

## Вариант № 21165266

## 1. Задание 1 № 502100

Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 39 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

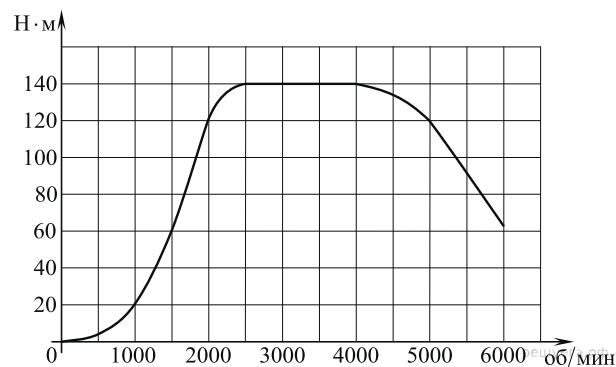
**Решение.**

Спидометр показывает скорость 39 миль в час, значит, в километрах скорость автомобиля составит  $39 \cdot 1,609 = 62,751$  км в час.

Ответ: 63.

## 2. Задание 2 № 517649

На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в  $\text{Н} \cdot \text{м}$ . Скорость автомобиля (в км/ч) приближенно выражается формулой  $v = 0,036n$ , где  $n$  — число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был равен  $120 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ? Ответ дайте в километрах в час.



**Решение.**

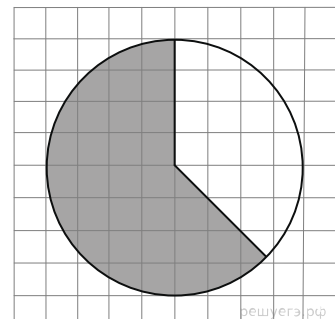
Из графика видно, что крутящий момент  $120 \text{ Н} \cdot \text{м}$  достигается при 2000 оборотов двигателя в минуту (см. рисунок). Подставляя в формулу, получаем:

$$v = 0,036 \cdot 2000 = 72 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 72.

## 3. Задание 3 № 250935

На клетчатой бумаге с размером клетки  $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{ см} \times \frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{ см}$  изображён круг. Найдите площадь закрашенного сектора. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**Решение.**

Площадь фигуры равна пяти восьмым площади круга, радиус которого равен  $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$  см.

Поэтому

$$S = \frac{5}{8}\pi R^2 = \frac{5}{8}\pi \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}}\right)^2 = 10 \text{ см}^2.$$

Ответ: 10.

**4. Задание 4 № [286351](#)**

В сборнике билетов по биологии всего 50 билетов, в 15 из них встречается вопрос по теме "Зоология". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по теме "Зоология".

**Решение.**

Из 50 билетов 35 не содержат вопроса по теме "Зоология", поэтому вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по теме "Зоология", равна

$$\frac{35}{50} = 0,7.$$

Ответ: 0,7.

**5. Задание 5 № [3231](#)**

Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{4}}(12 - 4x) = -3$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$\log_{\frac{1}{4}}(12 - 4x) = -3 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{4}}(12 - 4x) = \log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \Leftrightarrow 12 - 4x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \Leftrightarrow 12 - 4x = 64 \Leftrightarrow x = -13.$$

Ответ: -13.

**6. Задание 6 № [27855](#)**

Чему равен вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности? Ответ дайте в градусах.

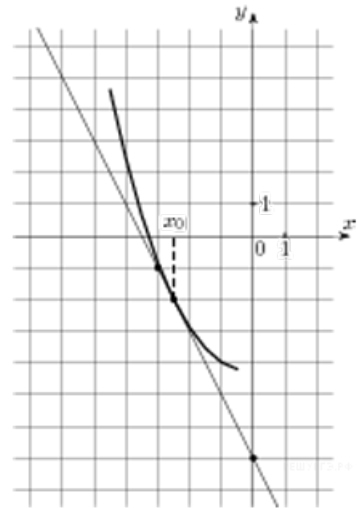
**Решение.**

вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, является прямым.

Ответ: 90.

