

Решения

Задание 1 № 337295 тип 1

Найдите значение выражения $30 \cdot (-0,1)^3 + 7 \cdot (-0,1)^2 - 3,9$.

Решение.

Возведём в степень:

$$30 \cdot (-0,1)^3 + 7 \cdot (-0,1)^2 - 3,9 = -0,030 + 0,07 - 3,9 = -3,86.$$

Ответ: $-3,86$.

Приведём другой способ решения.

Вынесем общий множитель за скобки:

$$\begin{aligned} 30 \cdot (-0,1)^3 + 7 \cdot (-0,1)^2 - 3,9 &= (-0,1)^2 \cdot (30 \cdot (-0,1) + 7) - 3,9 = \\ &= 0,01 \cdot (-3 + 7) - 3,9 = 0,01 \cdot 4 - 3,9 = -3,86. \end{aligned}$$

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: $-3,86$

Задание 2 № 337762 тип 2

В таблице приведена стоимость работ по покраске потолков.

| Цвет потолка | Цена в рублях за 1 м ² (в зависимости от площади помещения) | | | |
|--------------|--|----------------------------|----------------------------|-------------------------|
| | до 10 м ² | от 11 до 30 м ² | от 31 до 60 м ² | свыше 60 м ² |
| белый | 105 | 85 | 70 | 60 |
| цветной | 120 | 100 | 90 | 85 |

Пользуясь данными, представленными в таблице, определите, какова будет стоимость работ, если площадь потолка 40 м², потолок цветной и действует сезонная скидка в 10%. Ответ укажите в рублях.

Решение.

При площади квартиры 40 м² цена за покраску 1 м² потолка составит 90 рублей. Значит, стоимость заказа без учёта скидки $90 \cdot 40 = 3600$ руб. Скидка составляет $0,1 \cdot 3600 = 360$ руб. Таким образом, стоимость заказа с учётом скидки составит $3600 - 360 = 3240$ руб.

Ответ: 3240.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 3240

Задание 3 № 337484 тип 3

Значение какого из данных выражений положительно, если известно, что $x > 0$, $y < 0$?
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) xy
- 2) $(x - y)y$
- 3) $(y - x)y$
- 4) $(y - x)x$

Решение.

Заметим, что $x - y > 0$, $y - x < 0$. Имеем:

- 1) $xy < 0$;
- 2) $(x - y)y < 0$;
- 3) $(y - x)y > 0$;
- 4) $(y - x)x < 0$.

Правильный ответ указан под номером: 3.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 3

Задание 4 № 351387 тип 4

Площадь территории Китая составляет 9,6 млн км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1) $9,6 \cdot 10^5$ км²
- 2) $9,6 \cdot 10^6$ км²
- 3) $9,6 \cdot 10^7$ км²
- 4) $9,6 \cdot 10^8$ км²

Решение.

Число, записанное в стандартном виде, имеет вид: $a \cdot 10^n$, где $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{Z}$. Преобразуем число к стандартному виду:

$$9,6 \text{ млн} = 9,6 \cdot 10^6.$$

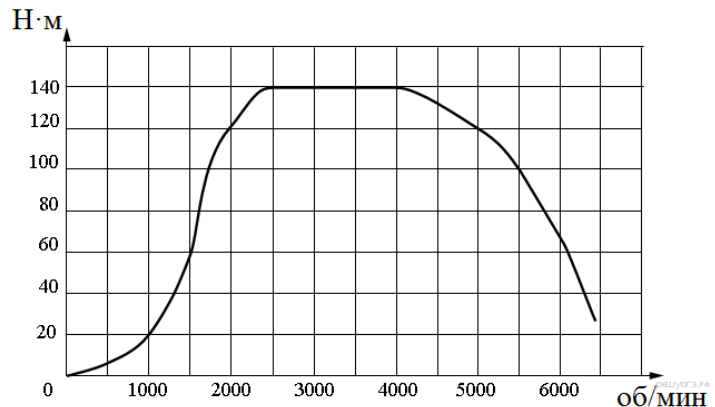
Правильный ответ указан под номером: 2.

Ответ: 2

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 2

Задание 5 № 322193 тип 5

На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. На сколько оборотов в минуту должно ускориться вращение, чтобы крутящий момент вырос с 20 Н·м до 120 Н·м?



