text{ не является решением.}$$

$$53. \text{ а) } \begin{cases} x > 5; \\ x > 7; \end{cases} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{5} x \\ \text{---} \xrightarrow{7} x \end{array} \quad x \in (7; \infty); \quad \text{ б) } \begin{cases} x \leq 1; \\ x < 5; \end{cases} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{1} x \\ \text{---} \xrightarrow{5} x \end{array} \quad x \in (-\infty; 1); \quad x < 1;$$

$$\text{ в) } \begin{cases} x \geq 0; \\ x > \frac{1}{2}; \end{cases} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{0} x \\ \text{---} \xrightarrow{\frac{1}{2}} x \end{array} \quad x \in \left(\frac{1}{2}; \infty\right); \quad x > \frac{1}{2};$$

$$\text{ г) } \begin{cases} x < 8; \\ x \geq 12; \end{cases} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{8} x \\ \text{---} \xrightarrow{12} x \end{array} \quad x \in \emptyset; \quad \text{нет решений.}$$

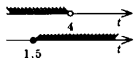
$$54. \text{ а) } \begin{cases} 7y \leq 42; \\ 2y < 4; \end{cases} \begin{cases} y \leq 6; \\ y < 2; \end{cases} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{6} y \\ \text{---} \xrightarrow{2} y \end{array} \quad y < 2; \quad y \in (-\infty; 2);$$

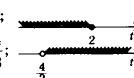
$$\text{ б) } \begin{cases} 8y < 48; \\ -3y < 12; \end{cases} \begin{cases} y < 6; \\ y > -4; \end{cases} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{6} y \\ \text{---} \xrightarrow{-4} y \end{array} \quad -4 < y < 6; \quad y \in (-4; 6);$$

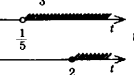
$$\text{ в) } \begin{cases} 3y - 18 > 0; \\ 4y > 12; \end{cases} \begin{cases} 3y > 18; \\ 4y > 12; \end{cases} \begin{cases} y > 6; \\ y > 3; \end{cases} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{6} y \\ \text{---} \xrightarrow{3} y \end{array} \quad y > 6; \quad y \in (6; \infty);$$

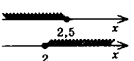
$$\text{ г) } \begin{cases} 7x - 14 \geq 0; \\ 2x \geq 8; \end{cases} \begin{cases} 7x \geq 14; \\ 2x \geq 8; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2; \\ x \geq 4; \end{cases} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{2} x \\ \text{---} \xrightarrow{4} x \end{array} \quad x \geq 4; \quad x \in [4; \infty).$$

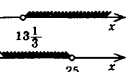
$$55. \text{ а) } \begin{cases} 7-2t \geq 0; \\ 5t-20 < 0; \end{cases} \begin{cases} -2t \geq -7; \\ 5t < 20; \end{cases} \begin{cases} t \leq 3,5; \\ t < 4; \end{cases} \begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{3,5} t \\ \text{---} \xrightarrow{4} t \end{array} \quad t \leq 3,5; \quad t \in (-\infty; 3,5];$$

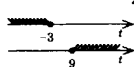
б) $\begin{cases} 2t-8 < 0; \\ 2t-3 > 0; \end{cases} \begin{cases} 2t < 8; \\ 2t > 3; \end{cases} \begin{cases} t < 4; \\ t \geq 1,5; \end{cases}$  $1,5 \leq t < 4; t \in [1,5; 4);$

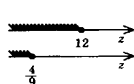
в) $\begin{cases} 2t+4 \leq 0; \\ 4-3t > 0; \end{cases} \begin{cases} 2t \leq -4; \\ -3t > -4; \end{cases} \begin{cases} t \leq -2; \\ t \geq \frac{4}{3}; \end{cases}$  $t < \frac{4}{3}; t \in \left(-\infty; \frac{4}{3}\right);$

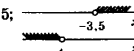
г) $\begin{cases} 5t-1 > 0; \\ 3t-6 > 0; \end{cases} \begin{cases} 5t > 1; \\ 3t > 6; \end{cases} \begin{cases} t > \frac{1}{5}; \\ t \geq 2; \end{cases}$  $t \geq 2; t \in [2; \infty).$

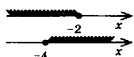
56. а) $\begin{cases} 0,4x-1 \leq 0; \\ 2,3x \geq 4,6; \end{cases} \begin{cases} 0,4x \leq 1; \\ 2,3x \geq 4,6; \end{cases} \begin{cases} x \leq 2,5; \\ x \geq 2; \end{cases}$  $2 \leq x \leq 2,5; x \in [2; 2,5];$

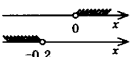
б) $\begin{cases} 0,3x > 4; \\ 0,2x+1 < 6; \end{cases} \begin{cases} 0,3x > 4; \\ 0,2x < 5; \end{cases} \begin{cases} x > \frac{40}{3}; \\ x < 25; \end{cases} \begin{cases} x > 13\frac{1}{3}; \\ x < 25; \end{cases}$  $13\frac{1}{3} < x < 25; x \in \left(13\frac{1}{3}; 25\right);$

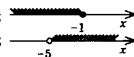
в) $\begin{cases} 1,5t+4,5 \leq 0; \\ \frac{1}{9}t \geq 1; \end{cases} \begin{cases} 1,5t \leq -4,5; \\ \frac{1}{9}t \geq 1; \end{cases} \begin{cases} t \leq -3; \\ t \geq 9; \end{cases}$  $x \in \emptyset; \text{нет решений};$

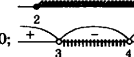
г) $\begin{cases} \frac{5}{6}z-10 \leq 0; \\ 3z \leq 1\frac{1}{3}; \end{cases} \begin{cases} \frac{5}{6}z \leq 10; \\ 3z \leq \frac{4}{3}; \end{cases} \begin{cases} z \leq 12; \\ z \leq \frac{4}{9}; \end{cases}$  $z \leq \frac{4}{9}; z \in \left(-\infty; \frac{4}{9}\right];$

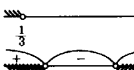
57. а) $\begin{cases} 5x-7 > -14+3x; \\ -4x+5 > 29+2x; \end{cases} \begin{cases} 5x-3x > -14+7; \\ -4x+2x > 29-5; \end{cases} \begin{cases} 2x > -7; \\ -6x > 24; \end{cases} \begin{cases} x > -3,5; \\ x < -4; \end{cases}$  $\text{нет решений};$

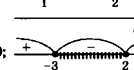
б) $\begin{cases} 3x+3 \leq 2x+1; \\ 3x-2 \leq 4x+2; \end{cases} \begin{cases} 3x-2x \leq 1-3; \\ 3x-4x \leq 2+2; \end{cases} \begin{cases} x \leq -2; \\ -x \leq 4; \end{cases} \begin{cases} x \leq -2; \\ x \geq -4; \end{cases}$  $-4 \leq x \leq -2; x \in [-4; -2];$

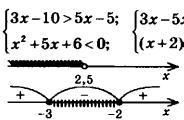
в) $\begin{cases} 1-12x < 3x+1; \\ 2-6x > 4+4x; \end{cases} \begin{cases} -12x-3x < 1-1; \\ -6x-4x > 4-2; \end{cases} \begin{cases} -15x < 0; \\ -10x > 2; \end{cases} \begin{cases} x > 0; \\ x < -0,2; \end{cases}$  $\text{нет решений};$

г) $\begin{cases} 4x+2 \geq 5x+3; \\ 2-3x < 7-2x; \end{cases} \begin{cases} 4x-5x \geq 3-2; \\ -3x+2x < 7-2; \end{cases} \begin{cases} -x \geq 1; \\ -x < 5; \end{cases} \begin{cases} x \leq -1; \\ x < -5; \end{cases}$  $-5 < x \leq -1; x \in [-5; -1).$

58. а) $\begin{cases} 2x-4 \geq 0; \\ x^2-7x+12 < 0; \end{cases} \begin{cases} 2x \geq 4; \\ (x-3)(x-4) < 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2; \\ (x-3)(x-4) < 0; \end{cases}$  $3 < x < 4; x \in (3; 4);$

б) $\begin{cases} 3x-1 < 0; \\ x^2-3x+2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 3x < 1; \\ (x-1)(x-2) \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{1}{3}; \\ (x-1)(x-2) \geq 0; \end{cases}$  $x < \frac{1}{3}; x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right);$

в) $\begin{cases} 5x-10 > 15; \\ x^2+x-6 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} 5x > 25; \\ (x+3)(x-2) \leq 0; \end{cases} \begin{cases} x > 5; \\ (x+3)(x-2) \leq 0; \end{cases}$  $\text{нет решений};$

г) $\begin{cases} 3x-10 > 5x-5; \\ x^2+5x+6 < 0; \end{cases} \begin{cases} 3x-5x > 10-5; \\ (x+2)(x+3) < 0; \end{cases} \begin{cases} -2x > 5; \\ (x+2)(x+3) < 0; \end{cases}$  $-3 < x < -2,5; x \in (-3; -2,5).$

59. а) $\begin{cases} 7x^2 - x + 3 \leq 0; \\ 2x + 3 < 7. \end{cases}$ В квадратном трехчлене $7x^2 - x + 3$ $D > 0$, а $7 > 0$, значит, неравенство

$7x^2 - x + 3 \leq 0$ не имеет решений. *Ответ:* нет решений.

- б) $\begin{cases} -3x^2 + 2x - 1 \leq 0; \\ 6x > 3(x+1) - 1. \end{cases}$ В квадратном трехчлене $-3x^2 + 2x - 1$ $D < 0$, а $-3 < 0$, значит, неравенство

$-3x^2 + 2x - 1 \leq 0$ верно при любых значениях x , поэтому данная система равносильна неравенству $6x > 3(x+1) - 1$; $6x > 3x + 3 - 1$; $6x - 3x > 2$; $3x > 2$; $x > \frac{2}{3}$; $x \in \left(\frac{2}{3}; \infty\right)$;

- в) $\begin{cases} 5x^2 - 2x + 1 \leq 0; \\ 2(x+3) - (x-8) < 4. \end{cases}$ В квадратном трехчлене $5x^2 - 2x + 1$ $D < 0$, а $5 > 0$, значит, неравенство $5x^2 - 2x + 1 \leq 0$ не имеет решений. *Ответ:* нет решений.

- г) $\begin{cases} -2x^2 + 3x - 2 < 0; \\ -3(6x-1) - 2x < x. \end{cases}$ В квадратном трехчлене $-2x^2 + 3x - 2$ $D < 0$, а $-2 < 0$, значит, неравенство $-2x^2 + 3x - 2 < 0$ верно при любых значениях x . Поэтому данная система равносильна неравенству $-3(6x-1) - 2x < x$; $-18x + 3 - 2x < x$; $-18x - 2x - x < -3$; $-21x < -3$;

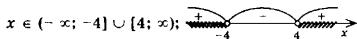
$$x > \frac{1}{7}; \quad x \in \left(\frac{1}{7}; \infty\right)$$

60. а) $\begin{cases} 3x^2 + x + 2 > 0; \\ x^2 < 9. \end{cases}$ В квадратном трехчлене $3x^2 + x + 2$ $D < 0$, а $3 > 0$, значит, неравенство $3x^2 + x + 2 > 0$ верно при любых значениях x . Поэтому данная система равносильна неравенству $x^2 < 9$; $x^2 - 9 < 0$; $(x-3)(x+3) < 0$; $-3 < x < 3$; $x \in (-3; 3)$;



- б) $\begin{cases} -7x^2 + 5x - 2 > 0; \\ x^2 \leq 25. \end{cases}$ В квадратном трехчлене $-7x^2 + 5x - 2$ $D < 0$, а $-7 < 0$, значит, неравенство $-7x^2 + 5x - 2 > 0$ не имеет решений. *Ответ:* не имеет решений.

- в) $\begin{cases} 2x^2 + 5x + 10 > 0; \\ x^2 \geq 16. \end{cases}$ В квадратном трехчлене $2x^2 + 5x + 10$ $D < 0$, а $2 > 0$, значит, неравенство $2x^2 + 5x + 10 > 0$ верно при любых значениях x . Поэтому данная система равносильна неравенству $x^2 \geq 16$; $x^2 - 16 \geq 0$; $(x-4)(x+4) \geq 0$; $x \leq -4$ или $x \geq 4$;



- г) $\begin{cases} -5x^2 + x - 1 > 0; \\ x^2 > 81. \end{cases}$ В квадратном трехчлене $-5x^2 + x - 1$ $D < 0$, а $-5 < 0$, значит, неравенство $-5x^2 + x - 1 > 0$ не имеет решений. *Ответ:* нет решение.

61. а) $\begin{cases} \frac{x^2-9}{x} \geq 0; \\ 2x-1 \geq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{(x-3)(x+3)}{x} \geq 0; \\ 2x \geq 1; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{(x-3)(x+3)}{x} \geq 0; \\ x \geq \frac{1}{2}; \end{cases}$ $x \geq 3$; $x \in [3; \infty)$

- б) $\begin{cases} \frac{(x+5)(x-1)}{x} \geq 0; \\ 10x-1 < 0; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{(x+5)(x-1)}{x} \geq 0; \\ 10x < 1; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{(x+5)(x-1)}{x} \geq 0; \\ x < \frac{1}{10}; \end{cases}$ $-5 \leq x \leq 0$; $x \in [-5; 0]$;

- в) $\begin{cases} \frac{25-x^2}{x} \leq 0; \\ 5x-10 \geq 35; \end{cases}$ $\begin{cases} (-1) \frac{x^2-25}{x} \geq 0; \\ 5x \geq 45; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{(x-5)(x+5)}{x} \geq 0; \\ x \geq 9; \end{cases}$ $x \geq 9$;

$$x \in [9; \infty);$$

$$r) \begin{cases} \frac{(x-2)(x+3)}{x(x+7)} < 0; \\ 20x \geq 20; \end{cases} \begin{cases} \frac{(x-2)(x+3)}{x(x+7)} < 0; \\ x \geq 1; \end{cases}$$

$1 < x < 2; x \in [1; 2)$.

62. a) $\begin{cases} x^2 - 16 \geq 0; \\ x^2 - 7x + 12 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (x-4)(x+4) \geq 0; \\ (x-3)(x-4) \geq 0; \end{cases}$

$x \leq -4$ или $x \geq 4; x \in (-\infty; -4] \cup [4; \infty)$

б) $\begin{cases} 9x^2 - 1 < 0; \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (3x-1)(3x+1) < 0; \\ (x-1)(x-2) \geq 0; \end{cases}$

$-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}; x \in \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

в) $\begin{cases} x^2 - 6x + 8 < 0; \\ x^2 - 36 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (x-2)(x-4) < 0; \\ (x-6)(x+6) \geq 0; \end{cases}$

нет решений;

г) $\begin{cases} 49x^2 - 1 < 0; \\ x^2 + 5x + 6 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (7x-1)(7x+1) < 0; \\ (x+3)(x+2) \geq 0; \end{cases}$

$-\frac{1}{7} < x < \frac{1}{7}; x \in \left(-\frac{1}{7}; \frac{1}{7}\right)$

63. a) $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \geq 0; \\ 2x^2 - 5x + 2 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} (x-1)(x-4) \geq 0; \\ (2x-1)(x-2) \leq 0; \end{cases}$

$\frac{1}{2} \leq x \leq 2; x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$

б) $\begin{cases} x^2 - 8x + 15 \geq 0; \\ x^2 - 6x + 8 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (x-5)(x-3) \geq 0; \\ (x-2)(x-4) \geq 0; \end{cases}$

$x \leq 2$ или $x \geq 5; x \in (-\infty; 2] \cup [5; \infty)$

в) $\begin{cases} x^2 - 9x + 14 < 0; \\ x^2 - 7x - 8 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} (x-2)(x-7) < 0; \\ (x+1)(x-8) \leq 0; \end{cases}$

$2 \leq x \leq 7; x \in [2; 7]$

г) $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \leq 0; \\ 2x^2 + 5x < 0; \end{cases} \begin{cases} (x+3)(x+1) \leq 0; \\ x(2x+5) < 0; \end{cases}$

$-2.5 < x \leq -1; x \in (-2.5; -1]$

64. a) $-2 \leq 3x \leq 6; -\frac{2}{3} \leq x \leq 2; x \in \left[-\frac{2}{3}; 2\right];$ б) $-1 < \frac{x}{6} < 1; -6 < x < 6; x \in (-6; 6);$

в) $6 < -6x < 12; -1 > x > -2; x \in (-2; 1);$ г) $0 \leq \frac{x}{4} \leq 2; 0 \leq x \leq 8; x \in [0; 8];$

65. а) $3 < x + 1 < 8; 2 < x < 7; x \in (2; 7);$

б) $-2 \leq 1 - 2x \leq 2; -3 \leq -2x \leq 1; 1.5 \geq x \geq -0.5; -0.5 \leq x \leq 1.5; x \in [-0.5; 1.5];$

в) $-3 < \frac{5x+2}{2} < 1; -6 < 5x + 2 < 2; -8 < 5x < 0; -1.6 < x < 0; x \in (-1.6; 0);$

г) $-1 \leq \frac{6-2x}{4} \leq 0; -4 \leq 6 - 2x \leq 0; -10 \leq -2x \leq -6; 5 \geq x \geq 3; 3 \leq x \leq 5; x \in [3; 5].$

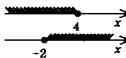
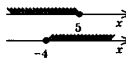
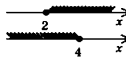
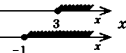
66. а) $-6 < 3 - 5x < 6; -9 < -5x < 3; 1.8 < x > -0.6; -0.6 < x < 1.8; x \in (-0.6; 1.8);$

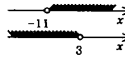
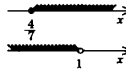
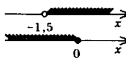
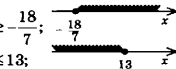
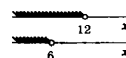
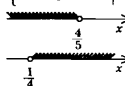
б) $-4 \leq \frac{2x+1}{3} \leq 0; -12 \leq 2x + 1 \leq 0; -13 \leq 2x \leq -1; -6.5 \leq x \leq -0.5; x \in [-6.5; -0.5].$

67. а) $0 < 1 + 4x < 17; -1 < 4x < 16; -0.25 < x < 4; x \in (-0.25; 4);$ наименьшее целое число 0, наибольшее целое число 3;

б) $0 < 1 - 5x < 13; -1 < -5x < 12; 0.2 < x > -2.4; -2.4 < x < 0.2;$ наименьшее целое число

–2; наибольшее целое значения 0.

68. а) $y = \sqrt{12-3x} + \sqrt{x+2}$; $\begin{cases} 12-3x \geq 0; \\ x+2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} -3x \geq -12; \\ x \geq -2; \end{cases} \begin{cases} x \leq 4; \\ x \geq -2; \end{cases}$ 
- $-2 \leq x \leq 4$; $x \in [-2; 4]$;
- б) $y = \sqrt{15-3x} + \sqrt{4+x}$; $\begin{cases} 15-3x \geq 0; \\ 4+x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} -3x \geq -15; \\ x \geq -4; \end{cases} \begin{cases} x \leq 5; \\ x \geq -4; \end{cases}$ 
- $-4 \leq x \leq 5$; $x \in [-4; 5]$;
- в) $y = \sqrt{15x-30} + \sqrt{4-x}$; $\begin{cases} 15x-30 \geq 0; \\ 4-x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 15x \geq 30; \\ -x \geq -4; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2; \\ x \leq 4; \end{cases}$ 
- $2 \leq x \leq 4$; $x \in [2; 4]$;
- г) $y = \sqrt{6x-18} + \sqrt{x+1}$; $\begin{cases} 6x-18 \geq 0; \\ x+1 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 6x \geq 18; \\ x \geq -1; \end{cases} \begin{cases} x \geq 3; \\ x \geq -1; \end{cases}$ 
- $x \geq 3$; $x \in [3; \infty)$.

69. а) $\begin{cases} 7x+3 \geq 5(x-4)+1; \\ 4x+1 < 43-3(7+x); \end{cases} \begin{cases} 7x+3 \geq 5x-20+1; \\ 4x+1 < 43-21-3x; \end{cases} \begin{cases} 7x-5x \geq -20+1-3; \\ 4x+3x < 42-21-1; \end{cases} \begin{cases} 2x \geq -22; \\ 7x < 21; \end{cases} \begin{cases} x \geq -11; \\ x < 3; \end{cases}$ 
- $-11 < x < 3$; $x \in (-11; 3)$;
- б) $\begin{cases} 3(x+8) \geq 4(7-x); \\ (x+2)(x-5) > (x+3)(x-4); \end{cases} \begin{cases} 3x+24 \geq 28-4x; \\ x^2+2x-5x-10 > x^2+3x-4x-12; \end{cases}$ 
- $\begin{cases} 3x+4x \geq 28-24; \\ x^2+2x-5x-x^2-3x+4x > -12+10; \end{cases} \begin{cases} 7x \geq 4; \\ -2x > -2; \end{cases} \begin{cases} x \geq \frac{4}{7}; \\ x < 1; \end{cases}$
- $\frac{4}{7} \leq x < 1$; $x \in \left[\frac{4}{7}; 1\right)$;
- в) $\begin{cases} 5(x+1)-x > 2x+2; \\ 4(x+1)-2 \leq 2(2x+1)-x; \end{cases} \begin{cases} 5x+5-x > 2x+2; \\ 4x+4-2 \leq 4x+2-x; \end{cases} \begin{cases} 5x-x-2x > 2-5; \\ 4x-4x+x \leq 2-4+2; \end{cases} \begin{cases} 2x > -3; \\ x \leq 0; \end{cases}$ 
- $\begin{cases} x > -1,5; \\ x \leq 0; \end{cases} \begin{cases} -1,5 < x \leq 0; \\ x \in (-1,5; 0]; \end{cases}$
- г) $\begin{cases} (x+2)(x-6) \leq (x+2)(x+1)+4; \\ 2(6x-1) \geq 7(2x-4); \end{cases} \begin{cases} x^2+2x-6x-12 \leq x^2+2x+x+2+4; \\ 12x-2 \geq 14x-28; \end{cases}$ 
- $\begin{cases} x^2+2x-6x-12-x^2-2x-x-2-4 \leq 0; \\ 12x-14x \geq -28+2; \end{cases} \begin{cases} -7x \leq 18; \\ -2x \geq -26; \end{cases} \begin{cases} x \geq -\frac{18}{7}; \\ x \leq 13; \end{cases}$
- $-\frac{18}{7} \leq x \leq 13$; $x \in \left[-\frac{18}{7}; 13\right]$.
70. а) $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{4} < 7; \\ 1 - \frac{x}{6} > 0; \end{cases} \begin{cases} 12 \\ 6 \end{cases} \begin{cases} 4x+3x < 84; \\ 6-x > 0; \end{cases} \begin{cases} 7x < 84; \\ -x > -6; \end{cases} \begin{cases} x < 12; \\ x < 6; \end{cases}$ 
- $x < 6$; $x \in (-\infty; 6)$;
- б) $\begin{cases} 1 - \frac{x}{4} > x; \\ x - \frac{x-4}{5} > 1; \end{cases} \begin{cases} 4 \\ 5 \end{cases} \begin{cases} 4-x > 4x; \\ 5x-(x-4) > 5; \end{cases} \begin{cases} -x-4x > -4; \\ 5x-x+4 > 5; \end{cases} \begin{cases} -5x > -4; \\ 4x > 1; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{4}{5}; \\ x > \frac{1}{4}; \end{cases} \frac{1}{4} < x < \frac{4}{5}; x \in \left(\frac{1}{4}; \frac{4}{5}\right)$ 

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{x}{4} \geq 2; \\ \frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} > 1; \end{array} \right. \cdot 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} 4x - x \geq 8; \\ (x-1) \cdot 3 + (x-2) \cdot 2 > 6; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 3x \geq 8; \\ 3x - 3 + 2x - 4 > 6; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x \geq \frac{8}{3}; \\ 5x > 13; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x \geq \frac{8}{3}; \\ x > \frac{13}{5}; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x \geq 2\frac{2}{3}; \\ x > 2\frac{3}{5}; \end{array} \right. \\
 & \begin{array}{c} \xrightarrow{2\frac{2}{3}} \\ \xrightarrow{2\frac{3}{5}} \end{array} \quad x \geq 2\frac{2}{3}; \quad x \in \left[2\frac{2}{3}; \infty \right);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{x-1}{2} > 1; \\ \frac{x}{3} < 5; \end{array} \right. \cdot 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x - (x-1) > 2; \\ x < 15; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 2x - x + 1 > 2; \\ x < 15; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x > 1; \\ x < 15; \end{array} \right. \\
 & \begin{array}{c} \xrightarrow{1} \\ \xrightarrow{15} \end{array} \quad 1 < x < 15; \quad x \in (1; 15).
 \end{aligned}$$

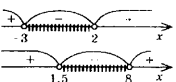
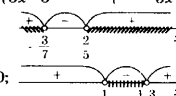
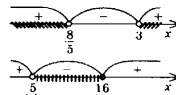
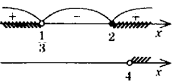
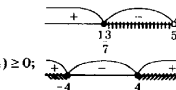
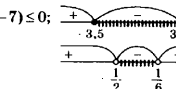
71. (4.23)

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} \geq \frac{x-3}{4} - x; \\ 1-x > 0,5x-4; \end{array} \right. \cdot 12 \quad \left\{ \begin{array}{l} (x-1) \cdot 6 - (x-2) \cdot 4 \geq (x-3) \cdot 3 - 12x; \\ -x - 0,5x > -4 - 1; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 6x - 6 - 4x + 8 \geq 3x - 9 - 12x; \\ -1,5x > -5; \end{array} \right. \\
 & \left\{ \begin{array}{l} 6x - 4x - 3x + 12x \geq -9 + 6 - 8; \\ -\frac{3}{2}x > -5; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 11x \geq -11; \\ x < \frac{10}{3}; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x \geq -1; \\ x < \frac{10}{3}; \end{array} \right. \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{-1} \\ \xrightarrow{\frac{10}{3}} \end{array} \quad -1 \leq x < \frac{10}{3}; \quad x \in \left[-1; \frac{10}{3} \right);
 \end{aligned}$$

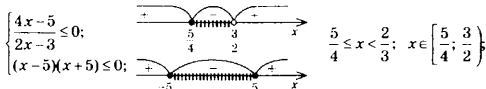
$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \frac{2x-1}{6} + \frac{x+2}{3} - \frac{x-8}{2} > x-1; \\ 2-2x > 0,5+0,5x; \\ 2x-1+2x+4-3x+24 > 6x-6; \\ -2,5x > -1,5; \end{array} \right. \cdot 6 \quad \left\{ \begin{array}{l} (2x-1) + 2(x+2) - 3(x-8) > 6(x-1); \\ -2x - 0,5x > 0,5 - 2; \end{array} \right. \\
 & \left\{ \begin{array}{l} 2x + 2x - 3x - 6x < -6 + 1 - 4 - 24; \\ -\frac{5}{2}x > -\frac{3}{2}; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} -5x > -33; \\ x < \frac{3}{5}; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x < 6\frac{33}{5}; \\ x < \frac{3}{5}; \end{array} \right. \\
 & \begin{array}{c} \xrightarrow{\frac{33}{5}} \\ \xrightarrow{\frac{3}{5}} \end{array} \quad x < \frac{3}{5}; \quad x \in \left(-\infty; \frac{3}{5} \right);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \frac{5x+7}{6} - \frac{3x}{4} < \frac{11x-7}{12}; \\ \frac{1-3x}{2} - \frac{1-4x}{3} \geq \frac{5}{6} - 1; \end{array} \right. \cdot 12 \quad \left\{ \begin{array}{l} (5x+7) \cdot 2 - 3x \cdot 3 < 11x-7; \\ (1-3x) \cdot 6 - (1-4x) \cdot 4 \geq 2x-12; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 10x+14-9x < 11x-7; \\ 6-18x-4+16x \geq 2x-12; \end{array} \right. \\
 & \left\{ \begin{array}{l} 10x-9x-11x < -7-14; \\ -18x+16x-2x \geq -12-6+4; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} -10x < -21; \\ -4x \geq -14; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x > \frac{21}{10}; \\ x \leq \frac{14}{4}; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x > 2,1; \\ x \leq 3,5; \end{array} \right. \\
 & \begin{array}{c} \xrightarrow{2,1} \\ \xrightarrow{3,5} \end{array} \quad 2,1 < x \leq 3,5; \quad x \in (2,1; 3,5);
 \end{aligned}$$

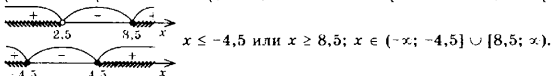
$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \frac{8x+1}{3} > \frac{4x+9}{2} - \frac{x-1}{3}; \\ \frac{5x-2}{3} < \frac{2x+13}{2} - \frac{x+2}{3}; \end{array} \right. \cdot 6 \quad \left\{ \begin{array}{l} (8x+1) \cdot 2 > (4x+9) \cdot 3 - (x-1) \cdot 2; \\ (5x-2) \cdot 2 < (2x+13) \cdot 3 - (x+2) \cdot 2; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 16x+2 > 12x+27-2x+2; \\ 10x-4 < 6x+39-2x-4; \end{array} \right. \\
 & \left\{ \begin{array}{l} 16x-12x+2x > 27+2-2; \\ 10x-6x+2x < 39-4+4; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 6x > 27; \\ 6x < 39; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x > \frac{27}{6}; \\ x < \frac{39}{6}; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x > 4,5; \\ x < 6,5; \end{array} \right. \\
 & \begin{array}{c} \xrightarrow{4,5} \\ \xrightarrow{6,5} \end{array} \quad 4,5 < x < 6,5; \quad x \in (4,5; 6,5).
 \end{aligned}$$