**7. Задание 7 № [9561](#)**

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

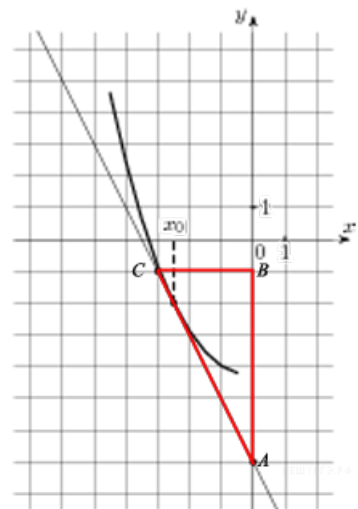


**Решение.**

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках  $A(0; -7)$ ,  $B(0; -1)$ ,  $C(-3; -1)$ . Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу, смежному с углом  $ACB$ . Поэтому

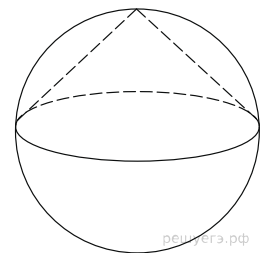
$$y'(x_0) = \operatorname{tg}(180^\circ - \angle ACB) = -\operatorname{tg}(\angle ACB) = -\frac{AB}{BC} = -\frac{6}{3} = -2.$$

Ответ:  $-2$ .



### 8. Задание 8 № [245352](#)

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.



**Решение.**

Из формул для объема конуса и шара получаем:

$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h = \frac{1}{3} \pi R^2 R = 6, V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = 24.$$

Ответ: 24.

### 9. Задание 9 № [68045](#)

Найдите значение выражения  $\frac{12\sqrt[6]{3\sqrt{a}} - 4\sqrt[7]{\sqrt[8]{a}}}{4\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}}}$  при  $a > 0$ .

**Решение.**

Выполним перобразования:

$$\frac{12\sqrt[6]{\sqrt[21]{a}} - 4\sqrt[7]{\sqrt[18]{a}}}{4\sqrt[3]{\sqrt[42]{a}}} = \frac{12\sqrt[126]{a} - 4\sqrt[126]{a}}{4\sqrt[126]{a}} = \frac{8\sqrt[126]{a}}{4\sqrt[126]{a}} = \frac{8}{4} = 2.$$

Ответ: 2.

### 10. Задание 10 № 513904

Груз массой 0,43 кг колеблется на пружине. Его скорость  $v$  меняется по закону  $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$ , где  $t$  — время с момента начала колебаний,  $T = 18$  с — период колебаний,  $v_0 = 2$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  (в джоулях) груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  — масса груза в килограммах,  $v$  — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 6 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

**Решение.**

Найдем скорость груза через 6 секунд после начала колебаний:

$$v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T} = 2 \cdot \sin \frac{2\pi \cdot 6}{18} = 2 \cdot \sin \frac{2\pi}{3} = 2 \cdot \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{3} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Найдем кинетическую энергию груза через 6 секунд после начала колебаний:

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{0,43 \cdot (\sqrt{3})^2}{2} = 0,645$$

Ответ: 0,645

### 11. Задание 11 № 112459

Из городов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми равно 440 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 4 часа на расстоянии 240 км от города  $B$ . Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города  $A$ . Ответ дайте в км/ч.

**Решение.**

Автомобиль, выехавший из города  $A$ , преодолел расстояние  $(440 - 240)$  км = 200 км за 4 часа. Пусть  $v$  км/ч — скорость данного автомобиля. Таким образом,

$$v = \frac{200}{4} = 50 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 50.

### 12. Задание 12 № 505172

Найдите точку минимума функции  $y = \sqrt{x^2 + 6x + 12}$ .

**Решение.**

Квадратный трехчлен  $y = ax^2 + bx + c$  с положительным старшим коэффициентом достигает минимума в точке  $x_{min} = -\frac{b}{2a}$ , в нашем случае — в точке  $-3$ . Поскольку функция  $y = \sqrt{x}$  возрастающая, а заданная функция определена при найденном значении переменной, она достигает минимума в той же точке, в которой достигает минимума подкоренное выражение.

Ответ:  $-3$ .

### 13. Задание 13 № 515667

а) Решите уравнение  $2\sin(\pi + x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-5\pi; -4\pi]$ .