Решение.

При крутящем моменте, равном 20 Н·м, двигатель совершает 1000 об/мин, а при крутящем моменте 120 Н·м — 2000 об/мин.

Значит, число оборотов двигателя должно возрасти на $2000 - 1000 = 1000$ об/мин.

Ответ: 1000.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 1000

Задание 6 № 314518 тип 6

Найдите наименьшее значение x , удовлетворяющее системе неравенств

$$\begin{cases} 5x + 15 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

Решение.

Решим систему:

$$\begin{cases} 5x + 15 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3, \\ x \geq -4. \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq x \leq -3.$$

Искомое наименьшее решение равно -4 .

Ответ: -4 .

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: -4

Задание 7 № 137254 тип 7

Городской бюджет составляет 45 млн. р., а расходы на одну из его статей составили 12,5%. Сколько рублей потрачено на эту статью бюджета?

Решение.

Рассчитаем, сколько рублей было потрачено на эту статью: $45000000 \cdot 0,125 = 5625000$.

Ответ: 5625000.

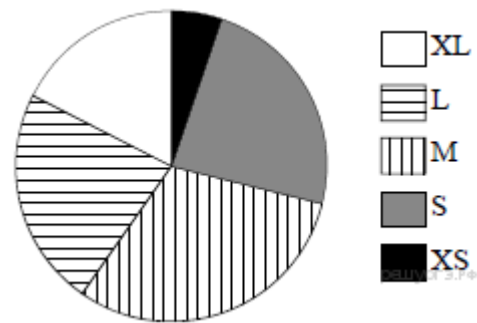
Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 5625000

Задание 8 № 333124 тип 8

В магазине продаются футболки пяти размеров: XS, S, M, L и XL. Данные по продажам в январе представлены на круговой диаграмме.

Какие утверждения относительно проданных в январе футболок **неверны**, если всего в январе было продано 150 таких футболок?

- 1) Меньше всего было продано футболок размера XS.
- 2) Меньше половины проданных футболок – футболки размеров M и L.
- 3) Меньше половины всех проданных футболок – футболки размеров S и M.
- 4) Футболка размера XL было продано меньше 40 штук.

**Решение.**

Проанализируем каждое утверждение, используя данные, представленные на диаграмме.

- 1) Сектор, соответствующий футболкам размера XS, меньше любого другого сектора. Поэтому футболка размера XS продано меньше всего. Первое утверждение верно.
- 2) Сектор, соответствующий футболкам размеров M и L, занимает более половины круга, поэтому более половины проданных футболок — футболки размера M и L. Второе утверждение неверно.
- 3) Сектор, соответствующий футболкам размера S и M, занимает более половины круга, поэтому более половины проданных футболок — футболки размера S и M. Второе утверждение неверно.
- 4) Сектор, соответствующий футболкам размера XL, занимает менее четверти круга, поскольку всего было продано 150 футболок, футболка размера XL было продано менее $\frac{1}{4} \cdot 150 = 37,5 \approx 38$ штук. Четвёртое утверждение верно.

Ответ: 23.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 23

Задание 9 № 352946 тип 9

Средний рост жителя города, в котором живет Никита, равен 169 см. Рост Никиты 183 см. Какое из следующих утверждений верно?

1. Обязательно найдется житель с ростом менее 170 см.
2. Все жители города, кроме Никиты, имеют рост меньше 169 см.
3. Все жители города ниже Никиты.
4. Обязательно найдется житель города с ростом 158 см.

Решение.

Рассмотрим каждое из утверждений:

1. Обязательно найдется житель с ростом менее 170 см - **верно**, так как средний рост жителя города равен 169 см
2. Все жители города, кроме Никиты, имеют рост меньше 169 см - **неверно**, так как сказано про средний рост
3. Все жители города ниже Никиты - **неверно**, так как сказано про средний рост
4. Обязательно найдется житель города с ростом 158 см - **неверно**, такого человека может и не быть