72. а) $\begin{cases} \frac{2x+1}{x-2} < 1; \\ \frac{3x+2}{2x-3} > 2; \end{cases} \begin{cases} \frac{2x+1}{x-2} - 1 < 0; \\ \frac{3x+2}{2x-3} - 2 < 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{2x+1-(x-2)}{x-2} < 0; \\ \frac{3x+2-2(2x-3)}{2x-3} > 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{2x+1-x+2}{x-2} < 0; \\ \frac{3x+2-4x+6}{2x-3} > 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{x-3}{x-2} < 0; \\ \frac{-x+8}{2x-3} > 0; \end{cases} \quad (-1)$
- $\begin{cases} \frac{x+3}{x-2} < 0; \\ \frac{x-8}{2x-3} < 0; \end{cases}$  $1,5 < x < 2; x \in (1,5; 2);$
- б) $\begin{cases} \frac{7x-3}{2-5x} \leq 2; \\ \frac{2x+1}{3x-3} > 4; \end{cases} \begin{cases} 7-3x-2 \leq 0; \\ 2x+1-4 > 0; \end{cases} \begin{cases} 7-3x-2(2-5x) \leq 0; \\ 2x+1-4(3x-3) > 0; \end{cases} \begin{cases} 7-3x-4+10x \leq 0; \\ 2x+1-12x+12 > 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{7x+3}{2-5x} \leq 0; \\ \frac{-10x+13}{3x-3} > 0; \end{cases} \quad (-1)$
- $\begin{cases} \frac{7x+3}{5x-2} \geq 0; \\ \frac{10x-13}{3x-3} < 0; \end{cases}$  $1 < x < 1,3; x \in (1; 1,3);$
- в) $\begin{cases} \frac{3x-2}{3-x} < 2; \\ \frac{5x+1}{4x-5} \geq 3; \end{cases} \begin{cases} 3x-2-2 < 0; \\ 5x+1-3 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 3x-2-2(3-x) < 0; \\ 5x+1-3(4x-5) \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 3x-2-6+2x < 0; \\ 5x+1-12x+15 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{5x-8}{3-x} < 0; \\ \frac{-7x+16}{4x-5} \geq 0; \end{cases} \quad (-1)$
- $\begin{cases} \frac{5x-8}{x-3} > 0; \\ \frac{7x-16}{4x-5} < 0; \end{cases}$  $\frac{5}{4} < x < \frac{8}{5}; x \in \left(\frac{5}{4}; \frac{8}{5}\right);$
- г) $\begin{cases} \frac{x+3}{3x-1} \leq 1; \\ \frac{2x+5}{x-4} \geq 2; \end{cases} \begin{cases} \frac{x+3}{3x-1} - 1 \leq 0; \\ \frac{2x+5}{x-4} - 2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{x+3-(3x-1)}{3x-1} \leq 0; \\ \frac{2x+5-2(x-4)}{x-4} \geq 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{x+3-3x+1}{3x-1} \leq 0; \\ \frac{2x+5-2x+8}{x-4} \geq 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{-2x+4}{3x-1} \leq 0; \\ \frac{13}{x-4} \geq 0; \end{cases} \quad (-1)$
- $\begin{cases} \frac{2x-4}{3x-1} \geq 0; \\ \frac{13}{x-4} \geq 0; \end{cases}$  $x > 4; x \in (4; \infty).$
73. а) $\begin{cases} \frac{3x-4}{5-x} \geq \frac{1}{2}; \\ x^2 \geq 16; \end{cases} \begin{cases} \frac{3x-4}{5-x} - \frac{1}{2} \geq 0; \\ x^2 - 16 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{2(3x-4)-(5-x)}{5-x} \geq 0; \\ (x-4)(x+4) \geq 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{6x-8-5+x}{5-x} \geq 0; \\ (x-4)(x+4) \geq 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{7x-13}{5-x} \geq 0; \\ (x-4)(x+4) \geq 0; \end{cases} \quad (-1)$
- $\begin{cases} \frac{7x-13}{x-5} \leq 0; \\ (x-4)(x+4) \geq 0; \end{cases}$  $4 \leq x < 5; x \in [4; 5);$
- б) $\begin{cases} 4x^2 \leq 49; \\ \frac{2x+5}{1-6x} > 1; \end{cases} \begin{cases} 4x^2 - 49 \leq 0; \\ 2x+5-1 > 0; \end{cases} \begin{cases} (2x+7)(2x-7) \leq 0; \\ 2x+5-(1-6x) > 0; \end{cases} \begin{cases} (2x-7)(2x+7) \leq 0; \\ 2x+5-1+6x > 0; \end{cases} \begin{cases} (2x+7)(2x-7) \leq 0; \\ \frac{8x+4}{1-6x} > 0; \end{cases} \quad (-1)$
- $\begin{cases} \frac{(2x+7)(2x-7)}{1-6x} \leq 0; \\ \frac{8x+4}{6x-1} < 0; \end{cases}$  $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{6}; x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{6}\right);$

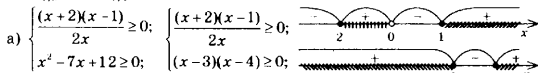
$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \frac{x-1}{3-2x} \geq \frac{1}{2}; \\ x^2 \leq 25; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{x-1}{3-2x} - \frac{1}{2} \geq 0; \\ x^2 - 25 \leq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{2(x-1)-(3-2x)}{3-2x} \geq 0; \\ (x-5)(x+5) \leq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{2x-2-3+2x}{3-2x} \geq 0; \\ (x-5)(x+5) \leq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{4x-5}{3-2x} \geq 0; \\ (x-5)(x+5) \leq 0; \end{array} \right. \left. \right\} (-1)
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4x-5}{2x-3} \leq 0; \\ (x-5)(x+5) \leq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{4x-5}{2x-3} \leq 0; \\ (x-5)(x+5) \leq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{4} \leq x < \frac{2}{3}; \\ x \in \left[\frac{5}{4}; \frac{3}{2} \right); \end{array} \right.$$


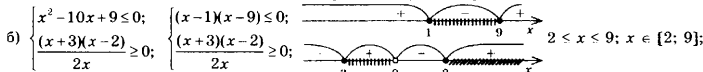
$$\text{г)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{4x-1}{2x+5} \geq \frac{3}{2}; \\ 4x^2 \leq 81; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{4x-1}{2x+5} - \frac{3}{2} \geq 0; \\ 4x^2 - 81 \leq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{2(4x-1)-3(2x+5)}{2x+5} \geq 0; \\ (2x-9)(2x+9) \geq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{8x-2-6x-15}{2x+5} \geq 0; \\ (2x-9)(2x+9) \geq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{2x-17}{2x+5} \geq 0; \\ (2x-9)(2x+9) \geq 0; \end{array} \right.$$



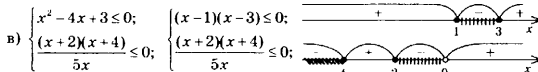
74.
(4.26)

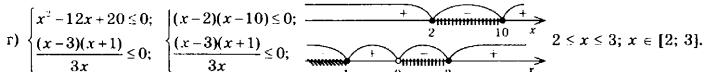
$$\text{а)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{(x+2)(x-1)}{2x} \geq 0; \\ x^2 - 7x + 12 \geq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{(x+2)(x-1)}{2x} \geq 0; \\ (x-3)(x-4) \geq 0; \end{array} \right.$$


$$-2 \leq x < 0 \text{ или } 1 \leq x \leq 3 \text{ или } x \geq 4; x \in [-2; 0) \cup [1; 3] \cup [4; \infty);$$

$$\text{б)} \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 10x + 9 \leq 0; \\ \frac{(x+3)(x-2)}{2x} \geq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} (x-1)(x-9) \leq 0; \\ \frac{(x+3)(x-2)}{2x} \geq 0; \end{array} \right.$$


нет решений;

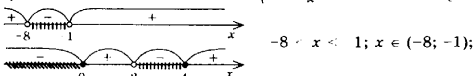
$$\text{в)} \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 4x + 3 \leq 0; \\ \frac{(x+2)(x+4)}{5x} \leq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} (x-1)(x-3) \leq 0; \\ \frac{(x+2)(x+4)}{5x} \leq 0; \end{array} \right.$$


$$\text{г)} \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 12x + 20 \leq 0; \\ \frac{(x-3)(x+1)}{3x} \leq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} (x-2)(x-10) \leq 0; \\ \frac{(x-3)(x+1)}{3x} \leq 0; \end{array} \right.$$


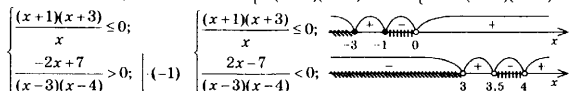
75.
(4.27)

$$\text{а)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{2x^2+18x-4}{x^2+9x+8} > 2; \\ x + \frac{8}{x} \leq 6; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{2x^2+18x-4}{x^2+9x+8} - 2 > 0; \\ x + \frac{8}{x} - 6 \leq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{2x^2+18x-4-2(x^2+9x+8)}{x^2+9x+8} > 0; \\ \frac{x^2+8-6x}{x} \leq 0; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2x^2+18x-4-2x^2-18x-16}{x^2+9x+8} > 0; \\ \frac{x^2-6x+8}{x} \leq 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{-20}{(x+1)(x+8)} > 0; \\ \frac{x^2-6x+8}{x} \leq 0; \end{array} \right. \left. \right\} (-1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{20}{(x+1)(x+8)} < 0; \\ \frac{(x-2)(x-4)}{x} \leq 0; \end{array} \right.$$



$$\text{б)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+3}{x} \leq -4; \\ \frac{x-4}{x-3} > \frac{x-3}{x-4}; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+3}{x} + 4 \leq 0; \\ \frac{x-4}{x-3} - \frac{x-3}{x-4} > 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{x^2+3x+4x}{x} \leq 0; \\ \frac{(x-4)^2 - (x-3)^2}{(x-3)(x-4)} > 0; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{x^2+4x+3}{x} \leq 0; \\ \frac{x^2-8x+16-x^2+6x-9}{(x-3)(x-4)} > 0; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(x+1)(x+3)}{x} \leq 0; \\ \frac{-2x+7}{(x-3)(x-4)} > 0; \end{array} \right. \left. \right\} (-1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{(x+1)(x+3)}{x} \leq 0; \\ \frac{2x-7}{(x-3)(x-4)} < 0; \end{array} \right.$$


$$x < -3 \text{ или } -1 \leq x \leq 0; x \in (-\infty; -3] \cup [-1; 0);$$

$$в) \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{2x + 3} \leq 0; \\ \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} > \frac{3}{x+2}; \end{cases} \begin{cases} \frac{x^2(x-1) + (x-1)}{2x+3} \leq 0; \\ \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} - \frac{3}{x+2} > 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{(x^2+1)(x-1)}{2x+3} \leq 0; \\ \frac{(x+3)(x+2) + 2(x+1)(x+2) - 3(x+1)(x+3)}{(x+3)(x+1)(x+2)} > 0; \end{cases}$$

Выражение $x^2 + 1 > 0$ при любых x значит,

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2x+3} \leq 0; \\ \frac{x^2 + 3x + 2x + 6 + 2x^2 + 4x + 2x + 4 - 3x^2 - 9x - 3x - 9}{(x+3)(x+1)(x+2)} > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2x+3} \leq 0; \\ \frac{-x+1}{(x+3)(x+1)(x+2)} < 0; \end{cases} \left| \cdot (-1) \right. \begin{cases} \frac{x-1}{2x+3} \leq 0; \\ \frac{x-1}{(x+3)(x+1)(x+2)} < 0; \end{cases}$$

$-1 < x < 1$; $x \in (-1; 1)$;

$$г) \begin{cases} \frac{x^3 + x^2 + x}{9x^2 - 25} \geq 0; \\ \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} \leq \frac{1-2x}{x^2-1}; \end{cases} \begin{cases} \frac{x(x^2+x+1)}{(3x-5)(3x+5)} \geq 0; \\ \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} - \frac{1-2x}{(x-1)(x+1)} \leq 0; \end{cases}$$

В квадратном трехчлене $x^2 + x + 1 < 0$, $a > 0$, значит, $x^2 + x + 1 < 0$ верно при любых x .

$$\begin{cases} \frac{x}{(3x-5)(3x+5)} \geq 0; \\ \frac{2(x+1) - (1-2x)}{(x-1)(x+1)} \leq 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{x}{(3x-5)(3x+5)} \geq 0; \\ \frac{x-1+2x+2-1+2x}{(x-1)(x+1)} \leq 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{x}{(3x-5)(3x+5)} \geq 0; \\ \frac{5x}{(x-1)(x+1)} \leq 0; \end{cases}$$

$-\frac{5}{3} < x < -1$, $x = 0$; $x \in \left(-\frac{5}{3}; -1\right) \cup \{0\}$.

76. а) $\sqrt{(x-3)(x-5)} + \sqrt{(1-x)(7-x)}$; $\begin{cases} (x-3)(x-5) \geq 0; \\ (1-x)(7-x) \geq 0; \end{cases} \left\{ \begin{matrix} (x-3)(x-5) \geq 0; \\ (x-1)(x-7) \geq 0; \end{matrix} \right.$

(при двукратной замене знака, общий знак сохраняется) $x \leq 1$ или $x \geq 7$; $x \in (-\infty; 1] \cup [7; \infty)$;

б) $\sqrt{\frac{3x+2}{5-x}} + \sqrt{\frac{4-x}{7-2x}}$; $\begin{cases} \frac{3x+2}{5-x} \geq 0; \\ \frac{4-x}{7-2x} \geq 0; \end{cases} \left| \cdot (-1) \right. \begin{cases} \frac{3x+2}{x-5} \leq 0; \\ \frac{x-4}{2x-7} \geq 0; \end{cases}$

при двукратной замене знака во втором неравенстве общий знак сохраняется;

$-\frac{2}{3} \leq x < 3.5$ или $4 \leq x < 5$; $x \in \left[-\frac{2}{3}; 3.5\right) \cup [4; 5)$;

в) $\sqrt{(x-2)(x-3)} + \sqrt{(5-x)(6-x)}$; $\begin{cases} (x-2)(x-3) \geq 0; \\ (5-x)(6-x) \geq 0; \end{cases} \left\{ \begin{matrix} (x-2)(x-3) \geq 0; \\ (x-5)(x-6) \geq 0; \end{matrix} \right.$

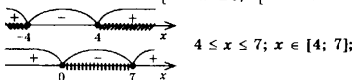
при двукратной замене знака во втором неравенстве общий знак сохраняется;

$x \leq 2$ или $3 \leq x \leq 5$ или $x \geq 6$; $x \in (-\infty; 2] \cup [3; 5] \cup [6; \infty)$;

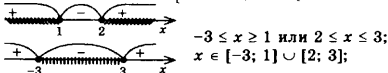
г) $\sqrt{\frac{4x+1}{x+2}} + \sqrt{\frac{2x+1}{x-7}}$; $\begin{cases} \frac{4x+1}{x+2} \geq 0; \\ \frac{2x+1}{x-7} \geq 0; \end{cases}$

$x < -2$ или $x > 7$; $x \in (-\infty; -2) \cup (7; \infty)$.

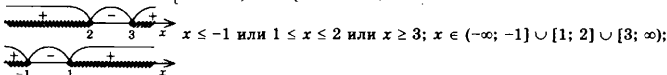
77. а) $\sqrt{x^2-16} + \sqrt{7x-x^2}$; $\begin{cases} x^2-16 \geq 0; \\ 7x-x^2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (x-4)(x+4) \geq 0; \\ x(7-x) \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (x-4)(x+4) \geq 0; \\ x(x-7) \leq 0; \end{cases}$



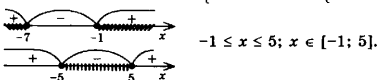
б) $\sqrt{x^2-3x+2} + \sqrt{9-x^2}$; $\begin{cases} x^2-3x+2 \geq 0; \\ 9-x^2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (x-1)(x-2) \geq 0; \\ (3-x)(3+x) \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (x-1)(x-2) \geq 0; \\ (x-3)(x+3) \leq 0; \end{cases}$



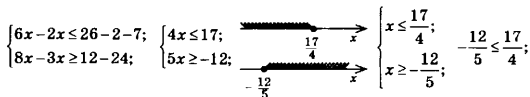
в) $\sqrt{x^2-5x+6} + \sqrt{x^2-1}$; $\begin{cases} x^2-5x+6 \geq 0; \\ x^2-1 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (x-2)(x-3) \geq 0; \\ (x-1)(x+1) \geq 0; \end{cases}$



г) $\sqrt{x^2+8x+7} + \sqrt{25-x^2}$; $\begin{cases} x^2+8x+7 \geq 0; \\ 25-x^2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (x+1)(x+7) \geq 0; \\ (5-x)(5+x) \geq 0; \end{cases} \begin{cases} (x+1)(x+7) \geq 0; \\ (x-5)(x+5) \leq 0; \end{cases}$

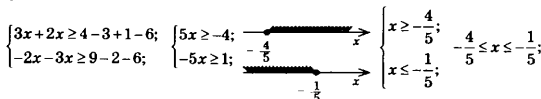


78. а) $\begin{cases} \frac{13}{4} + \frac{3x}{4} \leq \frac{x-1}{4} - \frac{7}{8}; \\ 2 \geq \frac{x}{4} + \frac{3-2x}{3}; \end{cases} \cdot 8 \quad \begin{cases} -13 \cdot 2 + 3x \cdot 2 \leq (x-1) \cdot 2 - 7; \\ 2 \cdot 12 \geq x \cdot 3 + (3-2x) \cdot 4; \end{cases} \begin{cases} -26 + 6x \leq 2x - 2 - 7; \\ 24 \geq 3x + 12 - 8x; \end{cases}$



$\left(\frac{17}{4} + \left(-\frac{12}{5}\right)\right) : 2 = \frac{85-48}{20} : 2 = \frac{37}{20} \cdot \frac{1}{2} = \frac{37}{40}$. Ответ: $\frac{37}{40}$.

б) $\begin{cases} \frac{3}{5} + \frac{3x-1}{10} \geq \frac{2-x}{5} - 0,3; \\ 1 \geq \frac{x-1}{3} + 0,5(x+3); \end{cases} \cdot 10 \quad \begin{cases} 3 \cdot 2 + 3x - 1 \geq (2-x) \cdot 2 - 0,3 \cdot 10; \\ 6 \geq (x-1) \cdot 2 + 0,5(x+3) \cdot 6; \end{cases} \begin{cases} 6+3x-1 \geq 4-2x-3; \\ 6 \geq 2x-2+3x+9; \end{cases}$



$\left(-\frac{4}{5} + \left(-\frac{1}{5}\right)\right) : 2 = -1 : 2 = -\frac{1}{2}$. Ответ: $-\frac{1}{2}$.

79. а) $\begin{cases} 3 - \frac{3-7x}{10} + \frac{x+1}{2} < \frac{7+8x}{2}; \\ 7(3x-5) + 4(17-x) > 18 - \frac{5(2x-6)}{2}; \end{cases} \cdot 10 \quad \begin{cases} 3 \cdot 10 - (3-7x) + (x+1) \cdot 5 < (7+8x) \cdot 5; \\ 14(3x-5) + 8(17-x) > 36 - 5(2x-6); \end{cases}$

$$\begin{cases} 30 - 3 + 7x + 5x + 5 < 35 + 40x; \\ 42x - 70 + 136 - 8x > 36 - 10x + 30; \end{cases} \begin{cases} 7x + 5x - 40x < 35 - 30 + 3 - 5; \\ 42x - 8x + 10x > 36 + 30 + 70 - 136; \end{cases} \begin{cases} -28x < 3; \\ 44x > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{3}{28}; \\ x > 0; \end{cases} x > 0. \text{ Наименьшее целое число } 1.$$

$$6) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{3x-1}{6} \leq \frac{2-x}{12} - \frac{x+1}{2} + 3; \\ x > \frac{5x-4}{10} - \frac{3x-1}{5} - 2,5; \end{cases} \begin{cases} 12 \\ 10 \end{cases} \begin{cases} x \cdot 4 - (3x-1) \cdot 2 \leq (2-x) \cdot (x+1) \cdot 6 + 3 \cdot 12; \\ x \cdot 10 > 5x - 4 - (3x-1) \cdot 2 - 2,5 \cdot 10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 6x + 2 \leq 2 - x - 6x - 6 + 36; \\ 10x > 5x - 4 - 6x + 2 - 25; \end{cases} \begin{cases} 4x - 6x + x + 6x \leq 2 - 6 + 36 - 2; \\ 10x - 5x + 6x > -4 + 2 - 25; \end{cases} \begin{cases} 5x \leq 30; \\ 11x > -27; \end{cases} \begin{cases} x \leq 6; \\ x > -\frac{27}{11}; \end{cases}$$

$$-\frac{27}{11} < x \leq 6, \quad -2 \frac{5}{11} < x \leq 6. \text{ Наименьшее целое число } -2, \text{ наибольшее целое число } 6.$$

80.
(81)
433:

$$a) \begin{cases} 0,2x > -1; \\ -\frac{x}{3} \geq 1; \end{cases} \begin{cases} x > -5; \\ x \leq -3; \end{cases} \begin{cases} -5 < x \leq -3; \\ x = -4; -3; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 1 - 0,5x \geq 0; \\ \frac{x+5}{5} < -1; \end{cases} \begin{cases} -0,5x \geq -1; \\ -(x+5) < -5; \end{cases} \begin{cases} x \leq 2; \\ x+5 > 5; \end{cases} \begin{cases} x \leq 2; \\ x > 0; \end{cases} \begin{cases} 0 < x \leq 2; \\ x = 1; 2; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x-1}{2} < \frac{x}{3}; \\ \frac{x+1}{2} \geq \frac{x}{5}; \end{cases} \begin{cases} (x-1) \cdot 3 < x \cdot 2; \\ (x+1) \cdot 5 \geq x \cdot 2; \end{cases} \begin{cases} 3x - 3 < 2x; \\ 5x + 5 \geq 2x; \end{cases} \begin{cases} 3x - 2x < 3; \\ 5x - 2x \geq -5; \end{cases} \begin{cases} x < 3; \\ 3x \geq -5; \end{cases} \begin{cases} x < 3; \\ x \geq -\frac{5}{3}; \end{cases} \begin{cases} x < 3; \\ x \geq -1 \frac{2}{3}; \end{cases}$$

$$-1 \frac{2}{3} \leq x < 3; \quad x = -1; 0; 1; 2;$$

$$r) \begin{cases} \frac{x-1}{4} \leq \frac{x}{5}; \\ \frac{x}{3} > \frac{x+4}{7}; \end{cases} \begin{cases} (x-1) \cdot 5 \leq x \cdot 4; \\ x \cdot 7 > (x+4) \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} 5x - 5 \leq 4x; \\ 7x > 3x + 12; \end{cases} \begin{cases} 5x - 4x \leq 5; \\ 7x - 3x > 12; \end{cases} \begin{cases} x \leq 5; \\ 4x > 12; \end{cases} \begin{cases} x \leq 5; \\ x > 3; \end{cases}$$

$$3 < x \leq 5; \quad x = 4; 5.$$

81.
434:

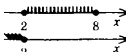
$$a) \begin{cases} |x-1| \leq 2; \\ |x-4| \geq 5; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} -2 \leq x-1 \leq 2; \\ x-4 \geq 5; \end{cases} \begin{cases} -1 \leq x \leq 3; \\ x \geq 5; \end{cases} \text{ нет решений; Ответ: } x = -1.$$

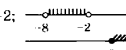
$$2) \begin{cases} -2 \leq x-1 \leq 2; \\ x-4 \leq -5; \end{cases} \begin{cases} -1 \leq x \leq 3; \\ x \leq -1; \end{cases} x = -1.$$

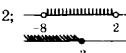
$$6) \begin{cases} |x-5| \leq 3; \\ |x-4| \geq 2; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} -3x \leq x-5 \leq 3; \\ x-4 \geq 2; \end{cases} \begin{cases} 2 \leq x \leq 8; \\ x \geq 6; \end{cases} 6 \leq x \leq 8; \quad x \in [6; 8]; \text{ Ответ: } x \in [6; 8], \quad x = 2.$$

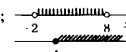
2) $\begin{cases} -3 \leq x - 5 \leq 3; \\ x - 4 \leq -2; \end{cases} \begin{cases} 2 \leq x \leq 8; \\ x \leq 2; \end{cases}$  $x = 2$.

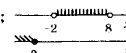
в) $\begin{cases} |x+5| < 3; \\ |x-1| \geq 4; \end{cases}$

1) $\begin{cases} -3 < x + 5 < 3; \\ x - 1 \geq 4; \end{cases} \begin{cases} -8 < x < -2; \\ x \geq 5; \end{cases}$  нет решений; Ответ: $(-\infty; -3]$.

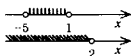
2) $\begin{cases} -3 < x + 5 < 3; \\ x - 1 \leq -1; \end{cases} \begin{cases} -8 < x < -2; \\ x \leq -3; \end{cases}$  $-8 < x \leq -3; x \in (-8; -3]$.

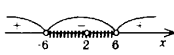
г) $\begin{cases} |x-3| < 5; \\ |x+2| \geq 1; \end{cases}$

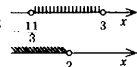
1) $\begin{cases} -5 < x - 3 < 5; \\ x + 2 \geq 1; \end{cases} \begin{cases} -2 < x < 8; \\ x \geq -1; \end{cases}$  $-1 \leq x < 8; x \in [-1; 8)$;

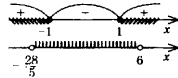
2) $\begin{cases} -5 < x - 3 < 5; \\ x + 2 \leq -1; \end{cases} \begin{cases} -2 < x < 8; \\ x \leq -3; \end{cases}$  нет решений.

82.
(83)
(4.35)

а) $\begin{cases} |2x+4| < 6; \\ 3-2x > -1; \end{cases} \begin{cases} -6 < 2x+4 < 6; \\ -2x > -4; \end{cases} \begin{cases} -10 < 2x < 2; \\ x < 2; \end{cases} \begin{cases} -5x < x < 1; \\ x < 2; \end{cases}$  $-5 < x < 1; x \in (-5; 1)$;

б) $\begin{cases} |2x-4| > 0; \\ x^2 < 36; \end{cases} \begin{cases} 2x-4 \neq 0; \\ x^2-36 < 0; \end{cases} \begin{cases} x \neq 2; \\ (x-6)(x+6) < 0; \end{cases}$  $-6 < x < 2$ или $2 < x < 6; x \in (-6; 2) \cup (2; 6)$;

в) $\begin{cases} |3x+1| < 10; \\ 4x+3 < 11; \end{cases} \begin{cases} -10 < 3x+1 < 10; \\ 4x < 11-3; \end{cases} \begin{cases} -11 < 3x < 9; \\ 4x < 8; \end{cases} \begin{cases} -\frac{11}{3} < x < 3; \\ x < 2; \end{cases}$  $-\frac{11}{3} < x < 2; x \in \left(-\frac{11}{3}; 2\right)$;

г) $\begin{cases} x^2 \geq 1; \\ |5x-1| < 29; \end{cases} \begin{cases} x^2-1 \geq 0; \\ -29 < 5x-1 < 29; \end{cases} \begin{cases} (x-1)(x+1) \geq 0; \\ -28 < 5x < 30; \end{cases} \begin{cases} (x-1)(x+1) \geq 0; \\ -\frac{28}{5} < x < 6; \end{cases}$  $-\frac{28}{5} < x \leq 1$ или $1 \leq x < 6; x \in \left(-\frac{28}{5}; 1\right] \cup [1; 6)$.

83.
(85)
(4.38)

а) $\begin{cases} x < 3; \\ x > p; \end{cases}$ имеет решения при $p < 3$; не имеет решений при $p \geq 3$;

б) $\begin{cases} x \leq 7; \\ x \geq p; \end{cases}$ имеет решения при $p \leq 7$; не имеет решений при $p > 7$;

в) $\begin{cases} x \leq 5; \\ x > p; \end{cases}$ имеет решения при $p < 5$; не имеет решений при $p \geq 5$;

г) $\begin{cases} x \leq p; \\ x \geq 2; \end{cases}$ имеет решения при $p \geq 2$; не имеет решений при $p < 2$.

84.
(4.39)

$\begin{cases} x > 3; \\ x > p; \end{cases}$

а) $[5; \infty)$ при $p = 5$; б) $[3; \infty)$ не существует; в) $(3; \infty)$ при $p \leq 3$; г) $[2; \infty)$ не существует.