**Решение.**

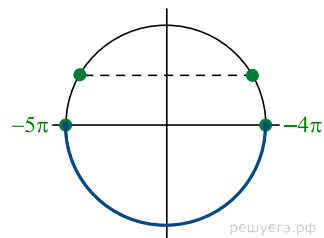
а) Решим уравнение:

$$2 \sin(\pi + x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin x \Leftrightarrow -2 \sin x \cdot (-\sin x) = \sin x \Leftrightarrow 2 \sin^2 x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0, \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi k, \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

б) Среди представленных корней отберем те, которые принадлежат отрезку  $[-5\pi; -4\pi]$ .

Это числа  $-5\pi$  и  $-4\pi$ .

Ответ: а)  $\left\{ \pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$ ; б)  $-5\pi; -4\pi$ .



**Критерии проверки:**

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или пункте б, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения уравнения и отбора корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

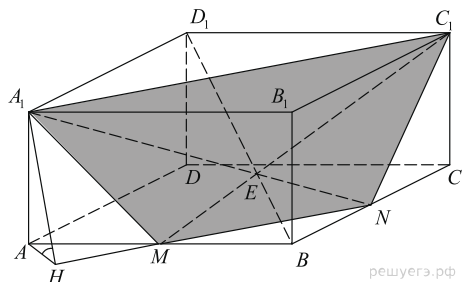
**14. Задание 14 № 510051**

В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 2, а высота призмы равна 1. Точка  $E$  лежит на диагонали  $BD_1$ , причём  $BE = 1$ .

- а) Постройте сечение призмы плоскостью  $A_1 C_1 E$ .
- б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью  $ABC$ .

**Решение.**

а) Рассмотрим сечение призмы плоскостью  $ABC_1 D_1$ . Точка  $E$  лежит в этой плоскости вместе с прямой  $BD_1$ . Следовательно, прямые  $AB$  и  $C_1 E$  также лежат в этой плоскости и пересекаются в точке  $M$ . Аналогично,  $BC$  и  $A_1 E$  лежат в сечении  $B C A_1 D_1$  и пересекаются в точке  $N$ . Трапеция  $A_1 C_1 N M$  — искомое сечение.



б)  $BD_1 = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$ , а  $BE = 1$ . Поэтому  $\frac{BE}{ED_1} = \frac{1}{2}$ . Из подобия треугольников  $D_1 C_1 E$  и  $BME$  находим, что  $\frac{BM}{D_1 C_1} = \frac{1}{2}$ , откуда  $BM = MA = 1$ . Аналогично,  $BN = 1$ , треугольник  $BMN$  — равнобедренный. Опустим перпендикуляр  $AH$  на прямую  $MN$ . По теореме о трёх перпендикулярах  $A_1 H \perp MN$ , и, значит,  $\angle A_1 H A$  — искомый угол.

Из треугольника  $AHM$ , подобного  $BMN$ , находим, что  $AH = \frac{AM}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Тогда  $\operatorname{tg} \angle A_1 H A = \frac{AA_1}{AH} = \sqrt{2}$ .

Ответ: б)  $\operatorname{arctg} \sqrt{2}$ .

**Критерии проверки:**

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
В результате использования верных утверждений и формул получен верный ответ. Обоснование не содержит неверных утверждений.	2
В результате использования верных утверждений и формул задача доведена до ответа, но получен неверный ответ в результате допущенной вычислительной ошибки или описки. Обоснование не содержит неверных утверждений*	1
Все промежуточные вычисления и полученный ответ верны, но обоснование отсутствует или содержит неверные утверждения.	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

\*Критерии распространяются и на случай использования координатного метода

### 15. Задание 15 № 511571

Решите неравенство:  $3 \cdot 16^x - 12^x - 4 \cdot 9^x \leq 0$ .

**Решение.**

Разделим обе части на  $9^x$ :

$$3 \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - \left(\frac{4}{3}\right)^x - 4 \leq 0.$$

Сделаем замену  $z = \left(\frac{4}{3}\right)^x$ . Получаем:  $3z^2 - z - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq z \leq \frac{4}{3}$ .