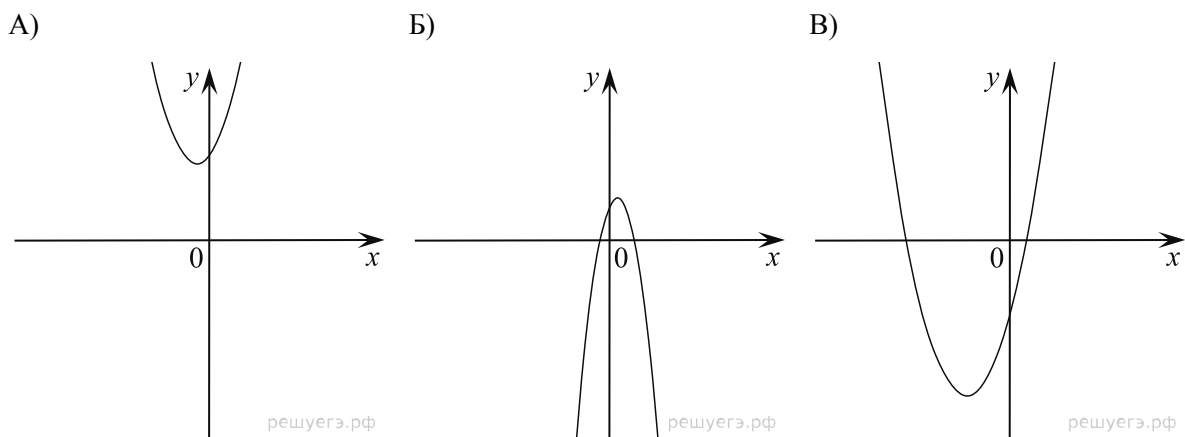
Ответ: 1.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 1

Задание 10 № 351107 тип 10

На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $a > 0, c < 0$
- 2) $a < 0, c > 0$
- 3) $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

| | | |
|---|---|---|
| А | Б | В |
|---|---|---|

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

Решение.

Если парабола задана уравнением $y = ax^2 + bx + c$, то: при $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх, а при $a < 0$ — вниз. Значение c соответствует значению функции в точке $x = 0$. Следовательно, если график пересекает ось ординат выше оси абсцисс, то значение c положительно, если ниже оси абсцисс — отрицательно.

Таким образом, функциям соответствуют следующие графики: А — 3, Б — 2, В — 1.

Ответ: 321.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 321

Задание 11 № 137297 тип 11

Последовательность задана формулой $a_n = \frac{11}{n+1}$. Сколько членов в этой последовательности больше 1?

1) 8

2) 9

3) 10

4) 11

Решение.

Дробь, числитель и знаменатель которой положительны, больше единицы, если числитель больше знаменателя. Поэтому, имеем: $n + 1 < 11 \Leftrightarrow n < 10$. Таким образом, правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 2

Задание 12 № 341493 тип 12

Найдите значение выражения $\frac{a-5x}{a} : \frac{ax-5x^2}{a^2}$ при $a = -74, x = -10$.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{a-5x}{a} : \frac{ax-5x^2}{a^2} = \frac{a-5x}{a} \cdot \frac{a^2}{ax-5x^2} = \frac{a^2(a-5x)}{ax(a-5x)} = \frac{a}{x}$$

Найдём значение выражения при $a = -74, x = -10$:

$$\frac{-74}{-10} = 7,4.$$

Ответ: 7,4.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 7,4

Задание 13 № 311824 тип 13

Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($t^{\circ}C$) в шкалу Фаренгейта ($t^{\circ}F$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 6° по шкале Фаренгейта? Ответ округлите до десятых.

Решение.

Подставим в формулу значение переменной F :

$$6 = 1,8 \cdot C + 32 \Leftrightarrow C = \frac{6 - 32}{1,8} = -14, (4) \approx -14,4.$$

Ответ: $-14,4$.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: $-14,4$

Задание 14 № 353109 тип 14

Укажите решение неравенства $2x - 8 < 4x + 6$

- 1) $(-\infty; -7)$
- 2) $(-7; +\infty)$
- 3) $(-\infty; 1)$
- 4) $(1; +\infty)$

Решение.

Последовательно получаем:

$$2x - 8 < 4x + 6 \Leftrightarrow -2x < 14 \Leftrightarrow x > -7.$$

Правильный ответ указан под номером: 2.

Ответ: 2

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 2

Задание 15 № 132772 тип 15

Сколько досок длиной 3,5 м, шириной 20 см и толщиной 20 мм выйдет из четырехугольной балки длиной 105 дм, имеющей в сечении прямоугольник размером 30 см \times 40 см?