85. $(p - 2)x^2 - (p - 4)x + (3p - 2) > 0;$

[87] а) данное неравенство не имеет решений, если $D \leq 0$, а $(p - 2) < 0;$
 (4.40)

$$\begin{cases} p - 2 < 0; \\ (p - 4)^2 - 4(p - 2)(3p - 2) \leq 0; \end{cases} \begin{cases} p < 2; \\ p^2 - 8p + 16 - 12p^2 + 24p + 8p - 16 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} p < 2; \\ -11p^2 + 24p \leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} p < 2; \\ p(-11p + 24) \leq 0; \end{cases} | \cdot (-1) \begin{cases} p < 2; \\ p(11p - 24) \geq 0; \end{cases}$$

$p \leq 0; p \in (-x; 0];$ при $p \leq 0;$

б) данное неравенство выполняется при любых значениях x , если $D < 0$, а $(p - 2) > 0;$

$$\begin{cases} p - 2 > 0; \\ (p - 4)^2 - 4(p - 2)(3p - 2) < 0; \end{cases} \begin{cases} p > 2; \\ p(11p - 24) > 0; \end{cases}$$

$p > \frac{24}{11}; p \in \left(\frac{24}{11}; \infty\right);$

при $p > \frac{24}{11}.$

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 1

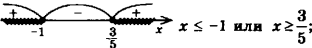
$$1) 5 \cdot (-3) = -15; 3 \cdot \left(\frac{2}{9} + \frac{-3}{2}\right) = 3 \cdot \left(\frac{2}{9} - \frac{3}{2}\right) = 3 \cdot \frac{4-6}{18} = 3 \cdot \left(-\frac{2}{18}\right) = -\frac{1}{3}; -15 < -\frac{1}{3}.$$

Число -3 является решением.

$$2) 5x + \frac{6}{7} \leq \frac{2-3x}{14}; \quad \left| -14 \cdot 5x \cdot 14 + 6 \cdot 2 \leq 2 - 3x; 70x + 12 \leq 2 - 3x; 70x + 3x \leq 2 - 12;$$

$$73x \leq -10; x \leq -\frac{10}{73}; x \in \left(-\infty; -\frac{10}{73}\right].$$

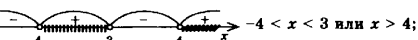
$$3) |2x + 4| \leq 7; -7 \leq 2x + 4 \leq 7; -11 \leq 2x \leq 3; -5,5 \leq x \leq 1,5; x \in [-5,5; 1,5].$$

$$4) \sqrt{5x^2 + 2x - 3}; 5x^2 + 2x - 3 \geq 0; x_1 = -1; x_2 = \frac{3}{5};$$


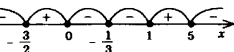
$$x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{3}{5}; \infty\right);$$

$$5) \frac{x^2 + 2,5x - 18}{1,5x - 6} > 1; \frac{x^2 + 2,5x - 18}{1,5x - 6} - 1 > 0; \frac{x^2 + 2,5x - 18 - (1,5x - 6)}{1,5x - 6} > 0; \frac{x^2 + 2,5x - 18 - 1,5x + 6}{1,5x - 6} > 0;$$

$$\frac{x^2 + x - 12}{1,5x - 6} > 0; \text{ Данное неравенство равносильно неравенству } (x^2 + x - 12)(1,5x - 6) > 0;$$

$$x_1 = -4; x_2 = 3; x_3 = 4;$$


$$x \in (-4; 3) \cup (4; \infty).$$

$$6) y = f(x); f(x) = \frac{(3x-1)^2(2x+3)(5-x)}{x(x-1)}$$


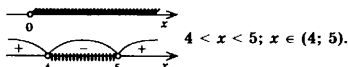
Так как в выражении $5 - x$ коэффициент при x отрицательный, то на правом промежутке следует ставить «+». Так как выражение $(3x - 1)^2$ находится в четной степени, то слева и справа от числа $\frac{1}{2}$ знак одинаковый.

$$a) f(x) > 0; -\frac{3}{2} < x < 0 \text{ или } 1 < x < 5; x \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right) \cup (1; 5);$$

$$b) f(x) \geq 0; -\frac{3}{2} \leq x < 0 \text{ или } 1 < x \leq 5; x \in \left[-\frac{3}{2}; 0\right) \cup (1; 5];$$

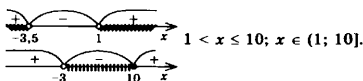
$$в) f(x) < 0; x < -\frac{3}{2} \text{ или } 0 < x < \frac{1}{3} \text{ или } \frac{1}{3} < x < 1 \text{ или } x > 5; x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right) \cup (5; \infty).$$

$$7) \begin{cases} \frac{3x+2}{4} > 2 - \frac{3-x}{2}; \\ 4(5-x) \leq 5x - x^2; \end{cases} \quad \left| \begin{cases} 3x+2 > 2 \cdot 4 - (3-x) \cdot 2; \\ 20-4x \leq 5x-x^2; \end{cases} \right. \quad \begin{cases} 3x+2 > 8-6+2x; \\ x^2-4x-5x+20 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-2x > 8-6-2; \\ x^2-9x+20 \leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0; \\ (x-4)(x-5) \leq 0; \end{cases}$$


$$4 < x < 5; x \in (4; 5).$$

$$8) \begin{cases} 2x^2 + 5x - 7 > 0; \\ \frac{3x-4}{2x+6} \leq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} (2x+7)(x-1) > 0; \\ \frac{3x-4}{2x+6} - 1 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (2x+7)(x-1) > 0; \\ \frac{3x-4-(2x+6)}{2x+6} \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (2x+7)(x-1) > 0; \\ \frac{3x-4-2x-6}{2x+6} \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (2x+7)(x-1) > 0; \\ \frac{x-10}{2x+6} \leq 0; \end{cases}$$

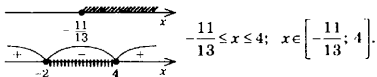


$$1 < x < 10; x \in (1; 10].$$

$$г) f(x) \leq 0; x \leq -\frac{1}{3} \text{ или } 0 < x < 2 \text{ или } x \geq 3; x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup (0; 2) \cup [3; \infty).$$

$$7) \begin{cases} \frac{5-2x}{3} \leq \frac{3x+5}{2} + 1; \\ 4x \geq 2(x-4) + x^2; \end{cases} \left| \cdot 6 \right. \begin{cases} 2(5-2x) \leq (3x+5) \cdot 3 + 1 \cdot 6; \\ 4x \geq 2x - 8 + x^2; \end{cases} \begin{cases} 10-4x \leq 9x+15+6; \\ -x^2+4x-2x+8 \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x-9x \leq 15+6-10; \\ -x^2+2x+8 \geq 0; \end{cases} \left| \cdot (-1) \right. \begin{cases} -13x \leq 11; \\ x^2-2x-8 \leq 0; \end{cases} \left| \cdot (-1) \right. \begin{cases} 13x \geq -11; \\ (x+2)(x-4) \leq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -\frac{11}{13}; \\ (x+2)(x-4) \leq 0; \end{cases}$$



$$8) \begin{cases} 3x^2-7x-10 \leq 0; \\ \frac{2x-1}{2-3x} > 3; \end{cases} \begin{cases} (x+1)(3x-10) \leq 0; \\ \frac{2x-1}{2-3x} - 3 > 0; \end{cases} \begin{cases} (x+1)(3x-10) \leq 0; \\ \frac{2x-1-3(2-3x)}{2-3x} > 0; \end{cases} \begin{cases} (x+1)(3x-10) \leq 0; \\ \frac{2x-1-6+9x}{2-3x} > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+1)(3x-10) \leq 0; \\ \frac{11x-7}{2-3x} > 0; \end{cases} \left| \cdot (-1) \right. \begin{cases} (x+1)(3x-10) \leq 0; \\ \frac{11x-7}{3x-2} < 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{7}{11} < x < \frac{2}{3}; \\ x \in \left(\frac{7}{11}; \frac{2}{3}\right) \end{cases}$$

$$9) 2 \leq \frac{4x-7}{5} \leq 4; 10 \leq 4x-7 \leq 20; 17 \leq 4x \leq 27; \frac{17}{4} \leq x \leq \frac{27}{4}; x \in \left[\frac{17}{4}; \frac{27}{4}\right].$$

$$10) \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{2x+3}{3} + \frac{x}{6} < 2 - \frac{x+5}{2}; \\ 1 - \frac{x+5}{8} + \frac{4-x}{2} < 3x - \frac{x+1}{4}; \end{cases} \left| \cdot 6 \right. \begin{cases} (x-1) \cdot 3 - (2x+3) \cdot 2 + x < 2 \cdot 6 - (x+5) \cdot 3; \\ 1 \cdot 8 - (x+5) + (4-x) \cdot 4 < 3x \cdot 8 - (x+1) \cdot 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-3-4x-6+x < 12-3x-15; \\ 8-x-5+16-4x < 24x-2x-2; \end{cases} \begin{cases} 3x-4x+x+3x < 12-15+3+6; \\ -x-4x-24x+2x < -2-8+5-16; \end{cases} \begin{cases} 3x < 6; \\ -27x < -21; \end{cases} \begin{cases} x < 2; \\ x > \frac{21}{27}; \end{cases}$$

$$\frac{21}{27} < x < 2; x = 1.$$

ГЛАВА 2. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

§ 4. Основные понятия

86. а) $3 \cdot 3 + 1 = 10$; $10 = 10$; (3; 1) — решение уравнения;

б) $3^2 - 2 \cdot 1 = 7$; $7 \neq 1$; (3; 1) — не является решением уравнения;

в) $5 \cdot 3^3 - 1 = 134$; $134 = 134$; (3; 1) — решение уравнения;

г) $\frac{3}{1} + 2 = 5$; $5 \neq -5$; (3; 1) — не является решением уравнения.

87. $2x^2 - y^2 = 1$;

а) (1; 1); $2 \cdot 1^2 - 1^2 = 1$; $1 - 1$; (1; 1) — решение уравнения;

б) $2 \cdot 2^2 - (\sqrt{7})^2 = 1$; $1 = 1$; (2; $\sqrt{7}$) — решение уравнения;

в) $2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4^2 = -15\frac{1}{2}$; $-15\frac{1}{2} \neq 1$; $\left(\frac{1}{2}; 4\right)$ — не является решением уравнения;

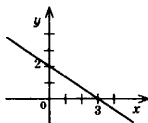
г) $2 \cdot (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 = 1$; $1 = 1$; $(\sqrt{3}; \sqrt{5})$ — решение уравнения.

88. а) да; б) да; в) да; г) да.

89.

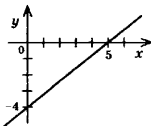
а) $2x + 3y = 6$

x	0	3
y	2	0



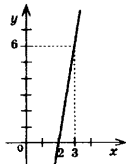
б) $4x - 5y = 20$

x	0	5
y	-4	0



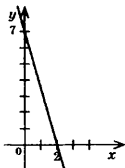
в) $6x - y = 12$

x	3	2
y	6	0



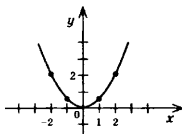
г) $7x + 2y = 14$

x	0	2
y	7	0



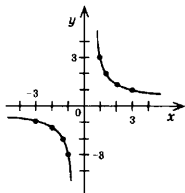
90. а) $2y - x^2 = 0$; $y = \frac{1}{2}x^2$
 [83]
 (5.5)

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2



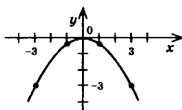
б) $\frac{3}{x} - y = 0$; $y = \frac{3}{x}$

x	-3	-2	-1,5	-1	1	1,5	2	3
y	-1	-1,5	-2	-3	3	2	1,5	1



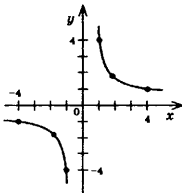
в) $y + \frac{x^2}{3} = 0$; $y = -\frac{x^2}{3}$

x	-3	-1	0	1	3
y	-3	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	-3

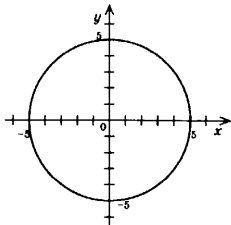


г) $\frac{1}{x} - \frac{y}{4} = 0$; $y = \frac{4}{x}$

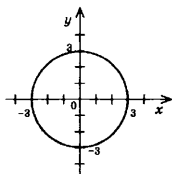
x	-4	-2	-1	1	2	4
y	-1	-2	-4	4	2	1



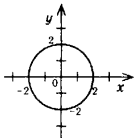
91. а) $x^2 + y^2 = 25$;
 [94]
 (5.6)



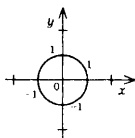
б) $x^2 + y^2 = 9$;
 [94]
 (5.6)



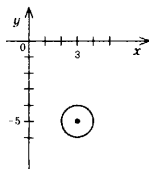
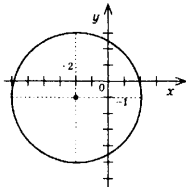
b) $x^2 + y^2 = 4$;



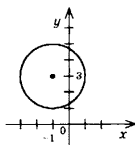
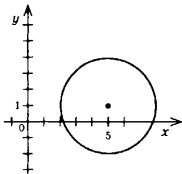
r) $x^2 + y^2 = 1$;



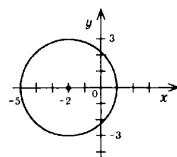
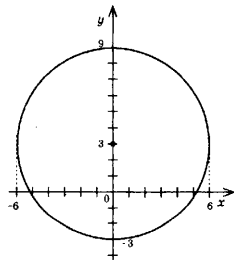
92. a) $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$; $O(-1; 3)$, $R = 5$; б) $(x + 5)^2 + (y + 7)^2 = 1$; $O(-5; -7)$, $R = 1$;
 93. a) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$; $O(-2; -1)$, $R = 4$; б) $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 1$; $O(3; -5)$, $R = 1$;



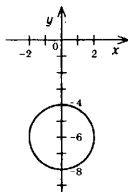
b) $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$; $O(4; 1)$, $R = 3$; r) $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$; $O(-1; 3)$, $R = 2$.



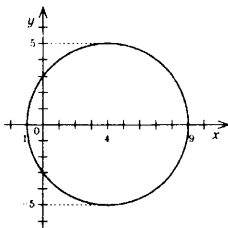
94. a) $x^2 + (y - 3)^2 = 36$; $O(0; 3)$, $R = 6$; б) $(x + 2)^2 + y^2 = 9$; $O(-2; 0)$, $R = 3$;



b) $x^2 + (y + 6)^2 = 4$; $O(0; 6)$, $R = 2$;



г) $(x - 4)^2 + y^2 = 25$; $O(4; 0)$, $R = 5$;



95. $O(0; 0)$

^[98]_(5.10) а) $R = 5$; $x^2 + y^2 = 25$; б) $R = \sqrt{3}$; $x^2 + y^2 = 3$; в) $R = \frac{1}{2}$; $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$; г) $R = 1$; $x^2 + y^2 = 1$.

96. а) $A(1; 2)$, $R = 3$; $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$; б) $B(-3; 8)$, $R = 11$; $(x + 3)^2 + (y - 8)^2 = 121$;

^[99]_(5.11) в) $C(0; -10)$, $R = 7$; $x^2 + (y + 10)^2 = 49$; г) $D(-5; -2)$, $R = 4$; $(x + 5)^2 + (y + 2)^2 = 16$.

97. а) центр $A(0; 0)$, $R = 4$; $x^2 + y^2 = 16$; б) центр $B(0; 0)$, $R = \sqrt{3}$; $x^2 + y^2 = 3$;

^[100]_(5.12) в) центр $C(0; 0)$, $R = 1,5$; $x^2 + y^2 = 2,25$; г) центр $D(0; 0)$, $R = \frac{1}{2}$; $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$.

98. а) центр $A(-2; 2)$, $R = 1$; $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$; б) центр $B(3; -1)$, $R = 2$; $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$;

^[101] в) центр $C(1; 4)$, $R = 2$; $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$; г) центр $D(-3; -2)$, $R = 1$; $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 1$.

99. а) центр $A(0; -2)$, $R = 2$; $x^2 + (y + 2)^2 = 4$; б) центр $B(-3; 0)$, $R = 3$; $(x + 3)^2 + y^2 = 9$;

^[102] в) центр $C(0; 3)$, $R = 3$; $x^2 + (y - 3)^2 = 9$; г) центр $D(1; 0)$, $R = 1$; $(x - 1)^2 + y^2 = 1$.

100. а) $(-2; 3)$; б) $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$; в) $\left(\frac{4}{3}; 0\right)$.

^[103]_(5.16) а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13; \\ 2x + y = 7; \end{cases} \begin{cases} 2^2 + 3^2 = 13; \\ 2 \cdot 2 + 3 = 7; \end{cases} (2; 3) \text{ — решение системы;}$

б) $\begin{cases} x^2 + y = 5; \\ 3x - 1 = y; \end{cases} \begin{cases} 2^2 + 3 \neq 5; \\ 3 \cdot 2 - 1 \neq 3; \end{cases} (2; 3) \text{ — не является решением системы;}$

в) $\begin{cases} x^2 + 3y = 13; \\ y + x = 1; \end{cases} \begin{cases} 2^2 + 3 \cdot 3 = 13; \\ 3 + 2 \neq 1; \end{cases} (2; 3) \text{ — не является решением системы;}$

г) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4; \\ 5x - 2y = 4; \end{cases} \begin{cases} 2^2 + 3^2 = 4; \\ 5 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 4; \end{cases} (2; 3) \text{ — не является решением системы.}$

102. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1; \\ y - 2x = 1; \end{cases}$

а) $(0; 1) \begin{cases} 0^2 + 1^2 = 1; \\ 1 - 2 \cdot 0 = 1; \end{cases} (0; 1) \text{ — является решением системы;}$

б) $(-1; -1) \begin{cases} (-1)^2 + (-1)^2 \neq 1; \\ -1 - 2 \cdot (-1) = 1; \end{cases} (-1; -1) \text{ — не является решением системы;}$

в) $(1; 0) \begin{cases} 1^2 + 0^2 = 1; \\ 0 - 2 \cdot 1 \neq 1; \end{cases} (1; 0) \text{ — не является решением системы;}$

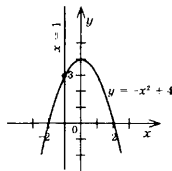
г) $(1; 1) \begin{cases} 1^2 + 1^2 \neq 1; \\ 1 - 2 \cdot 1 \neq 1; \end{cases} (1; 1) \text{ — не является решением системы.}$

^[105]_(5.18) а) $\begin{cases} x = -1; \\ x^2 + y = 4; \end{cases}$

2) $y = -x^2 + 4$

x	-2	-1	0	1	2
y	0	3	4	3	0

Ответ: (1; 3).



$$6) \begin{cases} x^2 + y = 3; \\ x - y + 1 = 0; \end{cases}$$

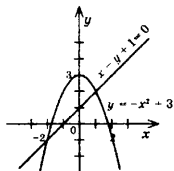
$$1) y = -x^2 + 3$$

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	2	3	2	-1

$$2) x - y + 1 = 0$$

x	0	-1
y	1	0

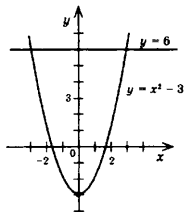
Ответ: (-2; -1), (1; 2).



$$8) \begin{cases} x^2 - y = 3; \\ y = 6; \end{cases}$$

$$1) y = x^2 - 3$$

x	-2	-1	0	1	2
y	1	-2	-3	-2	1



$$r) \begin{cases} x^2 - y = 4; \\ 2x + y = -1; \end{cases}$$

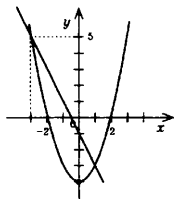
$$1) y = x^2 - 4$$

x	-2	-1	0	1	2
y	0	-3	-4	-3	0

2)

x	0	-1
y	-1	1

Ответ: (-3; 5), (1; -3).



104. a)
$$\begin{cases} y = -\frac{3}{x}; \\ y + x = -2; \end{cases}$$

11061

(5.19)

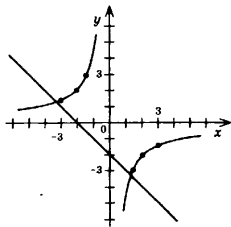
$$1) y = -\frac{3}{x}$$

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	1	1,5	3	-3	-1,5	-1

2)

x	0	-2
y	-2	0

Ответ: (-3; 1), (1; -3).

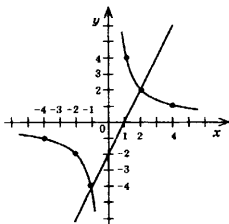


$$6) \begin{cases} xy = 4; \\ 2x - y = 2; \end{cases}$$

$$1) y = \frac{x}{4}$$

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	-1	-2	-4	4	2	1

Ответ: (-1; -4), (2; 2).



в)
$$\begin{cases} y = -\frac{8}{x}; \\ x = 2 - y; \end{cases}$$

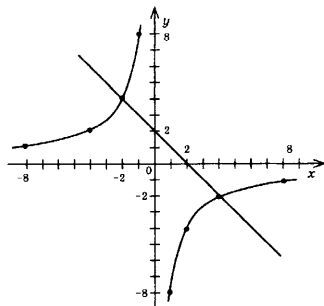
1) $y = -\frac{8}{x}$

x	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
y	1	2	4	8	-8	-4	-2	-1

2) $x + y = 2$

x	0	2
y	2	0

Ответ: (-2; 4), (4; -2).



г)
$$\begin{cases} xy = 6; \\ 3x - 2y = 0; \end{cases}$$

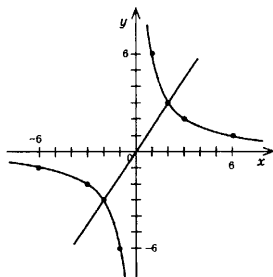
1) $y = \frac{6}{x}$

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1

2) $3x - 2y = 0$

x	0	2
y	0	3

Ответ: (-2; -3), (2; 3).



105. а)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1; \\ y = x; \end{cases}$$

(5,20)

Ответ: 2 решения.

б)
$$\begin{cases} y = 2x - 1; \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9; \end{cases}$$

1) $y = 2x - 1$

x	0	1
y	-1	1

 2) центр $O(1; -2)$, $R = 3$.

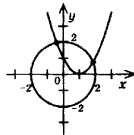
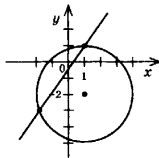
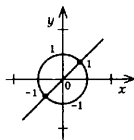
Ответ: 2 решения.

в)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4; \\ y = (x-1)^2; \end{cases}$$

 1) центр $(0; 0)$, $R = 2$;

2) парабола.

Ответ: 2 решения.

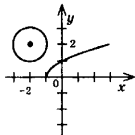


г)
$$\begin{cases} (x+2)^2 + (y-2)^2 = 1; \\ y = \sqrt{x+1}; \end{cases}$$

 1) центр $(-2; 2)$, $R = 1$;

2) ветка параболы.

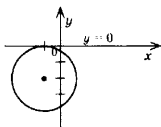
Ответ: нет решений.



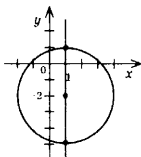
106.
$$\begin{cases} (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4; \\ y = 0; \end{cases}$$

[106]

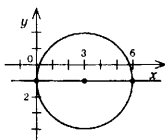
[5.21]

1) центр $(-1; -2)$, $R = 2$.*Ответ:* $(-1; 0)$.

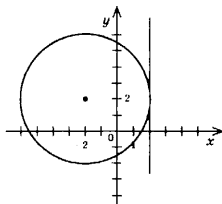
6)
$$\begin{cases} x = 1; \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9; \end{cases}$$

2) центр $(1; -2)$, $R = 3$.*Ответ:* $(1; 1)$, $(1; -5)$.

в)
$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y+1)^2 = 9; \\ y = -1; \end{cases}$$

1) центр $(3; -1)$, $R = 3$.*Ответ:* $(0; -1)$, $(6; -1)$.

г)
$$\begin{cases} (x+2)^2 + (y-2)^2 = 16; \\ x = 2; \end{cases}$$

1) центр $O(-2; 2)$, $R = 4$.*Ответ:* $(2; 2)$.

109. а) $(3x + y + 9)(5x + y - 5) = 0;$

[110а]

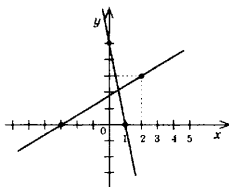
[5.26]

1) $3x + y + 9 = 0;$

x	2	-3
y	3	0

2) $5x + y - 5 = 0;$

x	0	1
y	5	0

б) $(xy - 4)(x + 2y) = 0;$

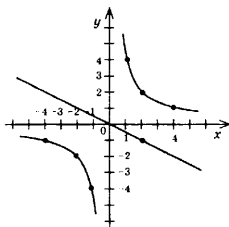
[111а]

1) $xy - 4 = 0; y = \frac{4}{x}$

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	-1	-2	-4	4	2	1

2) $x + 2y = 0$

x	0	5
y	0	-1



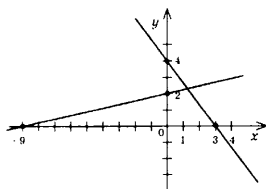
в) $(4x + 3y - 12)(2x - 9y + 18) = 0;$

1) $4x + 3y - 12 = 0;$

x	0	3
y	4	0

2) $2x - 9y + 18 = 0;$

x	0	-9
y	2	0



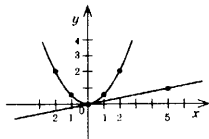
г) $(x - 5y)(2y - x^2) = 0;$

1) $x - 5y = 0$

x	0	5
y	0	1

2) $2y - x^2 = 0; y = \frac{1}{2}x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

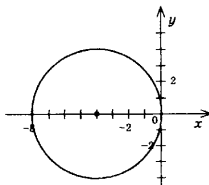


110. а) $x^2 + y^2 + 8x = 0;$

$x^2 + 8x + 16 + y^2 - 16 = 0;$

$(x + 4)^2 + y^2 = 16;$

центр $O(-4; 0), R = 4;$

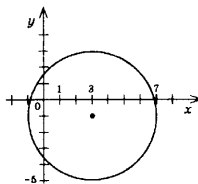


б) $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 6;$

$x^2 - 6x + 9 + y^2 + 2y + 1 - 9 - 1 = 6;$

$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 16;$

центр $O(3; -1), R = 4;$

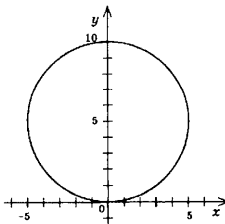


в) $x^2 + y^2 - 10y = 0;$

$x^2 + y^2 - 10y + 25 - 25 = 0;$

$x^2 + (y - 5)^2 = 25;$

центр $O(0; 5), R = 5;$

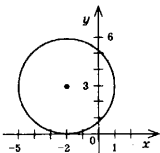


г) $x^2 + y^2 = 6y - 4x - 4;$

$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 - 9 = 0;$

$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9;$

центр $O(-2; 3), R = 3.$

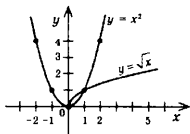


114. а)
$$\begin{cases} y - x^2 = 0; \\ y = \sqrt{x}; \end{cases}$$

(5.34)

1) $y = x^2$;

2) $y = \sqrt{x}$.

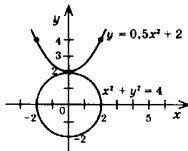
Ответ: (0; 0), (1; 1).

б)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4; \\ y = 0,5x^2 + 2; \end{cases}$$

1) $x^2 + y^2 = 4$; центр $O(0; 0)$, $R = 2$;

2) $y = 0,5x^2 + 2$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	2,5	2	2,5	4

Ответ: (0; 2).

в)
$$\begin{cases} (x+1)^2 + (y-1)^2 = 9; \\ y+1 = x; \end{cases}$$

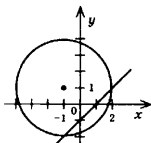
(115.а)

1) $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$;

центр $(-1; 1)$, $R = 3$;

2) $y + x = x$

x	0	1
y	-1	0

Ответ: $(-1; 1)$, $(2; 1)$.

г)
$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+4)^2 = 16; \\ x+y = 1; \end{cases}$$

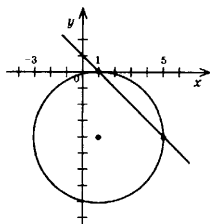
(115.б)

1) $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 16$;

центр $(1; -4)$, $R = 4$;

2) $x + y = 1$

x	0	1
y	1	0

Ответ: $(1; 0)$, $(5; -4)$.

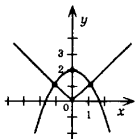
115. а)
$$\begin{cases} y = |x|; \\ x^2 + y = 2; \end{cases}$$

(116)

(5.35)

1) $y = |x|$;

2) $y = -x^2 + 2$.

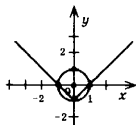
Ответ: $(-1; 1)$, $(1; 1)$.