Отсюда находим  $\left(\frac{4}{3}\right)^x \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow x \leq 1$ .

Ответ:  $(-\infty; 1]$ .

**Критерии проверки:**

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

### 16. Задание 16 № 508235

В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AP$  и  $CQ$ .

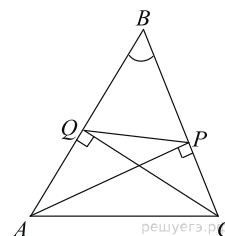
а) Докажите, что угол  $PAC$  равен углу  $PQC$ .

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если известно, что  $PQ = 8$  и  $\angle ABC = 60^\circ$ .

**Решение.**

а) Углы  $APC$  и  $AQC$  — прямые, значит, точки  $A, Q, P$  и  $C$  лежат на одной окружности с диаметром  $AC$ , и, следовательно, равны и вписанные углы  $PAC$  и  $PQC$  этой окружности, опирающиеся на дугу  $PC$ , что и требовалось доказать.

б) Прямоугольные треугольники  $ABP$  и  $CBQ$  имеют общий угол  $ABC$ , следовательно, они подобны, откуда  $\frac{BQ}{BP} = \frac{BC}{BA}$  или  $\frac{BQ}{BC} = \frac{BP}{BA}$ , но тогда и треугольники  $BAC$  и  $BPQ$  также подобны, причем коэффициент подобия равен  $\frac{BQ}{BC} = \frac{BP}{BA} = \cos \angle ABC$ ,



откуда  $AC = \frac{PQ}{\cos \angle ABC} = \frac{8}{\cos 60^\circ} = 16$ . Тогда радиус  $R$  окружности, описанной около треугольника  $ABC$  равен  $R = \frac{AC}{2 \sin \angle ABC} = \frac{16}{2 \sin 60^\circ} = \frac{16}{\sqrt{3}}$ .

Ответ:  $\frac{16}{\sqrt{3}}$ .

**Критерии проверки:**

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б.	3
Получен обоснованный ответ в пункте б. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а. ИЛИ При обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте б и использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не	1

выполнен.	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

### 17. Задание 17 № 512995

Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

**Решение.**

Пусть в отеле будет  $x$  номеров площадью 27 кв. м и  $y$  номеров площадью 45 кв. м. Тогда  $27x + 45y \leq 981$  или  $3x + 5y \leq 109$ . Прибыль, которую будут приносить эти номера, равна  $2000x + 4000y$  или  $2000(x + 2y)$ . Прибыль будет наибольшей при наибольшем значении суммы  $x + 2y$ . Пусть  $s = x + 2y$ , тогда  $x = s - 2y$ , откуда, подставляя в последнее неравенство, получаем:

$$3(s - 2y) + 5y \leq 109 \Leftrightarrow 3s \leq y + 109,$$

В случае равенства  $3s = y + 109$  наибольшему значению суммы  $s$  соответствовало бы наибольшее значение величины  $y$ . В случае неравенства необходимо найти наибольшее возможное значение  $y$  и проверить меньшие значения, уменьшающие количество пустого пространства.

Наибольшее возможное значение  $y$  равно 21. Поскольку  $981 = 45 \cdot 21 + 36$ , для получения наибольшей прибыли в гостинице необходимо открыть 21 номер люкс и 1 стандартный номер, которые будут приносить предпринимателю доход  $2000(1 + 2 \cdot 21) = 86\,000$  руб. в сутки. При этом останется 9 кв. м. незанятого пространства. Уменьшим на 1 количество люксов. Если в гостинице 20 люксов и 3 стандартных номера, незанятого пространства не остается:  $981 = 27 \cdot 3 + 45 \cdot 20$ . В этом случае доход тот же  $2000 \cdot 3 + 4000 \cdot 20 = 86\,000$  руб. Дальнейшее уменьшение количества люксов в пользу стандартных номеров приведет к уменьшению прибыли. Тем самым, в отеле должно быть как можно больше номеров площадью 45 кв. м.

Ответ: 86 000 руб.