Решение.

Найдем объем доски: $350 \cdot 20 \cdot 2 = 14\,000 \text{ см}^3$. Найдем объем балки: $1050 \cdot 30 \cdot 40 = 1\,260\,000 \text{ см}^3$.

Поэтому количество досок равно $1\,260\,000 : 14\,000 = 90$.

Ответ: 90.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 90

Задание 16 № 132776 тип 16

Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 140° . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Решение.

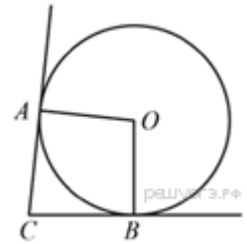
Так как сумма односторонних углов трапеции равна 180° , в условии говорится о сумме углов при основании. Поскольку трапеция является равнобедренной, углы при основании равны. Значит, каждый из них равен 70° . Сумма односторонних углов трапеции равна 180° , поэтому больший угол равен $180^{\circ} - 70^{\circ} = 110^{\circ}$.

Ответ: 110.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 110

Задание 17 № 352936 тип 17

В угол C величиной 115° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O - центр окружности. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Радиус окружности перпендикулярен касательной в точке касания, поэтому углы CAO и OBC равны 90° . Сумма углов четырёхугольника равна 360° , откуда:

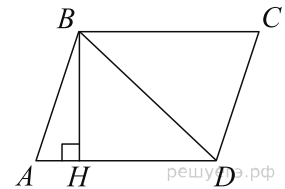
$$\angle AOB = 360^\circ - \angle CAO - \angle OBC - \angle ACB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 115^\circ = 65^\circ.$$

Ответ: 65.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 65

Задание 18 № 352200 тип 18

Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH = 2$ и $HD = 64$. Диагональ параллелограмма BD равна 80. Найдите площадь параллелограмма.



Решение.

Из прямоугольного треугольника BHD по теореме Пифагора найдём BH :

$$BH = \sqrt{BD^2 - HD^2} = \sqrt{80^2 - 64^2} = 48.$$

Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту:

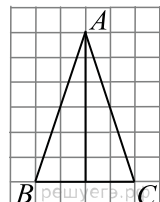
$$S = BH \cdot AD = BH \cdot (AH + HD) = 48 \cdot 66 = 3168.$$

Ответ: 3168.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 3168

Задание 19 № 355415 тип 19

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



Решение.

Расстояние от точки A до середины отрезка BC равно 6.

Ответ: 6.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 6

Задание 20 № 341676 тип 20

Какие из следующих утверждений верны?

1) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.

- 2) Смежные углы равны.
- 3) Все диаметры окружности равны между собой.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

- 1) «Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.» — *верно*, большая сторона треугольника должна быть меньше суммы двух других.
- 2) «Смежные углы равны» — *неверно*, смежные углы α и β связаны соотношением: $\alpha + \beta = 180^\circ$.
- 3) «Все диаметры окружности равны между собой.» — *верно*.

Ответ: 13.

Ваш ответ: *нет ответа*. Правильный ответ: 13

Задание С1 № 99

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x - y = -5, \\ x^2 - 2xy - y^2 = 17. \end{cases}$$

Решение.

Подставим $y = x + 5$ во второе уравнение системы, получим уравнение относительно x : $x^2 - 2x(x + 5) - (x + 5)^2 = 17$. Отсюда $x = -7$ и $x = -3$. Подставим $x = -7$ и $x = -3$ в уравнение $y = x + 5$, получим: $y = -2$ и $y = 2$ соответственно.

Ответ: $(-7; -2)$, $(-3; 2)$.

Задание С2 № 338584

Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 40 минут раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 15 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

Решение.

Пусть v_1 — скорость мотоциклиста, v_2 — скорость велосипедиста. Примем расстояние между городами за единицу. Мотоциклист и велосипедист встретились через 15 минут, то есть через $\frac{1}{4}$ часа, после выезда, поэтому $\frac{1}{4}v_1 + \frac{1}{4}v_2 = 1$. Мотоциклист прибыл в В на 40 минут раньше, чем велосипедист в А, откуда $\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = \frac{2}{3}$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{4}(v_1 + v_2) = 1, \\ \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = 4 - v_2, \\ \frac{1}{v_2} - \frac{1}{4 - v_2} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = 4 - v_2, \\ \frac{4 - v_2 - v_2}{v_2(4 - v_2)} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = 4 - v_2, \\ v_2^2 - 7v_2 + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = -2, \\ v_2 = 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} v_1 = 3, \\ v_2 = 1. \end{cases}$$

Скорость мотоциклиста не может быть отрицательной, поэтому скорость велосипедиста равна 1, а время, затраченное на весь путь равно одному часу.