б)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1; \\ y = |x| - 1; \end{cases}$$

1) $x^2 + y^2 = 1$;

центр $(0; 0)$, $R = 1$;

2) $y = |x| - 1$;

сдвиг графика $y = |x|$ на 1 вниз.**Ответ:** $(0; -1)$, $(-1; 0)$, $(1; 0)$.

$$в) \begin{cases} x^2 - y = 3 - 2x; \\ y = |x+1| - 4; \end{cases}$$

1) $x^2 - y = 3 - 2x;$

$$x^2 + 2x + 1 - 4 = y;$$

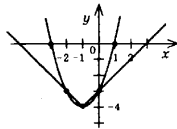
$$y = (x + 1)^2 - 4;$$

сдвиг параболы на 1 влево и 4 вниз;

2) $y = |x + 1| - 4;$

сдвиг графика $y = |x|$ на 1 влево и 4 вниз.

Ответ: $(-1; -4), (-2; -3), (0; -3).$



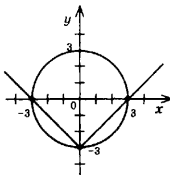
$$г) \begin{cases} x^2 + y^2 = 9; \\ y = |x| - 3; \end{cases}$$

1) $x^2 + y^2 = 9;$ центр $O(0; 0); R = 3;$

2) $y = |x| - 3;$

сдвиг графика $y = |x|$ на 3 вниз.

Ответ: $(0; -3), (-3; 0), (3; 0).$



116. а) $\begin{cases} p^2x + y = 2; \\ x^2 + y^2 = p + 3; \end{cases} \quad (1; -2)$

[117]

(5.36)

$$\begin{cases} p^2 \cdot 1 - 2 = 2; \\ 1 + 4 = p + 3; \end{cases} \begin{cases} p^2 = 4; \\ p = 2. \end{cases}$$

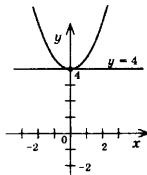
Ответ: $p = 2.$

117. а) $\begin{cases} y - x^2 = 4; \\ y + px = 4. \end{cases}$

[118]

(5.37)

Ответ: $p = 0.$



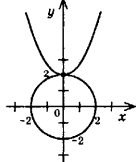
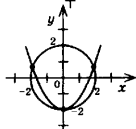
118. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4; \\ y - x^2 = p; \end{cases}$

[119]

(5.38)

а) $p = -2; y = x^2 - 2;$

б) $p = 2; y = x^2 + 2.$



§ 5. Методы решения систем уравнений

120. а) $\begin{cases} y = x - 1; \\ x^2 - 2y = 26; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x - 1; \\ x^2 - 2(x - 1) = 26; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x - 1; \\ x^2 - 2x - 2 = 0; \end{cases}$

(6.1)

$$x^2 - 2x - 24 = 0; x_1 = -4; y_1 = -4 - 1; y_1 = -5; x_2 = 6; y_2 = 6 - 1; y_2 = 5.$$

Ответ: $(-4; -5), (6; 5).$

$$6) \begin{cases} x=y^2; \\ x+y=6; \end{cases} \begin{cases} x=y^2; \\ y^2+y=6; \end{cases} \quad y^2+y-6=0; y_1=-3; x_1=(-3)^2; x_1=9; y_2=2; x_2=2^2; x_2=4.$$

Омæм: (9; -3), (4; 2).

$$в) \begin{cases} x=y+3; \\ y^2-2x=9; \end{cases} \begin{cases} x=y+3; \\ y^2-2(y+3)=9; \end{cases} \begin{cases} x=y+3; \\ y^2-2y-6=9; \end{cases}$$

$$y^2-2y-15=0; y_1=-3; x_1=-3+3; x_1=0; y_2=5; x_2=5+3; x_2=8. \text{ Омæм: } (0; -3), (8; 5).$$

$$г) \begin{cases} y=x^2; \\ x-y=-6; \end{cases} \begin{cases} y=x^2; \\ x-x^2=-6; \end{cases}$$

$$-x^2+x+6=0 \mid \cdot (-1); x^2-x-6=0; x_1=-2; y_1=(-2)^2; y_1=4; x_2=3; y_2=3^2; y_2=9.$$

Омæм: (-2; 4), (3; 9).

121.
(6.2)

$$а) \begin{cases} xy=-2; \\ x+y=1; \end{cases} \begin{cases} x(1-x)=-2; \\ y=1-x; \end{cases} \begin{cases} x-x^2+2=0; \\ y=1-x; \end{cases}$$

$$-x^2+x+2=0 \mid \cdot (-1); x^2-x-2=0; x_1=-1; y_1=1-(-1); y_1=2; x_2=2; y_2=2-1=1; y_2=-1. \text{ Омæм: } (-1; 2), (2; 1).$$

$$б) \begin{cases} 5x^2+2y=-3; \\ x-y=5; \end{cases} \begin{cases} 5x^2+2(x-5)=-3; \\ y=x-5; \end{cases} \quad 5x^2+2x-10=-3; 5x^2+2x-7=0;$$

$$x_1=-\frac{7}{5}; y_1=-\frac{7}{5}-5; y_1=-6\frac{2}{5}; x_2=1; y_2=1-5; y_2=-4. \text{ Омæм: } \left(-\frac{7}{5}; -6\frac{2}{5}\right); (1; -4).$$

$$в) \begin{cases} x+3y=11; \\ 2x+y^2=14; \end{cases} \begin{cases} x=11-3y; \\ 2(11-3y)+y^2=14; \end{cases}$$

$$22-6y+y^2-14=0; y^2-6y+8=0; y_1=2; x_1=11-3 \cdot 2; x_1=5; y_2=4;$$

$$x_2=11-3 \cdot 4; x_2=-1. \text{ Омæм: } (5; 2), (-1; 4).$$

$$г) \begin{cases} x+y=8; \\ xy=12; \end{cases} \begin{cases} x=8-y; \\ (8-y) \cdot y=12; \end{cases}$$

$$8y-y^2-12=0 \mid \cdot (-1); y^2-8y+12=0; y_1=2; x_1=8-2; x_1=6;$$

$$y_2=6; x_2=8-6; x_2=2. \text{ Омæм: } (6; 2), (2; 6).$$

122.
(6.3)

$$а) \begin{cases} y^2-xy=12; \\ 3y-x=10; \end{cases} \begin{cases} y^2-(3y-10)y=12; \\ x=3y-10; \end{cases}$$

$$y^2-3y^2+10y-12=0; -2y^2+10y-12=0 \mid : (-2); y^2-5y+6=0;$$

$$y_1=2; x_1=3 \cdot 2-10; x_1=-4; y_2=3; x_2=3 \cdot 3-10; x_2=-1. \text{ Омæм: } (-4; 2), (-1; 3).$$

$$б) \begin{cases} 2x^2-y^2=32; \\ 2x-y=8; \end{cases} \begin{cases} 2x^2-(2x-8)^2=32; \\ y=2x-8; \end{cases}$$

$$2x^2-4x^2+32x-64-32=0; -2x^2+32x-96=0; \mid : (-2); x^2-16x+48=0;$$

$$x_1=4; y_1=2 \cdot 4-8; y_1=0; x_2=12; y_2=2 \cdot 12-8; y_2=16. \text{ Омæм: } (4; 0), (12; 16).$$

$$в) \begin{cases} 2x^2-xy=33; \\ 4x-y=17; \end{cases} \begin{cases} 2x^2-x(4x-17)=33; \\ y=4x-17; \end{cases}$$

$$2x^2-4x^2+17x-33=0; -2x^2+17x-33=0; \mid \cdot (-1); 2x^2-17x+33=0;$$

$$D=289-4 \cdot 2 \cdot 33=25; x_1=\frac{17-5}{4}=3; y_1=4 \cdot 3-17; y_1=-5;$$

$$x_2=\frac{17+5}{4}=5,5; y_2=4 \cdot 5,5-17; y_2=5. \text{ Омæм: } (3; -5), (5,5; 5).$$

$$г) \begin{cases} x^2-y^2=24; \\ 2y-x=-7; \end{cases} \begin{cases} (2y+7)^2-y^2=24; \\ x=2y+7; \end{cases}$$

$$4y^2+28y+49-y^2-24=0; 3y^2+28y+25=0; y_1=-1; x_1=2 \cdot (-1)+7; x_1=5;$$

$$y_2=-\frac{25}{3}; x_2=2 \cdot \left(-\frac{25}{3}\right)+7; x_2=-\frac{29}{3}. \text{ Омæм: } (5; -1), \left(-\frac{29}{3}; -\frac{25}{3}\right)$$

123. а) $\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11; \\ x - 2y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} (2y+1)^2 + (2y+1) \cdot y - y^2 = 11; \\ x = 2y+1; \end{cases}$
 $4y^2 + 4y + 1 + 2y^2 + y - y^2 - 11 = 0; 5y^2 + 5y - 10 = 0; | : 5; y^2 + y - 2 = 0;$
 $y_1 = -2; x_1 = 2 \cdot (-2) + 1; x_1 = -3; y_2 = 1; x_2 = 2 \cdot 1 + 1; x_2 = 3. \text{ Ответ: } (-3; -2), (3; 1).$
- б) $\begin{cases} xy + y^2 + x - 3y = 15; \\ x + y = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} (5-y)y + y^2 + (5-y) - 3y = 15; \\ x = 5-y; \end{cases}$
 $5y - y^2 + y^2 + 5 - y - 3y - 15 = 0; y - 10 = 0; y = 10; x = 5 - 10; x = -5. \text{ Ответ: } (-5; 10).$
- в) $\begin{cases} x^2 + xy - x - y = 2; \\ x - y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + x(x-2) - x - (x-2) = 2; \\ y = x-2; \end{cases}$
 $x^2 + x^2 - 2x - x - x + 2 - 2 = 0; 2x^2 - 4x = 0; 2x(x-2) = 0;$
 $x_1 = 0; y_1 = 0 - 2; y_1 = -2; x_2 = 2; y_2 = 2 - 2; y_2 = 0. \text{ Ответ: } (0; -2), (2; 0).$
- г) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = -1; \\ x + 2y = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (-2y)^2 + y^2 + 3 \cdot (-2y) \cdot y = -1; \\ x = -2y; \end{cases}$
 $4y^2 + y^2 - 6y^2 = -1; -y^2 = -1; y^2 = 1; y_1 = -1; x_1 = -2 \cdot (-1); x_1 = 2;$
 $y_2 = 1; x_2 = -2 \cdot 1; x_2 = -2. \text{ Ответ: } (2; -1), (-2; 1).$
124. а) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}; \\ 2y - x = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{2y-1} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}; \\ x = 2y - 1; \end{cases} \quad \frac{1}{2y-1} + \frac{1}{y} - \frac{5}{6} = 0; \quad \frac{6y + 6(2y-1) - 5y(2y-1)}{6y(2y-1)} = 0;$
 $6y(2y-1) \neq 0; 6y + 12y - 6 - 10y^2 + 5y = 0; -10y^2 + 23y - 6 = 0; | \cdot (-1)$
 $10y^2 - 23y + 6 = 0; D = 529 - 240 = 289; y_1 = \frac{23-17}{20} = -\frac{6}{20} = -0,3; x_1 = 2 \cdot (-0,3) - 1, x_1 = -1,6;$
 $y_2 = \frac{23+17}{20} = 2; x_2 = 2 \cdot 2 - 1, x_2 = 3. \text{ Ответ: } (-1,6; -0,3), (3; 2).$
- б) $\begin{cases} x + y = 6; \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 6 - x; \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{6-x} = \frac{1}{4}; \end{cases} \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{6-x} - \frac{1}{4} = 0; \quad \frac{4(6-x) - 4x - x(6-x)}{4x(6-x)} = 0; 4x(6-x) \neq 0;$
 $24 - 4x - 4x - 6x + x^2 = 0; x^2 - 14x + 24 = 0; x_1 = 2; y_1 = 6 - 2; y_2 = 4;$
 $x_2 = 12; y_2 = 6 - 12, y_2 = -6. \text{ Ответ: } (2; 4), (12; -6).$
- в) $\begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{3}; \\ x - 2y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{1}{2y+2} = \frac{1}{3}; \\ x = 2y + 2; \end{cases} \quad \frac{1}{y} - \frac{1}{2y+2} - \frac{1}{3} = 0; \quad \frac{3(2y+2) - 3y - y(2y+2)}{3y(2y+2)} = 0;$
 $3y(2y+2) \neq 0; 6y + 6 - 3y - 2y^2 - 2y = 0; -2y^2 + y + 6 = 0; | \cdot (-1); 2y^2 - y - 6 = 0;$
 $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49;$
 $y_1 = \frac{1-7}{4} = -1,5; x_1 = 2 \cdot (-1,5) + 2, x_1 = -1; y_2 = \frac{1+7}{4} = 2; x_2 = 2 \cdot 2 + 2, x_2 = 6.$
 Ответ: $(-1; -1,5), (6; 2).$
- г) $\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{12}{xy} + \frac{3}{y} = 1; \\ x - y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{4}{y+1} - \frac{12}{(y+1)y} + \frac{3}{y} = 1; \\ x = y + 1; \end{cases} \quad \frac{4}{y+1} - \frac{12}{(y+1)y} + \frac{3}{y} - 1 = 0;$
 $\frac{4y - 12 + 3(y+1) - (y+1)y}{(y+1)y} = 0;$
 $(y+1)y \neq 0; 4y - 12 + 3y + 3 - y^2 - y = 0; -y^2 + 6y - 9 = 0; | \cdot (-1); y^2 = 6y + 9 = 0;$
 $(y-3)^2 = 0; y - 3 = 0; y = 3; x = 3 + 1, x = 4. \text{ Ответ: } (4; 3).$
125. а) $\begin{cases} a + b = 3; \\ a - b = 1; \end{cases} \quad a = 2; 2 + b = 3; b = 1. \text{ Ответ: } (2; 1).$
 $2a = 4;$

$$6) \begin{cases} a+2b=5; \\ -a+7b=13; \end{cases} b=2; a+2 \cdot 2=5; a=1. \text{ Ответ: } (1; 2).$$

$$\underline{9b=18;}$$

$$a) \begin{cases} 2a+3b=3; \\ 2a-3b=9; \end{cases} a=3; 2 \cdot 3+3b=3; 3b=-3; b=-1. \text{ Ответ: } (3; -1).$$

$$\underline{4a=12;}$$

$$r) \begin{cases} 3a+5b=8; \\ -3a+b=-2; \end{cases} b=1; 3a+5 \cdot 1=8; 3a=3; a=1. \text{ Ответ: } (1; 1).$$

$$\underline{6b=6;}$$

$$126. a) \begin{cases} 40m+3n=-10; \\ 20m-7n=-5; \end{cases} \cdot (-2) \begin{cases} 40m+3n=-10; \\ -10m+14n=10; \end{cases} n=0; 40m+3 \cdot 0=-10; m=-0,25.$$

$$\underline{17n=0;}$$

Ответ: $(-0,25; 0)$.

$$6) \begin{cases} 3m+2n=0,5; \\ 2m+5n=4; \end{cases} \cdot (-2) \begin{cases} -6m-4n=-1; \\ 6m+15n=12; \end{cases} n=1; 3m+2 \cdot 1=0,5; 3m=-1,5; m=-0,5.$$

$$\cdot (+3) \quad \underline{11n=11;}$$

Ответ: $(-0,5; 1)$.

$$a) \begin{cases} 5m+2n=1; \\ 15m+3n=3; \end{cases} \cdot (-3) \begin{cases} -15m-6n=-3; \\ 15m+3n=3; \end{cases} n=0; 5m+2 \cdot 0=1; m=0,2. \text{ Ответ: } (0,2; 0).$$

$$\underline{-3n=0;}$$

$$r) \begin{cases} 4m+7n=11; \\ 5m-2n=3; \end{cases} \cdot 2 \begin{cases} 8m+14n=22; \\ 35m-14n=21; \end{cases} m=1; 4 \cdot 1+7n=11; 7n=7; n=1. \text{ Ответ: } (1; 1).$$

$$\cdot 7 \quad \underline{43m=43;}$$

$$127. a) \begin{cases} x^2+y^2=61; \\ x^2-y^2=11; \end{cases} x^2=36; 36+y^2=61; y^2=25; x=\pm 6; y=\pm 5.$$

$$\underline{2x^2-72;}$$

Ответ: $(6; 5), (-6; 6), (6; -5), (-6; -5)$.

$$6) \begin{cases} 2x^2-y^2=41; \\ 2x^2+y^2=59; \end{cases} x^2=25; 2 \cdot 25-y^2=41; y^2=9; x=\pm 5; y=\pm 3.$$

$$\underline{4x^2=100;}$$

Ответ: $(5; 3), (-5; 3), (5; -3), (-5; -3)$.

$$a) \begin{cases} x^2-3y^2=22; \\ x^2+3y^2=28; \end{cases} x^2=25; 25-3y^2=22; 3y^2=3; y^2=1; x=\pm 5; y=\pm 1.$$

$$\underline{2x^2=50;}$$

Ответ: $(5; 1), (-5; 1), (5; -1), (-5; -1)$.

$$r) \begin{cases} x^2-2y^2=14; \\ x^2+2y^2=18; \end{cases} x^2=16; 16-2y^2=14; 2y^2=2; y^2=1; x=\pm 4; y=\pm 1.$$

$$\underline{2x^2=32;}$$

Ответ: $(4; 1), (-4; 1), (4; -1), (-4; -1)$.

$$128. a) \begin{cases} x^2y^2+xy=2; \\ 2x+y=3; \end{cases} \text{ Пусть } xy=t, \text{ тогда } x^2y^2=t^2; t^2+t=2; t^2+t-2=0; t_1=-2; t_2=1;$$

$$1) \begin{cases} xy=-2; \\ 2x+y=3; \end{cases} \begin{cases} x \cdot (3-2x)=-2; \\ y=3-2x; \end{cases} 3x-2x^2=-2; -2x^2+3x+2=0; 2x^2-3x-2=0;$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}; y_1 = 3 - 2 \left(-\frac{1}{2}\right) = 4; x_2 = 2; y_2 = 3 - 2 \cdot 2 = -1;$$

$$2) \begin{cases} xy = 1; \\ 2x + y = 3; \end{cases} \begin{cases} x(3-2x) = 1; \\ y = 3-2x; \end{cases} 3x - 2x^2 = 1; -2x^2 + 3x - 1 = 0; 2x^2 - 3x + 1 = 0;$$

$$x_1 = \frac{1}{2}; y_1 = 3 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 2; x_2 = 1; y_2 = 3 - 2 \cdot 1 = 1. \text{ Ответ: } \left(-\frac{1}{2}; 4\right), (2; -1), \left(\frac{1}{2}; 2\right), (1; 1).$$

$$6) \begin{cases} 3(x-y) - 2(x-y)^2 = -2; \\ 2x+7y = -5; \end{cases} \text{ Пусть } x - y = t, \text{ тогда } (x - y)^2 = t^2;$$

$$3t - 2t^2 = -2; -2t^2 + 3t + 2 = 0; 2t^2 - 3t - 2 = 0; t_1 = -\frac{1}{2}; t_2 = 2;$$

$$1) \begin{cases} x - y = -\frac{1}{2}; \\ 2x + 7y = -5; \end{cases} \cdot (-2) \begin{cases} -2x + 2y = 1; \\ 2x + 7y = -5; \end{cases} y = -\frac{4}{9}; x - \left(-\frac{4}{9}\right) = -\frac{1}{2}; x + \frac{4}{9} = -\frac{1}{2}; x = -\frac{1}{2} - \frac{4}{9} = -\frac{17}{18};$$

$$\left(-\frac{17}{18}; -\frac{4}{9}\right);$$

$$2) \begin{cases} x - y = 2; \\ 2x + 7y = -5; \end{cases} \cdot 7 \begin{cases} 7x - 7y = 14; \\ 2x + 7y = -5; \end{cases} x = 1; 1 - y = 2; y = -1; (1; -1). \text{ Ответ: } \left(-\frac{17}{18}; -\frac{4}{9}\right), (1; -1).$$

$$в) \begin{cases} 5 \frac{x}{y} + \left(\frac{x}{y}\right)^2 = 14; \\ 5x + 3y = 13; \end{cases} \text{ Пусть } \frac{x}{y} = t; \text{ тогда } \left(\frac{x}{y}\right)^2 = t^2; 5t + t^2 = 14; t^2 + 5t - 14 = 0; t_1 = -7; t_2 = 2;$$

$$1) \begin{cases} \frac{x}{y} = -7; \\ 5x + 3y = 13; \end{cases} \begin{cases} x = -7y; \\ 5(-7y) + 3y = 13; \end{cases} \begin{cases} x = -7y; \\ -35y + 3y = 13; \end{cases} \begin{cases} x = -7y; \\ -32y = 13; \end{cases} \begin{cases} x = -7y; \\ y = -\frac{13}{32}; \end{cases} \begin{cases} x = -7 \cdot \left(-\frac{13}{32}\right); \\ y = -\frac{13}{32}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{91}{32}; \\ y = -\frac{13}{32}; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{x}{y} = 2; \\ 5x + 3y = 13; \end{cases} \begin{cases} x = 2y; \\ 5(2y) + 3y = 13; \end{cases} \begin{cases} x = 2y; \\ 10y + 3y = 13; \end{cases} \begin{cases} x = 2y; \\ 13y = 13; \end{cases} \begin{cases} x = 2y; \\ y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 2; \\ y = 1. \end{cases}$$

$$\text{ Ответ: } \left(\frac{91}{32}; -\frac{13}{32}\right), (2; 1).$$

$$г) \begin{cases} 4(x+y)^2 - 7(x+y) = 15; \\ 5x - 2y = 1; \end{cases} \text{ Пусть } x + y = t, \text{ тогда } (x + y)^2 = t^2; 4t^2 - 7t = 15; 4t^2 - 7t - 15 = 0;$$

$$D = 49 = 4 \cdot 4 \cdot (-15) = 289; t_1 = \frac{7-17}{8} = -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4}; t_2 = \frac{7+17}{8} = 3;$$

$$д) \begin{cases} x + y = -\frac{5}{4}; \\ 5x - 2y = 1; \end{cases} \cdot 2 \begin{cases} 2x + 2y = -2,5; \\ 5x - 2y = 1; \end{cases} x = -\frac{1,5}{7} = -\frac{3}{14}; -\frac{3}{14} + y = -\frac{5}{4}; y = \frac{5}{4} + \frac{3}{14} = -\frac{29}{28}; \left(-\frac{3}{14}; -\frac{29}{28}\right);$$

$$2) \begin{cases} x + y = 3; \\ 5x - 2y = 1; \end{cases} \cdot 2 \begin{cases} 2x + 2y = 6; \\ 5x - 2y = 1; \end{cases} x = 1; 1 + y = 3; y = 2; (1; 2). \text{ Ответ: } \left(-\frac{3}{14}; -\frac{29}{28}\right), (1; 2).$$

129. а) $\begin{cases} xy(x+y)=6; \\ xy+(x+y)=5; \end{cases}$ Пусть $xy = a$, $x + y = b$; $\begin{cases} ab=6; & a_1=2; & b_1=3; \\ a+b=5; & a_2=3; & b_2=2; \end{cases}$

1) $\begin{cases} xy=2; & x_1=1; & y_1=2; \\ x+y=3; & x_2=2; & y_2=1; \end{cases}$ (1; 2), (2; 1);

2) $\begin{cases} xy=3; & (2-y) \cdot y=3; & \begin{cases} 2y-y^2-3=0; \\ y^2-2y+3=0; \end{cases} \\ x+y=2; & x=2-y; & \begin{cases} x=2-y; \\ x=2-y; \end{cases} \end{cases}$

$y^2 - 2y + 3 = 0$; $D = 4 - 4 \cdot 3 = -8 < 0$; нет решений. Ответ: (1; 2), (2; 1).

6) $\begin{cases} 3(x-y)^2 + 2(x+2y)^2 = 5; \\ 2(x+2y) - x + y = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} 3(x-y)^2 + 2(x+2y)^2 = 5; \\ 2(x+2y) - (x-y) = 1; \end{cases}$ Пусть $x - y = a$; $x + 2y = b$;

$\begin{cases} 3a^2 + 2b^2 = 5; \\ 2b - a = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} 3(2b-1)^2 + 2b^2 = 5; \\ a = 2b - 1; \end{cases}$ $\begin{cases} 3(4b^2 - 4b + 1) + 2b^2 = 5; \\ 14b^2 - 12b - 2 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 12b^2 - 12b + 3 + 2b^2 - 5 = 0; \\ 7b^2 - 6b - 1 = 0; \end{cases}$

$b_1 = -\frac{1}{7}$, $a_1 = 2 \left(-\frac{1}{7}\right) - 1 = -\frac{2}{7} - 1 = -\frac{9}{7}$; $b_2 = 1$; $a_2 = 2 \cdot 1 - 1 = 2$;

1) $\begin{cases} x-y = -\frac{9}{7}; \\ x+2y = -\frac{1}{7}; \end{cases}$ $\left| \cdot 2 \right. \begin{cases} 2x-2y = -\frac{8}{7}; \\ x+2y = -\frac{1}{7}; \end{cases}$ $x = -\frac{19}{7}$; $3 = -\frac{19}{21}$; $-\frac{19}{21} - y = -\frac{9}{7}y = -\frac{19}{21} + \frac{9}{7} = -\frac{9}{21} + \frac{27}{21} = \frac{8}{21}$;

$\left(-\frac{19}{21}; \frac{8}{21}\right)$;

2) $\begin{cases} x-y=1; \\ x+2y=1; \end{cases}$ $\left| \cdot 2 \right. \begin{cases} 2x-2y=2; \\ x+2y=1; \end{cases}$ $x = 1$; $1 - y = 1$; $y = 0$; (1; 0). Ответ: $\left(-\frac{19}{21}; \frac{8}{21}\right)$, (1; 0).

в) $\begin{cases} 5(x+y) + 4xy = 32; \\ xy(x+y) = 12; \end{cases}$ Пусть $x + y = a$; $xy = b$; $\begin{cases} 5a + 4b = 32; \\ ab = 12; \end{cases}$ $\begin{cases} b = 8 - \frac{5}{4}a; \\ a\left(8 - \frac{5}{4}a\right) = 12; \end{cases}$

$8a - \frac{5}{4}a^2 - 12 = 0$; $\left| \cdot (-4) \right. 5a^2 - 32a + 48 = 0$; $D = 1024 = 960 = 64$;

$a_1 = \frac{32-8}{10} = \frac{12}{5}$; $b_1 = 8 - \frac{5}{4} \cdot \frac{12}{5} = 8 - 3 = 5$; $a_2 = \frac{32+8}{10} = 4$; $b_2 = 8 - \frac{5}{4} \cdot 4 = 8 - 5 = 3$;

1) $\begin{cases} x+y = \frac{12}{5}; \\ xy = 5; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{12}{5} - y; \\ \left(\frac{12}{5} - y\right)y = 5; \end{cases}$ $\frac{12}{5}y - y^2 - 5 = 0$; $\left| \cdot (-5) \right. 5y^2 - 12y + 25 = 0$;

$D = 144 - 500 = -356 < 0$; нет решений.

2) $\begin{cases} x+y=4; \\ xy=3; \end{cases}$ $x_1=1$; $y_1=3$; $x_2=3$; $y_2=1$. Ответ: (1; 3), (3; 1).