**Критерии проверки:**

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Получено верное выражение для ежегодного платежа, но допущена вычислительная ошибка, приведшая к неверному ответу	2
С помощью верных рассуждений получено уравнение, из которого может быть найдено значение ежегодного платежа, но коэффициенты уравнение неверные из-за ошибки в вычислениях	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

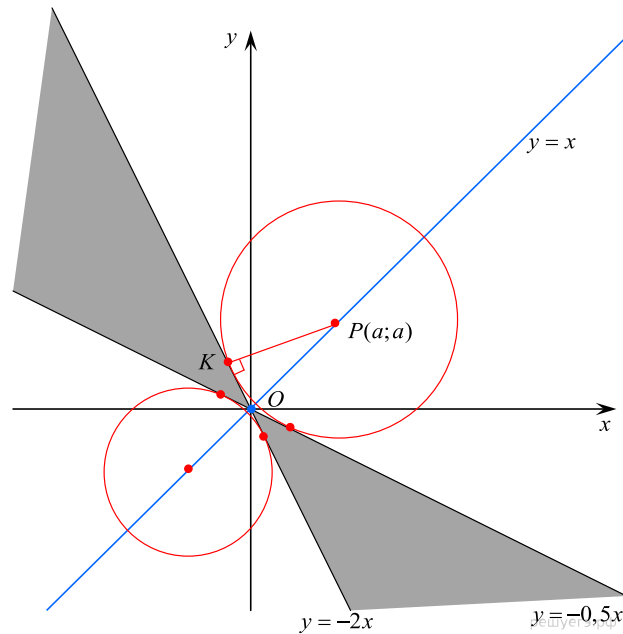
### 18. Задание 18 № 500010

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (y + 2x)(2y + x) \leq 0, & (1) \\ \sqrt{(x - a)^2 + (y - a)^2} = \frac{|a + 1|}{\sqrt{5}} & (2) \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

Решение.



Неравенство (1) задает пару вертикальных углов на координатной плоскости  $Oxy$  (см. рисунок). Графиком уравнения (2) является окружность радиуса  $R = \frac{|a+1|}{\sqrt{5}}$ , центр которой — точка  $P(a, a)$  — лежит на прямой  $y = x$ . Поскольку оба графика симметричны относительно прямой  $y = x$ , система будет иметь ровно два решения тогда и только тогда, когда расстояние  $PK$  от центра окружности до прямой  $y = -2x$  будет равняться радиусу  $R = \frac{|a+1|}{\sqrt{5}}$  данной окружности.

Из треугольника  $POK$  находим:  $PK = PO \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ , где  $\operatorname{tg}(\pi - \alpha)$  — угловой коэффициент прямой

$y = -\frac{1}{2}x$ . Таким образом,  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ,  $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ , откуда

$$PK = PO \left( \sin\frac{\pi}{4} \cos\alpha + \cos\frac{\pi}{4} \sin\alpha \right) = |a| \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = \frac{3|a|}{\sqrt{5}}.$$

Окончательно получаем:

$$\frac{3|a|}{\sqrt{5}} = \frac{|a+1|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow 3a = \pm(a+1) \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ a = -\frac{1}{4} \end{cases}.$$

Ответ:  $a = \frac{1}{2}$  или  $a = -\frac{1}{4}$ .

**Критерии проверки:**

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены искомые значения, возможно неверные, из-за одной допущенной вычислительной ошибки (описки)	3
С помощью верного рассуждения получено одно значение параметра (возможно неверное из-за одной вычислительной ошибки), а второе значение потеряно в результате ошибки (например «потеряны» модули)	2
Задача сведена к исследованию взаимного расположения графиков неравенства и уравнения (приведен правильный рисунок)	1



Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше Максимальный балл	0 4
--	--------

### 19. Задание 19 № 501734

а) Чему равно число способов записать число 1292 в виде  $1292 = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$ , где числа  $a_i$  — целые,  $0 \leq a_i \leq 99$ ,  $i = 0; 1; 2; 3$ ?

б) Существуют ли 10 различных чисел  $N$  таких, что их можно представить в виде  $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$ , где числа  $a_i$  — целые,  $0 \leq a_i \leq 99$ ,  $i = 0; 1; 2; 3$  ровно 130 способами?