Ответ: 1.

Задание С3 № 314460

Парабола проходит через точки $A(0; -6)$, $B(-5; -1)$, $C(1; -1)$. Найдите координаты её вершины.

Решение.

Одна из возможных форм записи уравнения параболы в общем виде выглядит так: $y = ax^2 + bx + c$. Координата x вершины параболы находится по формуле $x_B = -\frac{b}{2a}$. Координату y вершины параболы найдётся подстановкой x_B в уравнение параболы. Таким образом, задача сводится к нахождению коэффициентов a, b и c . Подставив координаты точек, через которые проходит парабола, в уравнение параболы и получим систему из трёх уравнений:

$$\begin{cases} c = -6, \\ 25a - 5b + c = -1, \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -6, \\ 25a - 5(5 - a) - 6 = -1, \\ b = 5 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -6, \\ b = 4, \\ a = 1. \end{cases}$$

Найдём координаты вершины:

$$x_B = -\frac{4}{2} = -2,$$

$$y_B = 4 - 8 - 6 = -10.$$

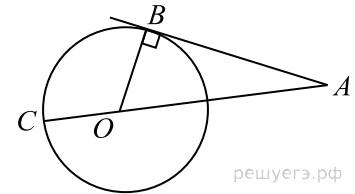
Ответ: $(-2; -10)$.

Задание C4 № 339829

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен $4,8$, а $AB = 1$.

Решение.

Пусть O — центр окружности. Радиус окружности, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной. Поэтому треугольник OBA — прямоугольный. Найдём OA по теореме Пифагора:



$$OA = \sqrt{AB^2 + OB^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{169}{25}} = \frac{13}{5} = 2,6.$$

Следовательно, длина стороны AC равна $AC = CO + OA = 2,4 + 2,6 = 5$.

Ответ: 5.

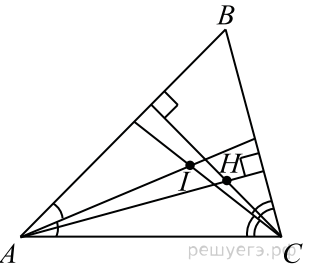
Задание C5 № 316297

В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , точка пересечения высот H и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .

Решение.

В треугольнике ABC имеем $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC$, а $\angle AIC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$

Таким образом, $180^\circ - \angle ABC = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$, значит $\angle ABC = 60^\circ$

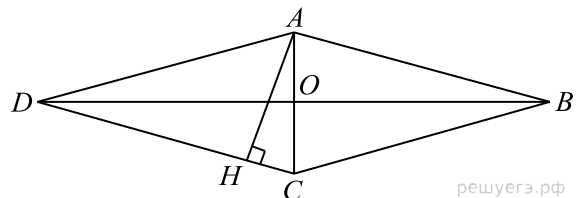


Задание C6 № 339810

Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 24$ и $CH = 6$. Найдите высоту ромба.

Решение.

Введём обозначения как показано на рисунке. Угол ODC и CAH равны как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Рассмотрим треугольники COD и ACH , они прямоугольные, углы ODC и CAH равны, следовательно, эти треугольники подобны, откуда $\frac{OD}{AH} = \frac{OC}{CH} = \frac{CD}{AC}$. Диагонали ромба делятся точкой пересечения пополам: $OC = \frac{1}{2}AC$. Получаем:



$$\frac{\frac{1}{2}AC}{CH} = \frac{CD}{AC} \Leftrightarrow AC = \sqrt{2CH \cdot CD} \Leftrightarrow AC = 6\sqrt{10}.$$

Из прямоугольного треугольника ACH , используя теорему Пифагора найдём AH :

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{360 - 36} = \sqrt{324} = 18.$$

Ответ: 18.

Приведем другое решение:

$$DC = 24 + 6 = 30$$

$$AD = DC = 30$$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \sqrt{30^2 - 24^2} = 18$$