г) $\begin{cases} 2(x+y)^2 + 3(x+2y) = 5; \\ 3(x+2y) - 2x - 2y = 5; \end{cases}$ $\begin{cases} 2(x+y)^2 + 3(x+2y) = 5; \\ 3(x+2y) - 2(x+y) = 5; \end{cases}$ Пусть $x + y = a$; $x + 2y = b$;

$\begin{cases} 2a^2 + 3b = 5; \\ 3b - 2a = 5; \end{cases}$ $\begin{cases} 2a^2 + 3b = 5; \\ 2a = 3b - 5; \end{cases}$ $\begin{cases} 2(1,5b - 2,5)^2 + 3b = 5; \\ a = 1,5b - 2,5; \end{cases}$ $2(2,25b^2 - 7,5b + 6,25) + 3b = 5$;

$4,5b^2 - 15b + 12,5 + 3b - 5 = 0$;

$$4,5b^2 - 12b + 7,5 = 0; \left| \frac{2}{3} \right|; 3b^2 - 8b + 5 = 0; b_1 = 1; b_2 = \frac{5}{3}; a_1 = 1,5 \cdot 1 - 2,5; a_1 = -1;$$

$$a_2 = 1,5 \cdot \frac{5}{3} - 2,5; a_2 = 0;$$

$$1) \begin{cases} x+y=-1; \\ x+2y=1; \end{cases} \cdot (-1) \begin{cases} -x-y=1; \\ x+2y=1; \end{cases} \begin{cases} x+2=-1; \\ x=-3; \end{cases} \\ y=2;$$

$$2) \begin{cases} x+y=0; \\ x+2y=\frac{5}{3}; \end{cases} \cdot (-1) \begin{cases} -x-y=0; \\ x+2y=\frac{5}{3}; \end{cases} x+\frac{5}{3}=0; x=-\frac{5}{3}. \text{ Ответ: } (-3; 2), \left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right) \\ y=\frac{5}{3};$$

$$130. \text{ а)} \begin{cases} x+y=6; \\ x^2-y^2=12; \end{cases} \begin{cases} x+y=6; \\ (x+y)(x-y)=12; \end{cases} \begin{cases} x+y=6; \\ 6(x-y)=12; \end{cases} \begin{cases} x+y=6; \\ x-y=2; \end{cases} \begin{cases} x=4; \\ 4+y=6; \end{cases} \begin{cases} y=2. \\ 2x=8; \end{cases}$$

Ответ: (4; 2).

$$6) \begin{cases} x-y=1; \\ x^2+y^2=5; \end{cases} \begin{cases} x=y+1; \\ (y+1)^2+y^2=5; \end{cases} y^2+2y+1+y^2-5=0; 2y^2+2y-4=0 \mid :2; y^2+y-2=0; \\ y_1=-2; x_1=-2+1; x_1=-1; y_2=1; x_2=1+1; x_2=2. \text{ Ответ: } (-1; -2), (2; 1).$$

$$в) \begin{cases} x-y=2; \\ x^2-y^2=8; \end{cases} \begin{cases} x-y=2; \\ (x-y)(x+y)=8; \end{cases} \begin{cases} x-y=2; \\ 2(x+y)=8; \end{cases} \begin{cases} x-y=2; \\ x+y=4; \end{cases} \begin{cases} x=3; \\ 3-y=2; \end{cases} \begin{cases} y=1. \\ 2x=6; \end{cases} \text{ Ответ: } (3; 1).$$

$$г) \begin{cases} x+y=5; \\ x^2+y^2=17; \end{cases} \begin{cases} x=5-y; \\ (5-y)^2+y^2=17; \end{cases} 25-10y+y^2+y^2-17=0; 2y^2-10y+8=0 \mid :2; \\ y^2-5y+4=0; y_1=1; x_1=5-1; x_1=4; y_2=4; x_2=5-4; x_2=1. \text{ Ответ: } (4; 1), (1; 4).$$

$$131. \begin{cases} x^2-y^2=3; \\ x^4-y^4=15; \end{cases} \begin{cases} x^2-y^2=3; \\ (x^2-y^2)(x^2+y^2)=15; \end{cases} \begin{cases} x^2-y^2=3; \\ 3(x^2+y^2)=15; \end{cases} \begin{cases} x^2-y^2=3; \\ x^2+y^2=5; \end{cases} \begin{cases} x^2=4; \\ x=\pm 2; \end{cases} \begin{cases} 1 \\ 2x^2=8; \end{cases}$$

$$4-y^2=3; y^2=1; y=\pm 1. \text{ Ответ: } (2; 1), (-2; 1), (2; -1), (-2; -1).$$

$$6) \begin{cases} x^2-2y^2=1; \\ x^4+3y^4=129; \end{cases} \text{ Пусть } x^2=a; y^2=b; \begin{cases} a-2b=1; \\ a^2+3b^2=129; \end{cases} \begin{cases} a=2b+1; \\ (2b+1)^2+3b^2=129; \end{cases} \\ 4b^2+4b+1+3b^2-129=0; 7b^2+4b-128=0; D=16-4 \cdot 7 \cdot (-128)=16+3584=3600; \\ b_1=\frac{-4-60}{14}=-\frac{32}{7}; b_2=\frac{-4+60}{14}=4; a_1=2 \cdot \left(-\frac{32}{7}\right)+1=-\frac{64}{7}+1=-\frac{57}{7}; a_2=2 \cdot 4+1=9;$$

$$1) \begin{cases} x^2=-\frac{57}{7}; \\ y^2=-\frac{32}{7}; \end{cases} \text{ нет решений;}$$

$$2) \begin{cases} x^2=9; \\ y^2=4; \end{cases} x=\pm 3; y=\pm 2. \text{ Ответ: } (3; 2), (-3; 2), (3; -2), (-3; -2).$$

$$в) \begin{cases} 2x^2-3y^2=15; \\ x^4-y^4=80; \end{cases} \text{ Пусть } x^2=a; y^2=b; \begin{cases} 2a-3b=15; \\ a^2-b^2=80; \end{cases} \begin{cases} 2a=15+3b; \\ a^2-b^2=80; \end{cases} \begin{cases} a=7,5+1,5b; \\ (7,5+1,5b)^2-b^2=80; \end{cases}$$

$$56,25+22,5b+2,25b^2-b^2-80=0; 1,25b^2+22,5b-23,75=0 \mid :4;$$

$$5b^2+90b-95=0 \mid :5; b^2+18b-19=0; b_1=-19; a_1=7,5+1,5 \cdot (-19)=-21;$$

$$b_2=1; a_2=7,5+1,5 \cdot 1=9;$$

$$1) \begin{cases} x^2 = -21; \\ y^2 = -19; \end{cases} \text{ нет решений;}$$

$$2) \begin{cases} x^2 = 9; \\ y^2 = 1; \end{cases} \begin{cases} x = \pm 3; \\ y = \pm 1; \end{cases} \text{ Ответ: } (3; 1), (-3; 1), (3; -1), (-3; -1).$$

$$г) \begin{cases} x^2 + y^2 = 10; \\ x^4 + y^4 = 82; \end{cases} \text{ Пусть } x^2 = a; y^2 = b;$$

$$\begin{cases} a+b=10; \\ a^2+b^2=82; \end{cases} \begin{cases} a=10-b; \\ (10-b)^2+b^2=82; \end{cases} 100-20b+b^2+b^2-82=0; 2b^2-20b+18=0 \mid : 2; \\ b^2-10b+9=0; b_1=1; a_1=10-1=9; b_2=9; a_2=10-9=1;$$

$$1) \begin{cases} x^2 = 9; \\ y^2 = 1; \end{cases} \begin{cases} x = \pm 3; \\ y = \pm 1; \end{cases} 2) \begin{cases} x^2 = 1; \\ y^2 = 3; \end{cases} \begin{cases} x = \pm 1; \\ y = \pm \sqrt{3}. \end{cases} \text{ Ответ: } (3; 1), (-3; -1), (-3; 1), (3; -1), (1; \sqrt{3}), (-1; \sqrt{3}), (1; -\sqrt{3}), (-1; -\sqrt{3}).$$

$$132. \text{ а) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 9; \\ xy = 20; \end{cases} \begin{cases} x^2 - y^2 = 9; \\ x^2 y^2 = 400; \end{cases} \text{ пусть } x^2 = a; y^2 = b; \begin{cases} a-b=9; \\ ab=400; \end{cases} \begin{cases} a=b+9; \\ (b+9) \cdot b=400; \end{cases} b^2+9b-400=0; \\ b_1 = -25; a_1 = -25+9 = -16; b_2 = 16; a_2 = 16+9 = 25;$$

$$1) \begin{cases} x^2 = -16; \\ y^2 = -25; \end{cases} \text{ нет решений;}$$

$$2) \begin{cases} x^2 = 25; \\ y^2 = 16; \end{cases} \begin{cases} x = \pm 5; \\ y = \pm 4; \end{cases} \text{ так как } xy = 20, \text{ то они должны быть одного знака.}$$

$$\text{ Ответ: } (5; 4), (-5; -4).$$

$$б) \begin{cases} xy = 2; \\ 9x^2 + y^2 = 13; \end{cases} \mid \cdot 6 \begin{cases} 6xy = 12; \\ 9x^2 + y^2 = 13; \end{cases} \text{ сложим оба уравнения и из второго уравнения вычтем}$$

$$\text{ первое, получим: } \begin{cases} 9x^2 + 6xy + y^2 = 25; \\ 9x^2 - 6xy + y^2 = 1; \end{cases} \begin{cases} (3x+y)^2 = 25; \\ (3x-y)^2 = 1; \end{cases} \begin{cases} 3x+y = \pm 5; \\ 3x-y = \pm 1; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} 3x+y=5; \\ 3x-y=1; \end{cases} x = 1; 3 \cdot 1 + y = 5; y = 2; 2) \begin{cases} 3x+y=5; \\ 3x-y=-1; \end{cases} x = -\frac{2}{3}; 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + y = -5; y = 2;$$

$$3) \begin{cases} 3x+y=-5; \\ 3x-y=1; \end{cases} x = -\frac{2}{3}; 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + y = -5; y = 3; 4) \begin{cases} 3x+y=-5; \\ 3x-y=-1; \end{cases} x = -1; 3 \cdot (-1) + y = -5; y = -2.$$

$$\text{ Ответ: } (1; 2), \left(\frac{2}{3}; 2\right), \left(-\frac{2}{3}; -3\right), (-1; -2).$$

$$в) \begin{cases} x^2 + y^2 = 20; \\ xy = 8; \end{cases} \mid \cdot 2 \begin{cases} x^2 + y^2 = 20; \\ 2xy = 16; \end{cases} \text{ сложим два уравнения и из первого уравнения вычтем}$$

$$\text{ второе, получим: } \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 36; \\ x^2 - 2xy + y^2 = 4; \end{cases} \begin{cases} (x+y)^2 = 36; \\ (x-y)^2 = 4; \end{cases} \begin{cases} x+y = \pm 6; \\ x-y = \pm 2; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x+y=6; \\ x-y=2; \end{cases} x = 4, y = 2; 2) \begin{cases} x+y=6; \\ x-y=-2; \end{cases} x = 2, y = 4; 3) \begin{cases} x+y=-6; \\ x-y=2; \end{cases} x = -2, y = -4;$$

$$4) \begin{cases} x+y=-6; \\ x-y=-2; \end{cases} x = -4, y = -2. \text{ Ответ: } (4; 2), (2; 4), (-2; 4), (-4; -2).$$

$$\text{r)} \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 34; \\ xy = 20; \end{cases} \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 34; \\ x^2 y^2 = 400; \end{cases} \text{ пусть } x^2 = a; y^2 = b; \begin{cases} 2a - b = 34; \\ ab = 400; \end{cases} \begin{cases} b = 2a - 34; \\ a(2a - 34) = 400; \end{cases}$$

$$2a^2 - 34a - 400 = 0 \mid : 2; a^2 - 17a - 200 = 0; a_1 = -8; b_1 = 2 \cdot (-8) - 34 = -50;$$

$$a_2 = 25; b_2 = 2 \cdot 25 - 34 = 16;$$

$$1) \begin{cases} x^2 = -8; \\ y^2 = -50; \end{cases} \text{ нет решений;}$$

$$2) \begin{cases} x^2 = 25; \\ y^2 = 16; \end{cases} \begin{cases} x = \pm 5; \\ y = \pm 4; \end{cases} \text{ так как } xy = 20, \text{ то они должны быть одного знака.}$$

Ответ: (5; 4), (-5; -4).

$$133. \text{ a)} \begin{cases} x^2 - 2y = 3; \\ x^2 y = 27; \end{cases} \text{ пусть } x^2 = t; \begin{cases} t - 2y = 3; \\ ty = 27; \end{cases} \begin{cases} t - 2y + 3; \\ (2y + 3)y = 27; \end{cases}$$

$$2y^2 + 3y - 27 = 0; D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-27) = 225;$$

$$y_1 = \frac{-3-15}{4} = -4,5; t_1 = 2 \cdot (-4,5) + 3 = -6; y_2 = \frac{-3+15}{4} = 3; t_2 = 2 \cdot 3 + 3 = 9;$$

$$1) x^2 = -6; \text{ нет решений; } 2) x^2 = 9; x = \pm 3. \text{ Ответ: } (3; 3), (-3; 3).$$

$$6) \begin{cases} x^2 + y = 10; \\ x^4 + x^2 y = 90; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y = 10; \\ x^2(x^2 + y) = 90; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y = 10; \\ x^2 \cdot 10 = 90; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y = 10; \\ x^2 = 9; \end{cases} \begin{cases} 9 + y = 10; \\ x^2 = 9; \end{cases} \begin{cases} y = 1; \\ x = \pm 3. \end{cases}$$

Ответ: (3; 1), (-3; 1).

$$\text{в)} \begin{cases} x + y^2 = 2; \\ 2y^2 + x^2 = 3; \end{cases} \begin{cases} y^2 = 2 - x; \\ 2(2 - x) + x^2 = 3; \end{cases} 4 - 2x + x^2 - 3 = 0; x^2 - 2x + 1 = 0; (x - 1)^2 = 0;$$

$$x = 1; y^2 = 2 - 1; y = \pm 1. \text{ Ответ: } (1; 1), (1; -1).$$

$$\text{r)} \begin{cases} x^2 + y^4 = 5; \\ xy^2 = 2; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 5; \\ x^2 y^4 = 4; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x^2 = 1; \\ y^4 = 4; \end{cases} \begin{cases} x = 1; \\ y = \pm \sqrt{2}; \end{cases} 2) \begin{cases} x^2 = 4; \\ y^4 = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 2; \\ y = \pm 1; \end{cases} \text{ так как } xy^2 = 2, \text{ то } x > 0.$$

Ответ: (1; $\sqrt{2}$), (1; $-\sqrt{2}$), (2; 1), (2; -1).

$$134. \text{ a)} \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 2; \\ 2x^2 - y^2 + 2x - y = 4; \end{cases} x^2 + x - 2 = 0; x_1 = -2; x_2 = 1;$$

$$\frac{3x^2 + 3x = 6; \mid : 3}$$

$$1) x = -2; 4 + y^2 + 0 + y = 2; y^2 + y = 0; y(y + 1) = 0; y = 0 \text{ или } y = -1; (-2; 0), (-2; 1);$$

$$2) x = 1; 1 + y^2 + 1 + y = 2; y^2 + y = 0; y(y + 1) = 0; y = 0 \text{ или } y = -1; (1; 0), (1; -1).$$

Ответ: (-2; 0), (-2; -1), (1; 0), (1; -1).

$$6) \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 3y = 31; \\ x^2 + y^2 - 2x - y = 15; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 3y = 31; \\ -x^2 - y^2 + 2x + y = -15; \end{cases}$$

$$\frac{4y = 16;}$$

$$y = 4; x^2 + 16 - 2x + 21 = 31; x^2 - 2x - 3 = 0; x_1 = -1; x_2 = 3. \text{ Ответ: } (-1; 4), (3; 4).$$

$$\text{в)} \begin{cases} x^2 + y^2 - 5x + y = 2; \mid \cdot (-5) \\ 5y^2 + 5x^2 + x + 5y = 36; \end{cases} \begin{cases} -5x^2 - 5y^2 + 25x - 5y = -10; \\ 5y^2 + 5x^2 + x + 5y = 36; \end{cases}$$

$$\frac{26x = 26;}$$

$$x = 1; 1 + y^2 - 5 + y - 2 = 0; y^2 + y - 6 = 0; y_1 = -3; y_2 = 2. \text{ Ответ: } (1; -3), (1; 2).$$

$$\text{r)} \begin{cases} 3x^2 + y^2 + 3x + y = 18; \\ x^2 - y^2 + x - y = 6; \end{cases} x^2 + x - 6 = 0; x_1 = -3; x_2 = 2;$$

$$\frac{4x^2 + 4x = 24; \mid : 4}$$

$$1) x = -3; 9 - y^2 - 3 - y = 6; -y^2 - y = 0; -y(y + 1) = 0; y_1 = 0; y_2 = -1;$$

$$2) x = 2; 4 - y^2 + 2 - y = 6; -y^2 - y = 0; -y(y + 1) = 0; y_1 = 0; y_2 = -1.$$

Ответ: $(-3; 0)$, $(-3; -1)$, $(2; 0)$, $(2; -1)$.

135.

(6.16)

$$\begin{cases} (x+y)^2 - (x-y) - 8 = 0; \\ (x+y)^2 + (x-y) - 10 = 0; \end{cases}$$

$$2(x+y)^2 - 18 = 0;$$

$$2(x+y)^2 = 18; (x+y)^2 = 9; 9 + (x-y) - 10 = 0; x-y = 1;$$

$$1) \begin{cases} x+y=3; \\ x-y=1; \end{cases} x=2; y=1; 2) \begin{cases} x+y=-3; \\ x-y=-1; \end{cases} x=-1; y=-2. \text{ Ответ: } (2; 1), (-1; -2).$$

$$\frac{2x=4;}{2x=-2;}$$

$$6) \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}; \\ x-y=6; \end{cases} x \neq 0; y \neq 0; \text{ пусть } \frac{x}{y} = t, \text{ тогда } \frac{y}{x} = \frac{1}{t};$$

$$t + \frac{1}{t} = \frac{10}{3} \quad | \cdot 3t; 3t^2 + 3 = 10t; 3t^2 - 10t + 3 = 0; t_1 = 3; t_2 = \frac{1}{3};$$

$$1) \begin{cases} \frac{x}{y} = 3; \\ x-y=6; \end{cases} \begin{cases} x=3y; \\ 3y-y=6; \end{cases} \begin{cases} x=3y; \\ 2y=6; \end{cases} \begin{cases} x=9; \\ y=3; \end{cases} 2) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{3}; \\ x-y=6; \end{cases} \begin{cases} y=3x; \\ x-3x=6; \end{cases} \begin{cases} y=3x; \\ -2x=6; \end{cases} \begin{cases} y=-9; \\ x=-3. \end{cases}$$

Ответ: $(9; 3)$, $(-3; 9)$.

$$в) \begin{cases} 2x+y+(x-2y)^2=3; \\ x^2-4xy+4y^2=9-3(2x+y); \end{cases} \begin{cases} 2x+y+(x-2y)^2=3; \\ (x-2y)^2+3(2x+y)=0; \end{cases} \text{ пусть } 2x+y=a; (x-2y)^2=b;$$

$$\begin{cases} a+b=3; \\ 3a+b=9; \end{cases} | \cdot (-1) \quad \begin{cases} -a-b=-3; \\ 3a+b=9; \end{cases} \quad a=3; b=0; \\ \frac{2a=6;}{2a=6;}$$

$$\begin{cases} 2x+y=3; \\ (x-2y)^2=0; \end{cases} \begin{cases} 2x+y=3; \\ x-2y=0; \end{cases} \begin{cases} 4x+y=3; \\ x=2y; \end{cases} \begin{cases} 5y=3; \\ x=2y; \end{cases} \begin{cases} y=0,6; \\ x=1,2. \end{cases} \text{ Ответ: } (1,2; 0,6).$$

$$г) \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{17}{4}; \\ x+y=10; \end{cases} x \neq 0; y \neq 0; \text{ пусть } \frac{x}{y} = t; \text{ тогда } \frac{y}{x} = \frac{1}{t};$$

$$t + \frac{1}{t} = \frac{17}{4} \quad | \cdot 4t; 4t^2 + 4 = 17t; 4t^2 - 17t + 4 = 0; t_1 = \frac{1}{4}; t_2 = 4;$$

$$1) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{4}; \\ x+y=10; \end{cases} \begin{cases} y=4x; \\ 4x+x=10; \end{cases} \begin{cases} y=4x; \\ 5x=10; \end{cases} \begin{cases} y=8; \\ x=2; \end{cases} 2) \begin{cases} \frac{x}{y} = 4; \\ x+y=10; \end{cases} \begin{cases} x=4y; \\ 4y+y=10; \end{cases} \begin{cases} x=4y; \\ 5y=10; \end{cases} \begin{cases} x=8; \\ y=2. \end{cases}$$

Ответ: $(2; 8)$, $(8; 2)$.

$$136. \text{ а) } \begin{cases} x^2 - 3x - 2y = 4; \\ x^2 + x - 3y = 18; \end{cases} | \cdot (-1) \quad \begin{cases} -x^2 + 3x + 2y = -4; \\ x^2 + x - 3y = 18; \end{cases} \text{ сложим два уравнения и запишем результат}$$

$$\text{ вместе с одним из уравнений в систему: } \begin{cases} 4x - y = 14; \\ x^2 + x - 3y = 18; \end{cases} \begin{cases} y = 4x - 14; \\ x^2 + x - 3(4x - 14) = 18; \end{cases}$$

$$x^2 + x - 12x + 42 - 18 = 0; x^2 - 11x + 24 = 0; x_1 = 3; y_1 = 4 \cdot 3 - 14 = -2;$$

$$x_2 = 8; y_2 = 4 \cdot 8 - 14 = 18. \text{ Ответ: } (3; -2), (8; 18).$$

$$б) \begin{cases} xy + x = 56; \\ xy + y = 54; \end{cases} | \cdot (-1) \quad \begin{cases} xy + x = 56; \\ -xy - y = -54; \end{cases} \text{ сложим два уравнения и запишем результат вместе}$$

с одним из уравнений в систему: $\begin{cases} x-y=2; \\ xy+y=54; \end{cases} \begin{cases} x=y+2; \\ (y+2)y+y=54; \end{cases}$

$y^2 + 2y + y - 54 = 0; y^2 + 3y - 54 = 0; y_1 = -9; x_1 = -9 + 2 = -7;$
 $y_2 = 6; x_2 = 6 + 2 = 8.$ *Ответ:* $(-7; -9), (8; 6).$

в) $\begin{cases} x^2 + 2x + 3y = 3; \\ x^2 + x + 2y = 4; \end{cases} \begin{cases} x^2 + 2x + 3y = 3; \\ -x^2 - x - 2y = -4; \end{cases}$ сложим два уравнения и запишем результат

вместе с одним из уравнений в систему: $\begin{cases} x+y=-1; \\ x^2+x+2y=4; \end{cases} \begin{cases} y=-1-x; \\ x^2+x+2(-1-x)=4; \end{cases}$

$x^2 + x - 2 - 2x - 4 = 0; x^2 - x - 6 = 0; x_1 = -2; y_1 = -1 - (-2) = 1;$
 $x_2 = 3; y_2 = -1 - 3 = -4.$ *Ответ:* $(-2; 1), (3; -4).$

г) $\begin{cases} 3x-xy=10; \\ y+xy=6; \end{cases}$ сложим два уравнения и запишем результат вместе с одним из

уравнений в систему: $\begin{cases} 3x+y=16; \\ 3x-xy=10; \end{cases} \begin{cases} y=16-3x; \\ 3x-x(16-3x)=10; \end{cases}$

$3x - 16x + 3x^2 - 10 = 0; 3x^2 - 13x - 10 = 0; D = 169 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 289;$
 $x_1 = \frac{13-17}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}; y_1 = 16 - 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = 18; x_2 = \frac{13+17}{6} = 5; y_2 = 16 - 3 \cdot 5 = 1.$

Ответ: $\left(-\frac{2}{3}; 18\right); (5; 1).$

137. а) $\begin{cases} x+y=-2; \\ x^2+2xy+y^2=1-xy; \end{cases} \begin{cases} x+y=-2; \\ (x+y)^2=1-xy; \end{cases} \begin{cases} x+y=-2; \\ (-2)^2=1-xy; \end{cases} \begin{cases} x+y=-2; x_1=-3; y_1=1; \\ xy=-3; x_2=1; y_2=-3. \end{cases}$

Ответ: $(-3; 1), (1; -3).$

б) $\begin{cases} 2x-y=3; \\ 4x^2-4xy+y^2=2x+3y; \end{cases} \begin{cases} 2x-y=3; \\ (2x-y)^2=2x+3y; \end{cases} \begin{cases} 2x-y=3; \\ 3^2=2x+3y; \end{cases} \begin{cases} 2x-y=3; \\ 2x+3y=9; \end{cases} \begin{cases} -2x+y=-3; \\ 2x+3y=9; \end{cases} \begin{matrix} 4y=6; \\ \hline \end{matrix}$

$y = 1,5; 2x - 1,5 = 3; 2x = 4,5; x = 2,25.$ *Ответ:* $(2,25; 1,5).$

в) $\begin{cases} x^2=6xy+9y^2=x-y; \\ x-3y=-1; \end{cases} \begin{cases} (x-3y)^2=x-y; \\ x-3y=-1; \end{cases} \begin{cases} (-1)^2=x-y; \\ x-3y=-1; \end{cases} \begin{cases} x-y=1; \\ x-3y=-1; \end{cases} \begin{cases} x-y=1; \\ -x+3y=1; \end{cases} \begin{matrix} 2y=2; \\ \hline \end{matrix}$

$y = 1; x - 1 = 1; x = 2.$ *Ответ:* $(2; 1).$

г) $\begin{cases} x+2y=2; \\ x^2+4y+4y^2=2y+4x; \end{cases} \begin{cases} x+2y=2; \\ (x+2y)^2=2y+4x; \end{cases} \begin{cases} x+2y=2; \\ 2^2=2y+4x; \end{cases} \begin{cases} x+2y=2; \\ 4x+2y=4; \end{cases} \begin{cases} -x-2y=-2; \\ 4x+2y=4; \end{cases} \begin{matrix} 3x=2; \\ \hline \end{matrix}$

$x = \frac{2}{3}; \frac{2}{3} + 2y = 2; 2y = 2 - \frac{2}{3}; 2y = \frac{4}{3}; y = \frac{2}{3}.$ *Ответ:* $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$

138. а) $\begin{cases} xy-2x+3y=6; \\ 2xy-3x+5y=11; \end{cases} \begin{cases} -2xy+4x-6y=-12; \\ 2xy-3x+5y=11; \end{cases} \begin{cases} x-y=-1; \\ xy-2x+3y=6; \end{cases} \begin{cases} x=y-1; \\ (y-1)y-2(y-1)+3y=6; \end{cases}$

$y^2 - y - 2y + 2 + 3y - 6 = 0; y^2 - 4 = 0; y^2 = 4; y = \pm 1;$
 $x_1 = 1 - 1 = 0; x_2 = -1 - 1 = -2.$ *Ответ:* $(0; 1), (-2; -1).$

б) $\begin{cases} y^2+3x-y=1; \\ y^2+6x-2y=1; \end{cases} \begin{cases} -y^2-3x+y=-1; \\ y^2+6x-2y=1; \end{cases} \begin{cases} 3x-y=0; \\ y^2+3x-y=1; \end{cases} \begin{cases} y=3x; \\ (3x)^2+3x-3x=1; \end{cases}$

$9x^2 = 1; x^2 = \frac{1}{9}; x = \pm \frac{1}{3}; y = \pm 1.$ *Ответ:* $\left(\frac{1}{3}; 1\right); \left(-\frac{1}{3}; -1\right)$