в) Сколько существует чисел  $N$  таких, что их можно представить в виде  $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$ , где числа  $a_i$  — целые,  $0 \leq a_i \leq 99$ ,  $i = 0; 1; 2; 3$  ровно 130 способами?

#### Решение.

Каждое число  $0 \leq a_i \leq 99$  однозначно представляется в виде  $a_i = 10b_i + c_i$ , где  $0 \leq b_i \leq 9$  и  $0 \leq c_i \leq 9$  ( $i = 0; 1; 2; 3$ ). Значит, для каждого представления некоторого числа  $N$  в виде  $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$  имеет место единственное представление  $N$  в виде  $N = 10n + m$ , где  $n = b_3 \cdot 10^3 + b_2 \cdot 10^2 + b_1 \cdot 10 + b_0$  и  $m = c_3 \cdot 10^3 + c_2 \cdot 10^2 + c_1 \cdot 10 + c_0$  — произвольные целые числа от 0 до 9999. Число способов записать число  $N$  в виде  $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$  равно числу способов записать число  $N$  в виде  $N = 10n + m$ .

а) Для представления числа 1292 в виде  $1292 = 10n + m$  в качестве  $n$  можно взять любое целое число от 0 до 129. При этом  $m = 1292 - 10n$  определено однозначно. Таким образом, искомое число способов равно 130.

б) Повторяя рассуждения предыдущего пункта, несложно показать, что каждое из чисел от 1290 до 1299 представимо в требуемом виде ровно 130 способами.

в) Рассмотрим представление некоторого числа  $N$  в виде  $N = 10n + m$ , где  $n$  и  $m$  — некоторые целые числа от 0 до 9999. Представим  $m$  в виде  $m = 10k + l$ , где  $l$  — цифра единиц числа  $m$ , а  $k$  — некоторое целое число от 0 до 999. Тогда выполнено:

$$N = 10n + 10k + l \Leftrightarrow N - l = 10(n + k) \Leftrightarrow \frac{N - l}{10} = n + k.$$

Найдём все числа  $K$ , представимые ровно 130 способами в виде  $K = n + k$ , где  $n$  — некоторое целое число от 0 до 9999, а  $k$  — некоторое целое число от 0 до 999.

Пусть для некоторого числа  $K$  представления  $K = n_1 + k_1$  и  $K = n_2 + k_2$  таковы, что  $n_1$  — наименьшее возможное  $n$ , а  $n_2$  — наибольшее возможное  $n$ . Тогда  $n_1 = 0$  или  $k_1 = K - n_1 = 999$ , иначе бы было представление  $K = (n_1 - 1) + (k_1 + 1)$ . Аналогично,  $n_2 = 9999$  или  $k_2 = K - n_2 = 0$ .

Заметим, что для любого целого  $n_0$  такого, что  $n_1 < n_0 < n_2$ , имеется представление  $K = n_0 + k_0$ , поскольку  $0 \leq n_1 < n_0 < n_2 \leq 9999$ ,  $0 \leq k_2 < k_0 < k_1 \leq 999$ . Таким образом, количество представлений равно  $n_2 - n_1 + 1$ . Если  $n_1 = 0$ ;  $n_2 = 9999$  или  $k_1 = 999$ ,  $k_2 = 0$ , то представлений больше. Значит, или  $n_1 = 0$ ;  $n_2 = 129$ ;  $k_2 = 0$ ;  $K = 129$ ;  $N = 1290 + l$ , или  $n_2 = 9999$ ;  $n_1 = 9870$ ;  $k_1 = 999$ ;  $K = 10869$ ;  $N = 108690 + l$ , где  $l$  — произвольная цифра. Таким образом, искомое количество чисел равно 20.

Ответ: а) 130; б) да; в) 20.

#### Критерии проверки:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение п. а;	

— обоснованное решение п. б; — обоснованная оценка количества задуманных чисел в п. е; — оба набора задуманных чисел в п. в	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Ключ**

№ п/п	№ задания	Ответ
1	502100	63
2	517649	72
3	250935	10
4	286351	0,7
5	3231	-13
6	27855	90
7	9561	-2
8	245352	24
9	68045	2
10	513904	0,645
11	112459	50
12	505172	-3