в) $\begin{cases} x^2+3x-4y=20; \\ x^2-2x+y=-5; \end{cases} \begin{cases} x^2+3x-4y=20; \\ -x^2+2x-y=5; \end{cases} \begin{cases} 5x-5y=25; \\ x^2+3x-4y=20; \end{cases} \begin{cases} x-y=5; \\ x^2+3x-4y=20; \end{cases}$

$$\begin{cases} y = x - 5; \\ x^2 + 3x - 4(x - 5) = 20; \end{cases} \quad x^2 + 3x - 4x + 20 = 20; \quad x^2 - x = 0; \quad x(x - 1) = 0;$$

$$x_1 = 0; \quad y_1 = 0 - 5 = -5; \quad x_2 = 1; \quad y_2 = 1 - 5 = -4. \quad \text{Ответ: } (0; -5), (1; -4).$$

$$r) \begin{cases} x + xy + y = 5; \\ xy - 2x - 2y + 4 = 0; \end{cases} \cdot (-1) \quad \begin{cases} xy + x + y = 5; \\ -xy + 2x + 2y = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 3y = 9; \\ xy + x + y = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 3; \\ xy + x + y = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - y; \\ (3 - y)y + 3 - y + y = 5; \end{cases} \quad 3y - y^2 + 3 - 5 = 0; \quad -y^2 + 3y - 2 = 0; \quad | \cdot (-1) \quad y^2 - 3y + 2 = 0;$$

$$y_1 = 1; \quad x_1 = 3 - 1 = 2; \quad y_2 = 2; \quad x_2 = 3 - 2 = 1. \quad \text{Ответ: } (2; 1), (1; 2).$$

$$139. \text{ a) } \begin{cases} (x-2)(y-3) = 1; \\ \frac{x-2}{y-3} = 1; \end{cases} \quad y \neq 3; \quad \begin{cases} (x-2)(y-3) = 1; \\ x-2 = y-3; \end{cases} \quad \begin{cases} (x-2)^2 - 1; \\ x-2 = y-3; \end{cases} \quad \begin{cases} x-2 = \pm 1; \\ x-2 = y-3; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x-2 = 1; \\ y = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3; \\ y = 4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x-2 = -1; \\ y-3 = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1; \\ y = 2. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (3; 4), (1; 2).$$

$$6) \begin{cases} (x-3)(y-2) = 3; \\ \frac{y-2}{x-3} = 3; \end{cases} \quad x \neq 3; \quad \begin{cases} (x-3)(y-2) = 3; \\ y-2 = 3(x-3); \end{cases} \quad \begin{cases} 3(x-3)^2 = 3; \\ y-2 = 3(x-3); \end{cases} \quad \begin{cases} (x-3)^2 = 1; \\ y-2 = 3(x-3); \end{cases} \quad \begin{cases} x-3 = \pm 1; \\ y-2 = 3(x-3); \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x-3 = 1; \\ y-2 = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4; \\ y = 5; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x-3 = -1; \\ y-2 = -3; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2; \\ y = -1. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (4; 5), (2; -1).$$

$$a) \begin{cases} \frac{x+1}{y-3} = 1; \\ (x+1)(y-3) = 4; \end{cases} \quad y \neq 3; \quad \begin{cases} x+1 = y-3; \\ (x+1)^2 = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} x+1 = y-3; \\ x+1 = \pm 2; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x+1 = 2; \\ y-3 = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1; \\ y = 5; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x+1 = -2; \\ y-3 = -2; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3; \\ y = 1. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (1; 5), (-3; 1).$$

$$r) \begin{cases} (x+3)(y-1) = 8; \\ \frac{x+3}{y-1} = 2; \end{cases} \quad y \neq 1; \quad \begin{cases} (x+3)(y-1) = 8; \\ (x+3) = 2(y-1); \end{cases} \quad \begin{cases} 2(y-1)^2 = 8; \\ x+3 = 2(y-1); \end{cases} \quad \begin{cases} (y-1)^2 = 4; \\ x+3 = 2(y-1); \end{cases} \quad \begin{cases} y-1 = \pm 2; \\ x+3 = 2(y-1); \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} y-1 = 2; \\ x+3 = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3; \\ x = 1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y-1 = -2; \\ x+3 = -4; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -1; \\ x = -7. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (1; 3), (-7; -1).$$

$$140. \text{ a) } \begin{cases} (x+2y)^2 + (y-2x)^2 = 90; \\ x+2y + (y-2x) = 12; \end{cases} \quad \text{пусть } x + 2y = a; \quad y - 2x = b; \quad \begin{cases} a^2 + b^2 = 90; \\ a + b = 12; \end{cases} \quad \begin{cases} (12-b)^2 + b^2 = 90; \\ a = 12 - b; \end{cases}$$

$$144 - 24b + b^2 + b^2 - 90 = 0; \quad 2b^2 - 24b + 54 = 0; \quad | : 2 \quad b^2 - 12b + 27 = 0;$$

$$b_1 = 3; \quad a_1 = 12 - 3 = 9; \quad b_2 = 9; \quad a_2 = 12 - 9 = 3;$$

$$1) \begin{cases} x+2y = 9; \\ y-2x = 3; \end{cases} \quad | \cdot 2 \quad \begin{cases} 2x+4y = 18; \\ -2x+y = 3; \end{cases} \quad y = 4.2; \quad x + 2 \cdot 4.2 = 9; \quad x = 9 - 8.4 = 0.6. \quad (0.6; 4.2);$$

$$2) \begin{cases} x+2y = 3; \\ y-2x = 9; \end{cases} \quad | \cdot 2 \quad \begin{cases} 2x+4y = 6; \\ -2x+y = 9; \end{cases} \quad y = 3; \quad x + 2 \cdot 3 = 3; \quad x = 3 - 6 = -3; \quad (-3; 3).$$

$$\text{Ответ: } (0.6; 4.2), (-3; 3).$$

$$6) \begin{cases} x + y + \frac{x}{y} = 15; \\ \frac{(x+y)x}{y} = 56; \end{cases} \quad y \neq 0; \quad \text{пусть } x + y = a; \quad \frac{x}{y} = b; \quad \begin{cases} a + b = 15; \\ ab = 56; \end{cases} \quad a_1 = 7; \quad b_1 = 8; \quad a_2 = 8; \quad b_2 = 7;$$

$$1) \begin{cases} x+y=7; \\ \frac{x}{y}=8; \end{cases} \begin{cases} 8y+y=7; \\ x=8y; \end{cases} \begin{cases} 9y=7; \\ x=8y; \end{cases} \begin{cases} y=\frac{7}{9}; \\ x=\frac{56}{9}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x+y=8; \\ \frac{x}{y}=7; \end{cases} \begin{cases} 7y+y=8; \\ x=7y; \end{cases} \begin{cases} 8y=8; \\ x=7y; \end{cases} \begin{cases} y=1; \\ x=7. \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{56}{9}; \frac{7}{9}\right)$; $(7; 1)$.

$$в) \begin{cases} x+y+\frac{x}{y}=9; \\ \frac{(x+y)x}{y}=20; \end{cases} \quad y \neq 0; \text{ пусть } x+y=a; \frac{x}{y}=b; \begin{cases} a+b=9; \\ ab=20; \end{cases} \quad a_1=4; b_1=5; a_2=5; b_2=4;$$

$$1) \begin{cases} x+y=4; \\ \frac{x}{y}=5; \end{cases} \begin{cases} 5y+y=5; \\ x=5y; \end{cases} \begin{cases} 6y=4; \\ x=5y; \end{cases} \begin{cases} y=\frac{2}{3}; \\ x=\frac{10}{3}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x+y=5; \\ \frac{x}{y}=4; \end{cases} \begin{cases} 4y+y=5; \\ x=4y; \end{cases} \begin{cases} 5y=5; \\ x=4y; \end{cases} \begin{cases} y=1; \\ x=4. \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{10}{3}; \frac{2}{3}\right)$; $(4; 1)$.

$$г) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2; \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 16; \end{cases} \quad x \neq 0; y \neq 0; \text{ пусть } \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b;$$

$$\begin{cases} a-b=2; \\ a^2-b^2=16; \end{cases} \begin{cases} a-b=2; \\ (a-b)(a+b)=16; \end{cases} \begin{cases} a-b=2; \\ 2(a+b)=16; \end{cases} \begin{cases} a-b=2; \\ a+b=8; \\ 2a=10; \end{cases} \quad a=5; 5-b=2; b=3;$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x}=5; \\ \frac{1}{y}=3; \end{cases} \begin{cases} x=\frac{1}{5}; \\ y=\frac{1}{3}. \end{cases} \quad \text{Ответ: } \left(\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right)$$

141. а) $\begin{cases} (x+y)^2+2x=35-2y; \\ (x-y)^2-2y=3-2x; \end{cases} \begin{cases} (x+y)^2+2x+2y=35; \\ (x-y)^2+2x-2y=3; \end{cases} \begin{cases} (x+y)^2+2(x+y)-35=0; \\ (x-y)^2+2(x-y)-3=0; \end{cases}$
 пусть $x+y=a$; $x-y=b$; $a^2+2a-35=0$; $a_1=-7$; $a_2=5$; $b^2+2b-3=0$; $b_1=-3$; $b_2=1$;

$$1) \begin{cases} x+y=7; \\ x-y=-3; \end{cases} \quad x=-5; -5+y=-7; y=-2; \quad 2) \begin{cases} x+y=-7; \\ x-y=1; \end{cases} \quad x=-3; -3+y=-7; y=-4;$$

$$\frac{2x=-10;}{2x=-6;}$$

$$3) \begin{cases} x+y=5; \\ x-y=-3; \end{cases} \quad x=1; 1+y=5; y=4; \quad 4) \begin{cases} x+y=5; \\ x-y=1; \end{cases} \quad x=3; 3+y=5; y=2.$$

$$\frac{2x=2;}{2x=6;}$$

Ответ: $(-5; -2)$, $(-3; -4)$, $(1; 4)$, $(3; 2)$.

$$6) \begin{cases} 12(x+y)^2+x=2,5-y; \\ 6(x-y)^2+x=0,125+y; \end{cases} \begin{cases} 12(x+y)^2+(x+y)-2,5=0; \\ 6(x-y)^2+(x-y)-0,125=0; \end{cases} \quad \text{ пусть } x+y=a; x-y=b;$$

$$12a^2+a-2,5=0; D=1-4 \cdot 12 \cdot (-2,5)=1+120=121;$$

$$6b^2+b-0,125=0; D=1-4 \cdot 6 \cdot (-0,125)=1+3=4;$$

$$a_1=\frac{-1-11}{24}=-\frac{1}{2}; \quad a_2=\frac{-1+11}{24}=\frac{5}{12}; \quad b_1=\frac{-1-2}{12}=-\frac{1}{4}; \quad b_2=\frac{-1+2}{12}=\frac{1}{12};$$

$$1) \begin{cases} x+y = -\frac{1}{2}; \\ x-y = \frac{1}{4}; \end{cases} \quad x = -\frac{3}{8}; \quad -\frac{3}{8} + y = -\frac{1}{2}; \quad y = -\frac{1}{8}; \quad 2) \begin{cases} x+y = -\frac{1}{2}; \\ x-y = \frac{1}{12}; \end{cases} \quad x = -\frac{5}{24}; \quad -\frac{5}{24} + y = -\frac{1}{2}; \quad y = -\frac{7}{24};$$

$$\frac{2x = -\frac{3}{4};}{\frac{2x = -\frac{5}{12};}$$

$$3) \begin{cases} x+y = \frac{5}{12}; \\ x-y = -\frac{1}{4}; \end{cases} \quad x = \frac{1}{12}; \quad \frac{1}{12} + y = \frac{5}{12}; \quad y = \frac{1}{3}; \quad 4) \begin{cases} x+y = \frac{5}{12}; \\ x-y = \frac{1}{12}; \end{cases} \quad x = \frac{1}{4}; \quad \frac{1}{4} + y = \frac{5}{12}; \quad y = \frac{1}{6}.$$

$$\frac{2x = \frac{1}{6};}{\frac{2x = \frac{1}{2};}$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{3}{8}; -\frac{1}{8}\right); \left(-\frac{5}{24}; -\frac{7}{24}\right); \left(\frac{1}{12}; \frac{1}{3}\right); \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{6}\right).$$

$$142. \text{ a) } \begin{cases} \frac{5}{x^2-xy} + \frac{4}{y^2-xy} = -\frac{1}{6}; \\ \frac{7}{x^2-xy} - \frac{3}{y^2-xy} = \frac{6}{5}; \end{cases} \quad x \neq 0; \quad y \neq 0; \quad x \neq y \text{ пусть } \frac{1}{x^2-xy} = a; \quad \frac{1}{y^2-xy} = b;$$

$$\begin{cases} 5a+4b = -\frac{1}{6}; \\ 7a-3b = \frac{6}{5}; \end{cases} \quad \begin{cases} 15a+12b = -\frac{1}{2} = -0,5; \\ 28a-12b = \frac{24}{5} = 4,8; \\ \hline 43a = 4,3; \end{cases} \quad a = 0,1; \quad 7 \cdot 0,1 - 3b = 1,2; \quad 0,7 - 3b = 1,2;$$

$$3b = -0,5; \quad b = -\frac{1}{2} : 3 = -\frac{1}{6};$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2-xy} = \frac{1}{10}; \\ \frac{1}{y^2-xy} = -\frac{1}{6}; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-xy = 10; \\ y^2-xy = -6; \end{cases} \quad \text{сложим два уравнения и результат запишем с одним из}$$

$$\text{уравнений в систему: } \begin{cases} x^2-2xy+y^2 = 4; \\ x^2-xy = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} (x-y)^2 = 4; \\ x(x-y) = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} x-y = \pm 2; \\ x(x-y) = 10; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x-y = 2; \\ x(x-y) = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} x-y = 2; \\ x \cdot 2 = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} 5-y = 2; \\ x = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3; \\ x = 5; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x-y = -2; \\ x(x-y) = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} x-y = -2; \\ x \cdot (-2) = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} -5-y = -2; \\ x = -5; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3; \\ x = -5. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (5; 3), (-5; -3).$$

$$6) \begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} - \frac{5}{2} = 0; \\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{1}{2x-y+3} + \frac{7}{5} = 0; \end{cases} \quad \text{пусть } \frac{1}{x+y-1} = a; \quad \frac{1}{2x-y+3} = b;$$

$$\begin{cases} 4a-5b = -2,5; \\ 3a+b = -1,4; \end{cases} \quad \begin{cases} 4a-5b = -2,5; \\ 15a+5b = -7; \\ \hline 19a = -9,5; \end{cases} \quad a = -0,5; \quad 4 \cdot (-0,5) - 5b = -2,5; \quad -2 - 5b = -2,5; \quad 5b = -2 + 2,5;$$

$$5b = 0,5; b = 0,1; \begin{cases} \frac{1}{x+y-1} = -0,5 = -\frac{1}{2}; \\ \frac{1}{2x-y+3} = 0,1 = \frac{1}{10}; \end{cases} \begin{cases} x+y-1 = -2; \\ 2x-y+3 = 10; \\ 3x+2 = 8; \end{cases} \begin{cases} x+y-1 = -2; \\ 2x-y+3 = 10; \\ 3x+2 = 8; \end{cases} \begin{cases} 3x = 6; x = 2; \\ 2 + y - 1 = -2; y = -3. \end{cases}$$

Ответ: (2; -3).

§ 6. Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций

143. Пусть скорость одного поезда x км/ч, а другого — y км/ч. За 5 ч первый проехал (5 x) км, а второй — (5 y) км. Так как за 5 ч они вместе проехали 700 км, составим уравнение: $5x + 5y = 700$.

В другом случае первый поезд едет 2 ч и за это время проедет (2 x) км, а второй — 2 ч и проедет (9 y) км. Вместе они проедут 700 км. Составим уравнение: $2x + 9y = 700$.

Составим систему:
$$\begin{cases} 5x+5y=700; \\ 2x+9y=700; \end{cases} \begin{cases} | :5 \\ | \cdot (-2) \end{cases} \begin{cases} -2x-2y=-280; \\ 2x+9y=700; \end{cases}$$

$7y = 420;$
 $y = 60; 2x + 9 \cdot 60 = 700; 2x = 700 - 540; 2x = 160; x = 80.$ Ответ: 80 км/ч, 60 км/ч.

144. Пусть собственная скорость лодки x км/ч, а скорость течения y км/ч. Тогда скорость лодки по течению ($x + y$) км/ч, а против течения — ($x - y$) км/ч. За 2 ч по течению лодка проходит 2($x + y$) км, а за 2 ч 48 мин = $2 \frac{48}{60}$ ч = $2 \frac{4}{5}$ ч = 2,8 ч 2,8($x - y$) км. Оба расстояния составляют 14 км.

Составим систему уравнений:
$$\begin{cases} 2(x+y)=14; \\ 2,8(x-y)=14; \end{cases} \begin{cases} | :2 \\ | :2,8 \end{cases} \begin{cases} x+y=7; \\ x-y=5; \\ 2x=12; \end{cases} \begin{cases} x=6; \\ 6+y=7; \\ y=1. \end{cases}$$

Ответ: 6 км/ч, 1 км/ч.

145. Пусть скорость лодки x км/ч, а скорость течения y км/ч. Тогда скорость лодки по течению равна ($x + y$) км/ч, а против течения — ($x - y$) км/ч. За 45 мин = $\frac{3}{4}$ ч по течению лодка прошла $\frac{3}{4}(x+y)$ км, что составляет 9 км, а против течения за 1 ч 15 мин = $\frac{5}{4}$ ч

лодка прошла $\frac{5}{4}(x-y)$, что составляет 10 км.

Составим систему:
$$\begin{cases} \frac{3}{4}(x+y)=9; \\ \frac{5}{4}(x-y)=10; \end{cases} \begin{cases} \frac{3}{4}x+\frac{3}{4}y=9; \\ \frac{5}{4}x-\frac{5}{4}y=10; \end{cases} \begin{cases} | \cdot 5 \\ | \cdot 3 \end{cases} \begin{cases} \frac{15}{4}x+\frac{15}{4}y=45; \\ \frac{15}{4}x-\frac{15}{4}y=30; \\ \frac{30}{4}x=75; \end{cases}$$

$x = 10; \frac{3}{4}(10+y)=9; 10 + y = 12; y = 2.$ Ответ: 10 км/ч, 2 км/ч.

146. Пусть одно число x , а другое — y .

Составим систему:
$$\begin{cases} x+y=12; \\ xy=35; \end{cases} \begin{cases} x_1=5; \\ x_2=7; \end{cases} \begin{cases} y_1=7; \\ y_2=5. \end{cases} \text{ Ответ: это числа 5 и 7.}$$

147. Пусть одно число x , а другое — y .

Составим систему:
$$\begin{cases} x+y=46; \\ x^2+y^2=1130; \end{cases} \begin{cases} x=46-y; \\ (46-y)^2+y^2=1130; \end{cases}$$

$2116 - 92y + y^2 + y^2 - 1130 = 0; 2y^2 - 92y + 986 = 0; | : 2; y^2 - 46y + 493 = 0;$
 $y_1 = 17; x_1 = 46 - 17 = 29; y_2 = 29; x_2 = 46 - 29 = 17.$ Ответ: это числа 17 и 29.

148. Пусть одно число x , а другое — y .

Составим систему:
$$\begin{cases} x-y=24; \\ xy=481; \end{cases} \begin{cases} x=24+y; \\ (24+y)y=481; \end{cases} \quad 24y + y^2 = 481; y^2 + 24y - 481 = 0;$$

$y_1 = -37$; $x_1 = 24 - 37 = -13$ — не удовлетворяет условию; $y_2 = 13$; $x_2 = 24 + 13 = 37$.
 Ответ: это числа 13 и 37.

149. Пусть одно число x , а другое — y .

$$(7.7) \text{ Составим систему: } \begin{cases} x - y = 16; \\ x^2 + y^2 - xy = 553; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 16 + y; \\ (16 + y)^2 + y^2 - (16 + y)y = 553; \end{cases}$$

$$256 + 32y + y^2 + y^2 - 16y - y^2 - 553 = 0; y^2 + 16y - 297 = 0;$$

$y_1 = -27$; $x_1 = 16 - 27 = -11$ — не удовлетворяет условию; $y_2 = 11$; $x_2 = 16 + 11 = 27$.

Ответ: 27, 11.

150. Пусть одно число x , а другое — y .

$$(7.8) \text{ Составим систему: } \begin{cases} x + y = 50; \\ x^2 - y^2 - xy = 11; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 50 - y; \\ (50 - y)^2 - y^2 - y(50 - y) = 11; \end{cases}$$

$$2500 - 100y + y^2 - y^2 - 50y + y^2 - 11 = 0; y^2 - 150y + 2489 = 0;$$

$y_1 = 19$; $x_1 = 50 - 19 = 31$; $y_2 = 131$; $x_2 = 50 - 131 = -81$ — не удовлетворяет условию.

Ответ: 31 и 19.

151. Пусть количество десятков x , а количество единиц y . Тогда само число равно $10x + y$.

$$(7.9) \text{ Составим систему: } \begin{cases} 10x + y = 4(x + y); \\ 10x + y = 3xy; \end{cases} \quad \begin{cases} 10x + y = 4x + 4y; \\ 10x + y = 3xy; \end{cases} \quad \begin{cases} 6x = 3y; \\ 10x + y = 3xy; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x; \\ 10x + 2x = 3x \cdot 2x; \end{cases}$$

$12x = 6x^2$; $6x^2 - 12x = 0$; $6x(x - 2) = 0$; $x_1 = 0$; $y_1 = 0$ — не удовлетворяет условию;

$x_2 = 2$; $y_2 = 4$. Ответ: 24.

152. Пусть количество десятков x , а количество единиц y . Тогда само число равно $10x + y$.

$$\text{Составим систему: } \begin{cases} 10x + y = 6(x + y); \\ 10x + y - xy = 34; \end{cases} \quad \begin{cases} 10x + y = 6x + 6y; \\ 10x + y - xy = 34; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x = 5y; \\ 10x + y - xy = 34; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0,8x; \\ 10x + 0,8x - 0,8x^2 - 34 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -0,8x^2 + 10,8x - 34 = 0; \\ | \cdot (-5); 4x^2 - 54x + 170 = 0; | : 2; \end{cases}$$

$$2x^2 - 27x + 85 = 0; D = 729 - 680 = 40; x_1 = \frac{27-7}{4} = 5; y_1 = 0,8 \cdot 5 = 4;$$

$$x_2 = \frac{27+7}{4} = \frac{34}{4} = \frac{17}{2} \text{ — не удовлетворяет условию. Ответ: 54.}$$

153. Пусть количество десятков x , а количество единиц y . Тогда само число $10x + y$, тогда

(7.10) число, записанное в обратном порядке $10y + x$.

Составим систему:

$$\begin{cases} x + y = 12; \\ 10x + y + 36 = 10y + x; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 12; \\ 10x + y - 10y - x = -36; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 12; \\ 9x - 9y = -36; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 12; \\ x - y = -4; \\ 2x = 8; \end{cases}$$

$x = 4$; $4 + y = 12$; $y = 8$. Ответ: 48.

154. Пусть числитель дроби x , а знаменатель y .

(7.11) Тогда исходная дробь $\frac{x}{y}$.

$$\begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = \frac{1}{2}; \\ x^2 + y^2 = 146; \end{cases} \quad \begin{cases} 2(x+1) = y+1; \\ x^2 + y^2 = 146; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+2 = y+1; \\ x^2 + y^2 = 146; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x+1; \\ x^2 + (2x+1)^2 = 146; \end{cases}$$

$$x^2 + 4x^2 + 4x + 1 - 146 = 0; 5x^2 + 4x - 145 = 0; D = 16 - 4 \cdot 5 \cdot (-145) = 2916;$$

$$x_1 = \frac{-4-54}{10} = -5,8 \text{ — не удовлетворяет условию; } x_2 = \frac{-4+50}{10} = 5; y = 2 \cdot 5 + 1 = 11.$$

Ответ: $\frac{5}{11}$.

155. Пусть стороны прямоугольника x см и y см. По теореме Пифагора составим уравнение $x^2 + y^2 = 10^2$. Используя определение периметра прямоугольника, составим уравнение $2(x + y) = 28$.

Составим систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100; \\ 2(x + y) = 28; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 100; \\ x + y = 14; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + (14 - x)^2 = 100; \\ y = 14 - x; \end{cases}$$

$$x^2 + 196 - 28x + x^2 - 100 = 0; \quad 2x^2 - 28x + 96 = 0; \quad | : 2; \quad x^2 - 14x + 48 = 0;$$

$$x_1 = 6; y_1 = 14 - 6 = 8; x_2 = 8; y_2 = 14 - 8 = 6. \text{ Ответ: } 6 \text{ см и } 8 \text{ см.}$$

156. Пусть катеты треугольника x см и y см.

(7.13)

$$\text{Составим систему: } \begin{cases} x + y = 49; \\ x^2 + y^2 = 41^2; \end{cases} \quad \begin{cases} (x + y)^2 = 49^2; \\ x^2 + y^2 = 41^2; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 2401; \\ x^2 + y^2 = 1681; \end{cases}$$

$$2xy + 1681 = 2401; \quad 2xy = 720; \quad xy = 360.$$

$$\text{Площадь прямоугольного треугольника } S = \frac{1}{2}xy; \quad S = \frac{1}{2} \cdot 360 = 180. \text{ Ответ: } 180 \text{ см}^2.$$

157. Пусть катеты треугольника x дм и y дм.

(7.14)

$$\text{Составим систему: } \begin{cases} x - y = 23; \\ x^2 + y^2 = 37^2; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 23; \\ (y + 23)^2 + y^2 = 37^2; \end{cases}$$

$$y^2 + 46y + 529 + y^2 - 1369 = 0; \quad 2y^2 + 46y - 840 = 0; \quad | : 2; \quad y^2 + 23y - 420 = 0;$$

$$y_1 = -35 \text{ — не удовлетворяет условию; } y_2 = 12; x_2 = 12 + 23 = 35. \text{ Ответ: } 35 \text{ дм, } 12 \text{ дм.}$$

158. Пусть катеты треугольника x см и y см. Используя определение площади прямоугольного треугольника и теорему Пифагора, составим систему:

(7.15)

$$\begin{cases} \frac{1}{2}xy = 210; \\ x^2 + y^2 = 37^2; \end{cases} \cdot 4 \quad \begin{cases} 2xy = 840; \\ x^2 + y^2 = 1369; \end{cases} \quad \text{сложим уравнения и вычтем из второго уравнения первое:}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 2209; \\ x^2 - 2xy + y^2 = 529; \end{cases} \quad \begin{cases} (x + y)^2 = 2209; \\ (x - y)^2 = 529; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = \pm 47; \\ x - y = \pm 23; \end{cases}$$

$$1) \quad \begin{cases} x + y = 47; \\ x - y = 23; \end{cases} \quad x = 35; \quad 35 + y = 47; \quad y = 12; \quad 2) \quad \begin{cases} x + y = -47; \\ x - y = 23; \end{cases} \quad x = -12 \text{ — не удовлетворяет условию;}$$

$$\frac{2x = 70;}{2x = -24;}$$

$$3) \quad \begin{cases} x + y = 47; \\ x - y = -23; \end{cases} \quad x = 12; \quad 12 + y = 47; \quad y = 35; \quad 4) \quad \begin{cases} x + y = -47; \\ x - y = -23; \end{cases} \quad x = -35 \text{ — не удовлетворяет условию.}$$

$$\frac{2x = 24;}{2x = -70;}$$

Ответ: 35 см, 12 см.

159. Пусть скорость лодки x км/ч, а скорость течения реки y км/ч, тогда скорость по течению равна $(x + y)$ км/ч, а скорость против течения — $(x - y)$ км/ч. 2 км против

(7.16)

течения турист проплыл за $\frac{2}{x-y}$ ч, а 5 км по течению — за $\frac{5}{x+y}$ ч. Так как это

время одинаковое, составим уравнение $\frac{2}{x-y} = \frac{5}{x+y}$. Время из А и В и обратно равно

$$\frac{2}{x-y} + \frac{5}{x+y}, \text{ что составляет } 7 \text{ ч. Составим уравнение } \frac{2}{x-y} + \frac{5}{x+y} = 7.$$

Составим систему:

$$\begin{cases} \frac{2}{x-y} = \frac{5}{x+y}; \\ \frac{2}{x+y} + \frac{5}{x-y} = 7; \end{cases} \cdot 4 \quad \begin{cases} \frac{8}{x-y} = \frac{20}{x+y}; \\ \frac{8}{x-y} + \frac{20}{x-y} = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{8}{x-y} = \frac{20}{x+y}; \\ \frac{28}{x-y} = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{8}{4} = \frac{20}{x+y}; \\ x - y = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 10; \\ x - y = 7; \\ 2x = 14; \end{cases}$$

$$x = 7; \quad 7 + y = 10; \quad y = 3. \text{ Ответ: } 3 \text{ км/ч.}$$

160. Пусть первоначальная скорость первого пешехода x км/ч, а второго пешехода — y км/ч.

(7.17)

Первоначальное время первого пешехода $\frac{24}{x}$ ч, а второго пешехода — $\frac{24}{y}$ ч. Составим

первое уравнение: $\frac{24}{y} - \frac{24}{x} = 2$.

Увеличенная скорость первого пешехода $(x + 2)$ км/ч, а второго — $(y + 1)$ км/ч. Составим

второе уравнение: $\frac{24}{y+1} - \frac{24}{x+2} = 2$.

Составим систему:

$$\begin{cases} \frac{24}{y} - \frac{24}{x} = 2; \\ \frac{24}{y+1} - \frac{24}{x+2} = 2; \end{cases} \quad :2 \quad \begin{cases} \frac{12}{y} - \frac{12}{x} = 1; \\ \frac{12}{y+1} - \frac{12}{x+2} = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{12}{y} - \frac{12}{x} - 1 = 0; \\ \frac{12}{y+1} - \frac{12}{x+2} - 1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{12x - 12y - xy}{xy} = 0; \\ \frac{12(x+2) - 12(y+1) - (y+1)(x+2)}{(y+1)(x+2)} = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 12x - 12y - xy = 0; \\ 12x + 24 - 12y - 12 - yx - 2y - x - 2 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x - 12y - xy = 0; \\ 12x - 12y - xy - x - 2y + 10 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 12x - 12y - xy = 0; \\ 0 - x - 2y + 10 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 12x - 12y - xy = 0; \\ x = -2y + 10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12(-2y + 10) - 12y - (-2y + 10)y = 0; \\ x = -2y + 10; \end{cases} \quad -24y + 120 - 12y + 2y^2 - 10y = 0;$$

$$2y^2 - 46y + 120 = 0; \quad | : 2; \quad y^2 - 23y + 60 = 0; \quad y_1 = 3; \quad x_1 = -2 \cdot 3 + 10 = 4;$$

$y_2 = 20; \quad x_2 = -2 \cdot 20 + 10 = -30$ — не удовлетворяет условию. *Ответ:* 4 км/ч, 3 км/ч.

161. Пусть в первом зале в каждом ряду x мест, а во втором зале в каждом ряду y мест.

(7.18)

Составим уравнение, зная разность мест: $y - x = 10$.

В первом зале $\frac{350}{x}$ рядов, а во втором — $\frac{480}{y}$ рядов. Зная разность рядов, составим

уравнение $\frac{350}{x} - \frac{480}{y} = 5$.

$$\text{Составим систему: } \begin{cases} y - x = 10; \\ \frac{350}{x} - \frac{480}{y} = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 10; \\ \frac{350}{x} - \frac{480}{y} - 5 = 0; \end{cases} \quad \left\{ \frac{350(x+10) - 480x - 5x(x+10)}{x(x+10)} = 0; \right.$$

$$x(x+10) \neq 0; \quad 350x + 3500 - 480x - 5x^2 - 50x = 0; \quad -5x^2 - 180x + 3500 = 0; \quad | : (-5);$$

$$x^2 + 36x - 700 = 0; \quad x_1 = -50 \text{ — не удовлетворяет условию; } \quad x_2 = 14; \quad y_2 = 14 + 10 = 24.$$

Ответ: 14 мест, 24 места.

162. Пусть в красном зале x рядов, а в синем зале y рядов. Так как в красном зале на 2 ряда

(7.19)

больше, составим уравнение: $x - y = 2$.

В каждом ряду красного зала $\frac{320}{x}$, а синего зала $\frac{360}{y}$ мест. Так как в каждом ряду

красного зала на 4 места меньше, составим уравнение: $\frac{360}{y} - \frac{320}{x} = 4$.

Составим систему:

$$\begin{cases} x - y = 2; \\ \frac{360}{y} - \frac{320}{x} = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 2; \\ \frac{360}{y} - \frac{320}{x} - 4 = 0; \end{cases} \quad \frac{360(y+2) - 320y - 4y(y+2)}{y(y+2)} = 0;$$

$$y(y+2) \neq 0; \quad 360y + 720 - 320y - 4y^2 - 8y = 0; \quad -4y^2 + 32y + 720 = 0; \quad | : (-4);$$

$$y^2 - 8y - 180 = 0; \quad y_1 = -10 \text{ — не удовлетворяет условию; } \quad y_2 = 18; \quad x_2 = 18 + 2 = 20.$$

Ответ: 20 рядов, 18 рядов.

163. Пусть экзамен сдавали x человек, а заготовлено бумаги для y человек. Так как на

(7.20)

предыдущих экзаменах отсыялось 20 человек, составим уравнение: $y - x = 20$.

Для каждого абитуриента было заготовлено $\frac{400}{y}$ листов бумаги, а получилось по $\frac{400}{x}$ листов. Так как получилось на 1 лист больше, то составим уравнение: $\frac{400}{x} - \frac{400}{y} = 1$.

Составим систему:

$$\begin{cases} y - x = 20; \\ \frac{400}{x} - \frac{400}{y} = 1; \end{cases} \begin{cases} y = x + 20; \\ \frac{400}{x} - \frac{400}{x+20} - 1 = 0; \end{cases} \frac{400(x+20) - 400x - x(x+20)}{x(x+20)} = 0;$$

$x(x+20) \neq 0$; $400x + 8000 - 400x - x^2 - 20x = 0$; $-x^2 - 20x + 8000 = 0$; $|\cdot (-1)$;
 $x^2 + 20x - 8000 = 0$; $x_1 = -100$ — не удовлетворяет условию; $x_2 = 80$; $y_2 = 80 + 20 = 100$.
 Ответ: 80 человек.

164. Пусть первый комбайн, работая один, может выполнить задание за x ч, а второй — за y ч. Зная, что первый комбайн выполнит задание на 5 ч раньше, составим уравнение: $y - x = 5$.

За 1 час первый выполнит $\frac{1}{x}$ часть работы, а за 6 часов — $\frac{6}{x}$ работы, второй за 6 часов выполнит $\frac{6}{y}$ работы. Вместе они выполняют всю работу. Составим уравнение: $\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1$.

Составим уравнение:

$$\begin{cases} y - x = 5; \\ \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1; \end{cases} \begin{cases} y = x + 5; \\ \frac{6}{x} + \frac{6}{x+5} - 1 = 0; \end{cases} \frac{6(x+5) + 6x - x(x+5)}{x(x+5)} = 0; \quad x(x+5) \neq 0;$$

$6x + 30 + 6x - x^2 - 5x = 0$; $-x^2 + 7x + 30 = 0$; $|\cdot (-1)$; $x^2 - 7x - 30 = 0$;
 $x_1 = -3$ — не удовлетворяет условию; $x_2 = 10$. Ответ: 10 часов.

165. Пусть первая бригада может выполнить задание за x часов, а вторая — за y часов. Так как первая бригада могла бы выполнить задание на 12 ч быстрее, составим уравнение: $y - x = 12$.

Первая бригада за 1 час выполнит $\frac{1}{x}$ часть задания, а вторая за 1 час — $\frac{1}{y}$ часть задания. За 8 часов первая бригада выполнит $\frac{8}{x}$ работы, а вторая — $\frac{8}{y}$ работы. Вместе за 8 часов они выполняют всю работу. Составим уравнение: $\frac{8}{x} + \frac{8}{y} = 1$.

$$\text{Составим систему: } \begin{cases} y - x = 12; \\ \frac{8}{x} + \frac{8}{y} = 1; \end{cases} \begin{cases} y = 12 + x; \\ \frac{8}{x} + \frac{8}{12+x} - 1 = 0; \end{cases} \frac{8(12+x) + 8x - x(12+x)}{x(12+x)} = 0; \quad x(12+x) \neq 0;$$

$96 + 8x + 8x - 12x - x^2 = 0$; $-x^2 + 4x + 96 = 0$; $|\cdot (-1)$; $x^2 - 4x - 96 = 0$;
 $x_1 = -8$ — не удовлетворяет условию; $x_2 = 12$. Ответ: 12 часов.

166. Пусть первому экскаватору нужно x ч, чтобы выполнить работу, а второму — y ч. Так как первый выполнит работу на 4 ч быстрее, составим уравнение: $y - x = 4$.

За 1 час первый экскаватор выполнит $\frac{1}{x}$ часть работы, а второй — $\frac{1}{y}$ часть работы. За 3 ч 45 мин = $3\frac{3}{4}$ ч = $\frac{15}{4}$ ч первый экскаватор выполнит $\frac{15}{4x}$ работы, а второй — $\frac{15}{4y}$ работы. Вместе они выполняют всю работу. Составим уравнение: $\frac{15}{4x} + \frac{15}{4y} = 1$.

$$\text{Составим систему: } \begin{cases} y - x = 4; \\ \frac{15}{4x} + \frac{15}{4y} = 1; \end{cases} \begin{cases} y = x + 4; \\ \frac{15}{4x} + \frac{15}{4(x+4)} - 1 = 0; \end{cases} \frac{15(x+4) + 15x - 4x(x+4)}{4x(x+4)} = 0;$$

$4x(x+4) \neq 0$; $15x + 60 + 15x - 4x^2 - 16x = 0$; $-4x^2 + 14x + 60 = 0$; $|\cdot (-2)$;

$2x^2 - 7x - 30 = 0$; $D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot (-30) = 289$; $x_1 = \frac{7-17}{4} = -\frac{10}{4}$ — не удовлетворяет условию;

$x_2 = \frac{7+17}{4} = 6$; $y_2 = 6 + 4 = 10$. *Ответ:* 6 часов, 10 часов.

167. Пусть первый кран наполняет чан за x ч, а второй кран — за y ч. Так как первый (7.24) наполняет чан вдвое дольше, составим уравнение: $x = 2y$. За 1 час первый кран наполняет $\frac{1}{x}$ часть чана, в торой — $\frac{1}{y}$ часть. Вместе краны наполняют весь чан.

Составим уравнение: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$.

Составим систему: $\begin{cases} x = 2y; \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 2y; \\ \frac{1}{2y} + \frac{1}{y} = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 2y; \\ \frac{3}{2y} = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 3; \\ y = 1,5. \end{cases}$

Ответ: 3 часа, 1,5 часа.

168. Пусть пропускная способность первого крана x м³/час, а второго — y м³/час. За 3 часа (7.25) первый кран заполнит $(3x)$ м³, а за 2 часа второй кран заполнит $(2y)$ м³. Вместе они заполнят 54 м³. Составим уравнение: $3x + 2y = 54$.

Так как первый кран 1 м³ заполняет за 1 мин = $\frac{1}{60}$ ч медленнее, составим уравнение: $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{60}$.

Составим систему: $\begin{cases} 3x + 2y = 54; \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{60}; \end{cases} \begin{cases} 3x + 2y = 54; \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{y} + \frac{1}{60}; \end{cases} \begin{cases} 3x + 2y = 54; \\ \frac{1}{x} = \frac{60+y}{60y}; \end{cases} \begin{cases} 3 \cdot \frac{60y}{60+y} + 2y - 54 = 0; \\ x = \frac{60y}{60+y}; \end{cases}$

$\frac{180y}{60+y} + 2y - 54 = 0$; $\frac{180y + 2y(60+y) - 54(60+y)}{60+y} = 0$; $60 + y \neq 0$;

$180y + 120y + 2y^2 - 3240 - 54y = 0$; $2y^2 - 246y - 3240 = 0$; $| : 2$;

$y^2 + 123y - 1620 = 0$; $y_1 = -135$ — не удовлетворяет условию; $y_2 = 12$; $x = \frac{60 \cdot 12}{60 + 12} = \frac{720}{72} = 10$.

Ответ: 10 м³/час.

169. Первый тракторист может вспахать все поле за x ч, а второй — за y часов. За 1 час (7.26) первый вспахает $\frac{1}{x}$ часть поля, а второй — $\frac{1}{y}$ часть поля. За 48 часов первый вспахает

$\frac{48}{x}$ поля, а второй — $\frac{48}{y}$ поля. Вместе они вспашут все поле.

Составим уравнение: $\frac{48}{x} + \frac{48}{y} = 1$.

Половину поля первый вспахает за $\frac{x}{2}$ ч, а второй — за $\frac{y}{2}$ ч.

Составим уравнение: $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 100$.

Составим систему: $\begin{cases} \frac{48}{x} + \frac{48}{y} = 1; \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 100; \end{cases} \cdot 2 \begin{cases} \frac{48}{x} + \frac{48}{y} - 1; \\ x + y = 200; \end{cases} \begin{cases} \frac{48}{200-y} + \frac{48}{y} - 1 = 0; \\ x = 200 - y; \end{cases}$

$\frac{48y + 48(200-y) - y(200-y)}{(200-y)y} = 0$; $(200-y)y \neq 0$;

$48y + 9600 - 48y - 200y + y^2 = 0$; $y^2 - 200y + 9600 = 0$; $y_1 = 80$; $x_1 = 200 - 80 = 120$; $y_2 = 120$; $x_2 = 200 - 120 = 80$. *Ответ:* 120 часов и 80 часов.

170. Пусть первый рабочий, действуя в одиночку, выполнит задание за x ч, а второй — за y ч. За 1 час первый выполнит $\frac{1}{x}$ часть, а второй — $\frac{1}{y}$ часть. За 2 часа первый выполнит $\frac{2}{x}$ работы, а второй — $\frac{2}{y}$ работы. Составим уравнение, зная, что вместе они делают всю работу: $\frac{2}{x} + \frac{2}{y} = 1$.

40 % работы первый выполнит за $(0,4x)$ ч, а оставшиеся 60 % второй выполнит за $(0,6y)$ ч. Составим уравнение: $0,4x + 0,6y = 4$.

Составим систему:
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = 1; \\ 0,4x + 0,6y = 4; \end{cases} \quad | \cdot 5 \quad \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = 1; \\ 2x + 3y = 20; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{x} = 1 - \frac{2}{y}; \\ 2x + 3y = 20; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{x} = \frac{y-2}{y}; \\ 2x + 3y = 20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2y}{y-2}; \\ \frac{2y}{y-1} + 3y = 20; \end{cases} \quad \frac{4y + 3y(y-1) - 20(y-1)}{y-1} = 0; \quad 4y + 3y^2 - 3y - 20y + 20 = 0;$$

$$3y^2 - 19y + 20 = 0; D = 361 - 240 = 121; y_1 = \frac{19-11}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3};$$

$$x_1 = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{3}-2} = -4 \text{ — не удовлетворяет условию; } y_2 = \frac{19+11}{6} = 5; \quad x_2 = \frac{2 \cdot 5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}.$$

Ответ: 3 часа 20 мин, 5 часов.

171. Пусть число десятков числа x , а число единиц y . Тогда сумма квадратов цифр $x^2 + y^2$, что соответствует 13. Само число $10x + y$, а записанное в обратном порядке $10y + x$.

Составим систему:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13; \\ 10x + y - 9 = 10y + x; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 13; \\ 9x - 9 = 9y; \end{cases} \quad | : 9 \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 13; \\ x - 1 = y; \end{cases}$$

$$x^2 + (x-1)^2 = 13; x^2 + x^2 - 2x + 1 - 13 = 0; 2x^2 - 2x - 12 = 0 : 2; x^2 - x - 6 = 0; x_1 = -2 \text{ — не соответствует условию; } x_2 = 3; y = 3 - 1 = 2. \text{ Ответ: } 32.$$

172. Пусть количество десятков x , а количество единиц y . Само число $10x + y$, а записанное в обратном порядке $10y + x$.

Составим систему:
$$\begin{cases} (10x+y) \cdot y = 376; \\ 10x + y - (10y + x) = 45; \end{cases} \quad \begin{cases} 10xy + y^2 = 376; \\ 10x + y - 10y - x = 45; \end{cases} \quad \begin{cases} 10xy + y^2 = 376; \\ 9x - yx = 45; \end{cases} | : 9$$

$$\begin{cases} 10xy + y^2 = 376; \\ x - y = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} 10(y+5)y + y^2 = 376; \\ x = y + 5; \end{cases} \quad 10y^2 + 50y + y^2 - 376 = 0; 11y^2 + 50y - 376 = 0;$$

$$D = 2500 - 4 \cdot 11 \cdot (-376) = 19\,044; y_1 = \frac{-50-138}{22} = -\frac{188}{22} \text{ — не удовлетворяет условию;}$$

$$y_2 = \frac{-50+138}{22} = \frac{88}{22} = 4; x_2 = 4 + 5 = 9. \text{ Ответ: } 94.$$

173. Пусть одно число x , а другое y . Тогда их произведение xy , которое равно 720. Составим уравнение: $xy = 720$. Частное от деления первого на второе равно $\frac{x}{y} = 3$ (ост. 3).

Составим уравнение: $x = y \cdot 3 + 4$.

Составим систему:
$$\begin{cases} xy = 720; \\ x = 3y + 3; \end{cases} \quad \begin{cases} (3y+3)y = 720; \\ x = 3y + 3; \end{cases}$$

$$3y^2 + 3y - 720 = 0; | : 3; y^2 + y - 240 = 0; y_1 = -16 \text{ — не удовлетворяет условию; } y_2 = 15; x = 3 \cdot 15 + 3 = 48. \text{ Ответ: } 48 \text{ и } 15.$$

174. Пусть одно из чисел (большее) x , а другое y . Тогда $x - y = 7$. Верное произведение xy . Так как цифра сотен увеличена на 4, значит произведение увеличено на 400, т.е. $xy +$

+ 400. При делении получается $(xy + 400) : y = 52$ (ост. 26), т.е. $xy + 400 = 52y + 26$.

Составим систему:
$$\begin{cases} x - y = 7; \\ xy + 400 = 52y + 26; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 7; \\ (y + 7)y + 400 = 52y + 26; \end{cases}$$

$y^2 + 7y + 400 - 52y - 26 = 0; y^2 - 45y + 374 = 0; y_1 = 11; x_1 = 18; y_2 = 34; x_2 = 41.$

Ответ: 18 и 11 или 41 и 34.

175. Пусть количество десятков x , а количество единиц y . Тогда само число $10x + y$. Сумма цифр $(x + y)$, а произведение цифр xy . При первом делении получается $(10x + y) : (x + y) = 7$ (ост. 6), т.е. $10x + y = 7(x + y) + 6$. При втором делении получается $(10x + y) : (xy) = 3$ (ост. $x + y$), т.е. $10x + y = 3xy + x + y$.

Составим систему:
$$\begin{cases} 10x + y = 7(x + y) + 6; \\ 10x + y = 3xy + x + y; \end{cases} \quad \begin{cases} 10x + y = 7x + 7y + 6; \\ 10x + y - 3xy - x - y = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 10x + y - 7x - 7y = 6; \\ 9x - 3y = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 6y = 6; \\ 3x(3 - y) = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y = 2; \\ x = 0 \text{ или } y = 3. \end{cases} \quad x = 0 \text{ — не удовлетворяет условию, значит, } y = 3, x = 2 \cdot 3 + 2 = 8. \text{ Ответ: } 83.$$

176. Пусть рельсов длиной 25 м x штук, а рельсов длиной 12,5 м y штук. Тогда все рельсы длиной 25 м займут $(25x)$ м, а половина рельсов длиной 12,5 м займут $\left(\frac{1}{2} \cdot 12,5y\right)$ м.

Составим уравнение: $25x + 0,5 \cdot 12,5y = 20\,000$ м (20 км).

Все рельсы длиной 12,5 м займут $(12,5y)$ м, а $\frac{2}{3}$ рельсов длиной 25 м займут $\left(\frac{2}{3} \cdot 25x\right)$ м.

Составим уравнение: $\frac{2}{3} \cdot 25x + 12,5y = 20\,000$.

Составим систему:
$$\begin{cases} 25x + 0,5 \cdot 12,5y = 20\,000; \\ \frac{2}{3} \cdot 25x + 12,5y = 20\,000; \end{cases} \quad \begin{cases} 25x + 0,5 \cdot 12,5y = 20\,000; \\ -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 25x - 0,5 \cdot 12,5y = -10\,000; \end{cases}$$

$$\frac{25x - \frac{1}{3} \cdot 25x = 10\,000;}{25x = 15\,000;}$$

$\frac{2}{3} \cdot 25x = 10\,000; 25x = 15\,000; \frac{2}{3} \cdot 15\,000 + 12,5y = 20\,000;$

$10\,000 + 12,5y = 20\,000; 12,5(x + y) = 35\,000; x + y = 1400.$ Ответ: 1400 штук.

177. Пусть скорость мотоциклиста x км/ч, а велосипедиста — y км/ч. Разность скоростей составляет $600 \text{ м/мин} = 0,6 \text{ км/мин} = 36 \text{ км/ч}$. Составим уравнение: $x - y = 36$.

Время, потраченное мотоциклистом на весь путь $\frac{120}{x}$ ч, а велосипедистом — $\frac{120}{y}$ ч.

Составим уравнение: $\frac{120}{y} - \frac{120}{x} = 3$.

Составим систему:
$$\begin{cases} x - y = 36; \\ \frac{120}{y} - \frac{120}{x} = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 36; \\ \frac{40}{y} - \frac{40}{x} = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 36; \\ \frac{40}{y} - \frac{40}{y + 36} - 1 = 0; \end{cases}$$

$$\frac{40(y + 36) - 40y - y(y + 36)}{y(y + 36)} = 0; y(y + 36) = 0; 40y + 1440 - 40y - y^2 - 36y = 0;$$

$-y^2 - 36y + 1440 = 0; | : (-1); y^2 + 36y - 1440 = 0; y_1 = -60$ — не удовлетворяет условию; $y_2 = 24; x = 24 + 36 = 60.$ Ответ: 24 км/ч, 60 км/ч.

178. Пусть скорость первой модели x м/с, а второй — y м/с. До первой встречи первая модель проехала 21 с, а вторая — $(21 - 15)$ с, т.е. 6 с. Расстояние до первой встречи первой модели $(21x)$ м, а второй модели — $(6y)$ м. Составим уравнение: $21x + 6y = 60$. До второй встречи первая модель проехала 45 с, а вторая — $45 - 15 = 30$ с. Первая модель до второй встречи проехала $(45x)$ м, а вторая — $(30y)$ м. Общее расстояние составляет

$60 \cdot 3 = 180$ м. Составим уравнение: $45x + 30y = 60$.

$$\text{Составим систему: } \begin{cases} 21x + 6y = 60; & | :3 \\ 45x + 30y = 180; & | :(-15) \end{cases} \begin{cases} 7x + 2y = 20; \\ -3x - 2y = -12; \\ \hline 4x = 8; \end{cases}$$

$x = 2$; $7 \cdot 3 + 2y = 20$; $2y = 6$; $y = 3$. *Ответ:* 2 м/с, 3 м/с.

179. Пусть скорость первого лыжника x км/ч, а второго — y км/ч. 3 км первый лыжник проехал за $\frac{3}{x}$ ч, а второй — за $\frac{3}{y}$ ч. Так как второй стартовал позже, то он ездил на 6 мин = $\frac{1}{10}$ ч меньше. Составим уравнение: $\frac{3}{x} - \frac{3}{y} = \frac{1}{10}$.

До второй встречи первый лыжник проехал 4,6 км за $\frac{4,6}{x}$ ч, а второй — 5,4 км за $\frac{5,4}{y}$ ч.

Разность времени тоже составляет $\frac{1}{10}$ ч.

$$\text{Составим уравнение: } \frac{4,6}{x} - \frac{5,4}{y} = \frac{1}{10}.$$

$$\text{Составим систему: } \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{3}{y} = \frac{1}{10}; & | \cdot (-1,8) \\ \frac{4,6}{x} - \frac{5,4}{y} = \frac{1}{10}; \end{cases} \begin{cases} -\frac{5,4}{x} + \frac{5,4}{y} = -\frac{1,8}{10} \\ \frac{4,6}{x} - \frac{5,4}{y} = \frac{1}{10}; \\ \hline -\frac{0,8}{x} = -\frac{0,8}{10}; \end{cases}$$

$x = 10$; $\frac{3}{10} - \frac{3}{y} = \frac{1}{10}$; $\frac{3}{y} = \frac{2}{10}$; $y = 15$. *Ответ:* 10 км/ч, 15 км/ч.

180. Пусть скорость велосипедиста x км/ч, а время, через которое стартовал мотоциклист y ч. 20 км велосипедист проехал за $\frac{20}{x}$ ч, а мотоциклист за $\frac{20}{50}$ ч. Разность времени составляет y ч.

$$\text{Составим уравнение: } \frac{20}{x} - \frac{20}{50} = y.$$

До второй встречи велосипедист проехал 3 ч 20 мин = $3\frac{1}{3}$ ч и преодолел $\left(3\frac{1}{3}x\right)$ км, мотоциклист потратил $\left(3\frac{1}{3} - \frac{36}{60} - y\right)$ ч и преодолел $\left(3\frac{1}{3} - \frac{36}{60} - y\right) \cdot 50$ км. Всего они вместе проехали 140 км. Составим уравнение: $3\frac{1}{3}x + \left(3\frac{1}{3} - \frac{36}{60} - y\right) \cdot 50 = 140$.

$$\text{Составим систему: } \begin{cases} \frac{20}{x} - \frac{2}{5} = y; \\ 3\frac{1}{3}x + \left(3\frac{1}{3} - \frac{3}{5} - y\right) \cdot 50 = 140; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{20}{x} - \frac{2}{5}; \\ 3\frac{1}{3}x + \left(3\frac{1}{3} - \frac{3}{5} - \frac{20}{x} + \frac{2}{5}\right) \cdot 50 = 140; \end{cases}$$

$$3\frac{1}{3}x + \left(3\frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{20}{x}\right) \cdot 50 = 140; \quad 3\frac{1}{3}x + \left(\frac{47}{15} - \frac{20}{x}\right) \cdot 50 = 140;$$

$$\frac{10}{3}x + \left(\frac{47}{15} - \frac{20}{x}\right) \cdot 50 = 140; \quad | :10 \quad \frac{x}{3} + \left(\frac{47}{15} - \frac{20}{x}\right) \cdot 5 = 14; \quad \frac{x}{3} + \frac{47}{x} - \frac{100}{x} = 14; \quad | \cdot 3x$$

$x^2 + 47x - 300 = 42x$; $x^2 + 5x - 300 = 0$; $x_1 = -20$ — не удовлетворяет условию; $x_2 = 15$. *Ответ:* 15 км/ч.

181. Пусть скорость одного пешехода x км/ч, а второго — y км/ч. После второй встречи первый проехал $(1 \cdot x)$ км, а второй — $(2 \cdot y)$ км. Значит, все расстояние равно $x + 2,5y$. До второй встречи первый проехал $(x + 2,5y + 2,5y)$ км, а второй проехал $(x + 2,5y + x)$ км. Так как первый проехал на 4 км больше, составим уравнение: $x + 2,5y + 2,5y - (x + 2,5y + x) = 4$.

Время, потраченное первым составляет $\frac{x+2,5y+2,5y}{x}$ ч, а вторым — $\frac{x+2,5y+x}{y}$ ч. Так

как это время одинаковое, составим уравнение: $\frac{x+2,5y+2,5y}{x} = \frac{x+2,5y+x}{y}$.

Составим систему:
$$\begin{cases} x+2,5y+2,5y-x-2,5y-x=4; \\ \frac{x+5y}{x} = \frac{2x+2,5y}{y}; \end{cases} \begin{cases} 2,5y-x=4; \\ 1+5 \cdot \frac{y}{x} = 2 \cdot \frac{x}{y} + 2,5; \end{cases} \begin{cases} x=2,5y-4; \\ 2 \cdot \frac{x}{y} + 1,5 - 5 \cdot \frac{y}{x} = 0; \end{cases}$$

пусть $\frac{x}{y} = t$, тогда $\frac{y}{x} = \frac{1}{t}$; $2t + 1,5 - \frac{5}{t} = 0$; $2t^2 - 4t^2 + 3t - 10 = 0$; $D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot (-10) = 169$;

$$t_1 = \frac{-3-13}{8} = -2 \text{ — не удовлетворяет условию; } t_2 = \frac{-3+13}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4};$$

$\frac{x}{y} = \frac{5}{4}$; $x = \frac{5}{4}y = 1,25y$; $1,25y = 2,5y - 4$; $-1,25y = -4$; $y = 3,2$; $x = 4$. *Ответ:* 4 км/ч, 3,2 км/ч.

182. Пусть скорость первого поезда x км/ч, а расстояние между A и B y км. Тогда скорость

второго поезда $(x + 10)$ км/ч. В первом случае каждый поезд проедет по $\frac{y}{2}$ км, затратив на это: первый — $\frac{y}{2x}$ ч, а второй — $\frac{y}{2(x+10)}$. Так как поезд из A (первый) выедет на

2 ч раньше, то он придет на 2 ч больше. Составим уравнение: $\frac{y}{2x} - \frac{y}{2(x+10)} = 2$.

Во втором случае первый поезд за 3 ч 45 мин = $3\frac{3}{4}$ ч проедет $\left(3\frac{3}{4}x\right)$ км, а второй поезд за это время проедет $3\frac{3}{4}(x+10)$ км. Вместе они проедут y км.

Составим уравнение: $3\frac{3}{4}x + 3\frac{3}{4}(x+10) = y$.

Составим систему:
$$\begin{cases} \frac{y}{2x} - \frac{y}{2(x+10)} = 2; \\ \frac{15}{4}x + \frac{15}{4}(x+10) = y; \end{cases} \begin{cases} \frac{yx+40y-yx-4x(x+10)}{2x(x-10)} = 0; \\ \frac{15}{4}x + \frac{15}{4}x + 150 = y; \end{cases} \quad x(x+10) \neq 0;$$

$$\begin{cases} +40y - 4x^2 - 160x = 0; \\ \frac{15}{2}x + 150 = y; \end{cases} \begin{cases} +40\left(\frac{15}{2}x - 150\right) - 4x^2 - 160x = 0; \\ y = \frac{15}{2}x + 150; \end{cases}$$

$300x + 6000 - 4x^2 - 160x = 0$; $-4x^2 + 140x + 6000 = 0$; $| : (-4)$; $x^2 - 35x - 1500 = 0$;
 $x_1 = \pm 60$; $x_2 = -25$ — не удовлетворяет условию; $60 + 10 = 70$. *Ответ:* 60 км/ч, 100 км/ч.

183. Пусть скорость одной тачки x м/с, а другой — y м/с. Один оборот первая тачка

проходит за $\frac{60}{x}$ с, а вторая — за $\frac{60}{y}$ с. Так как первая тачка совершает оборот на 5 с

быстрее, составим уравнение: $\frac{60}{y} - \frac{60}{x} = 5$. За 1 мин = 60 с первая тачка проедет $(60x)$ м, а вторая — $(60y)$ м. Разность составляет: $60x - 60y = 60$.

Составим систему: $\begin{cases} \frac{60}{y} - \frac{60}{x} = 5; \\ 60x - 6y = 60; \end{cases} \quad | :5 \quad \begin{cases} \frac{12}{y} - \frac{12}{x} = 1; \\ x - y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{12x - 12y}{xy} = 1; \\ x - y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{12(x - y)}{xy} = 1; \\ x - y = 1; \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{12}{xy} = 1; \\ x - y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 12; \\ x - y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} (y+1)y = 12; \\ x = y + 1; \end{cases} \quad y^2 + y - 12 = 0; \quad y_1 = -4 \text{ — не удовлетворяет условию;} \\ y_2 = 3; \quad x = 3 + 1 = 4. \text{ Ответ: 4 м/с, 3 м/с.}$$

184. Пусть время, потраченное на движение по реке x ч, а пешком — y ч. Так как на пеший путь потрачено меньше, составим уравнение: $x - y = 4$.

Скорость туриста по реке равна $\frac{90}{x}$ км/ч, а пешком — $\frac{10}{y}$ км/ч. Если бы турист шел пешком и ехал по реке другое время, то расстояние по реке равно $\frac{90}{x} \cdot y$, а пешком — $\frac{10}{y} \cdot x$. Так как эти расстояния равны, то $\frac{90}{x} \cdot y = \frac{10}{y} \cdot x$.

Составим систему: $\begin{cases} x - y = 4; \\ \frac{90}{x} \cdot y = \frac{10}{y} \cdot x; \end{cases} \quad | :10 \quad \begin{cases} x - y = 4; \\ \frac{9y}{x} = \frac{x}{y}; \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 4; \\ x^2 = 9y^2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3y - y = 4; \\ x = 3y; \end{cases} \quad \begin{cases} 2y = 4; \\ x = 3y; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2; \\ x = 6. \end{cases}$

Ответ: 6 ч, 2 ч.

185. Пусть расстояние от А, когда плот встретил катер, равно x км, а скорость катера против течения y км/ч. Тогда скорость катера по течению $\frac{4}{3}y$ км/ч, а скорость течения $(\frac{4}{3}y - y) = \frac{1}{3}y$ км/ч.

Время, потраченное катером на путь по течению $\frac{96}{\frac{4}{3}y}$, а против течения — $\frac{96}{y}$ ч. Все потраченное время 14 ч.

Составим уравнение: $\frac{96}{\frac{4}{3}y} + \frac{96}{y} = 14$.

Время, потраченное плотом до встречи $\frac{x}{\frac{1}{6}y}$. Время, потраченное катером до встречи состоит из времени его по течению, т.е. $\frac{96}{\frac{4}{3}y}$ и времени до встречи против течения, т.е.

$\frac{96 - x}{y}$. Составим уравнение: $\frac{x}{\frac{1}{6}y} = \frac{96}{\frac{4}{3}y} + \frac{96 - x}{y}$.

Составим систему: $\begin{cases} \frac{96}{\frac{4}{3}y} + \frac{96}{y} = 14; \\ \frac{x}{\frac{1}{6}y} = \frac{96}{\frac{4}{3}y} + \frac{96 - x}{y}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{72}{y} + \frac{96}{y} = 14; \\ \frac{6x}{y} = \frac{72}{y} + \frac{96 - x}{y}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{168}{y} = 14; \\ \frac{6x}{y} + \frac{x}{y} = 14; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 12; \\ \frac{7x}{y} = 14; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 12; \\ \frac{x}{y} = 2; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 12; \\ x = 24. \end{cases}$ Ответ: 24 км.

186. Пусть первый ученик может выполнять работу за x ч, а второй — за y ч. За 1 час

(7.43)

первый ученик выполнит $\frac{1}{x}$ часть работы, а второй — $\frac{1}{y}$ часть работы. За 6 часов первый выполнит $\frac{6}{x}$ работы, а второй — $\frac{6}{y}$ работы. Вместе они выполняют всю работу.

Составим уравнение: $\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1$.

Первый половину работы выполнит за $\frac{1}{2}x$ ч, а второй $\frac{1}{2}y$ ч. Вся работа выполнена за

12,5 ч. Составим уравнение: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 12,5$.

Составим систему:

$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1; \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 12,5; \end{cases} \cdot 2 \quad \begin{cases} \frac{6y+6x}{xy} = 1; \\ x+y = 25; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{6(x+y)}{xy} = 1; \\ x+y = 25; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{6 \cdot 25}{xy} = 1; \\ x+y = 25; \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 150; \\ x+y = 25; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 10; \\ x_2 = 15; \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = 15; \\ y_2 = 10. \end{cases}$$

Ответ: 10 ч и 15 ч.

187. Пусть бригаде учеников требуется x ч для выполнения работы, а бригаде слесарей y ч. Так как бригаде слесарей нужно на 15 ч меньше, составим уравнение: $x - y = 15$. За

(7.44)

1 ч бригада учеников выполнит $\frac{1}{x}$ часть работы, а за 18 ч — $\frac{18}{x}$ работы. За 2 ч бригада слесарей выполнит $\frac{1}{y}$ часть работы, а за 6 ч — $\frac{6}{y}$ работы.

Составим уравнение: $\frac{18}{x} + \frac{6}{y} = 0,6$.

Составим систему:

$$\begin{cases} x-y=15; \\ \frac{18}{x} + \frac{6}{y} = 0,6; \end{cases} \cdot 6 \quad \begin{cases} x-y=15; \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 0,1; \end{cases} \quad \begin{cases} x=y+15; \\ \frac{3}{y+15} + \frac{1}{y} - \frac{1}{10} = 0; \end{cases} \quad \frac{30y+10(y+15)-y(y+15)}{10y(y+15)} = 0;$$

$$10y(y+15) = 0; 30y + 10y + 150 - y^2 - 15y = 0; -y^2 + 25y + 150 = 0; | \cdot (-1);$$

$$y^2 - 25y - 150 = 0; y_1 = -5 \text{ — не удовлетворяет условию}; y_2 = 30; x = 30 + 15 = 45.$$

Ответ: 45 ч.

188. Пусть оператору требуется x ч, а ученику y ч, чтобы выполнить работу. За 1 ч

(7.45)

оператор выполнит $\frac{1}{x}$ часть работы, а ученик — $\frac{1}{y}$ часть работы. За 2 ч 24 мин =

= $2\frac{24}{60}$ ч = $2\frac{2}{5}$ ч оператор выполнит $\frac{2,4}{x}$ работы, а ученик — $\frac{2,4}{y}$ работы. Вместе

они выполняют всю работу. Составим уравнение: $\frac{2,4}{x} + \frac{2,4}{y} = 1$.

За 2 ч оператор выполнит $\frac{2}{x}$ работы.

Составим уравнение: $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}$.

Составим систему:

$$\begin{cases} \frac{2,4}{x} + \frac{2,4}{y} = 1; \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}; \end{cases} \cdot (-1,2) \quad \begin{cases} \frac{2,4}{x} + \frac{2,4}{y} = 1; \\ -\frac{2,4}{x} - \frac{1,2}{y} = -0,8; \end{cases} \quad y = 6; \quad \frac{2,4}{x} + \frac{2,4}{6} = 1; \quad \frac{2,4}{x} + 0,4 = 1; \quad \frac{2,4}{x} = 0,6; \quad x = 4.$$

$$\frac{1,2}{y} = 0,2;$$

Ответ: 4 ч, 6 ч.

189. Пусть первая бригада выполнит задание за x дней, а вторая — за y дней. За 1 день

(7.46)

первая бригада выполнит $\frac{1}{x}$ часть работы, а вторая — $\frac{1}{y}$ часть работы. За 18 дней первая бригада выполнит $\frac{18}{x}$ работы, а вторая — $\frac{18}{y}$ работы, вместе они выполняют всю работу.

Составим уравнение: $\frac{18}{x} + \frac{18}{y} = 1$.

В действительности первая бригада работала $\frac{2}{3}x$ дней, а вторая — $\frac{1}{3}y$ дней. Вместе они работали 40 дней.

Составим уравнение: $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y = 40$.

Составим систему:

$$\begin{cases} \frac{18}{x} + \frac{18}{y} = 1; \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y = 40; \end{cases} \quad \left| \cdot 3 \right. \quad \begin{cases} \frac{18}{x} + \frac{18}{y} = 1; \\ 2x + y = 120; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{18}{x} + \frac{18}{120-2x} = 1; \\ y = 120-2x; \end{cases} \quad \frac{18}{x} + \frac{18}{120-2x} - 1 = 0;$$

$$\frac{18(120-2x) + 18x - x(120-2x)}{x(120-2x)} = 0;$$

$x(120-2x) \neq 0$; $2160 - 36x + 18x - 120x + 2x^2 = 0$; $2x^2 - 138x + 2160 = 0$; $| : 2$;
 $x^2 - 69x + 1080 = 0$; $x_1 = 24$; $y_1 = 120 - 2 \cdot 24 = 72$; $x_2 = 45$; $y_2 = 120 - 2 \cdot 45 = 30$.

Значение 24 и 72 дня не удовлетворяют условию, так как вторая бригада работала быстрее, а значит, времени потратила меньше.

Ответ: 45 дней, 30 дней.

190. Пусть труба наполняет бассейн за x ч, а вторая опорожняет бассейн за y ч. Так как бассейн наполняется на 2 ч дольше, составим уравнение: $x - y = 2$.

(7.47)

За 1 час первая труба наполняет $\frac{1}{x}$ часть бассейна, а из второй выливается $\frac{1}{y}$ часть бассейна. За 8 часов первая труба наполняет $\frac{8}{x}$ бассейна, а вторая опустошает $\frac{8}{y}$ бассейна. Так как бассейн был заполнен на $\frac{1}{3}$, составим уравнение: $\frac{8}{y} - \frac{8}{x} = \frac{1}{3}$.

Составим систему:

$$\begin{cases} x - y = 2; \\ \frac{8}{y} - \frac{8}{x} = \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 2; \\ \frac{8x - 8y}{xy} = \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 2; \\ \frac{8(x-y)}{xy} = \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 2; \\ \frac{8 \cdot 2}{xy} = \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 2; \\ xy = 48; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 2; \\ (y+2)y = 48; \end{cases}$$

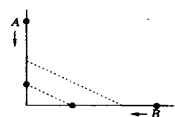
$$y^2 + 2y - 48 = 0;$$

$y_1 = -8$ — не удовлетворяет условию; $y_2 = 6$; $x = 6 + 2 = 8$.

Ответ: 8 ч, 6 ч.

191. Пусть скорость тела А равна x м/с, а тела В — y м/с. За 3 с тело А прошло $(3x)$ м и до вершины прямого угла расстояние равно $(60 - 3x)$ м, а тело В прошло $(3y)$ м и расстояние $(80 - 3y)$ м. Пользуясь теоремой Пифагора, составим уравнение: $(60 - 3x)^2 + (80 - 3y)^2 = 70^2$.

(7.48)



За 5 с тело А прошло $(5x)$ м, а тело В — $(3y)$ м, до вершины прямого угла расстояние равно $(60 - 5x)$ м и $(80 - 5y)$ м соответственно. По теореме Пифагора составим уравнение: $(60 - 5x)^2 + (80 - 5y)^2 = 50^2$.

Составим систему:

$$\begin{cases} (60-3x)^2 + (80-3y)^2 = 70^2; \\ (60-5x)^2 + (80-5y)^2 = 50^2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3600 - 360x + 9x^2 + 6400 - 480y + 9y^2 = 4900; \\ 3600 - 600x + 25x^2 + 6400 - 800y + 25y^2 = 2500; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x^2 + 9y^2 - 360x - 480y = -5100; & | :3 \\ 25x^2 + 25y^2 - 600x - 800y = -7500; & | :25 \end{cases} \begin{cases} 3x^2 + 3y^2 - 120x - 160y = 1700; \\ x^2 + y^2 - 24x - 32y = -300; & | \cdot (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 - 120x - 160y = 1700; \\ -3x^2 - 3y^2 + 72x + 96y = 900; \end{cases} \begin{cases} 3x + 4y = 50; \\ x^2 + y^2 - 24x - 32y = -300; \end{cases} \begin{cases} 3x + 4y = 50; \\ x^2 + y^2 - 8(3x + 4y) = -300; \end{cases}$$

$$\frac{-48x - 64y = -800; | :(-16)}{}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 50; \\ x^2 + y^2 - 8 \cdot 50 = -300; \end{cases} \begin{cases} 3x + 4y = 50; \\ x^2 + y^2 = 100; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{25}{2} - \frac{3}{4}x; \\ x^2 + \left(\frac{25}{2} - \frac{3}{4}x\right)^2 = 100; \end{cases} \quad x^2 + \frac{625}{4} - \frac{75}{4}x + \frac{9}{16}x^2 - 100 = 0;$$

$$\frac{25}{16}x^2 - \frac{75}{4}x + \frac{225}{4} = 0; \quad | \cdot \frac{16}{25}$$

$$x^2 - 12x + 36 = 0; (x - 6)^2 = 0; x = 6; 3 \cdot 6 + 4y = 50; 4y = 32; y = 8. \text{ Ответ: } 6 \text{ м/с, } 8 \text{ м/с.}$$

192. Пусть вкладчик положил в банк x р., а годовой процент составляет y . Так как проценты за 1999 год составили 200 р., составим уравнение: $\frac{xy}{100} = 200$.

В конце 1999 г вклад составил $x + 200$ р. После того, как вкладчик положил 1800 р., вклад составил $(x + 200 + 1800) = (x + 2000)$ р., а процент к декабрю 2002 г составил $\frac{(x + 2000)y}{100}$, а полученная сумма равна $\frac{(x + 2000)y}{100} + x + 2000$, что составляет 4400 р.

$$\text{Составим уравнение: } x + 2000 + \frac{(x + 2000)y}{100} = 4400.$$

Составим систему:

$$\begin{cases} \frac{xy}{100} = 200; \\ x + 2000 + \frac{(x + 2000)y}{100} = 4400; \end{cases} \begin{cases} xy = 20\,000; \\ x + 2000 + \frac{(x + 2000)y}{100} = 4400; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 20\,000; \\ x + \frac{20\,000 + 2000y}{100} = 2400; \end{cases} \begin{cases} xy = 20\,000; \\ x + 200 + 20y = 2400; \end{cases} \begin{cases} xy = 20\,000; \\ x = 2200 - 2y; \end{cases} \begin{cases} (2200 - 20y)y = 20\,000; \\ x = 2200 - 20y; \end{cases}$$

$$2200y - 20y^2 - 20\,000; | : (-20); y^2 - 110y + 1000 = 0; y_1 = 10; x_1 = 2200 - 20 \cdot 10 = 2000;$$

$$y_2 = 100; x_2 = 2200 - 20 \cdot 100 = 200. \text{ Ответ: } 2000 \text{ р. под } 10 \% \text{ или } 200 \text{ р. под } 100 \%.$$

193. Пусть у младшего брата x р., а процент у старшего брата y . Тогда у старшего брата $2x$ р., а процент у младшего брата $(y + 5)$. У младшего брата через год стало $x + \frac{x(y + 5)}{100}$,

что составляет 2400, а у старшего брата через год стало $2x + \frac{2xy}{100}$ что составляет 4600.

Составим систему:

$$\begin{cases} x + \frac{x(y + 5)}{100} = 2400; \\ 2x + \frac{2xy}{100} = 4600; \end{cases} \begin{cases} x + \frac{xy}{100} + \frac{5x}{100} = 2400; \\ 2\left(x + \frac{xy}{100}\right) = 4600; \end{cases} \begin{cases} 2300 + \frac{5x}{100} = 2400; \\ x + \frac{xy}{100} = 2300; \end{cases} \begin{cases} \frac{5x}{100} = 100; \\ x + \frac{xy}{100} = 2300; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2000; \\ 2000 + \frac{2000y}{100} = 2300; \end{cases} \begin{cases} x = 2000; \\ y = 15. \end{cases}$$

У старшего брата $2000 \cdot 2 = 4000$, а процент младшего брата $15 + 5 = 20$. Если бы процент поменялся, старший брат получил бы $4000 \times 20 : 100 + 4000 = 4800$ р., а младший получил бы $200 \cdot 15 : 100 + 2000 = 2300$ р. Вместе $4800 + 2300 = 7100$ р.

Ответ: 7100 р.

194. Пусть доход первого предприятия x , а второго — y . Суммарный доход $x + y$. Составим систему:

$$\begin{cases} (x+y) \cdot 3 = x+4y; \\ (x+y) \cdot 4 = kx+y; \end{cases} \text{ где } k \text{ — искомое число раз увеличения дохода первого предприятия,}$$

$$\begin{cases} 3x+3y=x+4y; \\ (x+y) \cdot 4 = kx+y; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-x=4y-3y; \\ (x+y) \cdot 4 = kx+y; \end{cases} \quad \begin{cases} y=2x; \\ (x+2x) \cdot 4 = kx+2x; \end{cases}$$

$$3x \cdot 4 = x(k+2); k+2=12; k=10. \text{ Ответ: в } 10 \text{ раз.}$$

195. Пусть масса первого товара x кг, а второго — y кг. Общее количество товара $(x+y)$ кг.

Требуется найти отношение $\frac{x}{x+y}$. Если продавать товар по 80 р., то выручка будет $(x+y) \cdot 80$. 25% от 80 р. равно 20 р., значит, новая цена второго товара $80 + 20 = 100$ р. за 1 кг. Новая цена всего товара $80x + 100y$. На 15% ниже выручки означает, что от новой цены товара нужно взять 0,85.

Составим уравнение:

$$80(x+y) = 0,85(80x+100y); 80x+80y = 68x+85y; 80x-68x = 85y-80y; 12x = 5y;$$

$$y = 2,4x;$$

$$\frac{x}{x+y} = \frac{x}{x+2,4x} = \frac{x}{3,4x} = \frac{1,5}{3,4 \cdot 5} = \frac{5}{17}. \text{ Ответ: } \frac{5}{17}.$$

196. Пусть взято x г первого раствора и y г второго раствора. Так как всего взяли 800 г, составим уравнение: $x+y=800$.

Содержание соли в первом растворе $0,4x$, во втором — $0,1y$, а в смешанном растворе $800 \cdot 0,2125$.

Составим уравнение: $0,4x + 0,1y = 170$.

$$\text{Составим систему: } \begin{cases} x+y=800; \\ 0,4x+0,1y=170; \end{cases} \begin{array}{l} | \cdot (-0,1) \\ \hline \end{array} \begin{cases} -0,1x-0,1y=-80; \\ 0,4x+0,1y=170; \end{cases} \quad \begin{array}{l} \hline \\ \hline \end{array} \begin{cases} x=300; \\ 0,3x=90; \end{cases} \quad \begin{array}{l} x=300; \\ 300+y=800; \\ y=500. \end{array}$$

Ответ: 300 г, 500 г.

197. Пусть объем 40% раствора x л, а 60% раствора — y л. В первом случае получили $(x+y+5)$ л нового раствора. Содержание соли в каждом растворе составляет $0,4x$ и $0,6y$, а в общем растворе $(x+y+5) \cdot 0,2$. Составим уравнение: $(x+y+5) \cdot 0,2 = 0,4x + 0,6y$.

Во втором случае изменятся общее содержание соли и добавляется $5 \cdot 0,6 = 4$ л соли. Составим уравнение: $(x+y+5) \cdot 0,7 = 0,4x + 0,6y + 4$.

Составим систему:

$$\begin{cases} (x+y+5) \cdot 0,2 = 0,4x+0,6y; \\ (x+y+5) \cdot 0,7 = 0,4x+0,6y+4; \end{cases} \quad \begin{cases} 0,2x+0,2y+1 = 0,4x+0,6y; \\ 0,7x+0,7y+3,5 = 0,4x+0,6y+4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,2x-0,4x+0,2y-0,6y=-1; \\ 0,7x-0,4x+0,7y-0,6y=4-3,5; \end{cases} \quad \begin{cases} -0,2x-0,4y=-1; \\ 0,3x+0,1y=0,5; \end{cases} \quad | \cdot (-4)$$

$$\begin{cases} -0,2x-0,4y=-1; \\ 1,2x+0,4y=2; \end{cases}$$

$$x=1;$$

$$0,3 \cdot 1 + 0,1y = 0,5; 0,1y = 0,2; y = 2.$$

Ответ: 1 л, 2 л.

198. Пусть масса третьего слитка x кг, а содержание в нем меди y . Если сплавить первый и третий сплавы, то масса будет $(x+5)$ кг. Содержание в нем меди $(x+5) \cdot 0,56$ кг. Медь в первом слитке $5 \cdot 0,3 = 1,5$ кг, а в третьем xy кг. Составим уравнение: $(x+5) \cdot 0,56 = 1,5 + xy$. Если сплавить второй и третий слитки, то масса будет $(x+3)$ кг, содержание меди — $(x+3) \cdot 0,6$ кг. Медь во втором слитке $3 \cdot 0,3 = 0,9$ кг.

Составим уравнение: $(x + 3) \cdot 0,6 = 0,9 + xy$.

Составим систему:

$$\begin{cases} (x+5) \cdot 0,56 = 1,5 + xy; \\ (x+3) \cdot 0,6 = 0,9 + xy; \end{cases} \begin{cases} 0,56x + 2,8 = 1,5 + xy; \\ 0,6x + 1,8 = 0,9 + xy; \end{cases} | \cdot (-1)$$

$$\begin{cases} 0,56x + 2,8 = 1,5 + xy; \\ -0,6x - 1,8 = -0,9 - xy; \end{cases}$$

$$-0,04x + 1 = 0,6;$$

$$-0,04x = -0,4; x = 10;$$

$$(10 + 3) \cdot 0,6 = 0,9 + 10y; 10y = 6,9; y = 0,69.$$

Масса трех слитков $5 + 3 + 10 = 18$ (кг). Масса меди в трех слитках $1,5 + 0,9 + 6,9 = 9,3$ (кг).

$$\text{Процентное содержание меди } \frac{9,3}{18} \cdot 100 = \frac{930}{18} = 51 \frac{12}{18} = 51 \frac{2}{3}.$$

Ответ: $51 \frac{2}{3} \%$.

ГЛАВА 3. ЧИСЛОВЫЕ ФУНКЦИИ

§ 7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛОВОЙ ФУНКЦИИ

Область определения, область значения функции

199. а) $y = x^2; x \in \mathbb{R};$

б) $y = \sqrt{x}; x \geq 0$ или $x \in [0; \infty);$

в) $y = x^3; x \in \mathbb{R};$

г) $y = \frac{1}{x}; x \neq 0; x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty).$

200. а) $y = x^2 + 8; x \in \mathbb{R};$

(8.2)

б) $y = \frac{4x-1}{5}; x \in \mathbb{R};$

в) $y = x^3 - 1; x \in \mathbb{R};$

г) $y = \frac{8x+3}{7}; x \in \mathbb{R};$

201. а) $y = \frac{2x}{x^2+1}; x \in \mathbb{R};$

(8.3)

б) $y = \frac{6x+3}{2x^2+0,5}; x \in \mathbb{R};$

в) $y = \frac{3x-4}{x^2-4}; x \in \mathbb{R};$

г) $y = \frac{4x}{3x^2+2,3}; x \in \mathbb{R};$

202. а) $y = \frac{1}{x-7}; x \neq 7; x \in (-\infty; 7) \cup (7; \infty);$

(8.4)

б) $y = \frac{4}{4x+1}; x \neq -\frac{1}{4}; x \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup \left(-\frac{1}{4}; \infty\right);$

в) $y = \frac{10}{3+x}; x \neq -3; x \in (-\infty; -3) \cup (-3; \infty);$

г) $y = \frac{6}{8+5x}; x \neq -\frac{8}{5}; x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup \left(-\frac{8}{5}; \infty\right).$

203. а) $y = \frac{2}{(x-2)^2}; x \neq 2; x \in (-\infty; 2) \cup (2; \infty);$

(8.5)

б) $y = \frac{3x}{(2x+1)^2}; x \neq -\frac{1}{2}; x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; \infty\right);$

в) $y = \frac{1-3x}{(3-x)^2}; x \neq 3; x \in (-\infty; 3) \cup (3; \infty);$

г) $y = \frac{1}{(2+3x)^2}; x \neq -\frac{2}{3}; x \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right) \cup \left(-\frac{2}{3}; \infty\right).$

204. а) $y = \frac{2x+1}{x(x+1)}$; $x \neq 0, x \neq -1$; $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; \infty)$;

б) $y = \frac{3+x^2}{x^2(x-5)}$; $x \neq 0, x \neq 5$; $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 5) \cup (5; \infty)$;

в) $y = \frac{10x^2}{x(7-x)}$; $x \neq 0, x \neq 7$; $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 7) \cup (7; \infty)$;

г) $y = \frac{8-3x}{x^2(6+x)}$; $x \neq 0, x \neq -6$; $x \in (-\infty; -6) \cup (-6; 0) \cup (0; \infty)$;

205. а) $y = \frac{10x}{(x-1)(x+2)}$;

$x \neq 1, x \neq -2$; $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1) \cup (1; \infty)$;

б) $y = \frac{12-5x}{(x+50)(2x+7)}$;

$x \neq -50, x \neq -3,5$; $x \in (-\infty; -50) \cup (-50; -3,5) \cup (-3,5; \infty)$;

в) $y = \frac{x}{(x+12)(6x-3)}$;

$x \neq -12, x \neq 0,5$; $x \in (-\infty; -12) \cup (-12; 0,5) \cup (0,5; \infty)$;

г) $y = \frac{19x+2}{(5x-4)(x-13)}$; $x \neq \frac{4}{5}$,

$x \neq 13$; $x \in (-\infty; 0,8) \cup (0,8; 13) \cup (13; \infty)$;

206. а) $y = \frac{x^2-4x-3}{x^2-5x+4} = \frac{x^2-4x-3}{(x-1)(x-4)}$;

$x \neq 1, x \neq 4$; $x \in (-\infty; 1) \cup (4; \infty)$;

б) $y = \frac{x-1}{x^2+2x-3} = \frac{x-1}{(x-1)(x+3)}$;

$x \neq 1, x \neq -3$; $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 1) \cup (1; \infty)$;

в) $y = \frac{x+3}{2x^2-9x+7} = \frac{x+3}{(x-1)(2x-7)}$;

$x \neq 1, x \neq 3,5$; $x \in (-\infty; 1) \cup (1; 3,5) \cup (3,5; \infty)$;

г) $y = \frac{2x^2-5x+2}{3x^2-x-10} = \frac{2x^2-5x+2}{(x-2)(3x+5)}$;

$x \neq 2, x \neq -\frac{5}{3}$; $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{3}\right) \cup \left(-\frac{5}{3}; 2\right) \cup (2; \infty)$.

207. а) $y = \sqrt{x-3}$; $x \geq 3$; $x \in [3; \infty)$;

б) $y = \sqrt{11-x}$; $x \leq 11$; $x \in (-\infty; 11]$;

в) $y = \sqrt{x+4}$; $x \geq -4$; $x \in [-4; \infty)$;

г) $y = \sqrt{2-x}$; $x \leq 2$; $x \in (-\infty; 2]$.

208. а) $y = \sqrt{x^2+13}$; $x \in \mathbb{R}$;

б) $y = \sqrt{x^2+1}$; $x \in \mathbb{R}$;

в) $y = \sqrt{x^2+24}$; $x \in \mathbb{R}$;

г) $y = \sqrt{22+x^2}$; $x \in \mathbb{R}$.

209. а) $y = \sqrt{x^2-9}$; $x^2-9 \geq 0$;

$(x-3)(x+3) \geq 0$;

$x \leq -3$ или $x \geq 3$;

$x \in (-\infty; -3] \cup [3; \infty)$;



б) $y = \sqrt{7-x^2}$; $7-x^2 \geq 0$; $x^2-7 \leq 0$;

$(x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7}) \leq 0$;

$-\sqrt{7} \leq x \leq \sqrt{7}$;



$$x \in [-\sqrt{7}; \sqrt{7}];$$

в) $y = \sqrt{x^2 - 144}$; $x^2 - 144 \geq 0$;
 $(x - 12)(x + 12) \geq 0$;
 $x \leq -12$ или $x \geq 12$;
 $x \in (-\infty; -12] \cup [12; \infty)$;



г) $y = \sqrt{20 - x^2}$; $20 - x^2 \geq 0$; $x^2 - 20 \leq 0$;
 $(x - \sqrt{20})(x + \sqrt{20}) \leq 0$;
 $-\sqrt{20} \leq x \leq \sqrt{20}$;
 $x \in [-\sqrt{20}; \sqrt{20}]$.



210. а) $y = \sqrt{2x - x^2}$; $2x - x^2 \geq 0$; $x(2 - x) \geq 0$; $x(x - 2) \leq 0$;

(8.12)



$$0 \leq x \leq 2; x \in [0; 2];$$

б) $y = \sqrt{\frac{1}{3}x^2 - 3}$; $\frac{1}{3}x^2 - 3 \geq 0$; $\frac{1}{3}(x^2 - 9) \geq 0$; $\frac{1}{3}(x - 3)(x + 3) \geq 0$;



$$x \leq -3 \text{ или } x \geq 3; x \in (-\infty; -3] \cup [3; \infty);$$

в) $y = \sqrt{x^2 - 5x}$; $x^2 - 5x \geq 0$; $x(x - 5) \geq 0$;



$$x \leq 0 \text{ или } x \geq 5; x \in (-\infty; 0] \cup [5; \infty);$$

г) $y = \sqrt{\frac{1}{5}x^2 - 5}$; $\frac{1}{5}x^2 - 5 \geq 0$; $\frac{1}{5}(x^2 - 25) \geq 0$; $\frac{1}{5}(x - 5)(x + 5) \geq 0$;



$$x \leq -5 \text{ или } x \geq 5; x \in (-\infty; -5] \cup [5; \infty).$$

211. а) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$; $x^2 - 6x + 5 \geq 0$; $(x - 1)(x - 5) \geq 0$;

(8.13)



$$x \leq 1 \text{ или } x \geq 5; x \in (-\infty; 1] \cup [5; \infty);$$

б) $y = \sqrt{-x^2 + 3x + 4}$; $-x^2 + 3x + 4 \geq 0$; $x^2 - 3x - 4 \leq 0$; $(x + 1)(x - 4) \leq 0$;



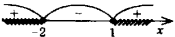
$$-1 \leq x \leq 4; x \in [-1; 4];$$

в) $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$; $x^2 - 5x + 6 \geq 0$; $(x - 2)(x - 3) \geq 0$;



$$x \leq 2 \text{ или } x \geq 3; x \in (-\infty; 2] \cup [3; \infty);$$

г) $y = \sqrt{-2 + x + x^2}$; $x^2 + x - 2 \geq 0$; $(x - 1)(x + 2) \geq 0$;



$$x \in (-\infty; -2] \cup [1; \infty).$$